

22. Hills J.G. // Astron.J. 1981. V. 86. №11. P. 1730-1740.
23. Bailey M.E. // Nature. 1990. V. 345. P. 21-22.
24. Weissman P.R., Levison H.F. // Abstracts of 28th Lunar and Planetary Science Conference. Houston, USA. 1997.
25. Talkot R. // Astronomy. August 1999. P. 24.
26. Wiegert P., Tremaine S. // Icarus. 1999. V. 137. P. 84-121.
27. Рябушко А.П., Жур Т.А. // Тезисы докл. XII Международной научн. конф. по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения -2007). Мн., май 2007.-С. 112-113.
28. Рябушко А.П., Жур Т.А.// Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.- мат. навук. 2005. № 4.- С. 77-85.
29. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том 2. -М., 1961.
30. Anderson J.D. [и др.]// Phys. Rev.D. 2002. V.65. P. 1-50.
31. Nieto M.M., Turyshev S.G. // Class.Quant.Grav. 2004. V. 21. P. 4005-4023.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОПТИМИЗАЦИИ МАРШРУТОВ ПОСТАВОК ПРОДУКЦИИ И УСЛУГ В АПК

Б.М. Астрахан, к.т.н., доцент, В.В. Плюгачев, к.т.н., доцент, П.В. Клавсуть

Концепция энергетической безопасности Республики Беларусь предусматривает мероприятия по энергосбережению ресурсов во всех сферах народного хозяйства. Снабжение продукцией и услугами с минимальными затратами является одним из реальных путей экономии топливно-энергетических ресурсов в АПК. В ходе выполнения Государственной программы возрождения и развития села созданы предпосылки для снижения транспортной составляющей в затратах — создана развитая дорожная сеть, обеспечивающая устойчивую транспортную связь с населенными пунктами и производственными объектами. В связи с этим является актуальной задача оптимизации маршрутов поставок продукции и услуг в АПК на основе применения информационных технологий. Одним из вариантов применения информационных технологий является использование пакета программ математического моделирования *MATLAB*. Изложим методику применения пакета *MATLAB* для указанной оптимизации.

Общим критерием оптимизации является минимизация суммарных затрат при доставке автотранспортом товаров и услуг потребителям. При использовании автомобилей разных марок с двигателями одного типа (потребляющими один вид топлива) за критерий оптимизации можно принять минимизацию суммарного расхода топлива. При использовании для доставки товаров и услуг автомобилей одной марки с двигателями одного типа за критерий оптимизации можно принять минимизацию суммарного пробега автотранспорта. В ходе решения задачи следует учитывать, что грузопместимость автомобиля должна быть не меньше суммарного заказа на соответствующем маршруте.

Рассматриваемая задача может быть решена посредством процедуры пакета **vrpsavings** (*VRP — vehicle routing problems*), которая решает задачу приближенно, реализуя алгоритм «функций выгод» Кларка-Райта.

Если на одном автомобиле невозможно доставить товары и услуги во все пункты назначения (общее количество пунктов, включая базу поставки, которую рассматриваем как исходный пункт 1, обозначим через n_0), то на первом этапе процедуру **vrpsavings** целесообразно применить в виде:

$$[rte, TC, L, XFlg] = vrpsavings (C, q, Q) \quad (1)$$

где **C** — матрица размерности $n_0 \times n_0$ затрат (расстояний) между пунктами (диагональные элементы матрицы равны 0); **q** = [**q**(1), **q**(2), ..., **q**(n_0)] — вектор размерности $1 \times n_0$ объемов заказов в пунктах 2, ..., n_0 , (**q**(1) соответствует исходному пункту 1 и равно 0); **Q** — грузопместимость автомобиля; **rte** (*route*) — вектор размерностей каждого из маршрутов с началом и концом в исходном пункте 1; следовательно, если размерность равна n , то в маршрут помимо начального входит $n - 2$ пункта доставки; **TC** (*total costs*) — вектор затрат (длин) соответствующих маршрутов; **L** (*loads*) — вектор загрузки автомобилей, направляемых на соответствующие маршруты; **XFlg** (*feasible, infeasible*) — показатель существования решения (= 1, если решение существует; = - 1, если решение не существует).

Величина Q в процедуре (1) выбирается исходя из имеющегося парка автомобилей. Если рассматриваются автомобили с двигателями одного типа, то в соответствии с критерием оптимизации должно выполняться

$$TC \times P \rightarrow \min, \quad (2)$$

где P – вектор удельного расхода топлива для автомобилей, направляемых на соответствующие маршруты.

На втором этапе для каждой группы пунктов следует уточнить оптимальный маршрут передвижения. Это можно сделать с помощью той же процедуры **vrpsavings**, но в модификации:

$$[rte, TC] = vrpsavings(A) \quad (3)$$

где A – матрица затрат (расстояний) уже для рассматриваемой группы пунктов; rte – последовательность пунктов в уточненном оптимальном маршруте; TC – затраты (длина) уточненного маршрута для рассматриваемой группы пунктов.

Следует отметить, что в процедуре (3), как и в процедуре (1), расчет выполняется приближенно. Если размерность матрицы A невелика, то расчет может быть выполнен точно, с помощью написанной на встроенном языке программирования пакета *MATLAB* соответствующей программы.

В качестве примера рассмотрим задачу планирования доставки продукции из РУСПП «1-я Минская птицефабрика» в 7 пунктов назначения в течение одного рабочего дня (сбор исходных данных для расчета был выполнен студенткой УО БГАТУ Мамот Д.Ч.).

Объем заказов для каждого пункта, грузоподъемность и расход топлива для каждого автомобиля с двигателями одного типа представлены в таблицах 1 и 2. Расстояния между всеми пунктами представлены на рисунке 1.

Таблица 1 – Объемы поставок продукции в магазины г. Минска

Исходные коды пунктов	Название магазина	Объемы поставок, т
2	Универсам “Северный”	1
3	Универсам “Фрунзенский”	1
4	Универсам “Юбилейный”	1
5	Универсам “Кунцевщина”	1
6	Универсам “Московский”	1
7	Универсам “Могилёвский”	1
8	Магазин №19	1,2

Таблица 2 – Характеристики автомобилей

ЗИЛ-5301	Расход топлива, л / 100 км,	17
	Грузоподъемность, т	3,5
МАЗ-4370	Расход топлива, л / 100 км,	18
	Грузоподъемность, т	6

В пакете *MATLAB* создадим матрицу-строку q , в которую внесём объёмы поставок продукции из РУСПП в магазины и величину $Q = 6$ (автомобиль МАЗ – 4370). Затем создадим матрицу C , в которую внесём расстояния между указанными пунктами, включая исходный (рисунок 1).

Последовательность пунктов разбивают на две группы. В первую входит 5 магазинов. Предварительная длина маршрута первой группы составляет 45,6 км. Объём доставляемых грузов в магазины первой группы составляет 5,2 т. Во вторую группу входит 2 магазина, предварительная длина маршрута составляет 19,1 км, с объёмом грузов 2 т. Следовательно, для этой группы можно использовать автомобиль ЗИЛ–5301. Перечень пунктов,, входящих в соответствующий маршрут, и последовательность объезда этих пунктов содержатся в векторе rte и могут быть получены с помощью команд $rte\{1\}$ и $rte\{2\}$.

Array Editor: C

File Edit View Web Window Help

Numeric format: shortG Size: 8 by 8

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	7.6	17.5	3.5	14	12.6	12.8	16
2	7.6	0	11	8	15	9	10	13
3	17.5	11	0	3.5	4.7	5	5.4	10
4	3.5	8	3.5	0	8.1	3.5	4	7.5
5	14	15	4.7	8.1	0	8.8	10.5	15
6	12.6	9	5	3.5	8.8	0	0.7	4.5
7	12.8	10	5.4	4	10.5	0.7	0	5.2
8	16	13	10	7.5	15	4.5	5.2	0

Рисунок 1 – Матрица расстояний между пунктами, км

В первый маршрут последовательно входят пункты 5, 3, 6, 7, 8, во второй маршрут — пункты 4 и 2. По этим данным выделяем магазины, входящие в первый маршрут, и составляем для них новую матрицу расстояний **A**, для чего удаляем вторые и четвертые строки и столбцы из матрицы **C**. Для матрицы **A** выполняем решение посредством процедуры (3).

Применение процедуры (3) не изменило первый маршрут. Так как размерность матрицы **A** невелика, то выполним точный расчет и получим оптимальный маршрут и программу распределения транспортных средств. Погрешность расчета по процедурам (1), (3) для данного случая составила менее 1%. Маршрут имеет вид: РУСПП → Универсам «Кунцевщина» → «Универсам «Фрунзенский» → Универсам «Могилёвский» → Универсам «Московский» → магазин №19 → РУСПП и составляет 45,3 км.

Так как вторая группа с маршрутом длиной 19,1 км включает в себя только 2 магазина: Универсам «Северный» и Универсам «Юбилейный», то ее маршрут в уточнении не нуждается.

Критерий оптимизации (2) в нашем случае имеет вид:

$$0,18 \times TC(1) + 0,17 \times TC(2) \rightarrow \min.$$

Рассчитаем расход топлива на доставку продукции

$$0,18 \text{ л / км} \times 45,3 \text{ км} + 0,17 \text{ л / км} \times 19,1 \text{ км} = 11,4 \text{ л.}$$

Расчеты с помощью программы на встроенном языке программирования при варьировании величины **Q** показали, что полученное значение расхода топлива удовлетворяет критерию (2).

Изложенная методика была апробирована в районном управлении «Столбцырайгаз» для планирования маршрутов по доставке баллонов газа сельским потребителям Столбцовского района спецавтомобилями на шасси ГАЗ-3307 с двигателями одного типа. В результате апробации методики было установлено, что при ее использовании суммарный пробег автотранспорта снизился примерно на 15%.

Таким образом, информационные технологии *MATLAB* могут быть эффективно использованы для оптимизации маршрутов поставок продукции и услуг в АПК.

НЕКОТОРЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПФАФФА ТИПА ФУКСА

Н. Д. Василевич, к.ф.-м.н., доцент

В настоящей работе рассматривается линейная система дифференциальных уравнений с заданными особыми алгебраическими поверхностями. К решению этих уравнений приводят ряд задач в теории упругости, исследование течения грунтовых вод и другие задачи теоретической физики и механики сплошной среды.