

чения этих показателей могут быть одинаковыми для всех месяцев, а могут и отличаться. Затем определяется вероятность q , а с помощью уравнения (1) - эффективная продолжительность $n_{эфф}$ периода хорошей (плохой) погоды. В модели переменные $n_{эфф}$ и q используются как параметры. Текущая оценка количества выпадаемых осадков вычисляется для периодов продолжительностью n суток.

Для моделирования месячного (n -суточного блока) компьютер генерирует последовательности случайных чисел из интервала $[0,1]$. Если случайное число больше, чем $(1-q)$, то периоду из n суток приписывается дождливая погода с количеством осадков h мм в сутки.

Математическая тепловая модель процесса упрочняющего шлифования

Ефремов В. Д., докт. техн. наук, профессор, БГАТУ, г. Минск

Использование энергетических возможностей шлифования для одновременного упрочнения обрабатываемой поверхности весьма актуально и позволяет, в ряде случаев, исключить операций термической обработки с обеспечением необходимой геометрической точности обработанной поверхности.

С позиции термической обработки процесс упрочняющего шлифования должен удовлетворять следующим условиям: нагрев поверхности должен достигать (или превышать) значений критической температуры закалки, для обрабатываемой марки стали с учётом скорости нагрева; время выдержки указанной температуры должно быть достаточным для осуществления структурных превращений, а требуемая скорость охлаждения обеспечить закалку на требуемой глубине.

Обеспечение указанных температурно-временных условий сдерживается отсутствием математической модели, объективно отражающей реально происходящие тепловые процессы упрочняющего шлифования.

Известные математические модели шлифования носят приближенный характер и не пригодны для расчёта температурных полей в условиях упрочняющего шлифования.

В настоящей работе предлагается математическая модель расчёта температурных полей, основанная на решении уравнения теплопроводности с граничными условиями методом конечных элементов (МКЭ).

В соответствии с МКЭ производится дискретизация расчётной области, по результатам которой получается некоторое число элементов разбиения (N_e) и узлов (N_u), в которых рассчитывается температура. Для каждого i -го

узла ($1 \leq i \leq N_y$) вводятся базисные функции (Ψ_{τ}) таким образом, что $\Psi_{(\tau_i)} = 1$ и $\Psi_{(\tau_j)} = 0$.

В результате функция Ψ_i представляет собой «гиперпирамиду», построенную над i -м узлом.

В этих условиях температура $T_{(r,\tau)}$, выражается посредством базисных функций следующим образом:

$$T(r, \tau) = \sum_{j=1}^{N_r} T_j(\tau) \Psi_j(r) \quad (1)$$

Для определения температуры в узловых точках расчётной области используется метод Бубнова - Галеркина, в соответствии с которым для каждого $1 \leq i$ расчётную область разбивают на конечное число элементов и приводят к системе линейных уравнений, которые записываются в матричной форме

$$M^C(\tau) \frac{\partial T(\tau)}{\partial \tau} + M^\lambda(\tau) T(\tau) = Y(\tau) \quad (2)$$

где $T(\tau)$ и $Y(\tau)$ – векторы значений температуры и правых частей; $M^C(\tau)$, $M^\lambda(\tau)$ - матрицы теплоёмкости и теплопроводности обрабатываемого материала.

Уравнение (2) решается по разностной схеме Кранка-Николсона и может быть записано выражением (3) для определения $T(\tau^{k+1})$

$$T(\tau^{k+1}) = (M_\tau)^{-1} [M_0 T(\tau^k) + Y_0] \quad (3)$$

$$\text{где } M_\tau = \hat{M}^C - \frac{\Delta \tau}{2} \hat{M}^\lambda; M_0 = \hat{M}^C + \frac{\Delta \tau}{2} \hat{M}^\lambda; Y_0 = \Delta \tau \hat{Y}$$

\wedge - знак, указывающий на средние значения некоторой величины в течение промежутка времени $[\tau^k, \tau^{k+1}]$. Учитывая, что матрицы M_τ и M_0 являются ленточными и положительно определяемыми, обращение матрицы M_τ в выражении (3) удобно производить методом Холесского, который требует меньше компьютерных ресурсов на хранение и решение матриц.

С учётом приведённой математической модели (3), алгоритм расчёта температурных полей $T_{(r,\tau)}$ можно представить следующим образом:

- задаётся начальная температура обрабатываемой заготовки;
- определяется очередной шаг времени: $\tau^{k+1} = \tau^k + \Delta \tau$;
- определяется поверхностная плотность теплового потока, обусловленная силами резания и трения в зоне контакта шлифовального круга с заго-

товкой. $q_{ин}(r, \tau)$ в граничных узлах расчётной сетки, а также коэффициенты $L(r)$ и q_f :

- на основании решения уравнения теплопроводности МКЭ (путём решения системы линейных уравнений), заполняются матрицы M_τ и M_0 и вектор правых частей $Y(\tau)$. В соответствии с формулой (3) записываются вычисленные значения температуры в узлах расчётной сетки $T_i(\tau^{k+1})$;

- если полученное время меньше заданного, то расчёт повторяется со следующего момента времени τ^{k+1} , увеличенного на величину шага.

Приведенный выше алгоритм позволяет вычислить температурное поле по глубине обрабатываемой поверхности заготовки, подверженной упрочняющему шлифованию при известных значениях теплового потока $q_{ин}(r, \tau)$.

Определение поверхностной плотности теплового потока при упрочняющем шлифовании

Ефремов В. Д., докт. техн. наук, профессор, БГАТУ, г. Минск

Для определения плотности теплового потока рассмотрим схемы плоского (рис. 1а) и круглого (рис. 1б) шлифования.

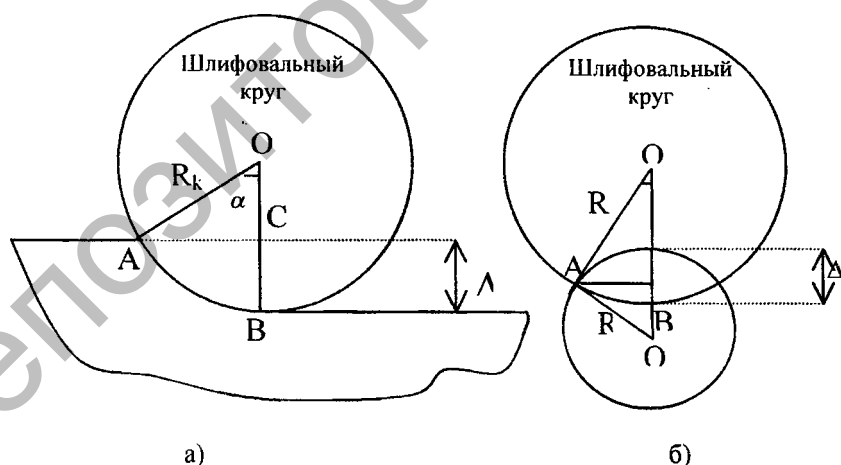


Рис. 1 Схемы расчёта длины дуги контакта при плоском (а) и круглом (б) шлифовании.