

Использование компьютерного моделирования позволяет ускорить и упростить проектирование модулей электромеханических систем. Результаты моделирования в дальнейшем могут быть уточнены аналитическими расчетами, используя полученные путем компьютерного моделирования параметры электромеханической системы, а также при проведении эксперимента.

Литература

1. Москаленко, В.В. Современные системы автоматизированного электропривода [Текст] / В.В. Москаленко. – М.: Высшая школа, 2010. – 208 с.
2. Черных, И. В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink [Текст] / И. В. Черных. – М.: ИД Питер, 2007, 288 с.
3. Хернтер, М. Е. Электронное моделирование в Multisim [Текст] / М. Е. Хернтер. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 488 с.

СИНТЕЗ УСТОЙЧИВОГО ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ПОЛИНОМА ИНТЕРВАЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Несенчук А.А., к.т.н., доцент

*Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси,
Минск, РБ*

При функционировании системы параметры объекта управления под воздействием различных факторов могут изменяться в широких пределах, т.е. имеет место параметрическая неопределенность [1–4]. Поэтому, такую систему будем рассматривать как систему с интервальной неопределенностью [2–4].

Запишем характеристический полином системы в общем виде:

$$s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = g_n(s), \quad (1)$$

где коэффициенты a_j действительны и изменяются в пределах

$$\underline{a}_j \leq a_j \leq \bar{a}_j, \quad j = \overline{0, n};$$

$\underline{a}_j$ и $\bar{a}_j$ – соответственно минимальное и максимальное значения замкнутого интервала изменения коэффициента a_j . Полином (1) может быть гурвицев, либо нет.

С целью обеспечения асимптотической устойчивости системы требуется разместить семейство корней интервального полинома (1) в левой полуплоскости комплексной плоскости корней s . Для решения поставленной задачи будем использовать расширение [3] полинома (1) и, соответственно, его расширенный корневой годограф [3].

Запишем расширенный полином от (1) в виде

$$E_n = \begin{cases} s + a_1 = g_1(s) & (2.1) \\ s^2 + a_1s + a_2 = g_2(s) & (2.2) \\ \dots & \\ s^i + a_1s^{i-1} + \dots + a_{i-1}s + a_i = g_i(s) & (2.i) \\ \dots & \\ s^{n-1} + \dots + a_{n-2}s + a_{n-1} = g_{n-1}(s) & (2.(n-1)) \\ s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n = g_n(s) & (2.n) \end{cases}, \quad (2)$$

где

$$g_i(s) = s^i + a_1s^{i-1} + \dots + a_{i1}s + a_i, \quad (3)$$

$$g_{i-1}(s) = (g_i(s) - a_i)/s; \quad (4)$$

i – порядковый номер полинома в (2), равный его степени, $i = \overline{1, n}$;

a_j – коэффициенты, $j = \overline{1, i}$. Полином (4) и его корневой годограф называются соответственно *порождающим полиномом* и *порождающим годографом*, полином (3) и его корневой годограф – соответственно *порождаемым полиномом* и *порождаемым годографом*.

В соответствии с разработанной методикой [2, 3], для вычисления значений границ интервалов параметров $a_2, a_3, \dots, a_n$ используем соответственно уравнения (2.2), (2.3), ..., (2.n) расширенного полинома (2). Согласно данной методике, для каждого i -го полинома расширения (2) в левой полуплоскости корней s устанавливается определенная граница расположения семейства (области) его корней, описываемая уравнением

$$\sigma = b_i, \quad (5)$$

где $b_i = \text{const}$, причем, $b_{i-1} < b_i$, т.е. данные границы представляют собой вертикальные линии параллельные мнимой оси $i\omega$, и граница b_i для каждого порождаемого полинома располагается правее и

ближе к мнимой оси $i\omega$ по отношению к границе b_{i-1} для соответствующего порождающего полинома. Иными словами, определяем следующее семейство границ:

$$B = \{b_i, i = \overline{1, n}\}$$

Для размещения семейств корней полиномов (2) в заданных границах используются их *свободные корневые годографы* [2, 3], т.е. годографы, построенные при вариации свободных коэффициентов a_i этих полиномов. Приведем следующие определение и утверждение [2].

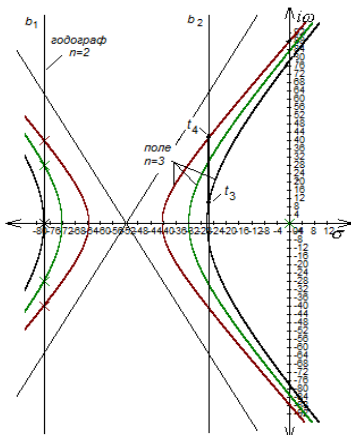
Определение 1. Начальной точкой корневого годографа назовем точку, из которой выходят положительные и отрицательные ветви годографа, а варьируемый параметр годографа равен нулю.

Утверждение 1. Если полином $g_{i-1}(s)$ (4), который является порождающим по отношению к полиному $g_i(s)$ (3), асимптотически устойчив, то все начальные точки свободного корневого годографа полинома $g_i(s)$, за исключением нулевой, располагаются в левой полуплоскости корней.

Определение 2. Полином $g_i(s)$ (3) назовем b_i – *устойчивым полиномом*, если семейство его корней располагается в пределах границы (5), слева от нее.

На основании утверждения 1 сформулируем следующее утверждение.

Утверждение 2. Если полином $g_{i-1}(s)$ (4), который является порождающим по отношению к полиному $g_i(s)$ (3), b_{i-1} – устойчив, то все начальные точки свободного корневого годографа порождаемого им полинома $g_i(s)$, за исключением нулевой, располагаются в пределах области, ограниченной линией (5).



Определим множество A_{b_i} значений параметра a_i в точках ω_i области W_{b_i} ($t_3 t_4$ на рис. 1) пересечения ветвями семейства (3) границы (5):

$$a_i \in A_{b_i}. \quad (6 \ 7)$$

Далее, с учетом особенностей конфигурации свободных корневых портретов в соответ-

ствии с разработанной методикой [2] вычисляется минимальное значение a_i в области (6),

Рис. 1. Поле корневых траекторий системы третьего порядка

$$a_{i_{\min}}' = \inf A_{b_i}, \quad (7\ 8)$$

а также минимальное значение a_i из множества

$A_{b_i\sigma}$ значений a_i в точке пересечения ветвями годографов семейства границы (5) на оси σ :

$$a_{i_{\min}}'' = \inf A_{b_i\sigma}. \quad (8\ 9)$$

Тогда границы изменения интервалов текущего параметра a_i определяются исходя из (8), (9) в соответствии со следующим выражением:

$$\underline{a}_i = 0, \bar{a}_i = \min(a_{i_{\min}}', a_{i_{\min}}''). \quad (9\ 10)$$

На рис. 1 приведена иллюстрация рассмотренного метода.

Литература

1. Дорф, Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2004. – 632 с.
2. Несенчук, А. А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А. А. Несенчук. – Мн.: ОИПИ НАН Беларуси, 2005. – 234 с.
3. Несенчук, А.А. Корневой метод синтеза устойчивых полиномов путем настройки всех коэффициентов / А.А. Несенчук // Автоматика и телемеханика. – 2010. – № 8. – С. 13–24.
4. Поляк, Б.Т. Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. – М.: Наука, 2002. – 303 с.