

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ В ФОРМИРОВАНИИ ПОНЯТИЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ, ИХ ПРОЕКЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ: ШКОЛА – ВТУЗ

Шабека Л.С., д.п.н., профессор; Мулярова О.В., аспирант; Кудинович А.Н., студентка
*Белорусский государственный аграрный технический университет,
г. Минск, Республика Беларусь*

Изучение инженерной графики в техническом вузе опирается на геометрографические знания, полученные студентами на довузовских ступенях образования: школа, ПТУ, ССУЗ, колледж. Усвоение закономерностей построения проекционных комплексных чертежей требует хорошего понимания геометрических тел (призма, пирамида, цилиндр, конус, шар, тор), из которых производится синтез большинства технических форм. Обучающийся должен уметь выделять основные признаки этих фигур, представлять их на чертеже в различном расположении относительно плоскостей проекций и во взаимном расположении. К сожалению, многие студенты 1-го курса не всегда могут четко и полно дать определение вышеназванных геометрических тел, охарактеризовать их форму и положение в пространстве. Все это вызывает затруднения в построении и чтении их изображений, создания трехмерных параметрических компьютерных моделей. На устранение этого недостатка и направлена данная работа. Для чего необходимо было решить следующие задачи:

- 1) провести сравнительный анализ определений геометрических тел, представленных в различной учебной литературе;
- 2) проанализировать полноту определений геометрических тел студентами накануне изучения курса инженерной графики;
- 3) разработать рекомендации по устранению пробелов в усвоении понятий геометрических тел, обеспечивающих успешное изучение проекционного комплексного чертежа.

Содержательный анализ определений геометрических тел, представленных в различной учебной литературе [1-9], позволил выявить общие и отличительные признаки характеризующих их форму.

Большинство авторов, определяют призму как многогранник, подчеркивая наличие многоугольников-оснований, лежащих в параллельных плоскостях, а боковыми гранями являются параллелограммы [4,6,7,9], т.е характеризуется её поверхность. Наряду с этим, широко используется определение призмы как множество параллельных отрезков, которые пересекают многоугольники в основании. А.Н.Колмогоров и др. определяют прямую призму как область пространства, заключенную между двумя параллельными многоугольниками и прямоугольниками, соединяющими соответствующие стороны этих многоугольников [3]. В базовом учебнике для средней общеобразовательной школы в определении призмы отмечается, что два плоских многоугольника, т.е. основания, совмещаются параллельным переносом – это весьма непросто для понимания, но, тем не менее, полезно для компьютерного моделирования призматического твердого тела с использованием операции «Выдавливание».

Наибольшее единство отмечается у авторов в определении пирамиды, у которой одна из граней является многоугольником, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину, за исключением А.В. Погорелова, который указывает, что вершина пирамиды соединяется отрезками с вершинами основания, т.е. обращает внимание на каркасную модель фигуры.

Многие авторы цилиндр определяют как тело, образованное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон [2-4]. Наряду с этим используется определение цилиндра подобное образованию призмы лишь только с той разницей, что в параллельных

основаниях расположены два круга. А.В. Погорелов, как и при определении призмы, определяет цилиндр как множество отрезков, которые соединяют соответствующие точки этих кругов. В.В. Шлыков характеризует форму цилиндра как ограниченную цилиндрическую поверхность и двумя параллельными плоскостями [6]. Заметим, что образование цилиндра плоскопараллельным перемещением кругов и вращением прямоугольника позволяет лучше осмысливать команды твердотельного компьютерного моделирования «Вращение» и «Выдавливание».

Конус определяется множеством отрезков проходящих через одну и ту же точку – вершину [1,5], вращением прямоугольного треугольника [2,3], тело ограниченное конической поверхностью и некоторой плоскостью [6].

Шар большинство авторов [1-6] рассматривают как множество точек пространства, которые находятся на расстоянии не больше данного от одной точки – центра. При этом заметим, что придерживаясь единой позиции представления предшествующих тел как множество отрезков, можно было бы определить и шар как множество одинаковых отрезков, пересекающихся по середине. Наряду с этим, есть определение шара как твердого тела ограниченного сферической поверхностью. Обратим внимание, что сфера и шар используются и как синонимы. Так, например, в книге английского автора, датированной 1888 годом [14], дается следующее определение: «сфера или шар есть твердое тело, ограниченное выпуклой поверхностью, каждая точка которой имеет одинаковое расстояние от указанной точки, называемой центром». Для сравнения приведем определение шара (Sphère) во французском толковом словаре: «тело, ограниченное поверхностью, все точки которой удалены на одинаковое расстояние от одной внутренней точки, называемой центром» [13].

Изучение тора школьной программой не предусмотрено, и этот недостаток компенсируется только при освоении элементов начертательной геометрии в средних и в высших технических учебных заведениях. Для полноты картины приведем, на наш взгляд, наиболее удачные определения тора, как твердого тела в форме кольца, ограниченного торовой поверхностью, образованной вращением окружности вокруг прямой не проходящей через её центр [13].

Представляет интерес взаимосвязанное определение призмы и цилиндра французского автора С.Вреард, как твердого тела, которое заполняет внутреннюю область призматической и цилиндрической поверхностей и заключенного между двумя плоскими параллельными сечениями; пирамидой или конусом называется твердое тело, которое заполняют внутреннюю область пирамидальной или конической поверхности, и ограниченное вершиной и плоскостью, пересекающей все образующие. При этом поверхность представляется как след линии, движущейся в пространстве по некоторой направляющей [12].

Таким образом, геометрическое тело можно определить как фигуру, ограниченную некоторой замкнутой поверхностью или поверхностями. Тогда только требуется сформировать у учащихся понятие о кинематическом способе образования поверхности как следа линии, движущейся в пространстве по направляющим линиям.

Определения геометрических фигур по В.В. Шлыкову [6] во многом совпадает с подходом, реализуемым французским автором С.Вреард [12], что наиболее полно отвечает требованиям при дальнейшем изучении начертательной геометрии, а именно: фигура определяется как область пространства, ограниченная некоторой поверхностью, а поверхность представляется как след линии, движущейся в пространстве. Тогда при построении сечений геометрических тел плоскостями у студентов создается отчетливое представление контура этого сечения как результата пересечения поверхности с плоскостью. Построение любой точки этого контура можно представить, как результат пересечения образующей боковой поверхности с плоскостью. Умение представить образующую линию на поверхности геометрического тела позволяет рационально строить точки, принадлежащей этой поверхности, на проекционном комплексном чертеже. Представление геометрических тел как множество пря-

мых или точек затрудняет видение поверхности, т.е. формы тела и его контура видимости, что чрезвычайно важно при построении проекции геометрического тела.

Проведенный анализ позволяет нам лучше понять те ошибки и неполноту определений геометрических тел, которые допускают студенты.

С этой целью среди студентов 1 курса инженерной специальности энергетического факультета 2007/2008 учебного года в первом семестре на первой лекции по инженерной графике было проведено анкетирование, в котором студентам наряду с другими вопросами предлагалось дать определение геометрических тел (призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара). В опросе приняли участие 115 студентов, из них сельскую школу закончили 38 человек, 77 – городскую, в числе которых 7 студентов, которые окончили техникум, а также 7 человек, которые закончили городские гимназии. Анализ представленных ответов показал следующее.

Призма. В большинстве случаев студенты давали определение призмы, связывая с конкретным многоугольником в основании. Было подчеркнуто, что в основаниями являются равные многоугольники, которые лежат в параллельных плоскостях, а боковые грани – параллелограммами. Некоторые писали, что длина граней одинакова, что не является не верным, но, этого недостаточно для полного определения. Имело место следующее сопоставление: призма – это параллелепипед, имеющий больше либо меньше боковых граней, что не совсем корректно. Заметим, что в школьных учебниках по геометрии такой формулировки не давалось. Это говорит о том, что студент сформулировал определение исходя из своих соображений и зрительной памяти. Взаимодействие, схожесть некоторых геометрических фигур, помогает в зрительном восприятии и дальнейшем усвоении. Такой вариант не является достаточным для ВУЗа, инженерно-техническое образование требует более углубленного понимания геометрических тел.

Пирамида. Общность определений анкетированных по пирамиде – это четкое представление боковых граней в виде треугольников. Было отмечено, что в большинстве ответов отсутствовало понятие вершины пирамиды. Также в большом числе ответов был представлен частный случай, т.е. студенты указывали на то, что боковые грани являются равнобедренными треугольниками, а основанием – конкретный многоугольник. Небольшой процент опрошенных описал каркасную модель фигуры: пирамида – фигура, у которой основание является многоугольником, а вершины этого многоугольника соединены в одной точке, не лежащей в плоскости основания. Несколько студентов написали определение согласно А.В.Погорелову, т.е. представили боковые грани, как совокупность прямых, соединяющих вершину пирамиды и его основание. Но, как подчеркивалось в сравнительно – сопоставительном анализе формулировок авторов учебных пособий, такое определение сложно для понимания и усвоения, т.к. представить множество прямых и боковую грань в виде «пучка» отрезков весьма сложно.

Цилиндр. Для студентов было достаточно сложно дать определение цилиндра. Наблюдается широкий круг различных формулировок. Для определения оснований данной геометрической фигуры использовались такие понятия как окружность и круг. Это говорит о том, что не был усвоен материал планиметрии. Отмечается схожесть тел, но, не подчеркивается их различие, что очень важно для дальнейшего изучения и оперирования ими. В ответах также было указано, что основания параллельны друг другу. Высок процент определения цилиндра в виде тела вращения. Это определение соответствует многим авторам, и относится только к прямому круговому цилиндру. Проблему вызвало формулирование боковой поверхности цилиндра. Некоторые отметили, что боковая поверхность цилиндра – это свернутый прямоугольник. Данное определение представляет интерес, потому что имеет место изображение развертки, что важно и положительно скажется на дальнейшем изучении начертательной геометрии. Также было отмечено наличие формулировки боковой поверхности по методу множества отрезков, но данное определение наблюдалось всего лишь у 5 человек из всего числа опрошенных.

Конус. Анализ ответов по конусу показал следующее. Для описания основания конуса студенты использовали два понятия: круг и окружность. В большем случае фигуру определяли как тело вращения прямоугольного треугольника вокруг катета, что соответствует частному случаю. Не уделяется внимание определению наклонного конуса. Несколько человек определили боковую поверхность конуса, как множество прямых, соединяющих вершину и основание. Один студент, окончивший технический колледж, уточнил, что на любом виде с боку конус имеет изображение треугольника, т.е. установил связь между контуром видимости и его проекцией.

Шар. Шар анкетиремые в большинстве определяли как сферу, т.е. множество точек равноудаленных от центра. 5 % опрошенных сформулировали понятие шара как тело вращения полуокружности вокруг диаметра. Также имели место следующие определения фигуры: объемная фигура, сферическое тело, заполненная сфера; тело, имеющее круглую форму. Можно сделать вывод, что в основном студенты описали форму шара исходя из своего зрительного восприятия.

В основном на определение шара давалась формулировка сферы. Это говорит о том, что студенты не видят различия между похожими фигурами, не распознают их отличительных признаков.

Если объединить все ответы опрошенных, можно отметить, что: 58 определений были сформулированы верно; 230 ответов не дали полной картины представления геометрических тел; 287 понятия не были сформулированы вовсе, что составляет 50% от общего числа ответов.

Полученные результаты явно не удовлетворяют требованиям успешного изучения инженерной графики во вузе, и это в полной мере уже проявляется при построении проекционных комплексных чертежей геометрических фигур, предусматриваемых учебными программами. Поэтому с самого начала изучения инженерной графики надо уметь видеть, узнавать геометрические формы в окружающей нас действительности. Эта способность видеть геометрию вокруг себя есть ценнейшее качество, которое способствует формированию абстрактных понятий геометрических фигур, на базе которых в дальнейшем реализуется синтез более сложных технических форм.

Учитывая такую ситуацию вуз должен восполнить пробел в геометрической подготовке первокурсников. Перейти от уровня узнавания геометрических тел к уровню их понимания, а дальше к уровню применения и наконец к творчеству. С этой целью на базе проведенных исследований разработан учебно-методический комплекс по основам проекционного комплексного чертежа [11], в котором предусматривается глубокое изучение геометрических тел, когда не только усваиваются их всестороннее определения, но и умения изображать их с различными плоскими сечениями на проекционном комплексном чертеже и в аксонометрии. Когда изучалось черчение в школе (7-8 классы), развивались элементарные навыки изображения геометрических тел на трехпроекционном комплексном чертеже и в аксонометрии [10]. Черчение выполняло пропедевтическую функцию стереометрии и способствовало более успешному её изучению в последующем. Исчезновение черчения со школы существенно усложнило как изучение геометрии, так и элементов технической графики в средних и высших учебных заведениях. Обучение правилам построения наглядных изображений объемных фигур при изучении геометрии не предусматривалось, они строились на чисто интуитивной основе, что приводило к ошибкам в решении стереометрических задач. Как отмечал известный белорусский дидакт в области математики Н.В. Метельский: «... все ошибки в решении стереометрических задач – это прежде всего ошибки в чертеже» [8].

Можно выделить несколько уровней в формировании представлений о геометрических телах:

1. Усвоение начальных знаний: основания, боковые грани и поверхности, вершины, образующие, оси вращения, высоты, отличительные признаки фигур; построение наглядных изображений основанных на зрительном восприятии.

2. Формирование понятий о геометрических телах, как ограниченных различными поверхностями, установления различия и общности между фигурами, построение разверток; построение проекционных изображений.

3. Представление геометрических тел с различными плоскими сечениями на проекционном комплексном чертеже и в аксонометрии.

Первый уровень реализуется в общеобразовательной средней школе. Второй уровень формируется в школе при углубленном изучении стереометрии и получает логическое завершение при освоении начертательной геометрии во втузе. На этом этапе усвоение понятий геометрических тел органически связывается с изучением закономерностей построения их изображений на комплексном и аксонометрическом чертежах. В результате студент всесторонне изучает исходную форму геометрических тел, а так же их сечений плоскостями – третий уровень (рисунок 1).

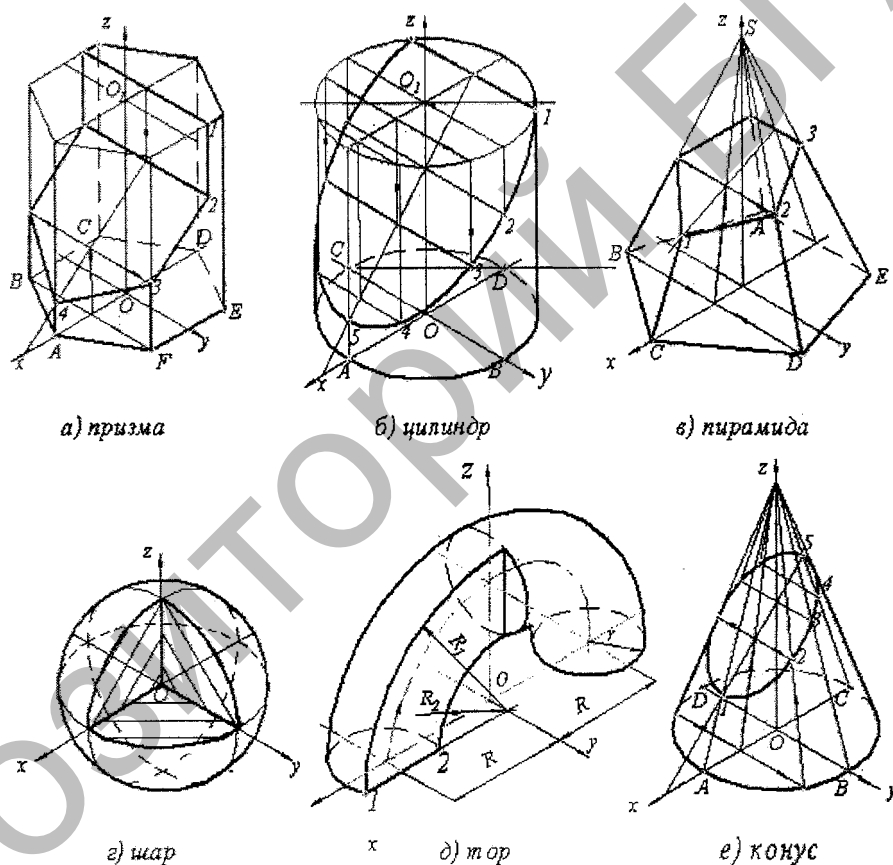


Рисунок 1 – Построение аксонометрических проекций геометрических тел

Таким образом, освоение геометрических тел на третьем уровне, позволяет легко перейти к изучению построения линий их пересечения [11] и закономерно выйти на синтез форм из конструктивных элементов, какими являются геометрические тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пагарэлаў, А.В. Геаметрыя. Вучэбны дапаможнік для 6 – 10 класаў сярэдняй школы. – Мн.: Народная асвета, 1988. – 303с.
2. Клопский, В.М., Скопец, З.А., Ягодский, М.И. Геометрия. Учебное пособие для 9 – 10 классов средней школы. Под ред. – Скопец, З.А. – М.: Просвещение, 1982. – 256с.

3. Колмогоров, А.Н., Семенович, А.Ф., Гусев, В.А., Черкасов, Р.С. Геометрия. Учебное пособие для 8 класса средней школы. Под ред. – Колмогоров, А.Н. – М.: Просвещение, 1978. – 112с.
4. Антипов, И.Н., Шварцбург, Л.С. Символы, обозначения, понятия школьного курса математики. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1978. – 64с.
5. Герасимович, А.И. Геометрия для подготовительных отделений ВТУЗов. Справочное пособие/ А.И. Герасимович, Г.Т. Пушкина – Варварчук, З.П. Шарикова, В.К. Цыганова. – Мн.: Вышэйшая школа, 1987. – 256с.
6. Шлыков, В.В., Валаханович, Т.В. Дидактические материалы по геометрии. 10, 11 классы. – М.: Аверсэв, 2007, 2008. – 96с., 144с.
7. Стрельчяня, В.М. Геометрия. Справочник школьника. Для старшеклассников и абитуриентов. – Мн.: Универсал Пресс, 2007. – 112с.
8. Метельский, Н.В. Дидактика математики. Общая методика и ее проблемы. – Мн.: БГУ. 1982. – 256с.
9. Майсеня, Л.И. Справочник по математике: основ. понятия и формулы: справ. пособие для учащихся общеобразоват. и сред. спец. учеб. заведений. – Мн.: Вышэйшая школа, 2008. – 383с.
10. Виноградов, В.И. Черчение. Техническая графика. Учебн. для общеобразоват. шк. – Мн: Народная асвета, 1997.– 191с.
11. Шабека Л.С. Инженерная графика. Учебно-методический комплекс. Часть 1 – Основы проекционного комплексного чертежа. Л.С. Шабека, О.В. Мулярова, Г.А. Галенюк, Н.В. Зеленевская; под. ред. Л.С. Шабека. Мн.– БГАТУ. 2009. – 265с.
12. Bréard, C. Géométrie. Classes de 5^e, 4^e, 3^e. № 478. Les éditions de l'école. 11, rue de Sévres, Paris – VIe.
13. Le larousse de poche. Dictionnaire: Noms commens. Noms propres. – Paris: Larousse Bordas, 1998. – 978p.
14. Carroll, J. Practical plane and solid geometry. Tenth edition. Burns & Oates, Limited. 28 Orchard Street, London, 1988. – 163p.

Аннотация

Преемственность в формировании понятий геометрических тел, их проекционных изображений: школа – втуз

Приводится сравнительный анализ определений геометрических тел в различной учебной литературе и студентами накануне изучения курса инженерной графики по результатам анкетирования; выделяются уровни их усвоения, и на этой основе даются рекомендации по построению изображений геометрических тел на комплексном и аксонометрическом чертежах.

Abstract

Continuity in formation of definitions of solids and their projection construction: school - high school

The report reflects the comparative analysis of definitions of solids in the various educational literature and students on the eve of studying of a course of an engineering drawing by results of questioning, levels of their mastering are allocated, and on this basis recommendations about construction of images of solids on complex and axonometrical graphics are made.