

утверждение (1) является достаточным, но утверждение (2) не является достаточным; (B) – утверждение (2) является достаточным, но утверждение (1) не является достаточным, (C) – совместно оба утверждения являются достаточными, но ни одно из утверждений в отдельности не является достаточным; (D) – каждое из утверждений является достаточным; (E) – утверждения (1) и (2) даже совместно не являются достаточными.

Примерами таких заданий могут служить следующие.

1. Если число  $n$  является целым числом, то является ли число  $n + 1$  нечетным?

(1) число  $n + 2$  является четным;

(2) число  $n - 1$  является нечетным.

2. Является ли число  $x$  отрицательным?

(1)  $9x > 10x$ ;

(2) число  $x + 3$  является положительным.

3. Если  $n + k = m$ , то чему равняется число  $n$ ?

(1)  $n = 10$ ;

(2)  $m + 10 = n$ .

Знакомство учащихся со спецификой тестов SAT, ACT, GRE, GMAT, GCSE и др. может существенно увеличить их шансы на продолжение учебы за рубежом. С другой стороны, опыт, накопленный при разработке и проведении таких тестов за рубежом, может быть полезен разработчикам отечественных тестов в плане расширения возможностей получения информации об уровне знаний учащихся за счет расширения и диверсификации тестового инструментария.

УДК 004.4:378.1

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАКЕТА MATHCAD В НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ»

*Колоско Д.Н., к.т.н., доцент  
(БГАТУ)*

Обеспечение работоспособности и надежности в течение всего срока эксплуатации – основная инженерная задача на стадии проектирования машины или конструкции. Безотказная работа конструкции гарантируется ее прочностью, жесткостью и устойчивостью, которые являются основными критериями работоспособности. Механика материалов, как в определенном смысле «азбука прочности», рассматривает основные понятия (напряжения, деформации, перемещения), необходимые в изучении последующих технических дисциплин.

Освоение «азбуки прочности» требует решения достаточно большого количества простых примеров для понимания и запоминания основных принципов решения прочностных задач. Студентами нашего университета выполняются индивидуальные домашние задания в двух семестрах с возрастающей сложностью по темам «Плоский поперечный изгиб», «Косой изгиб», «Расчет плоской статически неопределимой рамы методом сил».

Только после решения множества задач по механике материалов «вручную», можно переходить к решению более сложных задач с использованием компьютерных методов расчета. Отведенных календарным планом часов для изучения столь сложной дисциплины и обеспечение кафедры компьютерной техникой недостаточны, поэтому применение компьютерных программ возможно только в рамках секции НИРС кафедры.

Математический пакет MathCAD отличается универсальностью, простотой, наглядностью и удобством вычислений, полным соответствием используемых функций и операторов традициям оформления в математике [1].

Расчеты в пакете MathCAD проводятся в режиме реального времени – любое выражение, введенное в документ, мгновенно обрабатывается и выдается ответ. От пользователя не требуется никаких дополнительных команд и действий. Преимуществом расчетов в таком режиме является то, что ошибки и опiski находятся непосредственно в процессе создания алгоритма решения задачи.

С целью изучения влияния скорости нагружения на характер разрушения пластичных материалов студентом Шибуним А.А. были проведены испытания при одноосном растяжении 25 стандартных образцов на разрывной машине Р-5, позволяющей записывать диаграмму растяжения в координатах «нагрузка – перемещение». Скорость нагружения варьировалась в диапазоне от 5 до 100 мм/мин [2].

Для выполнения расчетов на прочность необходимо иметь аналитическое выражение диаграммы деформирования, поэтому производится аппроксимация диаграммы. По результатам испытаний образцов были построены диаграммы условных и истинных напряжений с помощью пакета MathCAD. Для этого с нарисованной испытательной машиной диаграммы снимались координаты нескольких характерных точек.

При линейной аппроксимации изменение напряжений описывается уравнением:

$$\sigma = a + b \cdot \varepsilon, \quad (1)$$

при степенной аппроксимации – уравнением:

$$\sigma = a + b \cdot \varepsilon^c. \quad (2)$$

Для линейной аппроксимации достаточно координат двух точек диаграммы  $\sigma_0$  и  $\sigma_T$ , которые можно взять из справочных материалов. Для степенной аппроксимации диаграммы требуются координаты минимум 3–4 точек, поэтому к ней не обращаются, не имея экспериментальных данных.

Аппроксимация истинной диаграммы  
для малых деформаций

$$i := 2..n-1 \quad \sigma_{i-1} := \sigma_{i-1} \quad \varepsilon_{i-1} := \varepsilon_{i-1}$$

Линейная аппроксимация

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} := \text{line} \left( \varepsilon_{i-1}, \frac{\sigma_{i-1}}{\text{МПа}} \right) \quad \sigma_{\text{лин}}(\varepsilon) := a + b \cdot \varepsilon \quad \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 309 \\ 2073 \end{pmatrix}$$

Степенная аппроксимация

$$K := \begin{pmatrix} 100000 \\ 0.5 \\ 40 \end{pmatrix} \quad A := \text{pwrfit} \left( \varepsilon_{i-1}, \frac{\sigma_{i-1}}{\text{МПа}}, K \right) \quad A = \begin{pmatrix} 1081.243 \\ 0.65 \\ 273.805 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_{\text{степ}}(\varepsilon) := A_3 + A_1 \cdot \varepsilon^{A_2} \quad \varepsilon := 0,001.. \varepsilon_{n-1}$$

Рисунок 1 – Аппроксимация диаграммы деформирования в MathCAD

Повышение скорости деформирования способствует возникновению хрупких состояний. Это объясняется повышением сопротивления пластичным деформациям. Если сопротивление упругим деформациям мало зависит от скорости деформирования, то сопротивление образованию пластичных деформаций существенно увеличивается по мере повышения скорости деформирования.

Студенческая научная работа Шибуна А.А. на тему «Исследование характеристик прочности и пластичности материалов при изменении скорости деформирования с применением MathCAD» отмечена дипломом I категории Республиканского конкурса студенческих научных работ за 2009г.

Тема «Расчет на прочность при переменных напряжениях» завершает изучение курса «Механика материалов». Целью усталостных испытаний является определение количественной оценки способности материала работать без разрушения при периодически изменяющихся напряжениях, необходимой для проведения расчетов элементов конструкций на усталостную прочность. Относительно большой разброс экспериментальных точек вызывает необходимость подвергать результаты испытаний на усталостную прочность статистической обработке [3].

Встроенные функции регрессии в MathCAD решают задачу определения вида зависимости по экспериментальным данным с учетом погрешности. Линейная регрессия является самым простым и наиболее часто используемым типом регрессии. Классическим алгоритмом линейной регрессии является метод наименьших квадратов (МНК), идея которого сводится к поиску таких коэффициентов для уравнения прямой, чтобы сумма квадратов абсолютных ошибок была минимальна. В MathCAD этот метод основной, но существуют и другие алгоритмы для подсчета линейной регрессии, один из которых – метод медиан. Коэффициенты аппроксимирующей прямой определяются с помощью встроенной функции `line` методом наименьших квадратов или функции `medfit` методом медиан [4].

Функциями, служащими для установления меры тесноты линейной корреляции (зависимости) двух случайных величин, являются в статистике ковариация и коэффициент корреляции.

**Ковариацией**  $\mu_{xy}$  называется математическое ожидание произведения отклонений случайных величин от их средних значений.

**Коэффициент корреляции** – нормированная ковариация:

$$r_{xy} = \frac{\mu_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (3)$$

где  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  – средние квадратические отклонения переменных величин.

В случае если коэффициент корреляции равен по модулю 1, между случайными величинами существует линейная зависимость; если  $r_{xy}$  равен нулю, то случайные величины независимы. Промежуточные значения коэффициента корреляции говорят о том, что две выборки коррелируют в некоторой степени. Полученные отрицательные значения коэффициента означают, что при возрастании одной величины, значения другой убывают.

В MathCAD ковариацию и корреляцию двух выборок определяют при помощи встроенных функций `cvar` и `corr`. При помощи встроенной функции `stdev` определяется среднеквадратичное отклонение. При небольшом числе испытаний используется распределение Стьюдента, задается квантиль вероятности (функция `qt`) и записываются уравнения верхней и нижней границ доверительного интервала.

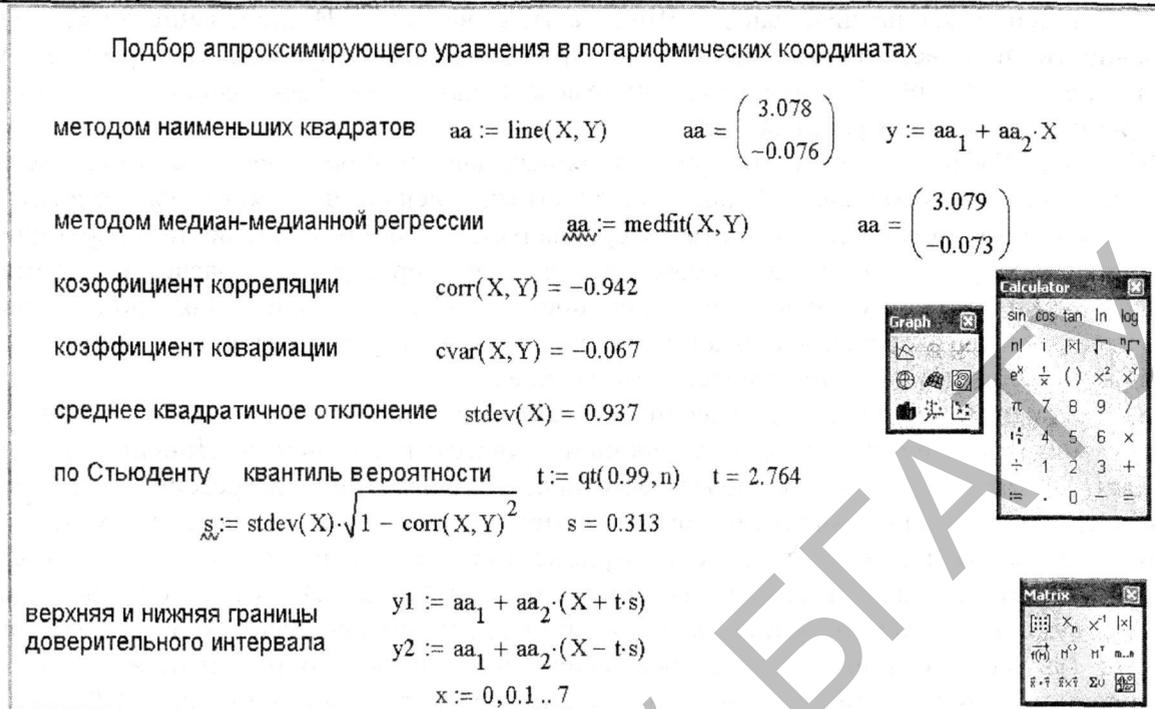


Рисунок 2 – Статистическая обработка экспериментальных данных усталостных испытаний в MathCAD

Результатом проведенных испытаний, обработки с помощью пакета MathCAD и анализа полученных экспериментальных данных явились подготовка к изданию методических указаний «Обработка результатов усталостных испытаний в MathCAD» и студенческая научная работа Апенкина Е.С. «Исследование влияния масштабного фактора на характеристики усталостной прочности», получившая диплом I степени на конкурсе БГАТУ 2011г.

### Литература

1. Гурский, Д.А. Турбина Е.С. Вычисления в MathCAD 12 / Д.А. Гурский, Е.С. Турбина – СПб.: Питер, 2006. – 544с.
2. Шибун А.А., Колоско Д.Н. Определение истинных напряжений аппроксимированием диаграмм растяжения в MathCAD // Молодежь и наука: реальность и будущее: Материалы II Международной научно-практической конференции том VIII / Невинномысский институт экономики, управления и права – Невинномыск, 2009, – С. 549 – 551.
3. Апенкин Е.С., Шауро В.В., Колоско Д.Н. Статистическая обработка результатов усталостных испытаний в математическом пакете MathCAD // Материалы VII Республиканской научно-практической конференции молодых ученых и студентов БНТУ в 3ч. Ч.1 / Белорусский Национальный Технический Университет – Минск, 2011, С. 3 – 7.
4. Макаров, Г.Е. Сопротивление материалов на базе Mathcad / Г.Е.Макаров. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 512 с.