

сетей. Очевидно, что эти показатели должны отражать существующие в настоящее время на практике средние значения. Поскольку только через средние показатели можно объективно рассчитать стоимость распределения электроэнергии на существующих фермах. Их определение предполагает проведение целого ряда процедур сбора и статистической обработке собранных данных.

Как известно длина линии внутреннего и внешнего электроснабжения является типичной случайной величиной, которая характеризуется двумя важнейшими показателями, математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением.

Первый этап это сбор фактических данных по средним длинам электрических сетей внешнего и внутреннего электроснабжения молочно-товарных ферм. Источником явились материалы предприятий электрических сетей и собственные обследования электрических сетей ферм и комплексов молочного направления. Для определения средних показателей нами собраны и обработаны материалы по внутреннему и внешнему электроснабжению по 216 реально существующих молочно-товарных ферм. Они представляют молочно-товарные фермы различных областей и районов республики. При этом статистическая выборка характеризуется следующими данными. Молочно-товарные фермы на 100 голов — 16 шт; на 200 голов — 126; 300 голов — 1; 400 голов — 59; 500 голов — 1; 600 голов — 8; 700 голов — 2; 800 голов — 1; 1000 голов — 2 фермы. По способу содержания: беспривязное — 112 ферм; привязное содержание — 104.

Вторым этапом статистического изучения является определение длины линии электроснабжения. Результаты проведенных исследований показывают, что при определении стоимости распределения электроэнергии от потребительского ТП до электропривода навозоборочного транспортера среднюю длину кабеля внешнего и внутреннего электроснабжения можно принимать соответственно 0,73 и 0,34 метра на одну голову.

Это позволяет определить затраты на распределение электроэнергии, и в частности стоимость потерь электроэнергии в сетях, опираясь на нагрузку, расход электроэнергии, длину, сечение линии электропередачи, капиталовложения, нормативы отчисления на амортизацию и техническое обслуживание.

## ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БИОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

*Н.Н. Дедок, к.ф.-м.н., доцент, И.М. Морозова, к.ф.-м.н., доцент*

В конце 2010 года в Беларуси принята Государственная программа развития рыбохозяйственной деятельности на 2011–2015 годы [1]. Только в 2011 году на выполнение мероприятий этой программы предусмотрено выделение 9 млрд 652 млн белорусских рублей. Приоритетное направление названной программы — внедрение индустриального рыбоводства с применением передовых интенсивных технологий, позволяющих осуществлять выращивание ценных видов рыбы. Выполнение мероприятий программы позволит увеличить производство товарной рыбы в республике на 22,7 тыс. т и сократить импорт рыбной продукции на 7,9 тыс. т в год, насытить внутренний рынок высококачественной деликатесной рыбной продукцией.

Для осуществления намеченных планов в республике имеются необходимые условия, так в реках и водоемах Беларуси обитает около 56 видов рыб. Анализ статистических данных промыслового вылова из озер, рек и водохранилищ за последние пять лет показал, что около 75 % уловов приходится на три вида — плотву, леща и карася. На долю сиговых рыб приходится не более 0,2 %, угря — 1,9 %, крупных хищников — иктиофагов (щука, сом, судак, жерех) — 4,4 %.

После принятия закона об аренде, рыболовные угодья стали передавать арендаторам из числа государственных и негосударственных предприятий и физическим лицам. Это привело к росту числа используемых для рыбного промысла водоемов и водотоков. В настоящее время 281 арендатором (включая госрыбхозы) эксплуатируется в целях рыбного промысла около 600 озер и водохранилищ, общей площадью 1,2 тыс. км<sup>2</sup> и 2,1 тыс. км протяженности рек.

Рыбное производство, как составляющая часть агропромышленного комплекса требует постоянного совершенствования технологической и экономической его составляющих.

В работе [2] были рассмотрены факторы, влияющие на рыбопродуктивность: перерабатываемость и питательность кормов, температура, содержание кислорода, способы хранения и способы подготовки кормов и т.д. А в [3] предложена корреляционная модель ее формирования с учетом ряда факторов.

В настоящей статье мы предлагаем исследовать более подробно влияние еще одного из таких факторов, как плотность биомассы корма – массы живых организмов в воде, с помощью качественной теории дифференциальных уравнений.

В работе [4] рассматривалась система дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = N(kM - l), \\ \frac{dM}{dt} = \mu - (b + pN)M. \end{cases} \quad (1)$$

Данная система описывает зависимость плотности рыбных скоплений от распределения кормовых запасов в ареале обитания. В системе (1)  $N$  — плотность численности рыбы,  $M$  — плотность биомассы корма,  $k$  — коэффициент воспроизводства (удельная скорость роста плотности численности рыбной стаи),  $l$  — коэффициент смертности особей,  $b$  — удельная скорость убыли биомассы корма, вызванной, например, недостатком кислорода,  $\mu$  — скорость роста плотности биомассы корма за рассматриваемый промежуток времени,  $p$  — коэффициент убыли биомассы корма вследствие поедания его рыбой.

Ввиду практического смысла рассматриваются положительные коэффициенты и часть фазовой плоскости, для которой  $N \geq 0$ ,  $M \geq 0$ .

В конечной части фазовой плоскости система (1) может иметь максимум два состояния равновесия:  $O_1(0; \frac{\mu}{b})$  с корнями  $\lambda$  характеристического уравнения

$$\lambda_1 \lambda_2 = \frac{\mu k - bl}{b}, \quad \lambda_1 + \lambda_2 = -(\mu k - bl) \quad (2)$$

и  $O_2(\frac{\mu k - bl}{lp}; \frac{l}{k})$

Так как через  $O_1$  проходит интегральная прямая  $N=0$ , то  $O_1$  не может окружать предельный цикл [5, стр. 230].

Характеристическое уравнение для состояния равновесия  $O_2$  имеет вид

$$r^2 + \sigma r + \Delta = 0, \quad (3)$$

где  $\sigma = \frac{\mu k}{l}$ ,  $\Delta = \mu k - bl$ .

Обозначим  $\delta = \sigma^2 - 4\Delta$  и рассмотрим случаи:

1.  $\delta \geq 0$ ,  $\sigma > 0$ ,  $\Delta > 0$ , тогда  $r_1 < 0, r_2 < 0$ , а следовательно состояние равновесия  $O_2$  — устойчивый узел.  $O_1$  — седло.

Исследуем поведение траекторий системы (1) на бесконечности. Применяя преобразование Пуанкаре  $N = \frac{1}{z}, M = \frac{s}{z}$  и вводя параметр  $\frac{dt}{z} = d\tau$ , получим систему дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \frac{dz}{d\tau} = lz^2 - ks z, \\ \frac{ds}{d\tau} = -ps - ks^2 + (l-b)sz + \mu z^2. \end{cases}$$

В рассматриваемой части фазовой плоскости при  $z = 0$  существует единственное состояние равновесия  $P_1(s=0, z=0)$  с корнями характеристического уравнения  $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -p$ .

Решение уравнения  $-ps - ks^2 + (l-b)sz + \mu z^2 = 0$  имеет вид ( $s=0; z=0$ )

$$s = \frac{\mu}{p} z^2 + \dots,$$

$$\text{тогда } \frac{dz}{d\tau} = lz^2 - \frac{\mu k}{p} z^3 + \dots$$

В соответствии с [6, стр. 92] заключаем, что  $P_1$  седло – узел, причем при  $z > 0$ , будут гиперболические области, т.к.  $-p/k < 0$ .

С помощью другого преобразования Пуанкаре  $N = \frac{q}{z}, M = \frac{l}{z}$  и введения параметра  $\frac{dt}{z} = d\tau$ , получим систему вида

$$\begin{cases} \frac{dz}{d\tau} = bz^2 - pqz - \mu z^3, \\ \frac{dq}{d\tau} = kq + pq^2 + (b-l)qz - \mu z^2 q. \end{cases}$$

Аналогично предыдущему устанавливаем, что  $P_2 (q = 0; z = 0)$  — седло – узел, причем при  $z > 0$ , будет неустойчивый узловой сектор, т.к.  $k > 0, bk > 0$ .

Отметим, что в рассматриваемых ниже случаях число, месторасположение и характер состояний равновесия на бесконечности остается неизменным.

2.  $\delta < 0, \sigma > 0, \Delta > 0$ . Корни характеристического уравнения комплексные. Следовательно,  $O_2$  – устойчивый фокус,  $O_1$  – седло.

Докажем отсутствие предельных циклов системы (1) в рассмотренных двух случаях. Он может окружать лишь состояние равновесия  $O_2$ .

Заменой  $u = N - N', v = M - M'$ , где  $N' = \frac{\mu k - bl}{lp}, M' = \frac{l}{k}$  перенесем  $O_2$  в начало координат. Получим

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \frac{k(\mu k - bl)}{lp} v + kuv, \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{pl}{k} u - \frac{\mu k}{l} v - puv \end{cases} \quad (4)$$

Легко видеть, что при этой замене корни характеристического уравнения состояния равновесия ( $u=0, v=0$ ) определяются из (2). Если предельный цикл существует, то он должен пересекать прямую  $u=0$ . Найдем наклоны траекторий системы (4) на этой прямой.

Подставляя  $u=0$  в уравнение (4), получим

$$\frac{dv}{du} = -\frac{\mu p}{\mu k - bl} < 0,$$

так как коэффициенты положительны, а  $\mu k - bl > 0$ .

Таким образом, все траектории пересекают прямую  $u=0$  в одном направлении. Следовательно, предельный цикл не может окружать состояние равновесия  $O_2$ .

3.  $\delta > 0, \sigma > 0, \Delta < 0$ . В рассматриваемой конечной части фазовой плоскости существует единственное состояние равновесия  $O_1$  — устойчивый узел.

4.  $\delta > 0, \sigma > 0, \Delta = 0$ . Отсюда следует, что  $\mu k = bl$  и состояние равновесия  $O_2$  сливается с  $O_1$ .

Таким образом, в конечной части фазовой плоскости существует единственное состояние равновесия  $O_1$ .

Заменой  $\eta = M - M'$ , где  $M' = \frac{l}{b}$  перенесем  $O_1$  в начало координат.

Получим

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = kN\eta, \\ \frac{d\eta}{dt} = -\frac{pl}{k} N - \frac{\mu k}{l} \eta - pN\eta \end{cases}$$

Корни характеристического уравнения состояния равновесия ( $N=0, \eta=0$ ) имеют вид

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -\frac{\mu k}{l}$$

Аналогично рассмотрению, приведенному в случае 1 устанавливаем, что  $O_1$  – седло-узел, причем в рассматриваемой конечной части фазовой плоскости имеем устойчивый узловой сектор.

Получить решение системы (1) в аналитической форме не удается, но с помощью качественной теории дифференциальных уравнений представляется возможным исследовать поведение траекторий решения в особых точках и найти состояние равновесия системы. Из полученных результатов можно сделать вывод, что координаты особых точек  $O_1$  и  $O_2$  являются координатами точек состояния равновесия системы (1). А также производство скорости роста плотности биомассы корма на коэффициент воспроизводства рыбы должно быть больше произведения удельной скорости убыли биомассы корма на коэффициент смертности особей при определенных начальных условиях в точке  $O_2$ .

1. Государственная программа развития рыбохозяйственной деятельности на 2011-2015 годы [www.pravo.by/pdf/](http://www.pravo.by/pdf/)

2. Ленков И.И., Марков А.С. и др. Комплексная программа обеспечения конкурентоспособности рыбной отрасли РБ. Сборник научных статей 6-й международной научной конференции «системный анализ и прогнозирование экономики» 26-28 мая 2011г. Минск БГАТУ. С.247-260.

3. Марков А.С., Ленков И.И. Тенденции и предпочтения в развитии рыбной отрасли РБ. Сборник научных статей 6-й международной научной конференции «системный анализ и прогнозирование экономики» 26-28 мая 2011г. Минск БГАТУ. С.260-273

4. Н.А. Корнеев, В.Е. Федянин. Зависимость плотности рыбных скоплений от распределения кормовых запасов в ареале обитания. Тез. докл.1 конференции Математическая теория биологических процессов, стр.139-141.-Калининград, 1976. – 488 с.

5. А.А. Андронов, Е.А. Леонтович, И.И. Гордон, А.Г. Майер. Качественная теория динамических систем второго порядка. – М.: Наука, 1966 г. – 568 с.

6. Н.Н. Баутин Е.А. Леонтович. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976 г. - 496 с.

## НАЦИОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ В РЕСПУБЛИКЕ БЕЛАРУСЬ: СОСТОЯНИЕ И ПРОБЛЕМЫ РАЗВИТИЯ

**В.Г. Дорощев, к.э.н., доцент**

Провозгласив свою независимость в 1990 г. Беларусь, как и другие республики бывшего СССР, вступила на путь так называемого рыночного развития. Это потребовало изменить стратегию развития своей и уже национальной системы образования. Система образования, как известно, создает новые ресурсы не только для сложившихся технологий, но и для новых, ориентированных на рыночные технологии. Кроме того, система образования формирует компетентные, энергичные и нравственные силы, способные перевести страну в качественно новое состояние. Вместе с тем, нельзя забывать и о том, что система образования формирует важнейший фактор экономического развития, то есть интеллектуальные ресурсы, обладающие необходимыми технологическими знаниями и умениями. А это требует *нового мышления и поведения*, которые сопровождаются *системной подготовки кадров*.

Средства бюджета служат основным источником финансового обеспечения расходов на образование. Необходимость бюджетного финансирования сферы образования обусловлена, в первую очередь, свойствами образовательных услуг как общественного товара, их ролью в социально-экономическом развитии страны. Финансирование учреждений (организаций) образования осуществляется на основе государственных и местных нормативов финансирования в расчете на одного обучающегося по каждому типу и виду образовательного учреждения. Местные нормативы финансирования должны учитывать специфику образовательного учреждения и быть достаточными для покрытия средних по данной территории текущих расходов, связанных с образовательным процессом.