УДК 53.088

Дрозд С.А., Булойчик Т.М., Позняк Ю.С.
Белорусский государственный аграрный технический университет, г. Минск

К ВОПРОСУ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В метрологии для повышения достоверности и представительности результатов измерений весьма часто прибегают к многократным повторениям операций измерения одной и той же физической величины (математической обработке результатов измерений).

При этом каждый единый результат называют результатом наблюдения, а результат измерений получают как интегральную оценку всего массива результатов наблюдений:

$X_1, X_2, X_3, ..., X_n$ – результаты наблюдений;

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_i^n X_i$ – результат измерений.

Поэтому в метрологии под математической обработкой результатов измерений традиционно понимают обработку результатов многократных прямых или косвенных измерений одной и той же физической величины.

Математическая обработка при этом включает два принципиально разных направления:

детерминированную обработку результатов измерений;

статистическую обработку.

Детерминированную обработку результатов измерений в обязательном порядке применяют для получения косвенных результатов измерений, например, для определения плотности некоторого вещества измеряют массу и объем одного и того же образца (или его геометрические параметры, позволяющие вычислить объем), после чего на основе известного уравнения связи рассчитывают плотность.

При наличии тенденции изменения результатов многократных измерений одной и той же величины, причиной которых является переменные систематические погрешности, детерминированная обработка результатов измерений может проводиться с целью аналитического описания таких погрешностей, их оценки и последовательного исключения из результатов наблюдений или компенсации до уровня пренебрежимо малых погрешностей. Такая процедура в метрологической практике называется исправлением результатов наблюдений.

Корректное выполнение статистической обработки исправленных результатов измерений заключается в строгом соблюдении требований действующей метрологической нормативной документации [1].

Рассмотрим порядок статистической обработки исправленных результатов прямых равнорассеянных измерений одной и той же физической величины. При этом будем использовать обозначения всех параметров согласно ГОСТ 8.207-76 [1].

Обработку начинают с расчета среднего арифметического значения исправленных результатов наблюдений $\tilde{A}$, которые принимают за результат измерения или точечную оценку истинного значения измеряемой физической величины, т.е. можно записать:

$$\tilde{A} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} X_i}\,.$$

На следующем этапе рассчитывают отклонение ϑ_i, результатов наблюдений от среднего арифметического значения:

$$\vartheta_i = X_i - \tilde{A}\,.$$

Такие оценки характеризуют случайные погрешности измерения, присутствующие в отдельных результатах наблюдений, и их сумма, по сути, должна быть равна нулю. Поэтому следующим шагом алгоритма является проверка условия:

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta_i = 0 \cdot$$

Если это условие выполняется, то делается вывод о правильности расчетов параметров $\tilde{A}$ и ϑ_i. В противном случае необходимо перепроверить эти расчеты.

Затем выполняют расчет оценки среднего квадратического отклонения отдельных результатов наблюдений от их среднего арифметического значения по формуле:

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(X_i - \tilde{A}\right)^2}{1}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \vartheta_i^2} \cdot$$

Следующим этапом обработки является определение вида распределения результатов наблюдений и случайных погрешностей, т.е. определения, какому теоретическому закону распределения они подчиняются. В практике метрологии наиболее широкое распространение получили следующие виды функций: функция нормального распределения (распределение Гаусса); функция, описывающая равновероятное/равномерное распределение; функция трапециевидного распределения; функция Симпсона (треугольного распределения); функция Релея.

Далее необходимо проверить корректность выдвинутой гипотезы о законе распределения, т.е. согласие опытного распределения с принятым за основу теоретическим распределением. Для этого на практике используются различные статистические критерии согласия или правдоподобия (например, критерий правдоподобности Пирсона χ^2).

Следующим этапом обработки результатов измерений является проверка так называемых подозрительных результатов наблюдений на наличие в них грубых погрешностей. При этом в случае нормального распределения погрешностей можно применить процедуру статистического отбраковывания экспериментальных значений результатов наблюдения по критерию «три-сигма»:

$$\left|\vartheta_{i экстр}\right| > 3\sigma;$$

$$\vartheta_{i экстр} = \left|X_{\max} - \tilde{A}\right|;$$

$$\vartheta_{i экстр} = \left|\tilde{A} - X_{\min}\right|,$$

где σ – среднее квадратическое отклонение отдельных результатов наблюдений, статистическая оценка которого определяется как S_x: $\sigma \approx S_x$.

Если на этом шаге хотя бы один результат с грубой погрешностью, то обработка повторяется с первого шага алгоритма.

Следующим этапом реализации алгоритма является получение оценки среднего квадратического отклонения результата измерения, которую находят по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \tilde{A}\right)^2}{n \cdot (n-1)}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} \cdot$$

Затем рассчитывают доверительные границы без учета знака случайной погрешности измерения ε результата измерения из зависимости:

$$\varepsilon = t \cdot S_{\bar{x}},$$

где t – доверительный коэффициент Стьюдента.

После этого вычисляют границы неисключенных систематических погрешностей путем комплексирования всех частных неисключенных систематических погрешностей. Эти границы (без учета знака) можно вычислить с использованием зависимости:

$$\Theta = k \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \Theta_i^2},$$

где Θ_i – границы i-той неисключенной систематической погрешности, k – коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью.

Далее для оценки значимости неисключенных систематических погрешностей по сравнению со случайными рассматривают соотношение:

$$\frac{\Theta}{S(\tilde{A})}; S(\tilde{A}) = S_x \cdot$$

Если отношение неисключенной систематической и случайной погрешностей находится в пределах от 0,8 до 8, то границу погрешности результата измерения находят путем построения композиции распределений случайных и неисключенных систематических погрешностей.

В таком случае допускается границы погрешности результата измерения (без учета знака) вычислять с использованием зависимости:

$$\Delta = K \cdot S_\Sigma,$$

где K – коэффициент, зависящий от соотношения случайной и неисключенной систематической погрешностей; S_Σ – оценка суммарного среднего квадратического отклонения результата измерения.

Простейшая форма представления результата измерения, предлагаемая ГОСТ 8.207 для случая симметричных доверительных границ погрешности, выглядит следующим образом:

$$Q = \tilde{A} \pm \Delta; \; P \; \%,$$

где $\tilde{A}$ – точечная оценка результата измерения; Δ – доверительные границы погрешности результата измерения; P – принятая доверительная вероятность.

При статистической обработке группы результатов наблюдений следует выполнить следующие операции: исключить известные систематические погрешности из результатов наблюдений; вычислить среднее арифметическое исправленных результатов наблюдений, принимаемое за результат измерения; вычислить оценку среднего квадратического отклонения результата наблюдения; вычислить оценку среднего квадратического отклонения результата измерения; проверить гипотезу о том, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению; вычислить доверительные границы случайной погрешности результата измерения; вычислить границы не исключенной систематической погрешности результата измерения; вычислить доверительные границы погрешности результата измерения. Данные действия позволят повысить достоверности и представительности результатов измерений.

Список использованной литературы

1. Государственная система обеспечения единства измерений. Прямые наблюдения с многократными наблюдениями. Методика обработки. Основные положения: ГОСТ 8.207-76. – Минск: БелГИСС, 2011. – 12 с.