

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НЕКОТОРЫХ НЕОЖИДАННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ EXCEL

В.И. Воюш, к.э.н., доцент

Белорусский государственный аграрный технический университет (г. Минск)

Существенную роль в качестве подготовки специалистов в учреждениях высшего образования имеет содержание выполняемых лабораторных работ по дисциплинам информатики. Изучаемые по этим дисциплинам приложения являются довольно сложными и часто базируются на непростых математических моделях. Как следствие этого, при выполнении вычислений в электронных таблицах, в частности, Excel, можно получить результаты, которые, на первый взгляд, выглядят парадоксальными. В конечном счете, это является следствием неправильного анализа рабочей ситуации и, как следствие, неправильного выбора математического решения. Методические пособия, которые по сути своей ограничены в объеме приводимого материала, не содержат ответа на такие ситуации — ведь невозможно, чтобы они содержали анализ используемых вычислительных методов. Поэтому преподаватель должен быть готов к объяснению подобных парадоксальных результатов. В данной статье рассматриваются некоторые такие случаи.

Ситуация 1. В одной из лабораторных работ по Excel требуется вычислить урожайность полей:

	А	В	С	Д	Е
1	Поля	Площадь, га	Вес, ц	Урожайность, ц/га	Формула расчета урожайности
2	Поле 1	15	3900	260	=C2/B2
3	Поле 2	8	1840	230	=C3/B3
4	Поле 3	12	3300	275	=C4/B4
5	Итого	35	9040	258	=C5/B5

Если итоговую урожайность рассчитывать по формуле $C5/B5$,

(1)

т.е. как отношение «итоговый вес» к «итоговая площадь» (это и есть правильный расчет), то, как результат, получается значение 258. Но некоторые студенты рассчитывают ее по формуле

$(D2+D3+D4)/3$,

(2)

т.е. вычисляют как среднеарифметическое значение урожайностей для всех полей и в результате получают другое значение — 255:

	А	В	С	Д	Е
1	Поля	Площадь, га	Вес, ц	Урожайность, ц/га	Формула расчета
2	Поле 1	15	3900	260	=C2/B2
3	Поле 2	8	1840	230	=C3/B3
4	Поле 3	12	3300	275	=C4/B4
5	Итого	35	9040	255	=CPЗНАЧ(D2:D4)

Результаты различны, хотя разница между ними и относительно небольшая. Но никакого парадокса здесь нет, разные результаты являются вполне естественным следствием именно того факта, что расчеты выполняются по разным формулам. Вот только дело в том, что студент ожидает, что, вычисляя среднеарифметическое значений, находящихся в ячейках D2+D4, он по смыслу получит среднюю урожайность и потому полагает, что результаты будут одинаковыми, независимо от метода их расчета. Получив ответ, не совпадающий с приведенным в методическом пособии, он ищет у преподавателя объяснение этому факту.

На самом деле, с позиции математики, эти расчеты не являются тождественными. Рассмотрим это подробнее. Обозначим конкретные значения площадей полей как p_i , вес собранного урожая на каждом поле — как b_i . Не нарушая общности, можно ограничиться анализом матрицы размерности 3:

$$\begin{pmatrix} p_1 & b_1 & \frac{b_1}{p_1} \\ p_2 & b_2 & \frac{b_2}{p_2} \\ p_3 & b_3 & \frac{b_3}{p_3} \end{pmatrix}$$

здесь p_i — площадь, b_i — вес, b_i/p_i — урожайность.

Итоговая урожайность, рассчитанная по формуле (1), представляется выражением

$$\frac{b_1 + b_2 + b_3}{p_1 + p_2 + p_3} \quad (3)$$

Если же для вычисления итоговой урожайности использовать формулу (2), то она представится как выражение

$$\left(\frac{b_1}{p_1} + \frac{b_2}{p_2} + \frac{b_3}{p_3} \right) / 3 = \frac{p_2 p_3 b_1 + p_1 p_3 b_2 + p_1 p_2 b_3}{3 p_1 p_2 p_3} \quad (4)$$

Очевидно, что равенство $\frac{b_1 + b_2 + b_3}{p_1 + p_2 + p_3} = \frac{p_2 p_3 b_1 + p_1 p_3 b_2 + p_1 p_2 b_3}{3 p_1 p_2 p_3}$ выполняется только при определенных значениях p_i и b_i , например, когда $p_1 = p_2 = p_3$.

В данном случае значения, полученные по формулам (1) и (2), не различаются слишком сильно. Но в следующем примере результаты получаются более поразительными.

Ситуация 2. В одной из лабораторных работ выполняются следующие вычисления:

	A	B	C	D	E
1	Автомобиль	Вес грузов, т	Расстояние, км	Расход горючего, л	Удельный расход топлива, л/т·км
2	1	34	328	64	0,005738881
3	2	48	312	72	0,004807692
4	3	56	237	57	0,004294756
5	4	37	346	61	0,00476488
6	5	45	154	35	0,005050505
7	Всего	220	1377	289	0,000953984

Здесь итоговый «Удельный расход топлива» (для строки «Всего»), обозначим его как УРТ, вычисляется как отношение

$$\frac{R}{b \times S} \quad (5)$$

где R — расход горючего, b — вес груза, S — расстояние. Вычисленное значение УРТ равно 0,000953984. В то же время выполняющий работу студент предполагает, что это значение является средним арифметическим для соответствующих значений каждой из строк E2+E6. Это значение в данном случае равно 0,004931. Как видно, эти значения различаются существенно (в 5 раз) и причиной этой разницы, как и в первой ситуации, является тот факт, что вычисления проводятся по разным формулам. В данной ситуации используется другой алгоритм вычислений, нежели в первой ситуации, чем и объясняется большая разница в итоговых вычислениях.

Вообще для среднеарифметических значений свойственны интересные «кажущиеся» парадоксы. Они приводятся в специальной литературе, например, в энциклопедии «Википедия». Но рассмотренные случаи относятся к другим ситуациям и объясняются фундаментальными законами математики.