

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ.  
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

*Рекомендовано Учебно-методическим объединением по аграрному  
техническому образованию в качестве учебно-методического пособия  
для студентов учреждений высшего образования по специальностям  
1-74 06 01 Техническое обеспечение процессов сельскохозяйственного  
производства; 1-74 06 02 Техническое обеспечение процессов  
хранения и переработки сельскохозяйственной продукции;  
1-74 06 03 Ремонтно-обслуживающее производство в сельском хозяйстве;  
1-36 12 01 Проектирование и производство сельскохозяйственной техники*

Минск  
БГАТУ  
2019

УДК 539.3/.6(07)  
ББК 30.121я7  
М55

**Составители:**

кандидат технических наук, доцент *О. И. Мисуно*,  
кандидат технических наук, доцент *Д. Н. Колоско*

**Рецензенты:**

кафедра «Сопротивление материалов машиностроительного профиля»  
Белорусского национального технического университета  
(доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий кафедрой *Ю. В. Василевич*);  
кандидат технических наук, доцент, заместитель генерального  
директора по научной работе РУП «НПЦ НАН Беларуси  
по механизации сельского хозяйства» *Н. Г. Бакач*

**Механика** материалов. Лабораторный практикум : учебно-  
М55 методическое пособие / сост.: О. И. Мисуно, Д. Н. Колоско. –  
Минск : БГАТУ, 2019. – 108 с.  
ISBN 978-985-519-985-5.

Содержит методические указания к лабораторным работам по учебной дисциплине «Механика материалов», позволяет глубже раскрывать сущность изучаемых явлений, развивать у студентов способность анализировать и обосновывать экспериментальные результаты соответствующими теоретическими положениями, предусматривает знакомство с принципами действия, устройством и тарировкой измерительных приборов и испытательных машин.

Для студентов учреждений высшего образования по специальностям: 1-74 06 01 Техническое обеспечение процессов сельскохозяйственного производства; 1-74 06 02 Техническое обеспечение процессов хранения и переработки сельскохозяйственной продукции; 1-74 06 03 Ремонтно-обслуживающее производство в сельском хозяйстве; 1-36 12 01 Проектирование и производство сельскохозяйственной техники.

УДК 539.3/.6(07)  
ББК 30.121я7

ISBN 978-985-519-985-5

© БГАТУ, 2019

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ОСОБЕННОСТИ ОБРАБОТКИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ .....	6
Правила приближенных вычислений и округления чисел .....	6
Определение погрешности опыта .....	9
Лабораторная работа № 1	
Испытание материалов на растяжение .....	13
Лабораторная работа № 2	
Определение коэффициента Пуассона и модуля упругости для стали .....	25
Лабораторная работа № 3	
Геометрические характеристики плоских сечений .....	40
Лабораторная работа № 4	
Определение модуля упругости стали методом изгиба балки .....	49
Лабораторная работа № 5	
Определение модуля сдвига для стали .....	55
Лабораторная работа № 6	
Определение положения нейтральной оси, напряжений и перемещений в консольной балке при косом изгибе .....	61
Лабораторная работа № 7	
Внецентренное растяжение стального стержня .....	70
Лабораторная работа № 8	
Определение напряжений и перемещений в стержнях плоской статически неопределимой рамы .....	78
Лабораторная работа № 9	
Исследование явления потери устойчивости сжатых стержней .....	85
Лабораторная работа № 10	
Испытание металлов на сопротивление усталости при циклически изменяющихся напряжениях .....	94
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	107

## ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие по выполнению лабораторных работ составлено в соответствии с теоретическим курсом «Механика материалов» и является его неотъемлемым дополнением. Изучение данного курса включает обязательное выполнение лабораторных работ по экспериментальному определению механических характеристик материалов, определению напряжений и перемещений, возникающих в элементах инженерных сооружений, для подтверждения общих теоретических положений и методов, а также по изучению студентами современных экспериментальных методов исследования напряженного и деформированного состояний материалов.

Выполнение лабораторных работ позволяет глубже раскрывать сущность изучаемых явлений, давать прочные фактические знания, развивать у студентов способность анализировать и обосновывать полученные результаты соответствующими теоретическими положениями, предусматривает знакомство с принципами действия, устройством и тарировкой измерительных приборов и испытательных машин, с методикой проведения экспериментов и обработкой результатов опытов. Эффективное выполнение лабораторной работы требует предварительной подготовки студента к ее проведению, которая заключается в основательном изучении по лекциям и учебникам теоретического материала, методических указаний к предстоящей работе.

По каждой лабораторной работе студенты составляют индивидуальные отчеты по принятой форме, включающей следующие пункты:

1. Название и цель работы.
2. Краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы с ответами на контрольные вопросы, поставленные по теме лабораторной работы.
3. Принципиальная схема установки, таблицы для опытных и расчетных величин.
4. Результаты экспериментов и обработка опытных данных.
5. Сопоставление значений опытных величин с теоретическими и справочными данными.
6. Анализ и объяснение возможных отклонений.
7. Выводы.

Перед проведением лабораторной работы преподаватель проверяет у студентов качество их подготовки путем устного или письменного опроса по сущности цели работы, порядку проведения, теоретическому обоснованию предстоящих экспериментов, контрольным вопросам.

Экспериментальная часть лабораторных работ проводится с применением реальных установок и оборудования, а также обучающего программного комплекса виртуальных лабораторных работ COLUMBUS-2007 [1]. Выполнение лабораторных работ в виртуальном виде учитывает современные тенденции инновационного образования и соответствует требованиям проведения работ по исследованию напряженного и деформированного состояний материалов при различных видах нагружения.

Представленные в учебно-методическом пособии иллюстрации оформлены в соответствии с требованиями ЕСКД.

При написании учебно-методического пособия использован опыт проведения лабораторных работ на кафедре «Механика материалов и детали машин» Белорусского государственного аграрного технического университета и лабораторные практикумы [2], [3].

## ОСОБЕННОСТИ ОБРАБОТКИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

### Правила приближенных вычислений и округления чисел

Числовые значения, получаемые в результате измерений физических величин и вычислений при проведении лабораторных работ, являются приближенными. Поэтому при выполнении расчетов необходимо соблюдать правила округления чисел и приближенных вычислений.

При округлении чисел необходимо руководствоваться следующими правилами:

– если первая из отбрасываемых цифр есть 0, 1, 2, 3 или 4, то последняя сохраняемая цифра в приближенном числе остается без изменения (округление с недостатком);

– если за последней сохраняемой цифрой следует 9, 8, 7, 6 или 5, за которой следует одна или несколько значащих цифр, то к сохраняемой цифре прибавляется единица; при этом если последняя сохраняемая цифра 9, то она заменяется на 0 и на единицу увеличивается значение предшествующей цифры (округление с избытком);

– если за последней сохраняемой цифрой следует только цифра 5 или цифра 5 с последующими нулями, то округление производится так, чтобы последняя сохраняемая цифра имела четное значение, т. е. она остается неизменной, когда четная, и увеличивается на единицу, когда она нечетная.

Например, требуется: А) округлить число 28,872 до трех значащих цифр. Так как первая отбрасываемая цифра 7 больше 5, то третья цифра 8 увеличивается на единицу, и приближенное число будет 28,9; Б) округлить число 28,252 до трех значащих цифр. Так как первая отбрасываемая цифра 5, а за ней есть значащая цифра 2, то сохраняемая цифра 2 увеличивается на единицу, и приближенное число будет 28,3; В) округлить число 0,8735 до трех значащих цифр. Так как последняя сохраняемая цифра 3 нечетная, то она увеличивается на единицу, и приближенное число будет 0,874.

При округлении чисел больших, чем 10, нули, не являющиеся верными цифрами, не пишутся, а выделяется отдельно множитель вида  $10^n$ . Например, число 158 965,7, округленное до трех значащих цифр, должно записываться в виде  $159 \cdot 10^3$  или  $15,9 \cdot 10^4$ , или  $1,59 \cdot 10^5$ . Если число 5230 имеет только две верные первые цифры, то его

следует писать в виде  $52 \cdot 10^2$  или  $5,2 \cdot 10^3$ . В числе 3500 четыре верные цифры, в числе  $3,5 \cdot 10^3$  – только две верные цифры. При округлении приближенное значение может быть как больше, так и меньше точного числа.

Предельная абсолютная погрешность для приближенных чисел (независимо от способа их получения) принимается равной половине единицы разряда последней сохраненной цифры.

Приближенные числа обычно характеризуются количеством сохраненных разрядов после запятой или количеством значащих цифр. *Значащими цифрами называются все цифры, кроме нулей слева.* Ноль считается значащей цифрой, только когда он стоит между другими значащими цифрами или стоит в конце числа и неизвестно, имеются ли единицы соответствующего разряда в данном числе.

Например, числа 453; 80,2; 0,0823; 0,250; 470 имеют три значащих цифры. *Цифры в приближенном числе называются верными,* если разность между точным числом и его приближенным значением не превышает половины единицы разряда последней цифры приближенного числа, в данном случае – предельной абсолютной погрешности. Таким образом, согласно этому правилу, все значащие числа являются верными.

При массовых вычислениях, когда не учитываются погрешности каждого отдельного результата, необходимо пользоваться следующими правилами, обеспечивающими получение окончательного результата со всеми верными знаками.

1. При сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат необходимо округлить до наименьшего числа десятичных знаков, которое имеется в исходных данных. Числа, содержащие больше десятичных знаков, нужно предварительно округлить, сохранив один лишний десятичный знак по отношению к числу с наименьшим количеством десятичных знаков.

Например, требуется найти сумму чисел  $28,4 + 32,844 + 0,452 + 2,768$ . Так как первое слагаемое имеет только десятичные доли, то округляем остальные слагаемые до сотых долей. После сложения окончательную сумму округляем до десятых долей:

$$28,4 + 32,84 + 0,45 + 2,79 = 64,48 \approx 64,5.$$

2. При умножении и делении чисел необходимо их предварительно округлить, сохранив одну лишнюю значащую цифру по отношению

к числу с наименьшим количеством значащих цифр. В окончательном результате сохраняется столько значащих цифр, сколько имеет приближенное число с наименьшим количеством значащих цифр.

Например, требуется найти произведение чисел  $1,4 \cdot 2,614 \cdot 7,1956$ .

Предварительно округляем все числа до сотых долей. После перемножения произведение округляем до десятых:

$$1,4 \cdot 2,61 \cdot 7,20 = 26,309 \approx 26,3.$$

3. При возведении в квадрат или куб в окончательном результате нужно оставить столько значащих цифр, сколько их имеет возводимое в степень приближенное число.

Например, требуется возвести в квадрат число 4,43:

$$4,43^2 = 19,6249 \approx 19,62.$$

4. При извлечении квадратного или кубического корня в окончательном результате следует взять столько значащих цифр, сколько их имеется в приближенном подкоренном числе.

Например, извлечем квадратный корень из числа  $4,33 \cdot 10^{-6}$ :

$$\sqrt{4,33 \cdot 10^{-6}} = 2,082 \cdot 10^{-3} = 2,08 \cdot 10^{-3}.$$

5. При вычислении сложных выражений необходимо пользоваться приведенными правилами (1–4) в соответствии с видом выполняемых операций. При этом во всех промежуточных результатах следует сохранять одну лишнюю цифру, которая затем в окончательном результате отбрасывается.

Например, требуется найти числовое значение выражения

$$\frac{(2,4 + 18,5082) \cdot \sqrt{2,43}}{1,43 \cdot 3,0287 \cdot 10^6}.$$

В выражении число 2,4 имеет наименьшее количество значащих цифр, поэтому все промежуточные результаты вычислений должны округляться до трех значащих цифр; окончательный же результат округляется до двух значащих цифр. Получим:

$$\frac{(2,4 + 18,5082) \cdot \sqrt{2,43}}{1,43 \cdot 3,0287 \cdot 10^6} = \frac{20,9 \cdot 1,56}{4,33 \cdot 10^6} = \frac{32,6}{4,33 \cdot 10^6} \approx 7,52 \cdot 10^6 \approx 7,5 \cdot 10^6.$$



## Определение погрешности опыта

Все величины, полученные из опыта, в общем случае содержат погрешности, обусловленные различными причинами. В зависимости от причин погрешности делятся на следующие группы:

– систематические или инструментальные погрешности, вызываемые неисправностями измерительных приборов, неточностью градуировки шкал, неточностью измерения нагрузок, деформаций, размеров и т. д., которые могут быть устранены или достаточно точно учтены в виде поправок;

– случайные погрешности, зависящие от чувствительности измерительных приборов, изменения внешних условий (температуры, влажности, давления и т. д.), которые устранить невозможно, но можно учесть, приняв закон их распределения;

– промахи или брак – т. е. грубые погрешности, вызванные ошибками и упущениями при измерениях (неправильный отсчет по шкале, неправильная запись результата, неисправность оборудования и др.), которые при соответствующем обосновании должны отбрасываться (отсеиваться).

Считается, что при тщательно поставленном исследовании систематические погрешности и промахи отсутствуют.

Таким образом, задача статистической обработки результатов испытаний сводится к оценке среднего значения и случайной ошибки измеряемой величины. Эта задача является стандартной для обработки результатов любых механических испытаний. Пусть при определении некоторой искомой величины  $N$  было проведено  $n$  независимых опытов и получен ограниченный ряд значений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Совокупность ограниченного ряда из  $n$  значений изучаемой величины называется статистической выборкой из генеральной совокупности значений величины  $N$ . Обычно при механических испытаниях объем выборки колеблется от 3 до 15–20 измерений. Так как случайные ошибки измерений обычно подчиняются нормальному закону распределения, то наиболее вероятным значением измеренной величины будет среднее арифметическое из полученных значений измерений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Чем больше случайные погрешности, тем больше разброс, рассеяние измеренных значений. Рассеяние или разброс результатов измерений характеризуется дисперсией и средним квадратическим отклонением значений измеряемой величины, которые для ограниченной по объему статистической выборки определяются по формулам:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1};$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}},$$

где  $x_i - \bar{x} = \Delta x$  – отклонение отдельных наблюдений от их среднего арифметического.

Чем больше  $S^2$  и  $S$ , тем более рассеяны значения измерений. Характеристикой для сравнения однотипных величин, признаков служит относительная величина среднего квадратического отклонения – коэффициент вариации:

$$v = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100 \%$$

Среднее арифметическое также является случайной величиной, распределенной по нормальному закону, которая, согласно теории вероятностей, совпадает с истинным значением измеряемой величины только при бесконечно большом количестве измерений. Поэтому необходимо указывать доверительный интервал средней арифметической  $\bar{x}$  для заданного уровня значимости или доверительной вероятности. Величина доверительного интервала определяется средним арифметическим значением  $\bar{x}$ , средним квадратическим отклонением  $S$  и  $t$ -критерием Стьюдента и зависит от уровня выбранной доверительной вероятности  $P$  и числа степеней свободы  $k = n - 1$ :

$$\bar{x} - t \frac{S}{\sqrt{n}} < N < \bar{x} + t \frac{S}{\sqrt{n}},$$

где  $t \frac{S}{\sqrt{n}}$  – значение абсолютной средней ошибки среднего арифметического измерения;

$N$  – истинное значение исследуемой величины.

Достоверное значение измеряемой величины будет определяться доверительным интервалом

$$N = \bar{x} \pm t \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Значения  $t$  табулированы для различных уровней вероятности и числа степеней свободы  $k = n - 1$  (табл. 1). В практике механических испытаний, когда объем выборки не превышает  $n < 20$ , уровни доверительной вероятности обычно принимают равными 0,8; 0,9; 0,95; 0,98; 0,99.

Таблица 1

Значения  $t$ -критерия Стьюдента функций доверительной вероятности  $P$  и числа степеней свободы  $k = n - 1$

$k$	$P$					
	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,100	1,383	1,883	2,262	2,821	3,250
10	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,088	1,303	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,083	1,356	1,782	2,681	2,661	3,005
13	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,075	1,345	1,761	2,145	2,624	3,977
15	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845

При однократном измерении или многократно повторяющихся одинаковых показаниях прибора величина абсолютной погрешности результата измерения оценивается приведенной относительной ошибкой прибора, определяемой его классом точности или наименьшим делением шкалы. Класс точности прибора указывает допустимую для него величину приведенной относительной:

$$K = \frac{\Delta N_{\text{пр}}}{N_{\text{пред}}} \cdot 100 \%,$$

где  $\Delta N_{\text{пр}}$  – абсолютная ошибка, равная разности между показаниями рабочего и образцового приборов;

$N_{\text{пред}}$  – предел измерения шкалы рабочего прибора.

Если класс точности прибора (по паспорту или тарировке) известен, например  $k = 1,5$ , предел измерения шкалы  $N_{\text{пред}} = 150$  мкм, то абсолютная погрешность прибора

$$\Delta N_{\text{пр}} = \frac{KN_{\text{пред}}}{100} = \frac{1,5 \cdot 150}{100} = 2,25 \text{ мкм.}$$

Когда класс точности прибора не указан, за величину его абсолютной погрешности принимается половина цены наименьшего деления шкалы. Если разность двух смежных измерений одного постоянного признака не превышает ошибку прибора, то результат принимается за окончательный.

Рекомендуется обработку измерений проводить в следующей последовательности:

- определить среднее арифметическое;
- вычислить среднее квадратическое отклонение измеряемой величины;
- проверить наличие сомнительных измерений, являющихся браком и подлежащих отсеиванию;
- определить доверительный интервал среднего арифметического для заданного уровня доверительной вероятности.

## ИСПЫТАНИЕ МАТЕРИАЛОВ НА РАСТЯЖЕНИЕ

*Цель работы:* определить основные характеристики прочности (предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности), пластичности (относительное остаточное удлинение, относительное остаточное сужение) и вязкости (удельная работа деформации материала образца при растяжении).

### Теоретическое обоснование

Прочностью называется способность материала сопротивляться воздействию внешних сил, не разрушаясь и без появления остаточных деформаций. Пластичность – свойство материала выдерживать большие остаточные деформации, не разрушаясь. Свойство, противоположное пластичности, называется хрупкостью. Хрупкость – способность материала разрушаться при незначительных остаточных деформациях.

Механические характеристики материала определяются опытным путем по результатам испытания стандартных образцов на растяжение. Основной задачей испытания является построение диаграммы растяжения – графика зависимости между силой  $F$ , действующей на образец, и его удлинением  $\Delta l$ . Типичная диаграмма растяжения малоуглеродистой стали показана на рис. 1.1.

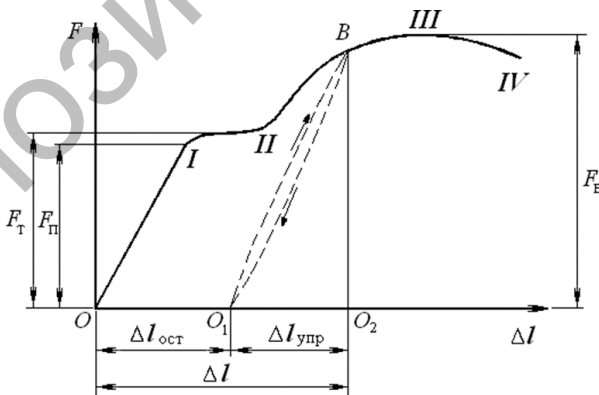


Рис. 1.1. Диаграмма растяжения малоуглеродистой стали

Диаграмма растяжения условно делится на четыре зоны.

Участок  $O-I$  называется зоной упругости. Изображается на диаграмме прямой наклонной линией, что указывает на пропорциональность между нагрузкой и деформацией в соответствии с законом Гука.

Участок  $I-II$  называется зоной общей текучести, а горизонтальная часть участка – площадкой текучести. На этом этапе практически при неизменном усилии значительно развиваются пластические деформации во всем объеме материала. При этом повышается температура образца, изменяются электропроводность и магнитные свойства.

Особенно наглядно распространение пластической деформации можно наблюдать при испытании плоских полированных образцов. На поверхности в момент возникновения очагов пластической деформации появляются темные наклонные полосы, составляющие с осью образца углы, приблизительно равные  $45^\circ$ . Эти линии Людерса–Чернова представляют собой микроскопические неровности, возникающие вследствие необратимых сдвигов, происходящих в кристаллах материала под действием наибольших касательных напряжений.

При испытании материалов на высокоскоростных машинах зона текучести характеризуется зубчатостью, что объясняется различием внешней формы, размеров и ориентации зерен металла, неоднородностью деформаций.

Описанные явления вызывают изменение внутренней структуры металла, что приводит к его упрочнению. Диаграмма после зоны текучести снова становится криволинейной. Участок  $II-III$  называется зоной упрочнения.

Удлинение образца происходит равномерно по всей его длине, первоначальная цилиндрическая форма образца сохраняется, размеры поперечных сечений изменяются незначительно.

Участок  $III-IV$  называется зоной местной текучести. При максимальном усилии в самом слабом месте возникает локальное уменьшение поперечного сечения – шейка. Дальнейшая деформация происходит в этом месте. Сечение в середине шейки быстро уменьшается, напряжения возрастают при убывающем растягивающем усилии, образец разрушается.

Опыт показывает, что если в какой-либо точке  $B$  зоны упрочнения образец разгрузить, то процесс разгрузки будет изображен линией  $BO_1$ , почти параллельной первоначальному упругому участку диаграммы. Удлинение образца при разгрузке полностью не исчезает,

а становится меньше на удлинение упругой части  $\Delta l_{\text{упр}}$  (отрезок  $O_1O_2$ ). Остаточное удлинение  $\Delta l_{\text{ост}}$  (отрезок  $OO_1$ ) называется также пластической деформацией. Таким образом, полное удлинение образца состоит из двух частей:

$$\Delta l = \Delta l_{\text{упр}} + \Delta l_{\text{ост}}. \quad (1.1)$$

Если после разгрузки образца его снова нагрузить, то процесс повторного нагружения изобразится линией  $O_1B$ , которая почти совпадает с линией  $BO_1$ . Обе линии образуют петлю – петлю гистерезиса. После полного цикла образец возвращается к первоначальному состоянию. Это явление носит название упругого гистерезиса. Площадь петли гистерезиса соответствует потерям механической энергии за один цикл.

При дальнейшем нагружении после точки  $B$  кривая продолжается так, как будто не было промежуточной разгрузки. Следовательно, у образца после предварительного деформирования улучшились упругие свойства – повысился предел пропорциональности, но ухудшились пластические свойства – уменьшилось остаточное удлинение после разрыва, т. е. материал стал более хрупким. Явление повышения упругих свойств материала в результате предварительного пластического деформирования называется наклепом.

Наклеп широко используется в технике, но наблюдается не у всех материалов и даже не у всех металлов (например, свинец или олово). Цепи и канаты подъемных машин подвергают предварительной вытяжке, чтобы устранить остаточные удлинения, которые могут возникнуть во время работы. Аналогичной обработке подвергают некоторые виды арматуры железобетонных конструкций, цилиндры гидравлических прессов, турбинные диски. В некоторых случаях явление наклепа является нежелательным, например: прокатка стержней, резание листового материала, штамповка тонкостенных деталей, пробивание отверстий в листах под заклепки. Для устранения вредного влияния наклепа материал отжигают или, если это возможно, удаляют ту часть, которая получила наклеп.

Для того чтобы можно было сравнивать результаты испытаний образцов различных размеров и для получения числовых значений прочностных характеристик материала образца, диаграмму растяжения перестраивают в системе координат нормальных напряжений  $\sigma$

и относительных деформаций  $\epsilon$ . Для этого ординаты уменьшают в  $A_0$  раз, а абсциссы – в  $l_0$  раз, где  $A_0$  и  $l_0$  – площадь поперечного сечения и расчетная длина образца до нагружения. Учитывая, что  $A_0$  и  $l_0$  – величины постоянные, диаграмма  $\sigma = f(\epsilon)$  имеет тот же вид, что и диаграмма растяжения, но будет характеризовать уже не свойства образца, а свойства материала (рис. 1.2).

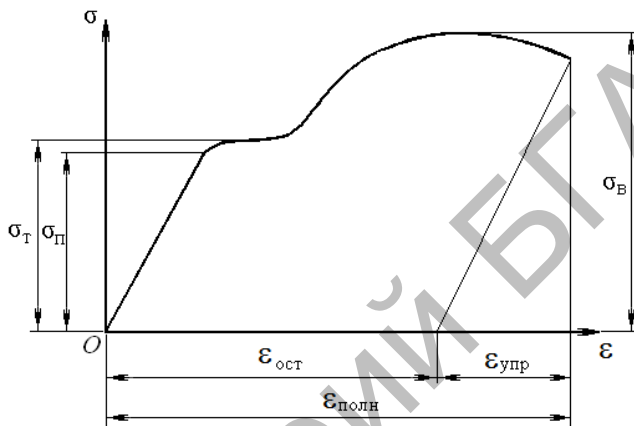


Рис. 1.2. Диаграмма растяжения в системе координат  $\sigma$  и  $\epsilon$

По результатам испытаний находят числовые значения прочностных характеристик материала:

1. Предел пропорциональности – наибольшее напряжение, до которого материал образца подчиняется закону Гука:

$$\sigma_{II} = \frac{F_{II}}{A_0}. \quad (1.2)$$

2. Предел текучести – напряжение, при котором происходит полный переход материала к пластической деформации:

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}. \quad (1.3)$$

При отсутствии на диаграмме явно выраженной площадки текучести определяется условный предел текучести  $\sigma_{0,2}$  – напряжение, при котором остаточная деформация образца составляет 0,2 %.



По результатам испытаний рассчитываются числовые значения:

$$\sigma_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{A_0}. \quad (1.4)$$

Если зона текучести характеризуется скачкообразным изменением нагрузки (рис. 1.3), то вводится понятие верхнего предела текучести:

$$\sigma_{ТВ} = \frac{F_{ТВ}}{A_0}, \quad (1.5)$$

где  $F_{ТВ}$  – ордината первого выступа в зоне текучести;

и нижнего предела текучести

$$\sigma_{ТН} = \frac{F_{ТН}}{A_0}, \quad (1.6)$$

где  $F_{ТН}$  – ордината самой низкой точки в зоне текучести.

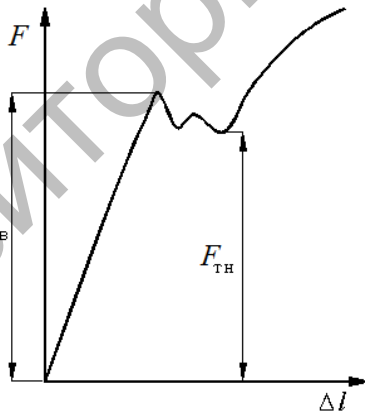


Рис. 1.3. Фрагмент диаграммы растяжения, показывающий скачкообразное изменение нагрузки в зоне текучести

На величину верхнего предела текучести существенно влияют многие факторы, в том числе условия проведения испытаний, поэтому нижний предел текучести принимается за физический предел

текучести. Предел текучести является одной из основных механических характеристик материала.

3. Предел прочности – отношение наибольшей нагрузки, выдерживаемой образцом, к первоначальной площади его поперечного сечения:

$$\sigma_B = \frac{F_B}{A_0}. \quad (1.7)$$

Мерой пластичности являются две характеристики материала, определяемые при испытании на растяжение.

Относительное остаточное удлинение при разрыве

$$\delta = \frac{\Delta l_{\text{ост}}}{l_0} \cdot 100 \% = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot 100 \% , \quad (1.8)$$

где  $l_0$  – расчетная длина образца до нагружения;  
 $l$  – длина после разрыва.

Относительное остаточное сужение при разрыве

$$\psi = \frac{A_0 - A_{\text{ш}}}{A_0} \cdot 100 \% , \quad (1.9)$$

где  $A_{\text{ш}}$  – площадь поперечного сечения в месте разрыва.

Чем больше  $\delta$  и  $\psi$ , тем более пластичным считается материал.

По результатам испытаний на одноосное растяжение материалы принято делить на пластичные и хрупкие. К пластичным относят материалы, разрушению которых предшествуют большие остаточные деформации, достигающие иногда 20–25 %. Характерными представителями пластичных материалов являются малоуглеродистая сталь и алюминий. Хрупкими называют материалы, разрушающиеся при малых остаточных деформациях, не превышающих 2–5 %. Характерными представителями хрупких материалов являются чугун, инструментальная сталь и стекло.

Пластичные материалы проявляют большее сопротивление отрыву частиц, чем сдвигу их друг относительно друга, и разрушаются, главным образом, от сдвига частиц в плоскостях действия наибольших касательных напряжений. Именно вследствие сдвига частиц

увеличивается длина образца из пластичного материала при его растяжении, а место разрушения в шейке имеет вид кратера, стенки которого наклонены к оси образца под углом  $45^\circ$  (рис. 1.4, *a*). Дном этого кратера является поверхность первоначальной внутренней трещины, возникающей после образования шейки.

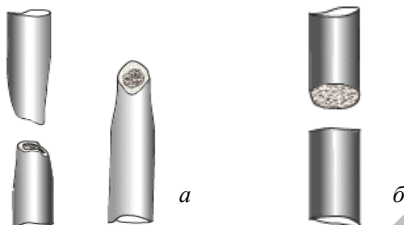


Рис. 1.4. Место разрушения образца:  
*a* – по винтовой поверхности; *б* – по плоскости поперечного сечения

Хрупкие материалы, наоборот, обладают большим сопротивлением сдвигу, чем отрыву, и разрушаются при растяжении внезапно от отрыва частиц материала по плоскости поперечного сечения (см. рис. 1.4, *б*). Явления текучести, упрочнения и образования шейки на образцах из таких материалов перед разрывом не наблюдаются. Диаграмма растяжения для хрупких материалов представлена на рис. 1.5.

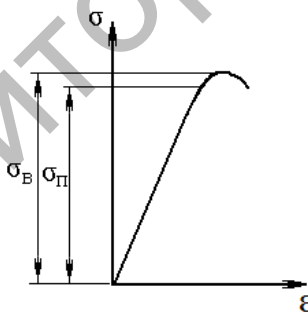


Рис. 1.5. Диаграмма растяжения хрупких материалов

При анализе диаграмм растяжения определяют опасные напряжения. Для пластичных материалов эксплуатация детали невозможна при возникновении значительных пластических деформаций и  $\sigma_0 = \sigma_T$ , для хрупких характерно разрушение без возникновения таких деформаций и  $\sigma_0 = \sigma_B$ .

Все существующие и проектируемые конструкции должны удовлетворять условию прочности в общем виде:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}, \quad (1.10)$$

где  $\sigma_{\max}$  – наибольшее рабочее напряжение в конструкции;

$[\sigma]$  – допускаемое напряжение;

$\sigma_0$  – опасное напряжение, при котором происходит разрушение или возникают значительные деформации, т. е. невозможна эксплуатация детали;

$n$  – коэффициент безопасности, который устанавливается техническими условиями и нормами проектирования.

Деление материалов на хрупкие и пластичные является условным, так как свойства материалов зависят от температуры, скорости и вида нагружения. Один и тот же материал в одних условиях ведет себя как хрупкий, в других – как пластичный. Например, мрамор при одноосном растяжении разрушается как хрупкий материал, а при всестороннем сжатии проявляет пластические свойства. Поэтому правильнее говорить о пластичном и хрупком характере разрушения материала. Первое происходит при больших, а второе – при сравнительно малых остаточных деформациях.

Проведенные испытания показали, что при увеличении скорости деформирования от 5 до 100 мм/мин изменяется вид диаграммы растяжения малоуглеродистой стали. Площадка текучести значительно уменьшается либо исчезает совсем. Вид диаграммы более соответствует виду диаграмм растяжения для хрупких материалов, что свидетельствует об изменении характера разрушения образца. Такое разрушение называется квазихрупким (лат. *quazi* – как будто, нечто вроде, псевдо) и является промежуточным между хрупким и пластичным разрушениями.

Величина удельной работы деформации является важной характеристикой материала и называется также статической вязкостью. Это – комплексная характеристика, определяемая совокупностью прочностных и пластических свойств материала. Она является характеристикой изменения структурного состояния материала,

способности материала поглощать энергию при разрыве, сопротивляться действию динамических нагрузок, развитию трещин.

Работа, затраченная на деформацию и разрушение расчетной длины образца:

$$W_{\text{расч}} = F_B \cdot \Delta l_{\text{ост}} \cdot \eta, \quad (1.11)$$

где  $F_B$  – величина наибольшей нагрузки;

$\eta$  – коэффициент полноты диаграммы, для малоуглеродистой стали принимается равным 0,85.

Удельная работа, затраченная на разрушение единицы объема образца:

$$a = \frac{W_{\text{расч}}}{V_0}, \quad (1.12)$$

где  $V_0 = A_0 \cdot l_0$  – начальный объем расчетной длины образца.

### Описание установки

Работа выполняется на разрывной машине Р–5, автоматически вычерчивающей диаграмму растяжения. Принципиальная схема машины показана на рис. 1.6. Пульт управления имеет блочную конструкцию и состоит из блоков: блока индикации перемещения активного захвата *A*, блока индикации нагрузки *B*, блока преобразователя *B*, блока управления *Г* и блока записи диаграммы *Д*.

Для испытания используется стандартный образец из малоуглеродистой стали диаметром  $d_0 = 10$  мм (рис. 1.7). По краям образца имеются головки для закрепления его в захватах машины.

Стандартные образцы могут быть круглого или прямоугольного поперечного сечения. Особенностью стандартных образцов является наличие усиленных мест для захвата и плавного перехода к рабочей части образца. Длина  $L$  рабочей части образца обычно в 15 раз больше диаметра. Существуют короткие образцы, у которых  $L \leq 5d_0$ . Расчетная длина образца принимается  $l = 10d_0$ , она фиксируется на рабочей части двумя точками с помощью кернов.

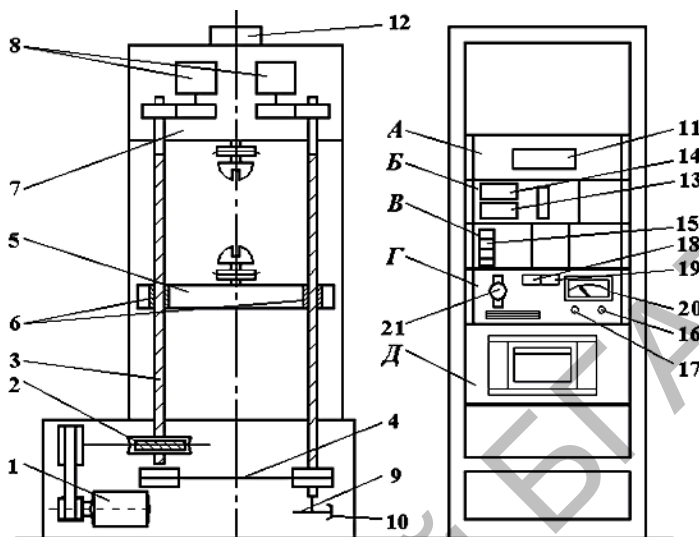


Рис. 1.6. Схема разрывной машины Р-5:

- 1 – электродвигатель; 2 – червячный редуктор; 3 – ходовой винт;  
 4 – плоскозубчатый ремень; 5 – подвижная траверса; 6 – гайки;  
 7 – неподвижная траверса; 8 – датчики для управления записью диаграммы;  
 9 – диск с радиально расположенными пазами; 10 – фотоэлектрический датчик;  
 11 – цифровой индикатор перемещения активного захвата; 12 – датчик силы;  
 13 – индикатор нагрузки; 14 – табло наибольшей нагрузки; 15 – клавиши  
 диапазоной нагрузки; 16 – резистор грубой регулировки скорости; 17 – резистор  
 точной регулировки скорости; 18 и 19 – клавиши диапазона измерителя скорости;  
 20 – указатель скорости; 21 – тумблер масштаба удлинений

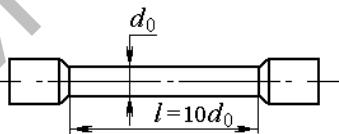


Рис. 1.7. Схема образца для испытаний на растяжение

### Подготовка к проведению работы

1. Изучить по лекциям и учебнику [4] тему «Механические характеристики материалов».
2. Проработать текст данных методических указаний.
3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:

- название и цель работы;
- краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
- принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.

### Порядок проведения работы

1. Измерить диаметр рабочей части образца с точностью до 0,2 мм и расчетную длину с точностью 0,1 мм. Результаты занести в табл. 1.1. Закрепить образец в захватах разрывной машины.

Таблица 1.1

Опытные данные

Размеры образца						Нагрузка			
до опыта			после опыта			$F_{\text{П}}$	$F_{\text{ТВ}}$	$F_{\text{ТН}}$	$F_{\text{В}}$
$l_0$	$d_0$	$A_0$	$l$	$d_{\text{ш}}$	$A_{\text{ш}}$				
мм	мм	мм <sup>2</sup>	мм	мм	мм <sup>2</sup>	Н	Н	Н	Н

2. Установить масштаб диаграммы растяжения 4:1 и диапазон  $l$  измерения нагрузки. Включить механизм записи диаграммы растяжения.

3. Включить механический привод машины и установить скорость перемещения нижнего захвата. Скорость перемещения нижнего захвата принимается не более 10 мм/мин. В процессе испытания наблюдать за состоянием образца, изменением нагрузки и вычерчиванием диаграммы растяжения. После разрыва образца выключить привод машины.

4. Освободить части образца из захватов и, плотно, прижав обе части друг к другу, измерить расчетную длину образца после разрыва и диаметр шейки  $d_{\text{ш}}$  в месте разрыва.

Результаты замеров занести в табл. 1.1.

### Обработка опытных данных

По полученной диаграмме растяжения определить нагрузки, соответствующие пределу пропорциональности  $F_{\text{П}}$ , пределам текучести  $F_{\text{ТВ}}$  и  $F_{\text{ТН}}$  и пределу прочности  $F_{\text{В}}$ . Масштаб нагрузки диаграммы при работе на диапазоне  $l$  будет равен 500Н. Значения нагрузок записать в табл. 1.1.

Рассчитать начальную площадь  $A_0$  поперечного сечения образца и по соответствующим формулам вычислить механические характеристики материала: предел пропорциональности  $\sigma_{\text{П}}$ , пределы текучести

$\sigma_{TB}$  и  $\sigma_{TH}$ , предел прочности  $\sigma_B$ , относительное остаточное удлинение  $\delta$ , относительное остаточное сужение  $\psi$  и удельную работу  $a$ , затраченную на разрушение образца. Полученные значения занести в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Механические характеристики материала

Характеристики прочности				Характеристики пластичности		Характеристика вязкости
$\sigma_{II}$	$\sigma_{TB}$	$\sigma_{TH}$	$\sigma_B$	$\delta$	$\psi$	$a$
МПа	МПа	МПа	МПа	%	%	Н · мм/мм <sup>2</sup>

**Контрольные вопросы**

1. Дайте определение диаграммы растяжения.
2. Как формулируется закон Гука?
3. Напишите формулы абсолютной и относительной продольных деформаций бруса.
4. Дайте определение предела пропорциональности, предела текучести, предела прочности.
5. Какие деформации называются упругими, какие – остаточными (пластическими)?
6. Какие материалы называются хрупкими, какие – пластичными?
7. Чем отличаются диаграммы растяжения для пластичных и хрупких материалов?
8. В чем заключается сущность наклепа? Как он используется в технике?
9. Как определяется относительное остаточное сужение поперечного сечения образца?
10. Какое свойство материала характеризует удельная работа разрыва образца?

**Темы для УИРС**

1. Испытание образцов из чугуна и легированной стали на растяжение.
2. Испытание образцов из полимерных и неметаллических материалов.
3. Влияние скорости деформирования на характер разрушения материалов.



## Лабораторная работа № 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА И МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ДЛЯ СТАЛИ

*Цель работы:* ознакомиться с электротензометрическим методом определения деформаций и принципами тарировки аппаратуры. Провести тарировку измерительной аппаратуры в единицах деформации. Определить коэффициент Пуассона и модуль упругости для стали.

#### Теоретическое обоснование

Электротензометрия – электрический метод измерения малых деформаций в деталях машин и элементах конструкций. По величинам деформаций могут определяться напряжения, действующие нагрузки, перемещения и другие, связанные с задачами исследования, величины. Так как в реальных условиях прямое измерение деформаций представляет большие технические трудности или практически невозможно, то в настоящее время в измерительной технике широко используют методы преобразования деформаций в другие, сравнительно просто измеряемые величины. Наиболее совершенным является метод электротензометрии, при котором используется физическое явление, заключающееся в изменении электрического сопротивления проводника при его деформации. Это явление называется тензорезистивным эффектом. Опытами установлено, что относительное изменение омического сопротивления проводника при растяжении и сжатии прямо пропорционально его относительной деформации:

$$\frac{\Delta R}{R} = S \frac{\Delta l}{l} = S \varepsilon, \quad (2.1)$$

где  $\Delta R$  – приращение сопротивления проводника;

$R$  – начальное (номинальное) омическое сопротивление проводника;

$S$  – коэффициент тензочувствительности, постоянная безразмерная величина, зависящая от материала проводника. Для константановой проволоки он равен 2,1;

$\Delta l$  – приращение длины проводника;

$l$  – начальная длина проводника.

Обычно исследователя интересуют деформации в определенных точках детали или конструкции. В связи с этим проводники должны точно воспринимать деформации на небольших участках деталей. Такими чувствительными проводниками-преобразователями являются специальные тензодатчики омического сопротивления – тензорезисторы, прочно наклеиваемые на деформируемые детали. Наибольшее распространение получили константановые проволочные и фольговые тензорезисторы. Проволочные тензорезисторы (рис. 2.1) изготавливаются из проволоки диаметром 0,012–0,020 мм, зигзагообразно уложенной между листочками тонкой бумаги.

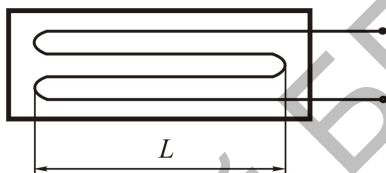


Рис. 2.1. Тензорезистор

Длина зигзагов (петель) называется базой тензорезистора. Тензорезисторы выпускаются с базой  $L = 5\text{--}50$  мм и электрическим сопротивлением  $R = 50; 100; 150; 200$  Ом. Наиболее распространены тензорезисторы с базой  $L = 20$  и  $25$  мм и сопротивлением 100 и 200 Ом. Маркировка тензорезисторов связана с их устройством. Например, маркировка ПКБ-15-100 обозначает проволочный, константановый тензорезистор, на бумажной основе, с базой 15 мм и сопротивлением 100 Ом. Обозначение ФКП-15-100 расшифровывается следующим образом: фольговый, константановый, прямоугольный.

Бумажная прослойка осуществляет изоляцию проволоки от детали. Выводы служат для подключения датчика в измерительную схему. Тензорезисторы наклеиваются на детали специальными клеями. Для датчиков типа ПКБ можно использовать клей БФ-2 или циакрин. Наклейка тензорезистора – ответственная операция, которая должна быть выполнена тщательно и настолько прочно, чтобы при последующем нагружении поверхностные волокна детали и проволока датчика деформировались как одно целое. При этом вызываемое изменение сопротивления тензорезистора может быть зарегистрировано с помощью моста сопротивлений как изменение электрического тока. Мост сопротивлений (рис. 2.2) представляет собой четыре сопротивления:  $R_1, R_2, R_3, R_4$ , соединенных в виде квадрата.

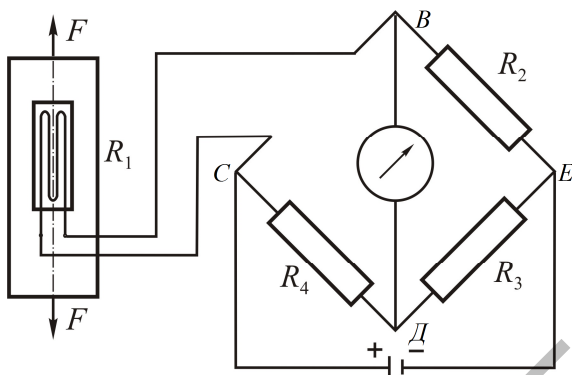


Рис. 2.2. Схема тензометрического моста

Диагональ моста  $BD$  называется измерительной диагональю. В нее включаются чувствительный гальванометр или осциллограф. Диагональ  $EC$  является питающей, так как к ней подводится напряжение от батареи или выпрямителя. Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , равные по величине, образуют внешний полумост, а одинаковые по величине сопротивления  $R_3$  и  $R_4$  – внутренний полумост, смонтированный внутри прибора. Переменное сопротивление в точке  $D$  называется реохордом и служит для балансировки моста. Сопротивление  $R_1$  представляет собой тензорезистор, наклеенный на исследуемую деталь. До приложения нагрузки производится балансировка моста, означающая выполнение равенства:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}. \quad (2.2)$$

В этом случае, как известно из электротехники, ток в измерительной диагонали  $BD$  будет отсутствовать, т. е. стрелка гальванометра останется на нуле или луч осциллографа будет на фотобумаге чертить нулевую линию.

При растяжении детали силами  $F$  тензорезистор  $R_1$  получит деформацию. Его сопротивление изменится на некоторую величину  $\Delta R_1$ . В результате произойдет разбалансирование моста (нарушится равенство (2.2)), и в измерительной диагонали появится ток  $i$  (тензосигнал), величина которого, в общем случае, будет прямо пропорциональна разности относительных изменений сопротивлений тензорезисторов  $R_1$  и  $R_2$  внешнего полумоста:

$$i = c \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} \right), \quad (2.3)$$

где  $c$  – коэффициент, зависящий от напряжения питания и чувствительности тензодатчика.

Подставив в формулу (2.3) выражение (2.1), получим зависимость, связывающую ток в измерительной диагонали моста с разностью деформаций, воспринимаемых тензорезисторами:

$$i = c(\varepsilon_1 - \varepsilon_2). \quad (2.4)$$

Зависимость (2.4) является основным уравнением электротензометрии, которым пользуются для выбора мест размещения тензорезисторов на детали с целью наилучшего выделения интересующих сигналов и автоматической взаимной компенсации ненужных сигналов. Основной погрешностью датчиков сопротивления является температурная погрешность, так как во время опыта они воспринимают не только деформацию от нагрузки, но и тепловую деформацию от изменения температуры. При изменении температуры сопротивление проволоки датчиков существенно меняется. Например, у константанового тензорезистора, наклеенного на стальную деталь, при изменении температуры на  $1^\circ\text{C}$  сопротивление меняется на такую величину, как при изменении напряжения в детали на  $70 \text{ Н/см}^2$ . Для компенсации температурной погрешности служит тензорезистор  $R_2$ , который включается во внешний полумост и называется компенсационным (см. рис. 2.2). Этот датчик должен иметь одинаковое сопротивление с рабочим датчиком (обычно выбирается из одной партии) и должен наклеиваться на деталь в зоне одинаковой температуры с рабочим, но в месте, где бы он не испытывал упругих деформаций (на торцах валов, вдоль нейтральных линий и т. д.). В тех случаях, когда исключить упругие деформации не представляется возможным, компенсационный датчик наклеивается на отдельную пластинку из того же материала, что и испытываемая деталь, и эта пластинка располагается рядом с рабочим датчиком (этим достигается единство значений упругих и температурных величин).

Если температура детали во время опыта изменилась, тогда полная деформация рабочего датчика будет включать упругую и тепловую деформации, а компенсационная – только тепловую, так как оба датчика внешнего полумоста находятся в области одинаковых температур:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_y + \varepsilon_T; \varepsilon_2 = 0 + \varepsilon_T, \quad (2.5)$$

где  $\varepsilon_y$  и  $\varepsilon_T$  – соответственно, упругая и тепловая деформации.

Согласно выражению (2.4) будем иметь

$$i = cS [(\varepsilon_y + \varepsilon_T) - (0 + \varepsilon_T)]. \quad (2.6)$$

Таким образом, тепловые деформации в результате вычитания взаимно скомпенсировались и не повлияли на измерение упругой деформации рабочим датчиком.

Изменение сопротивления тензорезисторов при деформации деталей составляет малую величину. Например, при растяжении стального образца  $R_g = 200$  Ом, напряжении  $\sigma = 1000$  Н/см<sup>2</sup>,  $S = 2,0$ , модуле упругости материала  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа сопротивление тензорезистора, согласно формуле (2.1), изменится на величину

$$\Delta R = S \varepsilon R_g = S \frac{\sigma}{E} \cdot R_g = 2,0 \cdot \frac{1000}{2 \cdot 10^7} \cdot 200 = 0,02 \text{ Ом.}$$

Малым изменениям сопротивления тензорезисторов соответствуют и слабые токи. Для усиления слабых токов (тензосигналов), возникающих в измерительной диагонали, в схему электротензометрической установки включается усилитель, а для записи сигналов – шлейфовый или катодный осциллограф.

Электротензометрический метод позволяет:

- а) измерять с большой точностью не только постоянные, но и переменные деформации;
- б) проводить измерения на значительных расстояниях от объекта, причем одновременно в нескольких точках и в разных направлениях.

Для определения действительных величин деформаций, напряжений или нагрузок проводится тарировка прибора, т. е. устанавливается

в единицах деформации, напряжения или нагрузки цена одной единицы показаний прибора (для стрелочных гальванометров – это цена одного деления шкалы, для цифровых тензометрических мостов – цена одной единицы показаний на табло).

Таким образом, тарифовочный коэффициент показывает, какой относительной деформации, какому напряжению или силе соответствует одна единица показаний прибора (один миллиметр ординаты осциллограммы, одно деление шкалы стрелочного прибора, одна единица на табло и т. д.). Относительная деформация ( $\varepsilon$ ) напряжение ( $\sigma$ ) сила ( $F$ ) будут вычисляться по формулам:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 n; \quad \sigma = \sigma_0 n; \quad F = F_0 n, \quad (2.7)$$

где  $\varepsilon_0$ ,  $\sigma_0$ ,  $F_0$  – соответствующие тарифовочные коэффициенты;  
 $n$  – величина тензосигнала, т. е. число единиц показаний регистрирующего прибора, соответствующее деформации тензорезистора

Для определения тарифовочных коэффициентов проводят специальные опыты, в которых (одновременно с измерением исследуемой величины прибором) проводится ее непосредственное измерение в месте наклейки датчика другими средствами, например, измерение деформации рычажным тензомером, измерение силы образцовым динамометром и т. д. Подставляя найденные значения изучаемых величин и число единиц показаний прибора в формулу (2.7), находят искомые значения тарифовочных коэффициентов:

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{n}, \quad \sigma_0 = \frac{\sigma}{n}, \quad F_0 = \frac{F}{n}. \quad (2.8)$$

На практике стремятся делать тарифовку непосредственно на детали с учетом сопротивления и длины присоединительных проводов, с включением всех приборов, входящих в измерительную схему. Если нельзя протарифовать датчики непосредственно на детали, то их тарифовка проводится на тарифовочной балке, представляющей балку равного сопротивления, у которой во всех поперечных сечениях наибольшие нормальные напряжения одинаковы.

При этом является обязательным наклейка на деталь и тарифовочную балку тензорезисторов одной партии. Так как датчики в партии имеют разброс значений коэффициента тензочувствительности

в пределах 0,2–1,5 % и разброс сопротивлений в пределах 0,1–0,2 %, то рекомендуется тарировку проводить по количеству датчиков, равному не ниже 5 % от числа рабочих датчиков, но не менее 5 штук. Тарировочный коэффициент принимается как среднее по всем тарлируемым тензорезисторам.

Определив деформации, можно установить физические постоянные материала и, прежде всего, – коэффициент Пуассона и модуль упругости.

Коэффициентом Пуассона называется абсолютная величина отношения относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации стержня при растяжении:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|. \quad (2.9)$$

Для различных материалов  $\mu$  изменяется в пределах 0–0,5. Для металлов  $\mu = 0,25–0,35$ .

Экспериментальные исследования по растяжению и сжатию твердых тел из разных материалов, различной формы поперечного сечения показывают, что их удлинения или укорочения до определенного предела нагружения пропорциональны действующим силам (рис. 2.3):

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot A}, \quad (2.10)$$

где  $\Delta l$  – абсолютное удлинение стержня;

$F$  – внешняя сила;

$l$  – первоначальная длина стержня;

$E$  – коэффициент пропорциональности, называемый модулем упругости, или модулем Юнга;

$A$  – площадь поперечного сечения стержня.

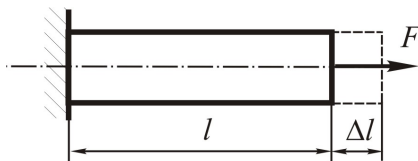


Рис. 2.3. Схема растяжения стержня

Чтобы исключить влияние геометрического фактора и выделить свойства материала, преобразуем выражение (2.10) следующим образом:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1 \cdot F}{E \cdot A}, \quad (2.11)$$

где  $\Delta l/l$  – относительная продольная деформация стержня при растяжении.

Величина  $F/A$  представляет собой напряжение  $\sigma$ , возникающее в поперечном сечении стержня при растяжении. В результате будем иметь

$$\sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (2.12)$$

Полученное уравнение представляет линейную зависимость между напряжением и деформацией и называется законом Гука при растяжении и сжатии. В виде выражения (2.12) закон представляет свойства самого материала. Модуль Юнга является фундаментальным понятием. Для данного материала модуль упругости – величина постоянная, определяемая экспериментально:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (2.13)$$

Так как  $\varepsilon$  – величина безразмерная, то модуль упругости  $E$  измеряется в тех же единицах, что и напряжение, например МПа. Для большинства материалов модуль упругости при растяжении и сжатии одинаков.

Модуль упругости является важнейшей физической характеристикой материала и используется в расчетах на жесткость и устойчивость.

Коэффициент Пуассона и модуль упругости удобно находить, используя метод электротензометрии для измерения поперечной и продольной деформаций.

### Описание установки

Лабораторная установка (рис. 2.4) включает универсальную разрывную машину 1 с индикатором силы 2, измерительную тензометрическую систему 3 и образец 4, представляющий собой стальную полосу прямоугольного поперечного сечения. На плоской поверхности



образца вдоль и поперек оси наклеены одинаковые тензодатчики с базой  $L = 20$  мм для измерения продольной  $T1$  и  $T3$ , поперечной  $T2$  и  $T4$  деформаций. Тензодатчики  $T1$ ,  $T2$ ,  $T3$  и  $T4$  поочередно включаются в одно из плеч моста. Компенсационный тензодатчик 5 наклеен на дополнительную пластину, изготовленную из того же материала, что и образец.

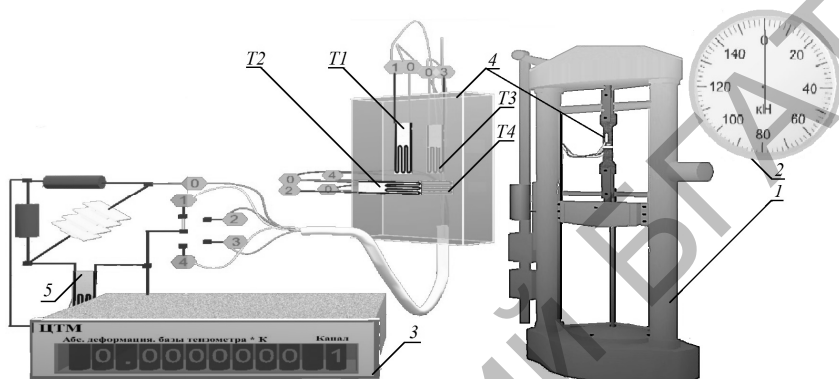


Рис. 2.4. Внешний вид лабораторной установки

### Подготовка к проведению работы

1. Изучить по лекциям и учебнику [4] тему «Основные законы и константы упругих свойств материалов».
2. Проработать текст данных методических указаний.
3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:
  - название и цель работы;
  - краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
  - принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.

### Порядок проведения работы

1. Произвести настройку лабораторной установки:
  - используя раздел **i** панели инструментов выбрать рабочую длину  $l$  образца, размеры поперечного сечения (ширина  $b$ , высота  $h$  (рис. 2.5);
  - записать значения  $l$ ,  $b$ ,  $h$  в табл. 2.1.

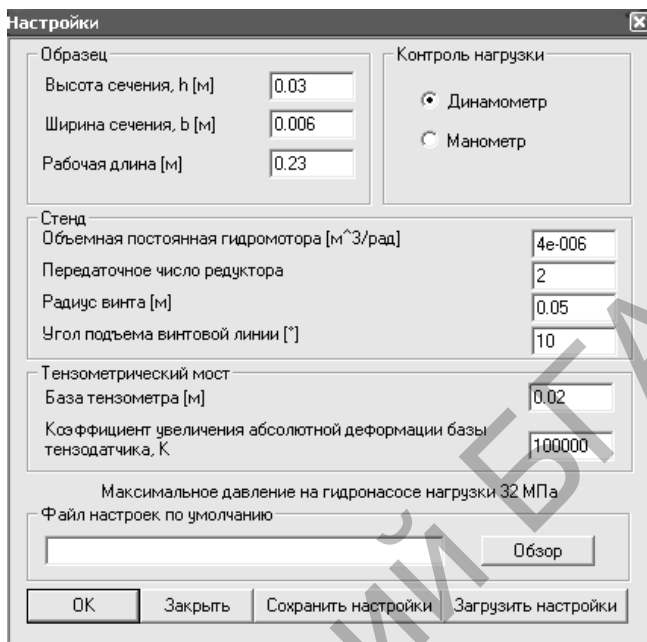





Рис. 2.5. Окно настройки лабораторной установки

2. Черной кнопкой  «запустить гидронасос» (появляется характерный звук).

3. Нажатием на кнопку  «СТРЕЛКА ВНИЗ» включить нагружение образца растягивающей силой.

4. Курсор перемещается на красную кнопку  «Останов», на которую нужно нажать, когда на динамометре стрелка достигнет отметки 4 кН.

5. Последовательным нажатием на кнопку  «Номер» вывести на правом табло измерительной тензометрической системы номер канала, соответствующий включенному в одно из плеч моста тензодатчику (1 – продольный  $T1$ , 2 – поперечный  $T2$ , 3 – продольный  $T3$ , 4 – поперечный  $T4$ ). При этом на левом табло измерительной тензометрической системы будут отображаться показания соответствующего тензодатчика, которые следует записать в табл. 2.1.

6. Последовательно выполняются пункты 2–5, увеличивая ступенями через 4 кН силу  $F$  до значения 20 кН.

7. Нажатием на кнопку  «СТРЕЛКА ВВЕРХ» разгрузить образец.

Таблица 2.1

## Показания опытных данных

Показатели		Нагрузка $F$ , Н				
		4000	8000	12 000	16 000	20 000
Показания тензодатчиков	$T1$					
	$T2$					
	$T3$					
	$T4$					
Средние значения показаний тензодатчиков	$n$					
	$n'$					
Размеры поперечного сечения образца	$h =$ мм	$b =$ мм	$A =$ мм <sup>2</sup>			

**Обработка опытных данных**

1. Рассчитать средние значения поперечных  $n'$  и продольных  $n$  показателей на каждой ступени нагружения по уравнениям:

$$n = \frac{(T1+T3)}{2}; \quad n' = \frac{(T2+T4)}{2}.$$

Полученные значения записать в табл. 2.1.

2. Для каждой ступени нагружения определить изменение поперечного ( $\Delta l_i'$ ) и продольного ( $\Delta l_i$ ) размеров образца в пределах базы тензодатчиков:

$$\Delta l_i' = n_i' \cdot k; \quad \Delta l_i = n_i \cdot k,$$

где  $k$  – тарировочный коэффициент,  $k = 10^{-2} \frac{\text{мм}}{1 \text{ ед.}}$ .

Полученные значения записать в табл. 2.2.

3. Определить для каждой ступени нагружения относительную поперечную ( $\epsilon_i'$ ) и относительную продольную ( $\epsilon_i$ ) деформации:

$$\epsilon_i' = \frac{\Delta l_i'}{L}; \quad \epsilon_i = \frac{\Delta l_i}{L}; \quad (2.14)$$

где  $L$  – база тензодатчика,  $L = 20$  мм.

Полученные значения записать в табл. 2.2.

4. Вычислить по формуле (2.9) для каждой степени нагружения значение коэффициента Пуассона и записать в табл. 2.2.

5. Определить среднее значение коэффициента Пуассона по формуле

$$\mu_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^m \mu_i}{m}, \quad (2.15)$$

где  $m$  – число опытов (степеней).

Таблица 2.2

Вычисление коэффициента Пуассона

Показатели	Нагрузка $F$ , Н				
	4000	8000	12 000	16 000	20 000
$\Delta l'_i$ , мм					
$\Delta l_i$ , мм					
$\varepsilon'_i$					
$\varepsilon_i$					
$\mu_i$					
$\Delta\mu_i = \mu_{\text{ср}} - \mu_i$					
$(\Delta\mu_i)^2$					
$S = \sqrt{\frac{\sum (\Delta\mu_i)^2}{m-1}}$					
$v = \frac{S}{\mu_{\text{ср}}} \cdot 100 \%$					
$\mu = \mu_{\text{ср}} \pm t \frac{S}{\sqrt{m}}$					

6. Вычислить отклонение  $\Delta\mu_i$  частных значений от среднего значения  $\mu_{\text{ср}}$  и записать в табл. 2.2:

$$\Delta\mu_i = \mu_{\text{ср}} - \mu_i. \quad (2.16)$$

7. Определить среднее квадратическое отклонение измерений

$$S = \sqrt{\frac{\sum (\Delta\mu_i)^2}{m-1}}. \quad (2.17)$$

8. Вычислить относительную величину среднего квадратического отклонения – коэффициент вариации

$$v = \frac{S}{\mu_{\text{ср}}} 100 \%. \quad (2.18)$$

9. Определить доверительный интервал средней арифметической  $\mu_{\text{ср}}$  для заданной доверительной вероятности 0,95:

$$t \frac{S}{\sqrt{m}}, \quad (2.19)$$

где  $t$  – критерий Стьюдента (см. табл. 1) в зависимости от выбранной доверительной вероятности и числа степеней свободы  $K = m - 1$ .

Достоверное значение коэффициента Пуассона будет определяться доверительным интервалом

$$\mu = \mu_{\text{ср}} \pm t \frac{S}{\sqrt{m}}. \quad (2.20)$$

10. Записать в табл. 2.3 значения относительной продольной деформации  $\epsilon_i$  из табл. 2.2.

11. Определить нормальное напряжение в поперечном сечении образца при заданных нагрузках и значения записать в табл. 2.3:

$$\sigma_i = \frac{F_i}{A}, \quad (2.21)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения образца,  $A = h \cdot b$ .

12. Построить график  $\sigma = f(\epsilon)$  и убедиться в справедливости закона Гука для данного образца.

13. Вычислить по формуле (2.3) значения модуля упругости для каждой ступени нагружения и записать в табл. 2.3.

14. Найти среднее значение модуля упругости

$$E_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^m E_i}{m}. \quad (2.22)$$

Таблица 2.3

Вычисление модуля упругости

Показатели	Нагрузка $F$ , Н				
	4000	8000	12 000	16 000	20 000
$\varepsilon_i$					
$\sigma_i$ , МПа					
$E_i$ , МПа					
$\Delta E_i = E_{\text{ср}} - E_i$					
$(\Delta E_i)^2$					
$S = \sqrt{\frac{\sum (\Delta E_i)^2}{m-1}}$					
$v = \frac{S}{E_{\text{ср}}} \cdot 100 \%$					
$E = E_{\text{ср}} \pm t \frac{S}{\sqrt{m}}$					

15. Определить достоверное значение модуля упругости  $E$  для доверительной вероятности 0,95. Все расчетные величины записать в соответствующие строки табл. 2.3.

16. Сравнить полученные значения коэффициента Пуассона  $\mu_{\text{ср}}$  и модуля упругости  $E_{\text{ср}}$  со справочными данными для стали.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение коэффициента Пуассона.
2. Какие свойства материала характеризуют коэффициент Пуассона?

3. Почему различны знаки поперечной и продольной деформаций при растяжении стержня? Как обнаруживается различие знаков продольной и поперечной деформаций в данной работе?

4. В чем сущность основного уравнения тензометрии?

5. Объясните действие компенсационного датчика.

6. Что показывает тарировочный коэффициент?

7. В чем сущность физического явления, называемого тензорезистивным эффектом?

8. Расскажите, как должен располагаться компенсационный датчик на детали. Почему?

9. Что представляет собой тензорезистор, и какими параметрами он характеризуется?

10. Когда компенсационный датчик называется активным и когда – пассивным?

11. В какой зоне диаграммы растяжения проводится опыт по определению модуля продольной упругости?

12. Как формулируется закон Гука?

13. Для каких материалов закон Гука соблюдается с большой степенью точности?

14. Для каких материалов закон Гука является приближенным?

### Темы для УИРС

1. Исследование влияния базы и сопротивления тензорезисторов на уровень тензосигнала.

2. Определение коэффициента Пуассона для неметаллических материалов (пластмасс), для нелинейно-упругих материалов.

3. Изменение тарировочного коэффициента прибора в зависимости от величины сопротивления рабочих датчиков и при использовании активных компенсационных датчиков.

## Лабораторная работа № 3

### ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

*Цель работы:* определить экспериментально положение центра тяжести и главных центральных осей инерции плоских сечений.

#### Теоретическое обоснование

В расчетах элементов конструкций на прочность и жесткость требуется знать положение центра тяжести поперечного сечения и положение осей, проходящих через центр тяжести, относительно которых осевые моменты инерции имеют экстремальные значения, а центробежный момент инерции равен нулю. Эти оси называются главными центральными осями инерции, а осевые моменты инерции – главными центральными моментами инерции. Положение центра тяжести, главных центральных осей инерции и величины главных моментов инерции зависят от формы сечения.

Центром тяжести твердого тела называется точка, к которой приложена равнодействующая сил тяжести его частиц. Так как силы тяжести представляют систему параллельных сил, то центром тяжести тела будет центр параллельных сил тяжести, действующих на частицы тела. Из теоретической механики известно, что центр параллельных сил (точка, через которую проходит равнодействующая системы параллельных сил) не изменяется при повороте параллельных сил в плоскости их действия на любой угол, т. е. центр параллельных сил не зависит от направления действия сил.

Для системы сил, расположенных в одной плоскости параллельно оси  $y$ , координата центра параллельных сил системы относительно оси  $y$

$$z_c = \frac{\sum F_i z_i}{\sum F_i}, \quad (3.1)$$

где  $z_i$  – координаты точек приложения параллельных сил относительно оси  $y$ .

Если силы повернуть параллельно оси  $z$ , то координата центра параллельных сил системы относительно оси  $z$



$$y_c = \frac{\sum F_i y_i}{\sum F_i}, \quad (3.2)$$

где  $y_i$  – координаты точек приложения параллельных сил относительно оси  $z$ .

Так как геометрическая площадь не обладает весом, поэтому представим площадь плоского сечения в виде очень тонкой однородной пластинки постоянной толщины, частицы которой будем считать расположенными в одной плоскости. Мысленно разделим пластинку на малые элементы площади  $dA_i$ . Пусть вес единицы площади –  $p$ . Тогда сила тяжести элемента пластинки

$$q_i = p dA_i.$$

Расположив оси координат  $y$  и  $z$  в плоскости пластинки (рис. 3.1) и подставив в формулы (3.1), (3.2) силы тяжести элементов пластинки, получим значения координат  $z_c$  и  $y_c$  центра тяжести плоского сечения:

$$z_c = \frac{\sum p \Delta A_i z_i}{\sum p \Delta A_i} = \frac{\sum \Delta A_i z_i}{\sum \Delta A_i};$$

$$y_c = \frac{\sum p \Delta A_i y_i}{\sum p \Delta A_i} = \frac{\sum \Delta A_i y_i}{\sum \Delta A_i},$$

где  $A = \sum \Delta A_i$  – площадь плоского сечения.

Величины  $\sum \Delta A_i z_i$ ,  $\sum \Delta A_i y_i$  называются статическими моментами площади относительно осей  $y$  и  $z$ .

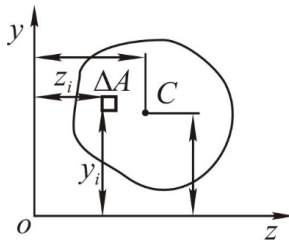


Рис. 3.1. Схема к определению координат  $z_c$  и  $y_c$  центра тяжести плоского сечения

Сложные сечения разбиваются на простейшие геометрические фигуры, площади и центры тяжести которых известны. В этом случае координаты центра тяжести сложного сечения определяются по формулам:

$$z_c = \frac{\sum A_i z_{ic}}{\sum A_i}; \quad y_c = \frac{\sum A_i y_{ic}}{\sum A_i}, \quad (3.3)$$

где  $A_i$  – площадь  $i$ -й составляющей части сечения;

$z_{ic}, y_{ic}$  – координаты центра тяжести  $i$ -й составляющей части сечения относительно исходных, произвольно выбранных координатных осей  $y, z$ .

Положение главных осей инерции сечения относительно центральных осей  $z_c, y_c$ , проведенных через центр тяжести параллельно исходным, определяется углом

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{z_c y_c}}{I_{z_c} - I_{y_c}}, \quad (3.4)$$

где  $I_{z_c y_c}$  – центробежный момент инерции относительно осей  $z_c, y_c$ ;

$I_{z_c}, I_{y_c}$  – осевые моменты инерции относительно осей  $z_c, y_c$ .

Положительный угол  $\alpha_0$  откладывается от оси  $z_c$  против хода часовой стрелки, отрицательный – по ходу часовой стрелки.

Формула (3.4) дает два значения угла:  $\alpha_1 = \alpha_0$  и  $\alpha_2 = \alpha_0 + 90^\circ$ , которые определяют положение двух взаимно перпендикулярных главных осей.

Когда  $I_{z_c} > I_{y_c}$ , то положение главной оси, относительно которой осевой момент инерции сечения имеет максимальное значение, определяется углом  $\alpha_1 = \alpha_0$ ; когда  $I_{z_c} < I_{y_c}$  – углом  $\alpha_2 = \alpha_0 + 90^\circ$ .

Величины осевых и центробежного моментов инерции сечения относительно осей  $z_c, y_c$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} I_{z_c} &= \sum (I_{z_c i} + b_i^2 A_i); & I_{y_c} &= \sum (I_{y_c i} + a_i^2 A_i); \\ I_{z_c y_c} &= \sum (I_{z_c y_c i} + b_i a_i A_i), \end{aligned} \quad (3.5)$$

где  $I_{z_{ci}}, I_{y_{ci}}, I_{z_c y_{ci}}$  – осевые и центробежный моменты инерции  $i$ -й составляющей части сечения, относительно собственных центральных осей, параллельных  $z_c, y_c$ ;

$b_i$  – расстояние между осями  $z_c$  и  $z_{ci}$ ;

$a_i$  – расстояние между осями  $y_c$  и  $y_{ci}$ .

Значения главных моментов инерции

$$I_{\max(\min)} = \frac{I_{z_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{z_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{z_c y_c}^2}. \quad (3.6)$$

Главные центральные оси обозначаются следующим образом: ось, относительно которой осевой момент инерции имеет максимальное значение, – буквой  $V$ ; ось, относительно которой осевой момент инерции имеет минимальное значение, – буквой  $U$ . Верхний знак «плюс» в формуле (3.6) соответствует максимальному моменту инерции  $I_{\max} = I_V$ , а нижний знак «минус» – минимальному моменту инерции  $I_{\min} = I_U$ .

Положение главной центральной оси  $V$  связано также со знаком центробежного момента. Если центробежный момент инерции  $I_{z_c y_c} < 0$ , то ось  $V$  проходит через первый и третий квадранты, а если  $I_{z_c y_c} > 0$  – через второй и четвертый квадранты.

Пусть плоское тело произвольной формы, имеющее очень малую толщину  $\delta$ , может вращаться вокруг оси  $O'-O'$ , перпендикулярной плоскости фигуры и совпадающей с ее центром тяжести  $O$  (рис. 3.2).

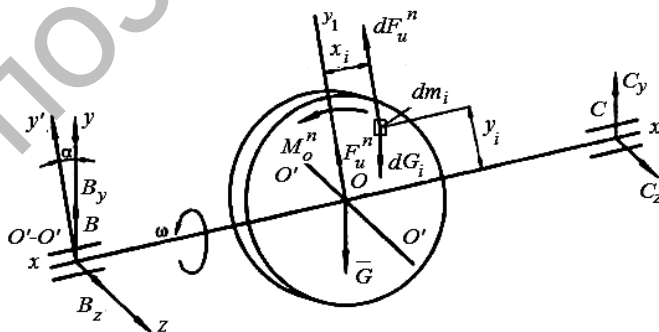


Рис. 3.2. Схема сил, действующих на плоское тело при вращении

Выберем систему координатных осей  $x, y, z$  так, чтобы ось  $x$  лежала в плоскости фигуры и проходила через центр тяжести (точку  $O$ ). Приведем тело вместе с осями  $z$  и  $y$  во вращение относительно оси  $x$ , установленной в опорах  $B$  и  $C$ , с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . При вращении плоское тело будет поворачиваться относительно собственной оси  $O'-O'$ , проходящей через центр тяжести  $O$ , пока не займет положение устойчивого равновесия, которое затем будет сохраняться после прекращения вращения системы. Для определения положения тела при вращении применим принцип Даламбера. На каждую элементарную массу  $dm_i$  будет действовать сила тяжести  $dG_i$  и нормальная сила инерции  $dF_{ii}^n$ . Элементарные силы тяжести  $dG_i$  в сумме дадут силу тяжести тела  $G$ , приложенную в центре тяжести, точке  $O$ . Сила  $G_i$ , воспринимаемая опорами  $B$  и  $C$ , на движение тела вокруг собственной оси  $O'-O'$  влияния не оказывает. Элементарные силы инерции  $dF_{ii}^n$  приводятся к центру тяжести  $O$  в виде главного вектора сил инерции  $\overline{F}_n^n$  и главного момента сил инерции  $\overline{M}_o^n$ .

Так как тело вращается вокруг оси  $x$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , то сумма моментов всех действующих на тело сил относительно оси вращения равняется нулю. Сила  $F_n^n$  всегда находится в плоскости фигуры и проходит через ось вращения  $x$ . Как и сила тяжести, она воспринимается опорами  $B$  и  $C$  и на вращение тела вокруг оси  $O'-O'$  также не влияет. Положение тела на оси  $O'-O'$  будет определяться только главным моментом сил инерции

$$M_o^n = \omega^2 I_{xy}, \quad (3.7)$$

где  $I_{xy} = \int_V xy dm$  – центробежный момент инерции тела относительно осей  $x, y$ ;  
 $V$  – объем тела.

Если считать, что трение подшипника на оси  $O'-O'$  отсутствует, то под действием момента  $\overline{M}_o^n$  тело займет такое положение устойчивого равновесия, при котором этот момент равняется нулю:  $\overline{M}_o^n = 0$ , т. е.

суммарные моменты элементарных сил инерции, действующих справа и слева от центра тяжести фигуры, будут уравновешивать друг друга.

Из уравнения (3.7) следует, что в этом положении центробежный момент инерции тела должен равняться нулю:

$$I_{xy} = 0. \quad (3.8)$$

Это значит, что ось вращения тела  $x$  и перпендикулярная к ней ось  $y'$ , проходящая через центр тяжести тела, являются главными осями инерции тела.

Центробежный момент инерции плоского тела в общем случае равен

$$I_{xy} = \int_A \rho \delta x y dA = \rho \delta \int_A x y dA = I_{xy}^c, \quad (3.9)$$

где  $\rho$  – плотность материала тела;

$dA$  – элементарная площадка поверхности тела;

$I_{xy}^c$  – центробежный момент инерции плоского сечения относительно осей  $x, y'$ .

Подставляя формулу (3.9) в уравнение (3.8), получим

$$I_{xy} = \rho \delta I_{xy}^c, \text{ или } I_{xy}^c = 0, \text{ так как } \rho \delta \neq 0. \quad (3.10)$$

Таким образом, при вращении вокруг оси  $x$  с  $\omega = \text{const}$  плоское тело занимает такое положение, при котором центробежный момент инерции равняется нулю. Так как центробежный момент инерции плоского сечения равен нулю только относительно главных осей инерции, то ось вращения  $x$  и ось  $y'$ , лежащие в плоскости сечения и проходящие через его центр тяжести, будут являться главными центральными осями инерции плоского сечения.

### Описание установки

Установка для определения центра тяжести плоского сечения представляет собой вертикально закрепленную на стене пластину 1, на которой строго по вертикальной линии укреплены иглы 2 и 3 (рис. 3.3, а). На иглу 2 подвешивается заданное плоское сечение,

имеющее два отверстия в произвольно расположенных точках (желательно на большом расстоянии друг от друга). Для отметки вертикальной линии служит отвес 4.

На иглы 2 и 3 можно надеть планку 5 с прорезью 6 (рис. 3.3, б) для прочерчивания карандашом вертикальной линии.

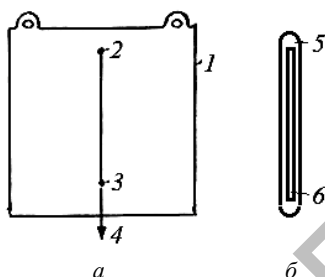


Рис. 3.3. Схема установки для определения центра тяжести плоского сечения

Установка для определения положения главных центральных осей инерции плоских сечений представлена на рис. 3.4.

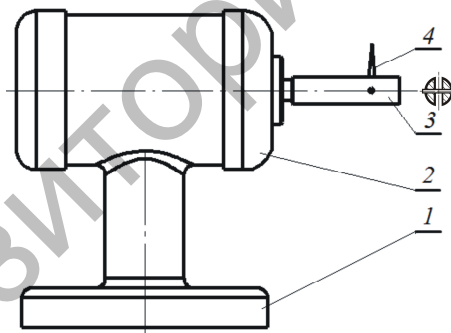


Рис. 3.4. Схема установки для определения положения главных центральных осей инерции плоских сечений

На станине 1 закреплен электродвигатель 2, на валу которого установлена втулка 3 с прорезью в продольной осевой плоскости. Наличие прорези позволяет устанавливать во втулке плоские сечения различной формы. Для определения положения главных осей инерции во втулке перпендикулярно оси установлена стрелка-указатель 4.

## Подготовка к проведению работы

1. Изучить по лекциям и учебнику [4] тему «Геометрические характеристики плоских сечений».

2. Проработать текст данных методических указаний.

3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:

- название и цель работы;
- краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
- принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.

## Порядок проведения работы

1. Составить эскиз заданного сечения в масштабе 1:1. Размеры измерить с точностью до 0,1 мм (модель сечения выдается преподавателем из набора).

2. Вычислить для заданного сечения координаты центра тяжести  $z_c$ ,  $y_c$ , осевые моменты  $I_{z_c}$ ,  $I_{y_c}$  и центробежный момент  $I_{z_c y_c}$  инерции относительно центральных осей  $z_c$  и  $y_c$ .

3. Определить положение главных осей инерции сечения  $U$ ,  $V$  относительно центральных осей  $z_c$ ,  $y_c$  и показать их на эскизе.

4. Вычислить величины главных моментов инерции  $I_V$  и  $I_U$ . Значения координат центра тяжести  $z_c$ ,  $y_c$ ; углов  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ; величины  $I_V$  и  $I_U$  записать в табл. 3.1.

5. Показать положение центра тяжести и главных центральных осей на эскизе плоского сечения, выполненном в масштабе 1:1.

6. Подвесить заданное сечение на игле 2, когда оно займет положение равновесия, на иглы 2 и 3 надеть планку 5 и прочертить через прорезь 6 карандашом линию. Аналогично поступить при подвешивании плоского сечения на другое отверстие. При отсутствии планки 5 на пластине 1 с помощью отвеса наносят вертикальную линию. Затем отвес убирается; на иглу 2 навешивается модель, и линейкой от иглы 2 по направлению вертикальной линии наносится линия на модели. Для получения четких линий на модель наклеивается кусочек тонкой бумаги.

7. Определить координаты центра тяжести на модели (координаты точки пересечения вертикальных линий). Результаты измерений занести в табл. 3.1.

8. Установить заданное сечение в прорези втулки 4.
9. Включить установку в сеть и включить электромотор на 7–10 с.
10. Выключить электромотор и, после остановки вала, отметить на модели сечения направление, которое показывает стрелка-указатель.
11. Снять с установки модель сечения, провести на нем расчетные центральные оси  $Z_c$  и  $U_c$  и произвести замер углов между каждой из них и направлением стрелки указателя. Результаты измерений занести в табл. 3.1.
12. Сравнить расчетные положения координат центра тяжести и главных центральных осей с определенными экспериментально.

Таблица 3.1

Геометрические характеристики сечения

Характеристики	Значения		
	расчетные	экспериментальные	отклонения
$U_c$			
$Z_c$			
$\alpha_{гд}$			
$\alpha_{гд+90}$			
$I_V$			
$I_U$			

### Контрольные вопросы

1. Почему точка пересечения вертикальных линий является центром тяжести плоского сечения?
2. Как в установке будут располагаться плоские фигуры в форме квадрата, равностороннего и равнобедренного треугольников, подвешиваемых за вершины углов?
3. При вращении детали как будут располагаться главные оси инерции  $U$  и  $V$ ? Почему?
4. Какие оси называются главными осями инерции?
5. Какие оси называются главными центральными осями инерции?
6. Чему равен центробежный момент инерции относительно главных осей инерции?
7. Какими свойствами обладают сечения, имеющие одну, две или более осей симметрии?



## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ СТАЛИ МЕТОДОМ ИЗГИБА БАЛКИ

*Цель работы:* изучить процесс упругого изгиба балки и определить модуль упругости стали.

### Теоретическое обоснование

Модуль упругости представляет физическую постоянную материала, характеризующую его упругие свойства, и определяется экспериментально. При определении перемещений в стержнях, работающих на изгиб, модуль упругости входит в выражение жесткости поперечных сечений стержня.

Дифференциальное уравнение упругой линии балки для малых перемещений имеет вид

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI_z}, \quad (4.1)$$

где  $M$  – изгибающий момент на участке;

$E$  – модуль упругости материала;

$I_z$  – осевой момент инерции сечения относительно оси  $z$ .

Если к балке постоянной жесткости  $EI_z$ , нагруженной слева от сечения, где определяется перемещение, приложено число  $n_i$  пар сил с моментами  $m_i$ , число  $n_j$  сосредоточенных сил  $F_j$  и число  $n_k$  распределенных нагрузок постоянной интенсивности  $p_k$ , то формула для определения прогибов  $y_x$  сечений балки, расположенных на расстоянии  $x$  от начала координат, можно записать в виде

$$EI_z y_x = EI_z y_0 + EI_z \theta_0 x + \sum_{i=1}^{n_i} m_i \frac{(x - a_i)^2}{2} + \sum_{j=1}^{n_j} F_j \frac{(x - b_j)^3}{6} + \sum_{k=1}^{n_k} p_k \frac{(x - c_k)^4}{24}, \quad (4.2)$$

где  $y_0, \theta_0$  – соответственно, прогиб и угол поворота сечения в начале координат или начальные параметры;

$a_i, b_j, c_k$  – соответственно, расстояние от начала координат до пары сил с моментом  $m_i$ , сосредоточенной силы  $F_j$ , начала распределенной нагрузки интенсивностью  $p_k$ .

Уравнение (4.2) позволяет определять прогибы и углы поворота в любом сечении балки.

С помощью уравнения (4.2) найдем прогиб балки  $f_D$  посередине пролета  $l$  (рис. 4.1), нагруженной силами  $F$ , приложенными на свободных концах.

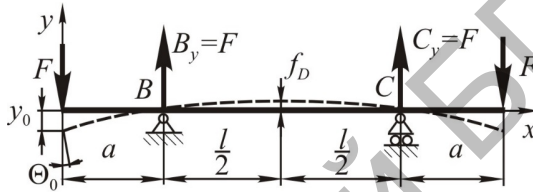


Рис. 4.1. Схема нагружения и упругая линия балки

Подставляем в уравнение (4.2) граничные условия, вытекающие из расчетной схемы балки:

- 1) если  $x_B = a$ , то  $y_B = 0$ ;
- 2) если  $x_C = a + l$ , то  $y_C = 0$ .

В результате получим уравнения прогибов для сечений  $B$  и  $C$ :

$$EI_z y_B = EI_z y_0 + EI_z \theta_0 a - F \frac{a^3}{6} = 0; \quad (4.3)$$

$$EI_z y_C = EI_z y_0 + EI_z \theta_0 (a + l) - F \frac{(a + l)^3}{6} + F \frac{l^3}{6} = 0. \quad (4.4)$$

Решая уравнения (4.3) и (4.4), находим величины:

$$EI_z y_0 = \frac{F}{2} a(a + l); \quad (4.5)$$

$$EI_z \theta_0 = -\frac{F}{6} (2a^3 + 3a^2 l). \quad (4.6)$$

Учитывая уравнения (4.5) и (4.6), получим выражение для определения прогиба в сечении  $D$ :

$$y_D = \frac{1}{EI_z} \left[ -\frac{F}{6}(2a^3 + 3a^2l) + \frac{F}{2}a(a+l)\left(a + \frac{l}{2}\right) - \frac{F\left(a + \frac{l}{2}\right)^3}{6} + \frac{F\left(\frac{l}{2}\right)^3}{6} \right] = \frac{Fal^2}{8EI_z}. \quad (4.7)$$

Знак плюс указывает на то, что сечение  $D$  перемещается вверх. На рис. 4.1 показан примерный вид упругой линии балки.

Из формулы (4.7) модуль упругости

$$E = \frac{Fal^2}{8f_D I_z}. \quad (4.8)$$

Таким образом, зная нагрузку  $F$ , геометрические параметры балки  $a$ ,  $l$ ,  $I_z$  и измеряя перемещение  $f_D$ , по формуле (4.8) можно вычислить модуль упругости  $E$ .

### Описание установки

Лабораторная установка (рис. 4.2) состоит из стальной балки 1 постоянного поперечного сечения, стрелочного индикатора 2, подвесок для гирь 3, станины 4.

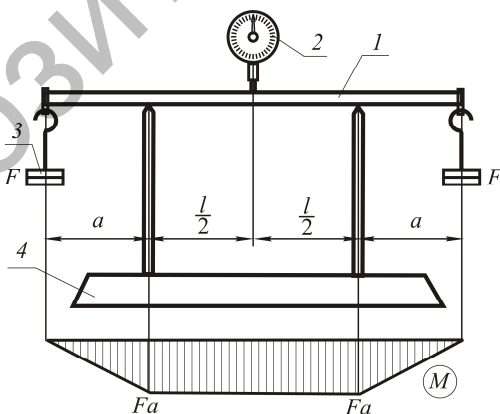


Рис. 4.2. Схема лабораторной установки и эпюра изгибающих моментов для балки

Балка шарнирно закреплена на двух опорах. Посередине пролета  $l$  установлен стрелочный индикатор для определения наибольшего прогиба  $f_D$ . Подвески для гирь располагаются на одинаковых по длине консолях балки. При нагружении равными силами  $F$  участок балки между опорами будет испытывать чистый изгиб.

### Подготовка к проведению работы

1. Изучить по лекциям и учебнику [4] темы, связанные с определением перемещений сечений балки при изгибе методом начальных параметров.
2. Проработать методические указания к данной лабораторной работе.
3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:
  - название и цель работы;
  - краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
  - принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.

### Порядок проведения работы

1. Ознакомиться с лабораторной установкой, измерить с точностью до 0,05 мм поперечное сечение балки, с точностью до 0,5 мм – длину пролета  $l$ , длину консолей  $a$  и убедиться, что они равны.
2. Определить максимальную нагрузку  $F_{\max}$  на консолях балки из условия, чтобы  $\sigma_{\max}$  не превышало  $(0,5-0,6) \sigma_T$  предела текучести:

$$F_{\max} = \frac{(0,5-0,6) \sigma_T W_z}{a} .$$

3. Установить стрелку индикатора на 0.
4. Ступенчато, через 10 Н, увеличивать нагрузку до 50 Н, но не больше  $F_{\max}$ , каждый раз снимая показания с индикатора. Данные опытов занести в табл. 4.1.
5. После выполнения работы разгрузить лабораторную установку.

## Обработка опытных данных

1. Построить график зависимости изгибающего момента  $M_i = F_i a$  от прогиба балки  $f_{D_i}$  и убедиться в его линейности.
2. Вычислить по формуле (4.8) для каждой ступени нагружения значение модуля упругости и записать в табл. 4.1.
3. Определить среднее значение модуля упругости по формуле

$$E_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^m E_i}{m}, \quad (4.9)$$

где  $m$  – число опытов (ступеней).

4. Вычислить отклонение  $\Delta E_i$  частных значений от среднего значения  $E_{\text{cp}}$  и результат записать в табл. 4.1:

$$\Delta E_i = E_{\text{cp}} - E_i. \quad (4.10)$$

Таблица 4.1

Определение модуля упругости

Показатели	Нагрузка $F_i$ , Н					Результат
	10	20	30	40	50	
Показания стрелочного индикатора $f_{D_i}$ , мм						
Модуль упругости $E_i$ , МПа						
$\Delta E_i = E_{\text{cp}} - E_i$						
$(\Delta E_i)^2$						
$S = \sqrt{\frac{\sum (\Delta E_i)^2}{m-1}}$						
$v = \frac{S}{E_{\text{cp}}} \cdot 100 \%$						
$E = E_{\text{cp}} \pm t \frac{S}{\sqrt{m}}$						

5. Определить среднее квадратическое отклонение измерений

$$S = \sqrt{\frac{\sum (\Delta E_i)^2}{m-1}}. \quad (4.11)$$

6. Вычислить относительную величину среднего квадратического отклонения – коэффициент вариации

$$v = \frac{S}{E_{\text{cp}}} 100 \%. \quad (4.12)$$

7. Найти достоверное значение модуля упругости, которое будет определяться доверительным интервалом:

$$E = E_{\text{cp}} \pm t \frac{S}{\sqrt{m}}, \quad (4.13)$$

где  $t$  – критерий Стьюдента, принимается в зависимости от выбранной доверительной вероятности (0,95) и числа степеней свободы  $k = m - 1$ .

8. Сравнить полученные значения  $E_{\text{cp}}$  со справочными величинами модуля упругости для стали  $F_i$ .

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение модуля упругости материала. Раскройте его физический смысл.
2. Что называется жесткостью поперечного сечения бруса при изгибе?
3. Как влияет жесткость поперечного сечения на прогиб балки?
4. В каких расчетах применяется модуль упругости?

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА СТАЛИ

*Цель работы:* экспериментально проверить закон Гука при кручении стального стержня круглого поперечного сечения; определить модуль сдвига стали.

### Теоретическое обоснование

Опыты показывают, что для многих материалов при чистом сдвиге в пределах малых углов закручивания наблюдается линейная зависимость между касательным напряжением и углом сдвига:

$$\tau = \gamma G, \quad (5.1)$$

где  $\gamma$  – угол сдвига.

Эта зависимость называется законом Гука при сдвиге и формулируется следующим образом: *касательные напряжения прямо пропорциональны углу сдвига.*

В формуле (5.1) коэффициент пропорциональности  $G$  называется модулем сдвига. Модуль сдвига является физической постоянной материала, характеризующей его способность сопротивляться упругим деформациям при сдвиге. Из выражения (5.1) следует, что модуль сдвига  $G$  имеет размерность напряжений, например МПа, так как угол сдвига – величина безразмерная. Модуль сдвига связан с модулем упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\mu$  зависимостью

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}. \quad (5.2)$$

Для каждого материала модуль сдвига имеет свое значение, и его величина определяется экспериментально из опытов на кручение цилиндрических образцов.

При кручении стержня круглого поперечного сечения угол закручивания определяется по формуле

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p}, \quad (5.3)$$

где  $\varphi$  – угол закручивания, или угол поворота одного сечения относительно другого (рад);

$T$  – крутящий момент;

$l$  – расстояние между сечениями;

$I_p$  – полярный момент инерции для круглого поперечного сечения:

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

Формула (5.3) справедлива только в области упругих деформаций, когда максимальные напряжения в поперечных сечениях стержня не превышают предела пропорциональности, т. е.  $\tau_{\max} \leq \tau_n$ .

При постоянных длине  $l$  и диаметре  $d$  образца модуль сдвига, согласно уравнению (5.3), будет определяться только крутящим моментом  $T$  и углом закручивания  $\varphi$ :

$$G = \frac{Tl}{\varphi I_p}. \quad (5.4)$$

Таким образом, для определения модуля сдвига необходимо из опыта на кручение найти для известного крутящего момента  $T$  величину угла закручивания  $\varphi$  на определенной длине  $l$ .

### Описание установки

Лабораторная установка (рис. 5.1) состоит из станины 1, на которой расположены опоры 2 и 3. Образец 4 жестко закреплен одним концом в неподвижной опоре 2, а другим концом соединен с валом подшипниковой опоры 3, на котором установлен рычаг 5 с подвесом 6 для грузов. Такая конструкция лабораторной установки позволяет образцу диаметром  $d$  после приложения на подвес груза  $F$  испытывать только кручение. В двух сечениях образца, отстоящих одно от другого на расстоянии  $l$ , закреплены две рамки 7, между которыми, на расстоянии  $a$  от оси, устанавливается индикатор 8 часового типа. Определение угла закручивания  $\varphi$  производится с использованием величины перемещения  $f$ , отображаемой индикатором, по формуле

$$\varphi = \arctg \frac{f}{a} \approx \frac{f}{a}. \quad (5.5)$$



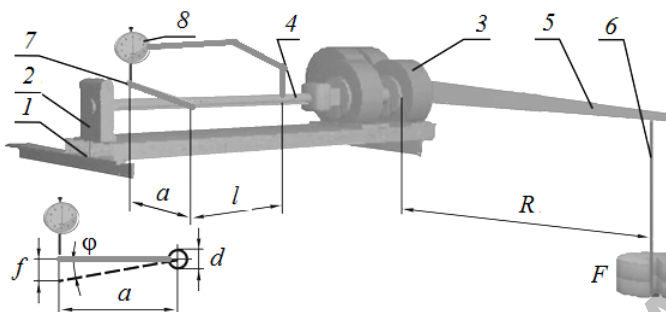


Рис. 5.1. Общий вид лабораторной установки

### Подготовка к проведению работы

1. Изучить по лекциям и учебнику [4] темы «Основные законы и константы упругих свойств материалов», «Кручение».
2. Проработать текст данных методических указаний.
3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:
  - название и цель работы;
  - краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
  - принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.

### Порядок проведения работы

1. Произвести настройку лабораторной установки:
  - используя раздел **i** панели инструментов (рис. 5.2), выбрать длину исследуемой части  $l$  и диаметр  $d$  образца, длину рычага нагрузки  $R$ , расстояние  $a$  между осью вала и осью индикатора и записать эти размеры в табл. 5.1.
2. Нажатием на кнопку **↓** «СТРЕЛКА ВНИЗ» приложить груз весом  $F = 10$  Н.
3. Снять показания индикатора и записать их в табл. 5.1.
4. Последовательно выполняя пункты 2 и 3, увеличивать силу  $F$  ступенями через 10 Н до значения 50 Н.
5. Нажатием на кнопку **↑** «СТРЕЛКА ВВЕРХ» разгрузить образец.

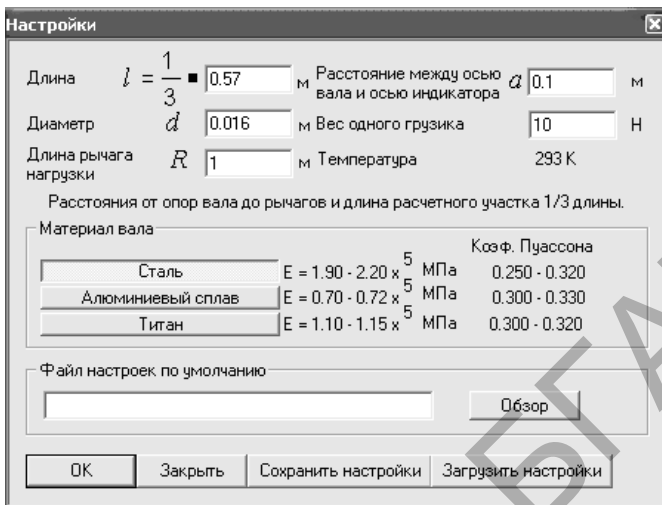


Рис. 5.2. Окно настройки лабораторной установки

Таблица 5.1

Данные опытов

Показатели	Нагрузка $F_i$ , Н				
	10	20	30	40	50
Показания индикатора $f_i$ , мм					
Размеры, мм	$l =$	$d =$	$R =$	$a =$	

**Обработка опытных данных**

1. Вычислить, используя формулу (5.5), для каждой ступени нагружения угол закручивания  $\varphi_i$  образца. Полученные значения записать в табл. 5.2.

2. Определить для каждой ступени нагружения крутящий момент, возникающий в сечениях образца, и записать его значения в табл. 5.2.

$$T_i = F_i \cdot R. \quad (5.6)$$

3. Построить график зависимости крутящего момента от угла закручивания  $T = f(\varphi)$  и убедиться в его линейности.

4. Вычислить по формуле (5.4) значения модуля сдвига для каждой ступени нагружения и записать их в табл. 5.2.

5. Найти среднее значение модуля сдвига

$$G_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^m \varphi_i}{m}, \quad (5.7)$$

где  $m$  – число опытов (ступеней).

6. Вычислить отклонение  $\Delta G_i$  частных значений от среднего значения  $G_{\text{cp}}$  и результат записать в табл. 5.2:

$$\Delta G_i = G_{\text{cp}} - G_i. \quad (5.8)$$

7. Определить среднее квадратическое отклонение измерений

$$S = \sqrt{\frac{\sum (\Delta G_i)^2}{m-1}}. \quad (5.9)$$

8. Вычислить относительную величину среднего квадратического отклонения – коэффициент вариации

$$v = \frac{S}{G_{\text{cp}}} 100 \%. \quad (5.10)$$

9. Определить доверительный интервал средней арифметической  $G_{\text{cp}}$  для заданной доверительной вероятности (принять 0,95):

$$t \frac{S}{\sqrt{m}}, \quad (5.11)$$

где  $t$  – критерий Стьюдента (см. табл. 1) в зависимости от выбранной доверительной вероятности и числа степеней свободы  $k = m - 1$ .

Достоверное значение модуля сдвига будет определяться доверительным интервалом

$$G = G_{\text{cp}} \pm t \frac{S}{\sqrt{m}}. \quad (5.12)$$

10. Сравнить полученные значения модуля сдвига  $G_{\text{cp}}$  со справочными данными для стали и сделать выводы.

## Вычисление модуля сдвига стали

Показатели	Нагрузка $F$ , Н				
	10	20	30	40	50
$\varphi_i$ , рад					
$T_i$ , Н·мм					
$G_i$ , МПа					
$\Delta G_i = G_{cp} - G_i$					
$(\Delta G_i)^2 = (G_{cp} - G_i)^2$					
$S = \sqrt{\frac{\sum (\Delta G_i)^2}{m-1}}$					
$\nu = \frac{S}{G_{cp}} \cdot 100 \%$					
$G = G_{cp} \pm t \frac{S}{\sqrt{m}}$					

**Контрольные вопросы**

1. Сформулируйте закон Гука при сдвиге.
2. Дайте определения угла сдвига.
3. Дайте определения угла закручивания.
4. Как найти жесткость сечения бруса при кручении?
5. Какие напряжения возникают в поперечном сечении круглого бруса при кручении? Чему они равны и как распределяются по сечению?
6. Какая связь между величинами  $\mu$ ,  $E$  и  $G$ ?
7. Как разрушаются при кручении стальные, чугунные и деревянные брусья круглого поперечного сечения? Чем объяснить такой характер их разрушения?

**Темы для УИРС**

1. Построение и анализ диаграмм  $T$ - $\varphi$  для круглых образцов из чугуна, дерева и стали.
2. Влияние «наклепа» на модуль сдвига стали.

## Лабораторная работа № 6

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ НЕЙТРАЛЬНОЙ ОСИ, НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В КОНСОЛЬНОЙ БАЛКЕ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

*Цель работы:* экспериментально и теоретически определить перемещения при косом изгибе консольной балки, положение нейтральной оси, сравнить величины наибольших напряжений, перемещений конечного сечения при косом и прямом изгибах.

### Теоретическое обоснование

*Косой изгиб* – такой вид изгиба, при котором след плоскости изгибающего момента не совпадает ни с одной из главных центральных осей инерции поперечного сечения. При расчетах на прочность и жесткость косой изгиб приводится к двум изгибам в главных центральных плоскостях инерции бруса.

Рассмотрим консольную балку прямоугольного поперечного сечения, нагруженную силой  $F$ , линия действия которой составляет с главной центральной осью  $z$  угол  $\alpha_F$  (рис. 6.1). Пусть на расстоянии  $x$  от крайнего левого сечения действует изгибающий момент

$$M = -Fx. \quad (6.1)$$

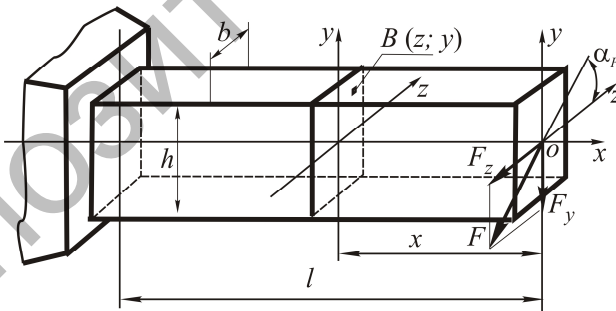


Рис. 6.1. Схема к расчету консольной балки

Спроектируем действующую на балку внешнюю силу  $F$  в главную центральную плоскость  $yoх$ :

$$F_y = F \sin \alpha_F. \quad (6.2)$$

В поперечном сечении балки на расстоянии  $x$  от крайнего левого сечения действует изгибающий момент относительно оси  $z$ :

$$M_z = -F_y x = -F \sin \alpha_F x = M \sin \alpha, \quad (6.3)$$

где  $\alpha$  – угол, который составляет след силовой плоскости (плоскости действия полного изгибающего момента  $M$ ) с главной центральной осью инерции  $z$ .

В рассматриваемом случае плоского косоугольного изгиба угол  $\alpha$  равен углу  $\alpha_F$ .

Спроектируем действующую на балку внешнюю силу  $F$  в главную центральную плоскость  $zOx$ :

$$F_z = F \cos \alpha_F. \quad (6.4)$$

В поперечном сечении балки на расстоянии  $x$  от крайнего левого сечения действует изгибающий момент относительно оси  $y$ :

$$M_y = -F_z x = -F \cos \alpha_F x = M \cos \alpha. \quad (6.5)$$

Нормальное напряжение в произвольной точке поперечного сечения балки согласно принципу независимости действия сил определяется как алгебраическая сумма напряжений от изгибающих моментов относительно главных центральных осей инерции  $M_z$  и  $M_y$ :

$$\sigma = \pm \sigma_{M_z} \pm \sigma_{M_y}.$$

$$\sigma = \pm \frac{M_z}{I_z} y \pm \frac{M_y}{I_y} z. \quad (6.6)$$

При расчете нормальных напряжений по формуле (6.6) все величины подставляются в правую часть по модулю, а знаки перед каждым из двух слагаемых ставятся с учетом растяжения или сжатия в рассматриваемой точке (растяжение – «+», сжатие – «-»), обусловленного соответствующим изгибающим моментом. Так, для показанной на рис. 6.1 схемы нагружения бруса продольные волокна, расположенные выше оси  $z$ , как видно из эпюры  $M_z$ , испытывают сжатие, ниже оси  $z$  – растяжение, а продольные волокна, расположенные справа от оси  $y$ , как видно из эпюры  $M_y$ , испытывают сжатие, слева от оси  $y$  – растяжение. Тогда напряжение в точке  $B(z; y)$ , принадлежащей первому квадранту поперечного сечения балки,

можно найти по формуле (6.6), поставив перед каждым слагаемым в правой части знак «+»:

$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z. \quad (6.7)$$

Из формулы (6.6) видно, что нормальные напряжения в некоторых точках поперечного сечения балки, испытывающей косой изгиб, равны нулю. Эти точки располагаются на прямой линии, проходящей через начало координат (центр тяжести), называемой нейтральной осью. Приравнивая выражение (6.7) к нулю, получаем уравнение нейтральной оси:

$$y = -\operatorname{ctg} \alpha \frac{I_z}{I_y} z. \quad (6.8)$$

Поскольку нейтральная ось проходит через начало координат, то ее уравнение часто бывает удобным представлять следующим выражением:

$$\operatorname{tg} \beta = -\operatorname{ctg} \alpha \frac{I_z}{I_y}, \quad (6.9)$$

где  $\beta$  – угол, который составляет нейтральная ось с главной центральной осью инерции  $z$  (рис. 6.2).

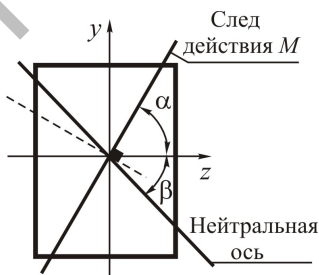


Рис. 6.2. Схема положения следа действия  $M$  и нейтральной оси в поперечном сечении бруса

Нейтральная ось в поперечном сечении бруса при косом изгибе не перпендикулярна следу полного изгибающего момента. Она отклоняется от перпендикуляра к следу полного изгибающего момента к главной центральной оси инерции сечения, относительно

которой момент инерции минимальный. По мере удаления точки от нейтральной оси нормальное напряжение в ней линейно возрастает. Наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси по разные от нее стороны. Причем в одной опасной точке возникает наибольшее растягивающее напряжение  $\sigma_{\max}$ , а в другой – наибольшее сжимающее напряжение  $\sigma_{\min}$ .

При косом изгибе перемещение (прогиб) поперечного сечения  $f$  определяется как геометрическая сумма перемещений (прогибов) в главных центральных плоскостях инерции  $f_z$  и  $f_y$ , найденных теми же методами, что и при прямом изгибе:

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2}. \quad (6.10)$$

Используя метод начальных параметров, получим составляющие полного перемещения концевого поперечного сечения консольной балки (см. рис. 6.3):

$$f_z = -\frac{F \cos \alpha l^3}{3EI_y}; \quad f_y = -\frac{F \sin \alpha l^3}{3EI_z}. \quad (6.11)$$

Полное перемещение  $f$  (рис. 6.3) будет составлять угол  $\gamma$  с осью  $z$ , равный

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{f_y}{f_z} = \operatorname{tg} \alpha \frac{I_y}{I_z}. \quad (6.12)$$

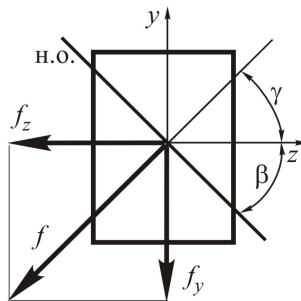


Рис. 6.3. Схема перемещения концевого поперечного сечения балки при косом изгибе



Перемножая уравнения (6.9) и (6.11), найдем

$$\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma = -\operatorname{ctg}\alpha \frac{I_z}{I_y} \cdot \operatorname{tg}\alpha \frac{I_y}{I_z} = -1. \quad (6.13)$$

Таким образом, полное перемещение (прогиб) при косом изгибе перпендикулярно нейтральной оси, т. е. изгиб происходит не в плоскости действия внешних сил, а в плоскости, перпендикулярной к нейтральной оси.

Тогда угол, который составляет нейтральная ось с главной центральной осью инерции  $z$ , можно определить следующим образом:

$$\beta = \gamma - 90^\circ. \quad (6.14)$$

### Описание установки

Лабораторная установка (рис. 6.4) состоит из балки прямоугольного поперечного сечения  $1$ , жестко закрепляемой одним концом посредством цилиндра в заделке  $2$ . На другом конце балки предусмотрен зацеп для подвеса с гирями  $3$  и указатель  $5$  главной центральной оси  $z$ . На стойке штатива закреплены индикаторы  $4$  и  $5$  часового типа для измерения перемещения в направлении оси  $y$  (№ 1) и направлении оси  $z$  (№ 2) (рис. 6.5).

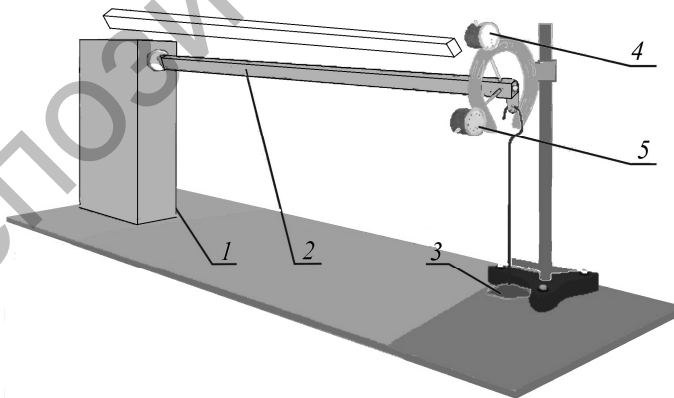


Рис. 6.4. Общий вид лабораторной установки

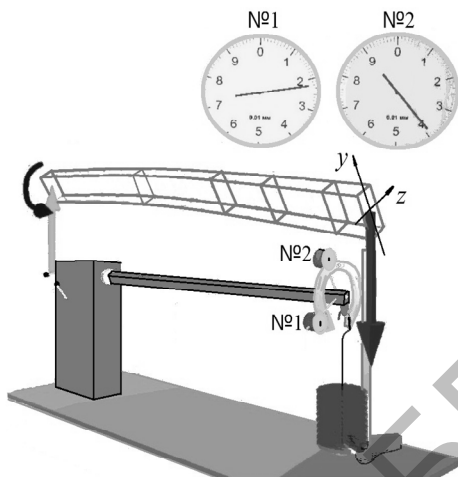


Рис. 6.5. Схема нагружения балки

### Подготовка к проведению работы

1. Изучить по лекциям и учебнику [4] тему «Косой изгиб».
2. Проработать текст данных методических указаний.
3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:
  - название и цель работы;
  - краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
  - принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.

### Порядок проведения работы

1. Произвести настройку лабораторной установки:
  - используя раздел **i** панели инструментов, выбрать длину  $l$  балки, размеры поперечного сечения (ширина  $b$ , высота  $h$ ) и угол  $\omega$  ( $0 < \omega \leq 45^\circ$ ) поворота балки (ось  $y$ ) относительно направления силы (рис. 6.6);
  - составить расчетную схему балки (рис. 6.7) и указать на ней  $l, b, h, \omega$ ;
  - определить угол  $\alpha = 90^\circ - \omega$  и записать его значения в табл. 6.1.

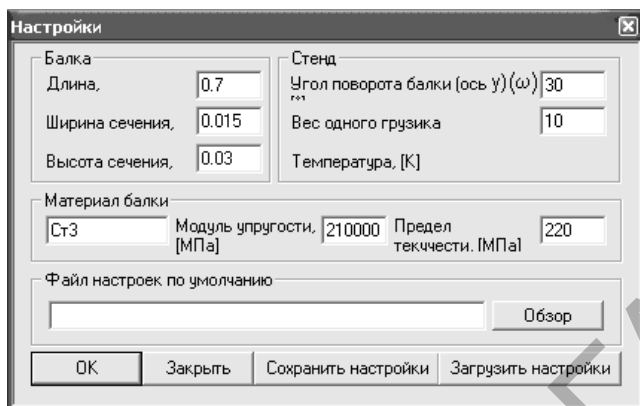


Рис. 6.6. Окно настройки лабораторной установки

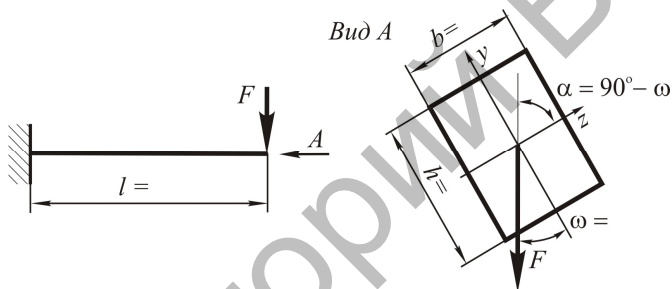



Рис. 6.7. Расчетная схема балки

Таблица 6.1

Экспериментальные данные и результаты расчетов

№ опыта	$\alpha, ^\circ$	$f_z \text{ оп.}, \text{ мм}$	$f_y \text{ оп.}, \text{ мм}$	$f_{\text{оп.}}, \text{ мм}$	$f_z, \text{ мм}$	$f_y, \text{ мм}$	$f, \text{ мм}$	$\gamma_{\text{оп.}}, ^\circ$	$\gamma, ^\circ$	$\beta_{\text{оп.}}, ^\circ$	$\beta, ^\circ$	$\sigma_{\text{max}}, \text{ МПа}$
1												
2	$90^\circ$											
3	$0$											

2. Последовательным нажатием на кнопку  «СТРЕЛКА ВНИЗ» нагрузить балку грузом весом  $F = 50 \text{ Н}$  (см. рис. 6.5).

3. Снять отсчеты по шкалам индикаторов часового типа № 1 –  $f_z$ , № 2 –  $f_y$  и записать их в табл. 6.1.

4. Нажатием на кнопку  «СТРЕЛКА ВВЕРХ» разгрузить балку.

5. Произвести настройку лабораторной установки:  
 – используя раздел **i** панели инструментов, установить угол  $\omega = 0$  поворота балки (ось  $y$ ) относительно направления силы (см. рис. 6.5), при этом  $\alpha = 90^\circ$ .
6. Снять отсчеты по шкалам индикаторов часового типа № 1 –  $f_z$ , № 2 –  $f_y$  и записать их в табл. 6.1.
7. Нажатием на кнопку **↑** «СТРЕЛКА ВВЕРХ» разгрузить балку.

### Обработка опытных данных

1. Вычислить опытное значение полного перемещения концевое сечения балки и записать его в табл. 6.1.

$$f_{\text{оп}} = \sqrt{f_{z \text{ оп}}^2 + f_{y \text{ оп}}^2}. \quad (6.15)$$

2. Вычислить теоретически составляющие перемещения  $f_z$  и  $f_y$  по формулам (6.11) и полное перемещение  $f$  по формуле (6.10) и записать их в табл. 6.1.

3. Определить расхождение  $f_{\text{оп}}$  от  $f$ :

$$\Delta f = \frac{f_{\text{оп}} - f}{f} \cdot 100 \%. \quad (6.16)$$

Сделать в этой части заключение.

4. Определить опытное значение угла  $\gamma_{\text{оп}}$ , заключенного между осью  $z$  и направлением вектора полного перемещения (см. рис. 6.3), и записать их в табл. 6.1.

$$\gamma_{\text{оп}} = \arctg \frac{f_{y \text{ оп}}}{f_{z \text{ оп}}}. \quad (6.17)$$

5. Теоретически определить значение угла  $\gamma$ , заключенного между осью  $z$  и направлением вектора полного перемещения (см. рис. 6.3), и записать их в табл. 6.1.

$$\gamma = \arctg \left( \tg \alpha \frac{I_y}{I_z} \right). \quad (6.18)$$

6. Определить расхождение  $\gamma_{\text{оп}}$  от  $\gamma$ :

$$\Delta \gamma = \frac{\gamma_{\text{оп}} - \gamma}{\gamma} 100 \%. \quad (6.19)$$

Сделать в этой части заключение.

7. Найти опытным путем при заданном значении  $\alpha$  ( $45^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ ) положение нейтральной оси в сечении балки ( $\beta_{\text{оп}}$ ) и записать в табл. 6.1.

$$\beta_{\text{оп}} = \gamma_{\text{оп}} - 90^\circ. \quad (6.20)$$

8. Определить теоретически по формуле (6.9) при заданном значении  $\alpha$  ( $45^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ ) положение нейтральной оси в сечении балки ( $\beta$ ) и записать в табл. 6.1.

9. Определить расхождение  $\beta_{\text{оп}}$  и  $\beta$ :

$$\Delta \beta = \frac{\beta_{\text{оп}} - \beta}{\beta} 100 \%. \quad (6.21)$$

Сделать в этой части заключение.

10. Вычислить по формуле (6.7) максимальные нормальные напряжения в опасном сечении балки при косом ( $0 < \alpha < 90^\circ$ ) и прямом изгибах ( $\alpha = 90^\circ$ ).

11. Проанализировать полученные значения и сделать выводы.

### Контрольные вопросы

1. Какой вид нагружения называется сложным?
2. Какой изгиб называется косым?
3. Может ли балка круглого поперечного сечения испытывать косой изгиб? Поясните свой ответ.
4. Сочетанием каких видов изгиба является косой изгиб?
5. По каким формулам определяются нормальные напряжения в поперечных сечениях бруса при косом изгибе? Как устанавливаются знаки этих напряжений?
6. Как найти положение нейтральной оси при косом изгибе?
7. Что представляют собой опасные точки в сечении, и как определяется их положение при косом изгибе?
8. Как определяются величина и направление перемещения сечения балки при косом изгибе?

## ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ

*Цель работы:* экспериментальное определение нормальных напряжений в прямоугольном поперечном сечении внецентренно растянутого стержня и сравнение их с напряжениями, вычисленными теоретически. Построение эпюр нормальных напряжений в сечении образца.

### Теоретическое обоснование

*Внецентренное растяжение (или сжатие) – такой вид сложного нагружения, при котором под действием внецентренно приложенной продольной внешней нагрузки в поперечных сечениях бруса одновременно действуют нормальная растягивающая или сжимающая сила и изгибающий момент. Этот вид нагружения получается тогда, когда равнодействующая внешних сил смещена относительно центра тяжести поперечного сечения и направлена параллельно оси бруса.*

Если на брус в произвольном поперечном сечении в точке  $B$  действует сила  $F$ , являющаяся равнодействующей всех внешних сил, то ее координаты  $z_F$  и  $y_F$  называются эксцентриситетами этой силы относительно главных центральных осей сечения  $z$  и  $y$  (рис. 7.1, а). Точка  $B$  приложения силы  $F$  называется полюсом, или центром давления.

Приложим в центре тяжести верхнего поперечного сечения  $O$  две равные и противоположно направленные силы  $F$ . Тогда сила  $F$ , действующая в точке  $B$ , и сила  $F$ , действующая в точке  $O$  и направленная вниз, составляют пару сил с моментом  $M = Fl_{OB}$ . Составляющие этого момента в поперечных сечениях бруса вызывают изгибающие моменты относительно осей  $z$  и  $y$  (рис. 7.1, б):

$$M_z = Fy_F; \quad M_y = Fz_F. \quad (7.1)$$

Оставшаяся сила  $F$ , действующая по оси бруса, является центральной растягивающей силой и вызывает в поперечных сечениях бруса продольную силу  $N = F$ .

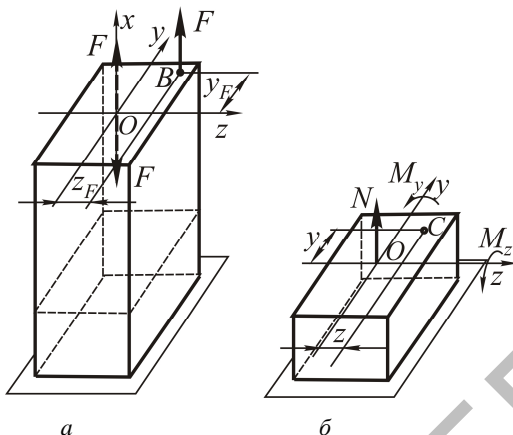


Рис. 7.1. Схема внецентренного растяжения

Таким образом, внецентренное растяжение (сжатие) в любом поперечном сечении приводится к центральному растяжению (сжатию) от нормальной силы  $F$  и изгибу относительно осей  $z$  и  $y$ . Нормальное напряжение  $\sigma$  в любой точке с координатами  $z$  и  $y$  поперечного сечения бруса, на основании принципа независимости действия сил, равно алгебраической сумме напряжений от действия каждого внутреннего силового фактора:

$$\sigma = \sigma_N \pm \sigma_{M_z} \pm \sigma_{M_y} \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{I_z} y \pm \frac{M_y}{I_y} z, \quad (7.2)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения бруса;

$I_z$  и  $I_y$  – соответственно, осевые моменты инерции относительно осей  $z$  и  $y$ .

При расчете нормальных напряжений все величины, входящие в правую часть выражения (7.2), подставляются по модулю, а знаки перед каждым слагаемым ставятся с учетом растяжения или сжатия в рассматриваемой точке (растяжение – «+», сжатие – «-»), обусловленного соответствующим внутренним силовым фактором. Тогда напряжение в точке  $C(z; y)$  (см. рис. 7.2, б), принадлежащей первому квадранту поперечного сечения бруса, будет определяться по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z \quad \text{или} \quad \sigma = \frac{F}{A} + \frac{F y_F}{I_z} y + \frac{F z_F}{I_y} z. \quad (7.3)$$

Для определения положения точек поперечного сечения бруса, в которых нормальные напряжения равны нулю, правая часть выражения (7.3) приравняется к нулю. После преобразований получим

$$\frac{y_F}{I_z} y + \frac{z_F}{I_y} z = -\frac{1}{A}. \quad (7.4)$$

Из формулы (7.4) видно, что точки поперечного сечения бруса, в которых нормальные напряжения равны нулю, располагаются на прямой линии, не проходящей через начало координат (центр тяжести). Эта линия называется нейтральной линией. Положение нейтральной линии удобно представлять в виде отрезков, которые она отсекает на главных центральных осях инерции поперечного сечения:

$$a_z = -\frac{I_y}{A z_F}; \quad a_y = -\frac{I_z}{A y_F}, \quad (7.5)$$

где  $a_z, a_y$  – соответственно, отрезок, отсекаемый нейтральной линией на оси  $z$  и  $y$ .

По мере удаления точки поперечного сечения бруса от нейтральной линии нормальное напряжение в ней будет линейно возрастать. Тогда опасные точки поперечного сечения будут располагаться на наибольшем удалении от нейтральной линии.

### Подготовка к проведению работы

1. Изучить по лекциям и учебнику [4] тему «Внецентренное растяжение и сжатие брусьев большой жесткости».
2. Проработать текст данных методических указаний.
3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:
  - название и цель работы;
  - краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
  - принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.



## Порядок выполнения работы

Внецентренное растяжение бруса прямоугольного поперечного сечения  $1$  имитирует виртуальная лабораторная установка на специальном стенде  $2$  (рис. 7.2). Она позволяет осуществлять нагружение и разгрузку бруса с контролем нагрузки динамометром  $3$  и контролем деформации по двум рычажным тензоретам  $T1$  и  $T2$ . Так как эксцентриситет  $y_F = 0$ , то в поперечном сечении бруса возникают два внутренних силовых фактора: продольная сила  $N = F$  и изгибающий момент  $M_y = F \cdot z_F$ , где  $z_F$  – эксцентриситет приложения силы по отношению к центру тяжести сечения.

В эксперименте необходимо определить нормальные напряжения в точках  $1$  и  $2$  опасного сечения бруса (рис. 7.3) по величинам соответствующих абсолютных деформаций стержня.

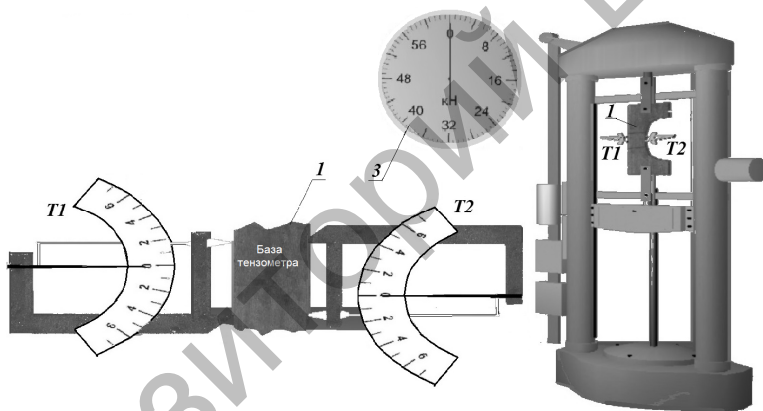


Рис. 7.2. Общий вид виртуальной лабораторной установки

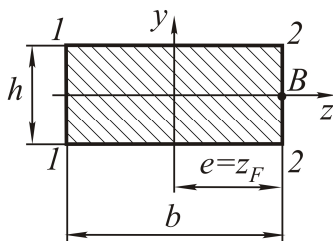


Рис. 7.3. Схема поперечного сечения бруса

Для этого применяются два механических рычажных тензометра  $T1$  и  $T2$ , установленных, соответственно, слева (на сжатых волокнах) и справа (на растянутых волокнах) от бруса. Тензометр представляет собой жесткую рамку, соприкасающуюся с образцом в одной точке неподвижным острием, а в другой – с помощью поворачивающейся призмы, соединенной с качающимся рычагом. В свою очередь, рычаг соединен со стрелкой, указывающей отсчет по шкале. Неподвижное острие и острие поворачивающейся призмы к деформируемому стержню прижимаются скобой с винтом.

При деформации расстояние между точками изменяется, что и фиксирует стрелка тензометра. База прибора – расстояние между его подвижным и неподвижным остриями  $L = 20$  мм. Настройки параметров приведены на рис. 7.4.

Брус прямоугольного поперечного сечения:

$b$  – ширина сечения, мм;

$h$  – высота сечения, мм;

$z_F$  – эксцентриситет приложения растягивающей нагрузки, мм;


$k_T = 0,001$  – цена деления шкалы рычажного тензометра, мм.

Рис. 7.4. Окно настройки параметров эксперимента

Команды управления выведены на панель инструментов (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Управление командами на «Панели инструментов»

Панель инструментов		Команды
1. Новый эксперимент		Начало эксперимента
2. Настройки		Установить параметры эксперимента (рис. 7.3): – материал образца из предлагаемого перечня; – размеры поперечного сечения – $h$ и $b$ ; – эксцентриситет нагрузки $e = z_F$
3. Запустить стенд		Включить гидронасос – выполнение эксперимента
4. Опустить траверсу		Довести стрелку динамометра до отметки 20 кН
5. Остановить стенд		Выключить нагружение образца. Записать показания рычажных тензометров $T1$ и $T2$ в соответствующие графы табл. 7.2
6. Поднять траверсу		Разгрузить образец
7. Остановить стенд		Выключить гидронасос – окончание эксперимента

### Обработка опытных данных

1. На основании опытных данных, полученных при внецентренном растяжении стержня прямоугольного сечения, определить и записать в табл. 7.2 экспериментальные значения:

– нормальных напряжений в исследуемых точках поперечного сечения:

$$\sigma_{(1)} = -E \frac{k_T N_1}{L}; \quad \sigma_{(2)} = E \frac{k_T N_2}{L}.$$

– положение нейтральной линии  $a_z$  (отрезок, отсекаемый нейтральной линией на главной центральной оси  $z$ ), определяемое из соотношения

$$a_z = \frac{b}{2} \cdot \frac{\sigma_{(1)} + \sigma_{(2)}}{\sigma_{(1)} - \sigma_{(2)}}.$$

Таблица 7.2

Экспериментальные и теоретические значения определяемых величин

Показатели		Исследуемая точка	
Нагрузка на образец $F = \underline{\hspace{2cm}}$ Н		1	2
Экспериментальные данные	показания рычажных тензометров $N_i$ , ед.		
	нормальные напряжения $\sigma$ , МПа		
	положение нейтральной линии в сечении $a_z$ , мм		
Теоретические данные	нормальные напряжения $\sigma$ , МПа		
	положение нейтральной линии в сечении $a_z$ , мм		

2. Определить и записать в табл. 7.2 теоретические значения:  
 – нормальных напряжений в исследуемых точках поперечного сечения:

$$\sigma_{(1)} = \frac{N}{A} - \frac{M_y}{I_y} z_1 = \frac{F}{A} - \frac{Fz_F}{I_y} z_1;$$

$$\sigma_{(2)} = \frac{N}{A} - \frac{M_y}{I_y} z_2 = \frac{F}{A} - \frac{Fz_F}{I_y} z_2,$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения бруса,  $A = bh$ ;

$z_1, z_2$  – соответственно, абсциссы точек 1 и 2 поперечного сечения бруса;

$I_y$  – момент инерции поперечного сечения относительно оси  $y$ :

$$I_y = \frac{hb^3}{12};$$

– положение нейтральной линии  $a_z$  (отрезок, отсекаемый нейтральной линией на главной центральной оси  $z$ ), определяемое из соотношения (7.5).

3. Построить эпюру нормальных напряжений по ширине опасного сечения бруса (использовать теоретические значения).

4. Проанализировать полученные значения и сделать выводы.

## Контрольные вопросы

1. При каком условии в поперечных сечениях бруса возникает внецентренное растяжение (сжатие)?
2. Как называются координаты точки приложения равнодействующей внешних сил?
3. Чему равно нормальное напряжение в любой точке поперечного сечения бруса, испытывающего внецентренное растяжение (сжатие)?
4. Зависит ли положение нейтральной линии в поперечном сечении бруса от величины и знака силы?
5. Как располагаются нейтральная линия и полюс относительно центра тяжести поперечного сечения?

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В СТЕРЖНЯХ ПЛОСКОЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ**

*Цель работы:* экспериментальное и теоретическое определение напряжений и перемещений в стержнях плоской статически неопределимой рамы.

### **Теоретическое обоснование**

*Статически неопределимыми называются системы, в которых опорные реакции и внутренние силовые факторы не могут быть определены с помощью уравнений статики и метода сечений.* Для прочностного расчета таких систем необходимо составить дополнительные уравнения, которые называются уравнениями перемещений.

Степень статической неопределимости системы называется разность между числом наложенных связей и числом независимых уравнений равновесия, которые можно составить для данной системы.

Статически неопределимые системы позволяют за счет более рационального распределения усилий по элементам конструкции достигать значительной экономии материала. Дополнительные связи увеличивают жесткость конструкции и предохраняют ее при нарушении любой связи от разрушения.

Наиболее общим методом расчета статически неопределимых систем является метод сил. Суть этого метода заключается в том, что статически неопределимая система путем освобождения от дополнительных (лишних) связей превращается в статически определимую, геометрически неизменяемую систему. Действие отброшенных связей заменяется неизвестными силами и моментами. Их величины подбираются так, чтобы перемещения в системе оставались такими же, что и при наличии дополнительных связей. Основная система, к которой приложены все внешние нагрузки и неизвестные силы, заменяющие отброшенные связи, называется эквивалентной. Две системы считаются эквивалентными, если напряжения, деформации и перемещения в них одинаковы. Если системы упругие, для их эквивалентности достаточно, чтобы перемещения в них были одинаковы.

Если трижды статически неопределимая система геометрически симметрична, то при выборе основной системы рациональнее разрезать ее по оси симметрии и рассматривать перемещения половинок системы.

Неизвестные силы определяются путем решения канонических уравнений метода сил, число которых равно степени статической неопределимости системы. Для дважды статически неопределимой системы канонические уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2F} &= 0;\end{aligned}\tag{8.1}$$

для трижды статически неопределимой:

$$\begin{aligned}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1F} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2F} &= 0; \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3F} &= 0.\end{aligned}\tag{8.2}$$

Канонические уравнения выражают условия равенства нулю суммарных перемещений по направлению каждой из отброшенных связей.

Коэффициенты при неизвестных силах представляют собой перемещения в основной системе, вызванные единичными силами, заменяющими неизвестные силы. Перемещения с одинаковыми индексами ( $\delta_{11}$ ,  $\delta_{22}$ ,  $\delta_{33}$ ) называются главными коэффициентами канонических уравнений. Они всегда положительны и не равны нулю. Перемещения с разными индексами ( $\delta_{12}$ ,  $\delta_{13}$ ,  $\delta_{32}$  и т. п.) называются побочными коэффициентами канонических уравнений и могут быть положительными, отрицательными и равными нулю. Чем больше этих коэффициентов равно нулю, тем рациональнее выбрана основная система. Согласно теореме о взаимности перемещений эти коэффициенты попарно равны, т. е.  $\delta_{12} = \delta_{21}$ ,  $\delta_{13} = \delta_{31}$ ,  $\delta_{23} = \delta_{32}$ .

Свободные члены уравнений  $\Delta_{1F}$ ,  $\Delta_{2F}$ ,  $\Delta_{3F}$  представляют перемещения в основной системе под действием заданных внешних сил и называются грузовыми коэффициентами.

Коэффициенты канонических уравнений определяются с помощью интегралов Максвелла–Мора или способа Верещагина. После их определения решается система канонических уравнений, и определяются неизвестные силы.

К основной системе с учетом знаков прикладываются найденные силы и заданные нагрузки. Обычным способом, как для статически определимой рамы, строятся суммарные эпюры внутренних силовых факторов  $M$ ,  $Q$ ,  $N$ .

После построения суммарной эпюры изгибающих моментов проводятся проверки:

1) статическая проверка, которая заключается в проверке равновесия каждого вырезанного из рамы узла под действием внешних сил и внутренних силовых факторов;

2) деформационная проверка, которая заключается в определении перемещений в заданной системе по направлению лишней связей. Так как в заданной системе перемещение по направлению лишней связи должно отсутствовать, то произведение окончательной эпюры изгибающих моментов на каждую из единичных эпюр должно равняться нулю.

### Описание установки

Рама, схема которой изображена на рис. 8.1, изготовлена из стальной полосы прямоугольного сечения  $30 \times 3$  мм. Нагружение рамы производится ступенчато по 10 Н через нагрузочные призмы 4, к которым присоединяются гиревые подвесы 5. Число ступеней нагрузки задается преподавателем.

В точках 1, 2, 3 на поверхности рамы наклеены тензорезисторы, с помощью которых измеряются напряжения и линейные деформации. Вертикальное перемещение точки 1 измеряется индикатором часового типа с ценой деления 0,01 мм.

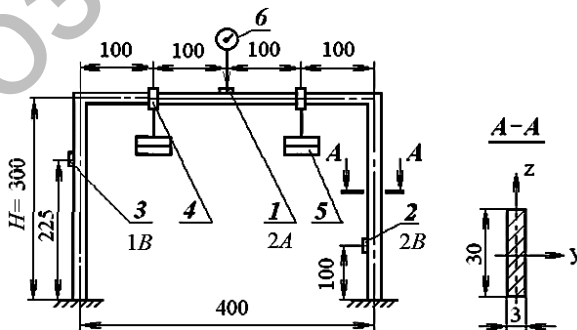



Рис. 8.1. Схема лабораторной установки



Для измерения деформаций, напряжений в элементах рамы с помощью тензорезисторов применяется тензометрическая станция TS32L1-02, которая обеспечивает внутреннюю коммутацию до 32 тензорезисторных мостов. Связь с терминалом (компьютером) осуществляется с помощью беспроводного интерфейса Bluetooth 2.0. Принцип действия станции основан на измерении напряжения на плечах разбалансированного резисторного моста по отношению к напряжению питания моста. С помощью внутренней коммутации резисторный мост может быть образован из четырех внешних резисторов (подключение по схеме «мост»), двух внешних и двух внутренних резисторов (подключение по схеме «полумост») или одного внешнего и трех внутренних резисторов (подключение по схеме «четвертьмост»). Конструктивно станция состоит из электронного блока и сетевого адаптера. Внешний вид электронного блока представлен на рис. 8.2.



Рис. 8.2. Внешний вид электронного блока станции

На передней панели электронного блока расположены кнопка включения/выключения питания, индикатор питания (красный светодиод) и индикатор активности соединения (синий светодиод). На боковых панелях электронного блока расположены 16 разъемов для подключения тензорезисторов, пронумерованные цифрами от 1 до 16. На задней панели электронного блока расположен разъем  для подключения сетевого адаптера или кабеля интерфейса USB.

Конструкция опорных узлов рамы позволяет создавать два типа опоры: защемление и шарнирно-неподвижную. Это дает возможность на данной установке проводить исследования семи вариантов рам (рис. 8.3), которые отличаются степенью статической неопределенности и местом приложения нагрузки. Вариант рамы, предназначенный для исследований, задается преподавателем.

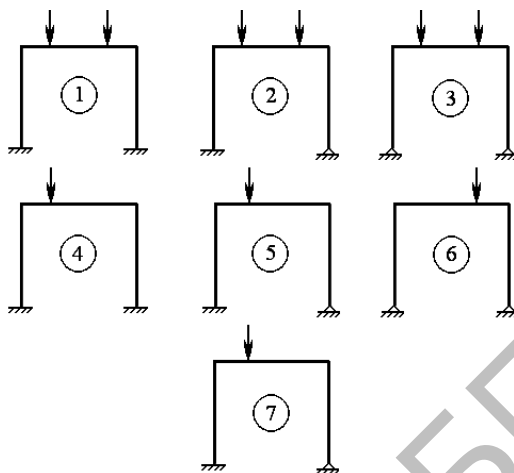


Рис. 8.3. Варианты расчетных схем статически неопределимых рам

### Подготовка к проведению работы

1. Изучить по лекциям и учебнику [4] тему «Расчет статически неопределимых стержневых систем методом сил».
2. Проработать текст данных методических указаний.
3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:
  - название и цель работы;
  - краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
  - принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.
4. Построить эпюру изгибающих моментов для заданной расчетной схемы рамы.

### Порядок проведения работы

1. Проверить и установить гиревые подвесы согласно схеме (см. рис. 8.1).
2. Установить стрелку индикатора часового типа на «0».
3. Подключить необходимое количество кабелей, соединив тензорезисторы на раме с электронным блоком станции TS32L1-02.

4. Подключить сетевой адаптер к электронному блоку.
5. Включить вилку сетевого адаптера в сеть.
6. Нажать на кнопку включения питания.
7. Произвести программную настройку терминала в соответствии с количеством и типом подключенных тензорезисторов.
8. Приложить на каждый подвес нагрузку  $F = 30 \text{ Н}$ .
9. Запустить цикл измерения.
10. Записать в табл. 8.1 опытные значения напряжений, возникающих в раме, соответственно, в точках 1, 2 и 3 по измерительным каналам 2А, 2В и 1В.

Таблица 8.1

Опытные данные и расчетные значения

Величина		Значение		Отклонение, %
		теоретическое	опытное	
Перемещение в заданном сечении $f$ , мм				
Напряжения в точке, МПа	1			
	2			
	3			

11. Записать в табл. 8.1 показания индикатора часового типа.
12. Установку разгрузить, выключить тензометрическую станцию TS32L1-02.

### Обработка опытных данных

1. Определить наибольшие нормальные напряжения в раме в заданных точках

$$\sigma_{\max(1-3)} = \frac{M_{(1-3)}}{W_z}$$

2. Определить отклонения теоретических результатов напряжений от опытных и записать данные отклонения в табл. 8.1:

$$\Delta \sigma = \left| \frac{\sigma_{\text{оп}} - \sigma_{\text{т}}}{\sigma_{\text{т}}} \right| 100 \%$$

3. Теоретически определить в раме вертикальное перемещение  $f_T$  точки  $I$ .

4. Определить отклонения теоретического значения перемещения от опытного и записать данные отклонения (%) в табл. 8.1:

$$\Delta_f = \frac{f_{\text{оп}} - f_T}{f_T} 100 \%$$

5. Проанализировать полученные значения и сделать выводы.

### **Контрольные вопросы**

1. Как определяется степень статической неопределимости?
2. В чем суть метода сил?
3. Сколько канонических уравнений можно составить для данной статически неопределимой рамы? Что представляет собой каждый из членов канонического уравнения?
4. Как определяются перемещения в статически неопределимых системах?

### **Темы для УИРС**

1. Исследование схем опорных закреплений статически неопределимой рамы для повышения ее прочности.
2. Повышение нагрузочной способности статически неопределимой рамы.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

*Цель работы:* определить критическую силу и коэффициент приведения длины стержня большой гибкости при различных способах закрепления концов.

### Теоретическое обоснование

Под устойчивостью понимается способность упругой системы сохранять под нагрузкой свою первоначальную форму равновесия. Если система этой способностью не обладает, то она называется неустойчивой, а ее состояние является неустойчивым. Например, если шарик находится на дне лунки (рис. 9.1, а), то его состояние устойчивое, а на если шарик располагается на вершине выпуклости (рис. 9.1, б), то его состояние неустойчивое.



Рис. 9.1. Устойчивое и неустойчивое состояния системы

В реальных условиях эксплуатации конструкции всегда существуют причины, из-за которых может произойти отклонение, самое незначительное, от исходного состояния равновесия. Следовательно, в неустойчивой системе всегда реализуется возможность перехода в новое состояние равновесия, т. е. происходит потеря устойчивости, что в подавляющем большинстве случаев сопровождается значительными перемещениями, возникновением пластических деформаций или полным разрушением. Явление потери устойчивости для упругих тел можно наблюдать на целом ряде примеров. Наиболее простыми и распространенными случаями являются потеря устойчивости при центральном сжатии длинных (по сравнению с поперечными размерами) стержней, тонкостенных труб, прокатных профилей и т. д.

Проследим явление потери устойчивости стержня центрально приложенной сжимающей силой  $F$ , которая постепенно возрастает (рис. 9.2, а). Пока сила  $F$  мала, стержень, выведенный из равновесия незначительной, кратковременно действующей силой  $Q$  (рис. 9.2, б), совершив несколько колебаний (рис. 9.2, в), вернется в исходное прямолинейное состояние. По мере роста силы  $F$  стержень будет медленнее и медленнее возвращаться в исходное состояние. И, наконец, при некотором значении силы  $F$  стержень, выведенный из равновесия силой  $Q$ , останется в искривленном состоянии (рис. 9.2, г). Значит, произошла потеря устойчивости. *Наименьшая сжимающая сила, при которой прямолинейная форма равновесия стержня становится неустойчивой, называется критической силой и обозначается  $F_{\text{к}}$ .*

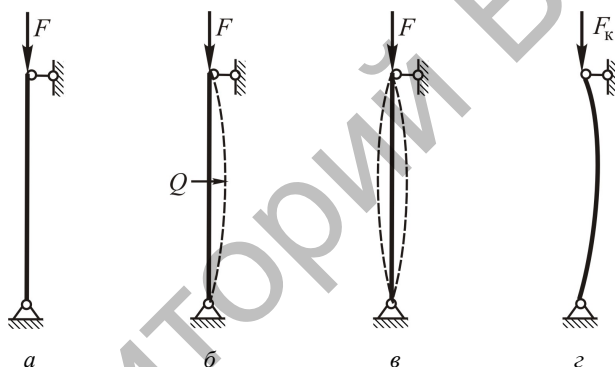


Рис. 9.2. Нагружение и потеря устойчивости сжатого стержня

*Потеря устойчивости прямолинейной формы равновесия стержня под действием осевой сжимающей нагрузки называется продольным изгибом.* В этом случае в сечениях стержня наряду с продольной силой действует и изгибающий момент, интенсивно возрастающий при увеличении нагрузки сверх критической. Изгибающий момент вызывает резкое увеличение напряжений и часто является причиной разрушения конструкции.

Впервые задачу о равновесии стержня, сжатого центральными силами, поставил и решил Леонард Эйлер в середине XVIII в. Формула Эйлера для определения критической силы сжатого стержня имеет вид

$$F_k = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}, \quad (9.1)$$

где  $I_{\min}$  – минимальный момент инерции поперечного сечения стержня;  
 $\mu$  – коэффициент приведения длины, величина которого зависит от способов закрепления концов стержня;  
 $l$  – длина стержня.

Коэффициент приведения длины показывает, во сколько раз необходимо изменить длину шарнирно закрепленного и сжатого центральными силами стержня по концам, чтобы его критическая сила была равна критической силе стержня длиной  $l$  при заданном способе закрепления и нагружения. Для наиболее часто встречающихся на практике случаев закрепления и нагружения стержня коэффициент  $\mu$  имеет значения, представленные на рис. 9.3.

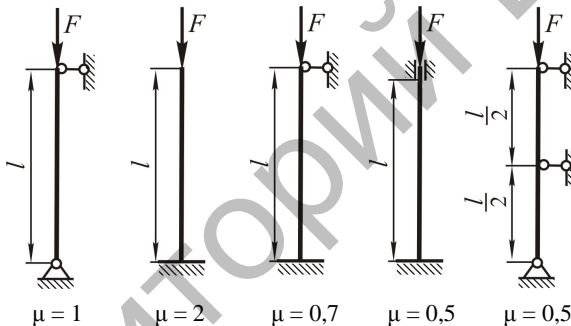


Рис. 9.3. Значения коэффициента приведения длины стержня

Напряжения, возникающие в поперечном сечении стержня при  $F = F_k$ , называются критическими и определяются по формуле

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A} = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (9.2)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала стержня;  
 $A$  – площадь поперечного сечения стержня;

$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$  – гибкость стержня, где  $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$  – минимальный радиус инерции сечения.

Формула Эйлера применима, когда критические напряжения в стержне  $\sigma_k$  не превышают предела пропорциональности  $\sigma_{II}$ :

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{II}. \quad (9.3)$$

Наименьшая гибкость стержня, при которой еще применима формула Эйлера, называется предельной гибкостью и определяется по формуле

$$\lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{II}}}. \quad (9.4)$$

Тогда формула Эйлера применима к расчету стержней, для которых гибкость больше или равна предельной гибкости:  $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}}$ . Такие стержни называются стержнями большой гибкости.

Стержни, для которых  $\lambda_{\text{пред}} > \lambda \geq \lambda_0$ , относятся к стержням средней гибкости ( $\lambda_0$  – значение гибкости, при котором критические напряжения у стержней из пластичных материалов достигают предела текучести, из хрупких материалов – предела прочности). Расчет стержней средней гибкости ведется с использованием формулы Ясинского:

$$\sigma_k = a - b\lambda, \quad (9.5)$$

где  $a, b$  – опытные коэффициенты, зависящие от свойств материала и имеющие размерность напряжения.

Стержни, для которых  $\lambda < \lambda_0$ , относятся к стержням малой гибкости. Расчет таких стержней ведется на прочность, поскольку в этом случае потери устойчивости практически не происходит.

На величину критической силы сжатого стержня существенное влияние оказывает коэффициент приведения длины. Для его определения опытным путем можно использовать экспериментальные значения критической силы для стержня при различных способах закрепления концов. Пускай критические силы для одного и того же стержня большой гибкости с шарнирно закрепленными концами и с другими способами закрепления концов определяются, соответственно, по формулам:



$$F_{\text{кo}} = \frac{\pi^2 EI_{\text{min}}}{(\mu_0 l)^2}; \quad (9.6)$$

$$F_{\text{ки}} = \frac{\pi^2 EI_{\text{min}}}{(\mu_i l)^2}. \quad (9.7)$$

Приняв отношения уравнений (9.6) и (9.7), получим

$$\frac{F_{\text{кo}}}{F_{\text{ки}}} = \frac{\mu_i^2}{\mu_0^2}. \quad (9.8)$$

Подставляя в выражение (9.8)  $\mu_0 = 1$ , получим формулу для определения коэффициента приведения длины стержня большой гибкости при других способах закрепления концов:

$$\mu_i = \sqrt{\frac{F_{\text{кo}}}{F_{\text{ки}}}}. \quad (9.9)$$

### Описание установки

Лабораторная установка (рис. 9.4) состоит из разрывной машины 1 для приложения сжимающей нагрузки, включающей нижнюю 2 и верхнюю 3 опоры.

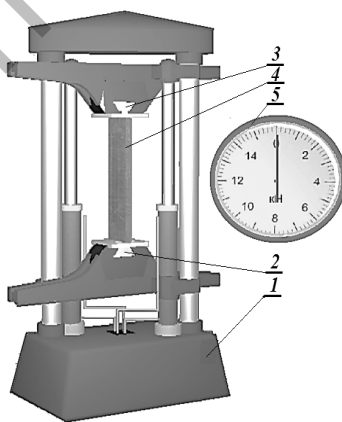


Рис. 9.4. Лабораторная установка для исследования явления потери устойчивости сжатых стержней

Стержень 4 прямоугольного сечения концами установлен в верхней и нижней опорах, которые позволяют моделировать закрепление концов стержня в виде шарнира или заделки. Измерение величины силы, сжимающей стержень, производится датчиком часового типа 5.


### Подготовка к проведению работы


1. Изучить по лекциям и учебнику [4] тему «Продольный изгиб прямых стержней».
2. Проработать текст данных методических указаний.
3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:
  - название и цель работы;
  - краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
  - принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.


### Порядок проведения работы


1. Произвести настройку лабораторной установки: используя раздел **i** панели инструментов, выбрать длину  $l$  стержня, размеры поперечного сечения (ширина  $b$ , высота  $h$ ) и схему закрепления концов (рис. 9.5).

2. Черной кнопкой  «запустить гидронасос» (появляется характерный звук).

3. Нажатием на кнопку  «СТРЕЛКА ВНИЗ» нагрузить стержень центрально приложенной силой. При достижении критической силы  $F_k$  увеличение сжимающей нагрузки на графике (зависимость прогиба стержня, измеряемого индикатором, от величины приложенной силы) автоматически прекращается (рис. 9.6). Записать значения  $F_k$  в табл. 9.1.

4. Дополнительное нажатие на кнопку  «СТРЕЛКА ВНИЗ» приводит к потере устойчивости и появлению заметного выпучивания стержня.

5. Нажатием на кнопку  «СТРЕЛКА ВВЕРХ» разгрузить стержень.

6. Красной кнопкой  «остановить гидронасос» (исчезает характерный звук).

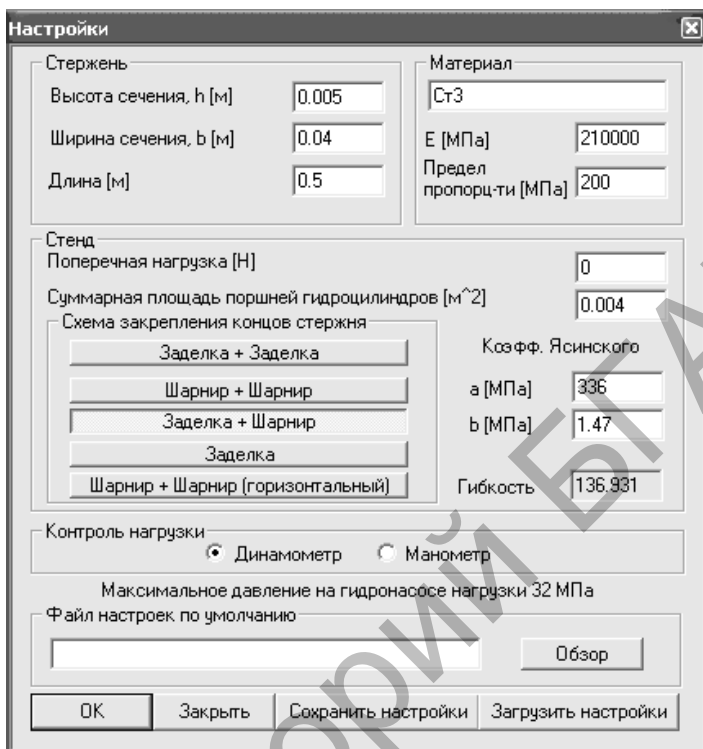


Рис. 9.5. Окно настройки лабораторной установки

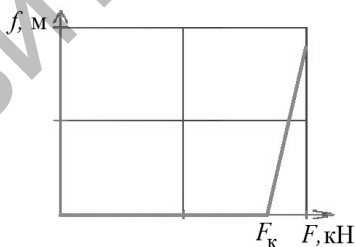
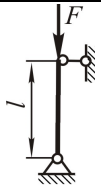
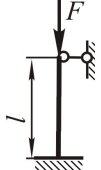



Рис. 9.6. Графическая зависимость прогиба стержня от величины приложенной силы

7. Провести опыты при других схемах закрепления концов стержня, указанных в табл. 9.1, не изменяя при этом размеры стержня ( $l, b, h$ ), т. е. выполнить требования пп. 1–7.

Таблица 9.1

## Критическая сила и коэффициент приведения длины стержня

Способ закрепления концов стержня	Схема стержня	Критическая сила $F_{кр}$ , Н		Коэффициент приведения длины	
		Теоретически	Экспериментально	Теоретически	Экспериментально
Оба конца шарнирно закреплены				1	
Один конец – заделка, другой – шарнирно закреплен				0,7	
Оба конца – заделка				0,5	
Размеры стержня, мм		$l =$			
		$b =$			
		$h =$			

**Обработка опытных данных**

1. Вычислить по формуле (9.1) для каждого способа закрепления концов стержня теоретические значения критических сил (предварительно убедиться, что формула Эйлера применима) и занести их в табл. 9.1.

2. Определить по формуле (9.9), используя экспериментальные значения критических сил, экспериментальные значения коэффициентов приведения длины  $\mu$  для каждого способа закрепления концов стержня и занести их в табл. 9.1.

3. Сравнить экспериментальные значения критических сил, коэффициентов приведения длины стержня с их теоретическими значениями, оценить расхождения, сделать вывод.

## Контрольные вопросы

1. В чем заключается сущность явления потери устойчивости сжатого стержня?
2. Дайте определение критической силы и критических напряжений.
3. Дайте определение гибкости стержня.
4. Дайте определение предельной гибкости стержня.
5. Какие стержни относятся к стержням большой, средней и малой гибкости?
6. Какой вид имеет формула Эйлера для определения критической силы сжатого стержня?
7. Каковы пределы применимости формулы Эйлера?
8. Запишите формулу Ясинского.
9. Что представляет собой коэффициент приведения длины, и чему он равен для различных способов закрепления концов сжатого стержня?
10. Как влияет способ закрепления концов сжатого стержня на величину критической силы?
11. Как экспериментально определяется коэффициент приведения длины сжатого стержня большой гибкости?

## **ИСПЫТАНИЕ МЕТАЛЛОВ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ УСТАЛОСТИ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ НАПРЯЖЕНИЯХ**

*Цель работы:* ознакомиться с методикой проведения усталостных испытаний. Определить предел выносливости стали и предел ограниченной выносливости при заданном числе циклов.

### **Теоретическое обоснование**

Под действием переменных, многократно повторяющихся напряжений в поверхностных слоях образцов и деталей зарождаются и постепенно развиваются вглубь трещины, вызывающие через некоторое число циклов перемен напряжений разрушение материала. Это разрушение происходит при напряжениях, значительно меньших пределов прочности и текучести, получаемых при статических испытаниях.

Распространение усталостной трещины представляет собой длительный процесс. Когда сечение ослабляется настолько, что действующие в нем напряжения превысят разрушающие, происходит внезапное разрушение материала.

*Процесс постепенного накопления повреждений в материале под действием переменных напряжений, приводящий к образованию трещин, их развитию и разрушению детали, называют усталостью, соответствующее разрушение – усталостным разрушением.* Свойство материала воспринимать, не разрушаясь, длительное действие переменных напряжений, называется выносливостью.

Задача усталостных испытаний – дать количественную оценку способности материала работать без разрушений при периодически изменяющихся напряжениях, необходимую для проведения расчетов элементов конструкций на усталостную прочность.

Современные методы испытаний на сопротивление усталости отличаются характером изменения напряжений во времени (по симметричному или асимметричному циклу) и видом нагружения образцов (изгиб, растяжение – сжатие, кручение).

Наиболее распространенным является испытание в условиях симметричного цикла образцов, работающих на чистый изгиб при вращении.

По результатам испытаний строят кривую усталости, или кривую Веллера.

Кривая усталости при симметричном цикле представляет собой зависимость амплитуды напряжения цикла от числа циклов до разрушения (рис. 10.1).

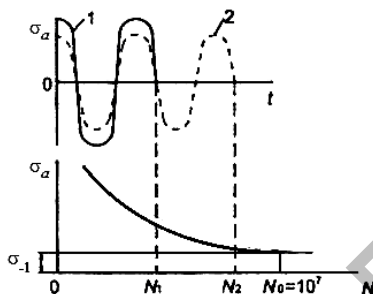


Рис. 10.1. Кривая усталости

При больших амплитудах (кривая 1) образец разрушается после небольшого числа циклов  $N_1$ , с уменьшением амплитуды (кривая 2) число циклов  $N_2$  до разрушения увеличивается.

Для многих металлов, например, незакаленных сталей, а также закаленных при высоком отпуске, кривая усталости имеет асимптоту в виде горизонтальной прямой, ордината которой  $\sigma_{-1}$  приближается к ординатам кривой усталости при числе циклов, большем  $10^7$ .

Если кривую усталости изобразить в полулогарифмических координатах  $\sigma_a - \lg N$  (рис. 10.2), то кривая будет иметь вид ломаной линии с двумя характерными участками – наклонным и горизонтальным; точка пересечения участков соответствует  $(1-3) \cdot 10^6$  циклов.

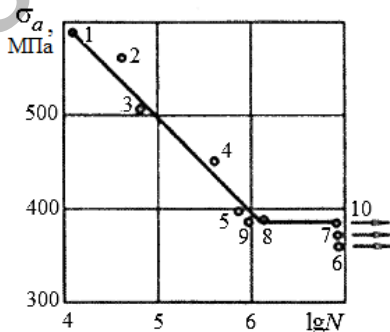


Рис. 10.2. Кривая усталости в полулогарифмических координатах

Предварительно задаваемое число циклов, до которого ведется испытание, называется базой испытания. Для металлов, имеющих горизонтальный участок на кривой усталости, за базу испытаний принимают  $N_0 = 10^7$  циклов. Считается, что если образец из таких материалов не разрушается до  $10^7$  циклов, то он выдержит и неограниченное число циклов при таком же напряжении. Поэтому испытания образцов, не разрушившихся до  $10^7$  циклов, прекращают.

Наибольшее значение напряжения цикла, при котором материал не разрушается до базы испытания, называется пределом выносливости. Ординаты наклонного участка кривой усталости определяют пределы ограничений выносливости  $\sigma_{-1N}$ , где  $N$  – заданное число циклов.

Каждому заданному числу циклов, меньшему, чем базовое число, соответствует определенное значение предела ограниченной выносливости. Для сталей, работающих в агрессивных средах, а также для цветных металлов и сплавов, не имеющих горизонтального участка на кривой усталости, базу испытаний увеличивают до  $N_0 = 10^8$  циклов.

Уравнение левого участка кривой усталости имеет вид

$$\sigma_{-1N}^m N = \sigma_{-1}^m N_n, \quad (10.1)$$

где  $m$  – показатель, характеризующий кривизну левого участка кривой усталости, изменяется в пределах 3–25;

$N_n$  – число циклов, соответствующее точке перелома кривой усталости.

Величина  $m$  определяется из выражения, получаемого после логарифмирования уравнения (10.1):

$$m = \frac{\lg N_n - \lg N}{\lg \sigma_{-1N} - \lg \sigma_{-1}}. \quad (10.2)$$

Для построения кривой усталости и определения предела выносливости, согласно ГОСТ 2860–65, необходимо провести испытания не менее 10 одинаковых образцов из деформируемых и не менее 15 образцов из литейных сплавов, что объясняется повышенной неоднородностью и разбросом характеристик сопротивления усталости у литейных сплавов. Каждый образец испытывается на одном уровне напряжений до разрушения или до базового числа циклов.



Первый образец испытывают при значении амплитуды цикла, равной  $\sigma_a = (0,65-0,75) \sigma_b$ , где  $\sigma_b$  – предел прочности материала.

Рассмотрим методику усталостных испытаний на примере испытаний образцов из легированной стали (см. рис. 10.2).

Образец 1, испытанный при  $\sigma_a = 0,7$ ,  $\sigma_b = 590$  МПа, проработал до разрушения  $2 \cdot 10^4$  циклов (рис. 10.2, точка 1), образец 2 разрушился при числе циклов  $5 \cdot 10^4$  (рис. 10.2, точка 2). Постепенно уменьшая от образца к образцу (рис. 10.2, точки 3, 4, 5) напряжение на 20–40 МПа, обнаруживаем, что образец 6 при амплитуде  $\sigma_a = 350$  МПа проработал без признаков разрушения  $10^7$  циклов. Поэтому испытание образца прекращается, а соответствующая точка откладывается против базового числа циклов и снабжается стрелкой (рис. 10.2, точка 6). Оставшиеся образцы 7, 8, 9, 10 испытывают в интервале между напряжениями, при которых испытывались образцы 5 и 6. Так, образец 7 при  $\sigma_a = 376$  МПа не сломался до базы испытания; образец 8 при  $\sigma_a = 380$  МПа сломался при числе циклов  $10^6$ . Образец 10 при амплитуде  $\sigma_a = 378$  МПа, соответствующей середине интервала, не разрушился до базы испытания, а образец 9 при амплитуде  $\sigma_a = 379$  МПа разрушился при числе циклов  $10^6$ . Таким образом, предел выносливости при симметричном цикле образца изданной стали составляет  $\sigma_{-1} = 378$  МПа. Обычно испытания заканчивают, если разность между напряжением, вызвавшим разрушение образца, и напряжением, не вызвавшим разрушение образца при базовом числе циклов, не превышает 2,0 МПа. На уровне предела выносливости должно быть испытано не менее двух образцов. Исходные данные и результаты испытания каждого образца фиксируют в таблице испытаний.

В настоящее время распространение получают испытания натуральных объектов, что дает возможность определить действительные пределы выносливости деталей.

Следует иметь в виду, что предел выносливости не является механической характеристикой материала, так как зависит не только от свойств материала образца, но и от его размеров, качества обработки и других факторов. Он представляет собой характеристику сопротивления усталости стандартного образца, изготовленного из данного материала.

Поэтому при расчете на сопротивление усталости деталей, на предел выносливости  $\sigma_{-1}$  вводятся дополнительные поправки, отражающие влияние ряда факторов на сопротивление усталости.

## Описание установки

В работе испытания проводятся на усталостной машине МУИ-6000, предназначенной для испытания вращающихся образцов на чистый изгиб при симметричном цикле изменения напряжений. Принципиальная схема машины показана на рис. 10.3.

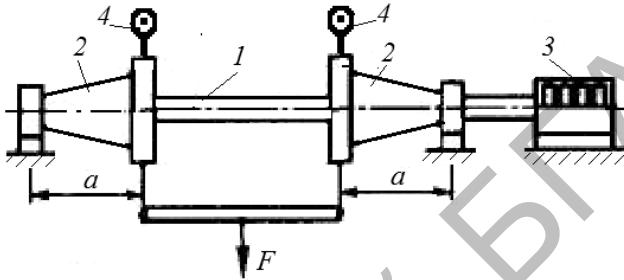


Рис. 10.3. Принципиальная схема машины МУИ-6000

Испытуемый образец 1 с помощью конусных цанг закрепляется в шпинделях 2, которые вращаются в шариковых подшипниках, расположенных внутри шпиндельных бабок. Конструкция позволяет шпинделям вместе с бабками поворачиваться на некоторый угол в вертикальной плоскости относительно опор. Вследствие этого образец вместе со шпинделями представляет свободно лежащую на двух опорах балку. Вращение образца осуществляется электродвигателем. При испытаниях образец совершает 6000 об/мин. Число циклов до разрушения образца измеряется счетчиком 3, одно показание которого равно 100 оборотам образца.

Заданная нагрузка  $F$  прикладывается к образцу, как показано на рис. 10.3. Биение образца контролируется индикаторами 4 часового типа. После разрушения образца машина автоматически выключает вращение.

Схема образца для усталостных испытаний показана на рис. 10.4.

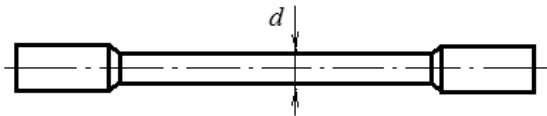


Рис. 10.4. Схема образца для усталостных испытаний

Поверхность рабочей части образца должна быть полированной. Схема нагружения образца и соответствующая эпюра изгибающих моментов приведены на рис. 10.5.

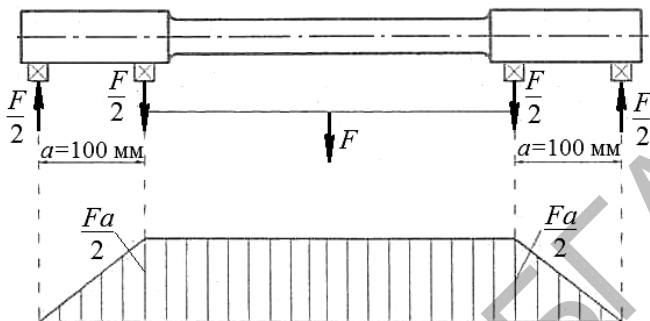


Рис. 10.5. Схема нагружения образца и эпюра изгибающих моментов

### Подготовка к проведению работы

1. Изучить по лекциям и учебнику [4] тему «Расчет на прочность при циклически изменяющихся напряжениях».
2. Проработать текст данных методических указаний.
3. Подготовить индивидуальный отчет по лабораторной работе, содержащий:
  - название и цель работы;
  - краткое теоретическое обоснование и расчетные формулы;
  - принципиальную схему установки, таблицы для опытных и расчетных величин.

### Порядок проведения работы

1. Измерить диаметр рабочей части образца с точностью до 0,1 мм и вычислить величину нагрузки  $F$  на образец. Для первого образца нагрузка выбирается из условия, чтобы максимальные напряжения от изгиба в образце составляли  $\sigma_a = 0,7\sigma_B$ :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{Fa \cdot 32}{2\pi d^3} = 0,7\sigma_B,$$

где  $M_{\max}$  – изгибающий момент в опасном сечении, Н·мм;

$F$  – нагрузка, приложенная к образцу, Н;

$a$  – расстояние от точки приложения силы до опоры, равное 100 мм;

$W_z$  – осевой момент сопротивления сечения образца, мм<sup>3</sup>;

$d$  – диаметр рабочей части образца, мм.

Откуда

$$F = \frac{2 \cdot 0,7 \sigma_b \pi d^3}{32 \cdot 100} = 0,00137 \sigma_b d^3.$$

2. Установить образец в шпиндели и проверить с помощью индикаторов 4 вертикальное биение образца. Оно не должно превышать 0,03 мм. При необходимости положение образца регулируется, и он окончательно закрепляется.

После контроля биения образца индикаторы отвести от шпиндельных бабок.

3. Установить счетчик числа циклов на ноль.

4. Установить необходимую нагрузку на образец.

5. Начать испытания, включив электродвигатель.

6. После разрушения образца снять показания счетчика и занести результаты опыта в табл. 10.1.

Таблица 10.1

Таблица испытаний

Диаметр образца, мм

№ опыта	Нагрузка на образец $F_i$ , Н	Наибольшее напряжение цикла $\sigma_{a_i}$ , МПа	Число циклов до разрушения образца $N_i$	$\lg N_i$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Напряжение в образце определяется по формуле

$$\sigma_a = \frac{32F_i a}{2\pi d^3} = 509,6 \frac{F_i}{d^3}.$$

7. Установить очередной образец и провести аналогично испытание для меньшей нагрузки.

8. Построить по данным табл. 10.1 поле корреляции в координатах  $\sigma_a - \lg N$  (рис. 10.6), являющееся графической формой систематизации материала.

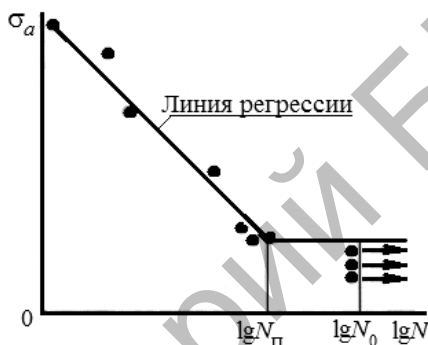


Рис. 10.6. Поле корреляции (графическое изображение)

### Обработка опытных данных

Вследствие влияния большого количества различных факторов предел выносливости является случайной величиной. Относительно большой разброс экспериментальных точек делает необходимым при обработке результатов исследования использование методов теории корреляции. Прежде всего, требуется установить наличие линейной вероятностной зависимости между напряжением цикла  $\sigma_a$  и числом циклов до разрушения  $N$  в полулогарифмических координатах  $\sigma_a - \lg N$ . Показателем наличия линейной зависимости между случайными величинами является коэффициент корреляции.

1. Вычислить коэффициент корреляции между  $\sigma_a$  и  $\lg N$ , полученными в результате эксперимента. Данные для обработки принимаются

по указанию преподавателя из табл. 10.4–10.6, составленных по результатам испытания стале (σ<sub>в</sub> < 1000 МПа) на сопротивление усталости. Приведенные таблицы имеют учебный характер и не могут служить справочным материалом.

Используя данные табл. 10.1, составить вспомогательную табл. 10.2, обозначив σ<sub>ai</sub> через y<sub>i</sub>, lg N<sub>i</sub> – через x<sub>i</sub>. Результаты опытов, в которых образец не разрушился до базы испытания N<sub>0</sub> = 10<sup>7</sup> циклов, в табл. 10.2 не включаются.

Величины  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  представляют средние арифметические исследуемых величин:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n},$$

где n – количество опытов.

Величины (x<sub>i</sub> –  $\bar{x}$ ) и (y<sub>i</sub> –  $\bar{y}$ ) определяют отклонения отдельных измерений от их среднего арифметического.

Найти значения коэффициента прямолинейной корреляции, подставив соответствующие суммы из табл. 10.2 в формулу:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}.$$

Таблица 10.2

Вспомогательная таблица для определения коэффициента корреляции

№ опыта	x <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> – $\bar{x}$	(x <sub>i</sub> – $\bar{x}$ ) <sup>2</sup>	y <sub>i</sub>	y <sub>i</sub> – $\bar{y}$	(y <sub>i</sub> – $\bar{y}$ ) <sup>2</sup>	(x <sub>i</sub> – $\bar{x}$ )(y <sub>i</sub> – $\bar{y}$ )
	∑ x <sub>i</sub>		∑ (x <sub>i</sub> – $\bar{x}$ ) <sup>2</sup>	∑ y <sub>i</sub>		∑ (y <sub>i</sub> – $\bar{y}$ ) <sup>2</sup>	∑ (x <sub>i</sub> – $\bar{x}$ )(y <sub>i</sub> – $\bar{y}$ )

2. Определить ошибку m<sub>r</sub> коэффициента корреляции и надежность числовой оценки вероятностей зависимости изучаемых величин:

$$m_r = \pm \frac{1 - r_{xy}^2}{\sqrt{n}},$$

где  $n$  – количество опытов.

Условие надежности величины коэффициента корреляции определяется неравенством  $r_{xy} \geq 3m_r$ .

Практика показывает, что между величинами  $\sigma_a$  и  $\lg N$  наблюдается сильная обратная (отрицательная) корреляционная зависимость.

3. Написать уравнение теоретической линии регрессии. Величина коэффициента корреляции, а также расположение точек на корреляционном поле указывают, что линия регрессии является прямой:

$$\bar{y}_x = a + bx,$$

где  $\bar{y}_x$  – средние значения рядов распределения функции  $y$  для соответствующих значений аргумента  $x$ ;

$a, b$  – неизвестные параметры.

Линия регрессии показывает, как смещаются ряды распределения  $y$  с увеличением аргумента  $x$ .

4. Определить способом наименьших квадратов параметры  $a$  и  $b$  уравнения регрессии. Этот способ особенно удобен, когда уравнение регрессии линейно по параметрам  $a$  и  $b$ .

Параметры  $a$  и  $b$  определяются из уравнений, в которых суммирование ведется от  $i = 1$  до  $n$ :

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}; \quad a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2},$$

$$\text{или } a = \frac{\sum y_i}{n} - b \frac{\sum x_i}{n} = \bar{y} - b\bar{x}.$$

Суммы  $\sum x_i$ ;  $\sum x_i^2$ ;  $\sum y_i$ ;  $\sum x_i y_i$  вычисляются при помощи вспомогательной табл. 10.3.

5. Написать искомое уравнение регрессии, заменяя  $\bar{y}_x$  и  $x$  их значениями:

$$\sigma_a = a + b \lg N.$$

6. Подставить в уравнение соответствующие значения аргумента  $N$  и вычислить значение  $\sigma_{ap}$ . По значениям  $\sigma_{ap}$  и  $\lg N$  построить прямую регрессии (кривую усталости) в поле корреляции (рис. 10.6).

7. Вычислить и показать в поле корреляции, используя опытные данные и прямую регрессии, величину предела выносливости и число  $N_p$  циклов, соответствующие точке перегиба кривой усталости.

Определить по уравнению (10.2) показатель степени  $m$  и записать уравнение (10.1) левой ветви кривой усталости:

$$\sigma_{-1N}^m N = \sigma_{-1N_p}^m N_p.$$

8. Вычислить для заданного преподавателем числа циклов  $N$  предел ограниченной выносливости по уравнению

$$\sigma_{-1N} = a + b \lg N_{\text{зад}}.$$

Таблица 10.3

Вспомогательная таблица для определения параметров уравнения регрессии

$x_i = \lg N_i$	$y_i = \sigma_{ai}$	$x_i^2$	$x_i y_i$	$y_{pi} = \sigma_{ap}$
$\sum x_i =$	$\sum y_i =$	$\sum x_i^2 =$	$\sum x_i y_i =$	—

Таблица 10.4

Диаметр образца  $d = 9,5$  мм

№ п/п	Вариант I		Вариант II		Вариант III		Вариант IV	
	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$
1	980	$2 \cdot 10^4$	850	$2 \cdot 10^4$	880	$2,1 \cdot 10^4$	680	$2,1 \cdot 10^4$
2	940	$5 \cdot 10^4$	770	$4 \cdot 10^4$	845	$5,2 \cdot 10^4$	615	$4,2 \cdot 10^4$
3	870	$6,8 \cdot 10^4$	680	$4,9 \cdot 10^4$	780	$6,8 \cdot 10^4$	545	$5 \cdot 10^4$



№ п/п	Вариант I		Вариант II		Вариант III		Вариант IV	
	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$
4	780	$4,8 \cdot 10^5$	595	$1,5 \cdot 10^5$	700	$5,0 \cdot 10^5$	530	$1,4 \cdot 10^5$
5	715	$5,2 \cdot 10^5$	525	$5,2 \cdot 10^5$	645	$5,4 \cdot 10^5$	420	$5,4 \cdot 10^5$
6	595	$10^7$	410	$10^7$	535	$10^7$	330	$10^7$
7	610	$10^7$	440	$10^7$	550	$10^7$	352	$10^7$
8	650	$10^6$	460	$10^7$	580	$10^6$	370	$10^7$
9	660	$5,8 \cdot 10^5$	485	$1,1 \cdot 10^6$	595	$5,8 \cdot 10^5$	385	$1,2 \cdot 10^6$
10	640	$10^7$	490	$10^6$	576	$10^7$	380	$10^6$

Таблица 10.5

Диаметр образца  $d = 7,5 \text{ мм}$ 

№ п/п	Вариант I		Вариант II		Вариант III		Вариант IV	
	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$
1	530	$2 \cdot 10^4$	425	$2,1 \cdot 10^4$	475	$2,1 \cdot 10^4$	340	$2 \cdot 10^4$
2	515	$4,8 \cdot 10^4$	385	$4,2 \cdot 10^4$	460	$5 \cdot 10^4$	305	$4,4 \cdot 10^4$
3	478	$6,5 \cdot 10^4$	340	$5 \cdot 10^4$	430	$6,5 \cdot 10^4$	270	$5,2 \cdot 10^4$
4	430	$4,6 \cdot 10^5$	300	$1,8 \cdot 10^5$	385	$4,5 \cdot 10^5$	240	$2 \cdot 10^5$
5	395	$5 \cdot 10^5$	260	$5,1 \cdot 10^5$	355	$5 \cdot 10^5$	205	$5 \cdot 10^5$
6	327	$10^7$	210	$10^7$	295	$10^7$	165	$10^7$
7	335	$10^7$	220	$10^7$	305	$10^7$	175	$10^7$
8	355	$10^6$	230	$10^7$	320	$10^6$	185	$10^7$
9	360	$6 \cdot 10^5$	245	$1,1 \cdot 10^6$	325	$8 \cdot 10^5$	195	$1,8 \cdot 10^6$
10	350	$10^7$	240	$2 \cdot 10^6$	315	$10^7$	190	$2 \cdot 10^6$

Таблица 10.6

Диаметр образца  $d = 6,0 \text{ мм}$ 

№ п/п	Вариант I		Вариант II		Вариант III		Вариант IV	
	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$	$F_i, \text{H}$	$N_i$
1	245	$2,2 \cdot 10^4$	220	$2 \cdot 10^4$	210	$2,4 \cdot 10^4$	170	$2,6 \cdot 10^4$
2	235	$5,1 \cdot 10^4$	210	$5,4 \cdot 10^4$	190	$4 \cdot 10^4$	154	$4,4 \cdot 10^4$
3	218	$7 \cdot 10^4$	195	$7 \cdot 10^4$	170	$5 \cdot 10^4$	135	$5,2 \cdot 10^4$
4	195	$5 \cdot 10^5$	175	$5,2 \cdot 10^5$	150	$2 \cdot 10^5$	130	$2 \cdot 10^5$
5	180	$5,4 \cdot 10^5$	160	$5,8 \cdot 10^5$	130	$5 \cdot 10^5$	105	$5,6 \cdot 10^5$
6	150	$10^7$	130	$10^7$	105	$10^7$	80	$10^7$
7	155	$10^7$	198	$10^7$	11	$10^7$	88	$10^7$
8	164	$10^6$	145	$10^6$	115	$10^7$	90	$10^7$
9	168	$6 \cdot 10^5$	150	$6,2 \cdot 10^5$	120	$8,4 \cdot 10^5$	95	$10^6$
10	160	$10^7$	140	$10^7$	118	$10^6$	92	$2 \cdot 10^6$

## Контрольные вопросы

1. Дайте определение усталости, выносливости, предела выносливости, предела ограничений выносливости.
2. Как обозначается предел выносливости для симметричного цикла?
3. Что называется базой испытания? Чему она равна для черных и цветных металлов и их сплавов? Почему база испытаний у цветных металлов увеличивается?
4. Дайте определение кривой усталости. Как ее получают в результате экспериментов?
5. Расскажите о принципе действия машины для испытания на усталость при симметричном цикле.
6. Как графически изображается кривая усталости в координатах  $\sigma_a - N$ ; в полулогарифмических координатах  $\sigma_a - \lg N$ ? Напишите уравнения кривой усталости в указанных координатах.

## Темы для УИРС

1. Испытание на усталость неметаллических материалов.
2. Определение предела выносливости на натуральной детали и сравнение его с пределом выносливости, полученным на образце из того же материала. Объясните причину расхождения. Вычислите, пользуясь таблицами, предел выносливости детали с учетом влияющих факторов.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузьмин, Л. Ю. Сопротивление материалов: методические указания по выполнению виртуальных лабораторных работ на ПЭВМ / Л. Ю. Кузьмин, А. Л. Кузьмин. – М. : РГОТУС, 2007. – 55 с.

2. Подскребко, М. Д. Сопротивление материалов: лабораторный практикум : учебное пособие / М. Д. Подскребко, О. И. Мисуню, С. А. Легенький. – Минск : Амалфея, 2001. – 272 с.

3. Механика материалов : практикум виртуальных лабораторных работ / сост.: В. Н. Основин [и др.]. – Минск : БГАТУ, 2012. – 120 с.

4. Подскребко, М. Д. Сопротивление материалов : учебник / М. Д. Подскребко. – Минск : Выш. шк., 2007. – 797 с.

Репозиторий БГАТУ

Учебное издание

**МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ.  
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

Учебно-методическое пособие

Составители:

**Мисуно Олег Иосифович,  
Колоско Дина Николаевна**

Ответственный за выпуск *В. Н. Основин*

Редактор *Т. В. Каркоцкая*

Компьютерная верстка *Д. А. Значёнок*

Дизайн обложки *Д. О. Бабаковой*

Подписано в печать 29.05.2019. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Бумага офсетная. Ризография.

Усл. печ. л. 6,28. Уч.-изд. л. 4,91. Тираж 98 экз. Заказ 267.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Учреждение образования

«Белорусский государственный аграрный технический университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,

распространителя печатных изданий

№ 1/359 от 09.06.2014.

№ 2/151 от 11.06.2014.

Пр-т Независимости, 99–2, 220023, Минск.