Подставив (9) в (7), получим

$$V^1 = \frac{1}{\mu^2}\int\limits_0^y\int\limits_0^\xi \frac{\partial^2 V^1}{\partial t^2}\,d\eta d\xi - qRy - V^*.$$

Условие контакта колеса и поч о-грунта имеет вид

$$V^1 = (\delta(t) - f(x)).$$

Последовательное решение контактных задач жестокого колеса и полуплоскости, а также двух полуплоскостей дают выражения для соответствующих контактных напряжений.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНКИ В СЛУЧАЕ ЕЁ ШАРНИРНОГО ОПИРАНИЯ

Ю.В. Чигарев, д.ф.-м.н.,проф., С.А. Литвинов(БАТУ)

Исследуем случай нелинейных колебаний пологой цилиндрической панели со сторонами a и b, шарнирно закрепленной по краям, при условии, что точки краев панели свободно смещаются в плане. Будем считать, что оболочка имеет заданные начальные неправильности в форме срединной поверхности. Примем, что к криволинейным краям панели приложены равномерно распределенные по ширине сжимающие усилия p, постоянные во времени, и что оболочка совершает нелинейные колебания под действием случайного акустического давления $q(t)$. Поставим задачу найти плотность распределения вероятности координаты и скорости в центре панели, а также укажем пути исследования данной обслочки на устойчивость.

Пусть на оболочку действует поперечная нагрузка $q(x,y,t) = F\cos\Omega t$, где F является амплитудным значением акустического давления. Обозначим через ω_1 и ω_0 соответственно дополнительный и начальный прогибы. Система основных уравнений для такой оболочки имеет следующий вид:

$$\frac{D}{h}\nabla^2\nabla^2\omega_1 = L(\omega_1+\omega_2,\Phi)+\frac{1}{R}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{q}{h}$$

$$\frac{1}{E}\nabla^2\Phi = -\frac{1}{2}L(\omega_1+2\omega_0,\omega_1)-\frac{1}{R}\frac{\partial^2\omega_1}{\partial x^2}$$

С помощью метода Бубнова-Галеркина система основных уравнений при соответствующих начальных и граничных условиях приводится к уравнению колебаний панели, представляющее в первом приближении систему с одной степенью свободы. Это уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}+2\varepsilon\frac{d\xi}{dt}+\omega_0^2(1+\frac{p^*}{p_*^*})(\alpha\xi-\beta\xi^2+\eta\xi^3)-\xi_0\omega_0^2\frac{p^*}{p_*^*}=q(t),$$

где $q(t)=\dfrac{16}{\pi^2 E}\dfrac{C^2}{h^2}\,q^*(t)$, $q^*(t)$ – акустическое давление.

В ряде исследований было установлено, что акустическое излучение обладает почти постоянной спектральной плотностью в широком диапазоне частот. Эта особенность позволяет аппроксимировать подобного типа акустическое давление белым шумом и использовать аппарат теории марковских процессов для исследования статистических закономерностей акустических колебаний оболочек. Тогда под q (t) будем подразумевать белый шум с нулевым средним значением и спектральной плотностью S_0. Для решения поставленной задачи , а именно, для определения закона распределения координаты, либо прогиба в центре панели, а также скорости $\dfrac{d\xi}{dt}$ составим для уравнения колебаний пластинки уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК), где эволюция состояний оболочки представляется в виде двумерного марковского процесса. Это уравнение имеет точное решение в виде плотности распределения координаты (скорости), имеющее следующий вид:

$$f(\xi)=\frac{1}{C}\exp\{-\frac{1}{S_0^*}(1-\frac{p^*}{p_*})(\alpha\xi^2-\frac{2}{3}\beta\xi^3+\frac{\eta}{2}\xi^4)+\frac{2}{S_0^*}\frac{p^*}{p_*}\xi_0\xi\}$$

$$f(\xi)=\frac{1}{C_1}\exp\{-\frac{1}{S_0^*\omega_0^2}\xi^2\},$$

где $S_0^*=\frac{\pi S_0}{\varepsilon\omega_0^2}$.

Константы C и C_1 определяются численным интегрированием из условий нормировки.

Получив такие важные характеристики системы, как плотность распределения координаты (прогиба в центре панели) и скорости, мы можем исследовать пластинку на устойчивость, применив известные критерии устойчивости, такие как критерий устойчивости по вероятности или критерий устойчивости в среднеквадратичном. Первый критерий заключается в том, что вероятность события, что система с течением времени выйдет из области устойчивых значений определяется следующим образом:

$$p(|\xi|<\Delta(\xi))=1-p(|\xi|<\Delta(\mu))=1-\int_{-\infty}^{+\infty}f(\xi)d\xi,$$

где $\mu=\int_{-\infty}^{+\infty}f(\xi)d\xi$ - константа, определяемая из условия нормировки.

Чтобы применить критерий устойчивости в среднеквадратичном, ищется стационарное решение $\xi(t)\equiv 0$ уравнения ФПК. Тогда решение $\xi(t)$ будет устойчивым в среднеквадратичном, если для $\forall\varepsilon>0,\delta(\varepsilon)>0$ выполняется условие:

$$E[\xi^2]<\delta(\varepsilon),\ E[\xi^2]=\int_{-\infty}^{+\infty}\xi^2 f(\xi)d\xi.$$