

**Анискович Г.И.**, кандидат технических наук, доцент;

**Шевчук М.А.**, ассистент

*Учреждение образования «Белорусский государственный аграрный  
технический университет», г. Минск, Республика Беларусь*

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ ПРИ ИХ ИМПУЛЬСНОЙ ЗАКАЛКЕ**

**Аннотация.** В работе представлена математическая модель охлаждения стальных деталей рабочих органов почвообрабатывающих машин, представленной в упрощенном виде прямоугольным параллелепипедом, в процессе импульсной закалки. Модель учитывает температурную зависимость теплофизических свойств материала, фазовые превращения с выделением скрытой теплоты, а также нелинейный радиационно-конвективный теплообмен на поверхности детали и изменение параметров потока охлаждающей среды вдоль поверхности изделия.

**Abstract.** The paper presents a mathematical model of the cooling process of steel parts of tillage machine working bodies, represented in a simplified form as a rectangular parallelepiped, during impulse quenching. The model takes into account the temperature dependence of the thermophysical properties of the material, phase transformations accompanied by latent heat release, as well as nonlinear radiative-convective heat transfer at the surface of the part and variations in the parameters of the cooling medium flow along the surface of the product.

**Ключевые слова:** закалка, детали, охлаждение, математическая модель, теплопроводность, нестационарный процесс, теплообмен, фазовые превращения, поток воды.

**Keywords:** quenching, parts, cooling, mathematical model, thermal conductivity, unsteady process, heat transfer, phase transformations, water flow.

В настоящее время для упрочнения сменных деталей рабочих органов почвообрабатывающих машин нашел распространение способ импульсной закалки [1-5]. Отличительной особенностью импульсной закалки от традиционной является увеличение на порядок интенсивности охлаждения за счет подачи на изделие определенным образом организованных потоков воды. При этом обеспечиваются скорости охлаждения близкие к предельно возможным теоретическим, когда температура поверхности мгновенно становится равной температуре окружающей среды.

Высокоинтенсивное охлаждение обеспечивает получение в материале деталей, благодаря быстрому прохождению температурного интервала фазового превращения, мелкокодисперсных структур, наличие которых приводит к повышению конструкционной прочности закаленных стальных изделий [10-12]. При мартенситном превращении в процессе импульсной закалки в результате интенсивного водяного охлаждения со

скоростями закалки выше 10 000 град/с, происходит формирование разориентированных микрообластей – фрагментов игл мартенсита размерами 0,1 – 0,4 мкм (100 – 400 нм) [1-5].

В этой связи большой научный и практический интерес представляет возможность управления процессом охлаждения стальных изделий и формированием сверхмелкозернистой мартенситной структуры при импульсной закалке потоком воды, эффективность которой определяется параметрами теплообмена и гидродинамическими факторами. Прогнозирование скорости охлаждения и температурных полей может осуществляться с использованием математической модели, в которой деталь в упрощенном виде рассматривается как прямоугольный параллелепипед.

Существующие подходы к моделированию процессов охлаждения в основном основаны на упрощенных предположениях: постоянстве теплофизических свойств, линейном характере теплообмена и использовании усредненных коэффициентов теплоотдачи [6,7]. Кроме того, часто применяется одномерная постановка задачи, не учитывающая геометрию деталей и пространственное распределение температур.

Такие модели не позволяют адекватно описывать процессы закалки сменных деталей рабочих органов почвообрабатывающих машин, для которых характерны высокие температурные градиенты, нелинейность теплофизических свойств, фазовые превращения, неравномерность теплообмена и изменение параметров потока охлаждающей среды.

В связи с этим возникает необходимость разработки более совершенной математической модели, учитывающей указанные факторы и позволяющей описывать процесс охлаждения как связанную нелинейную задачу.

Целью работы является разработка математической модели охлаждения деталей рабочих органов почвообрабатывающих машин при закалке нестационарным потоком воды с учетом комплекса физических процессов, определяющих интенсивность теплообмена и распределение температур в объеме детали.

Рассматривается процесс охлаждения стальной детали, нагретой до температуры закалки, помещенной в поток воды. Для математического описания объект аппроксимируется в виде прямоугольного параллелепипеда с характерными размерами  $L \times a \times b$  (рисунок 1), что позволяет сохранить геометрическую определенность задачи при приемлемом уровне сложности модели.

Описывается связанная система:

- теплопроводность в твердом теле (3D, нелинейная);
- гидродинамика и теплообмен в потоке жидкости;
- кинетика фазовых превращений в металле;
- термоупругие напряжения.

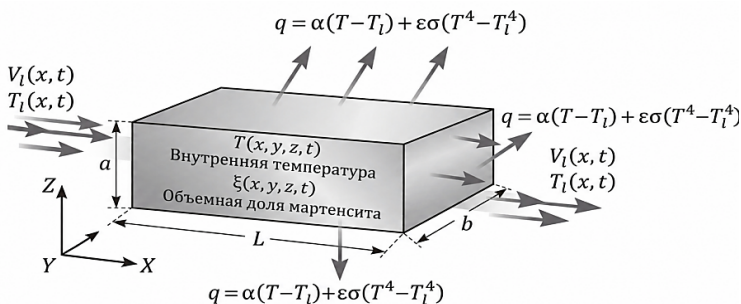


Рисунок 1 – Схема граничных условий и расчетной области для математического моделирования теплообмена

Все подсистемы взаимосвязаны через температуру, тепловые потоки и коэффициенты теплоотдачи.

Нелинейное уравнение теплопроводности в теле.

$$\rho(T)c_{\text{эф}}(T, \xi) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla[\lambda(T)\nabla T] + Q_{\text{фаз}} \quad (1)$$

где  $T(x, y, z, t)$  – температура, °C;

$\lambda(T)$  – температурезависимая теплопроводность, Вт/(м·K);

$\rho(T)$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;

$c_{\text{эф}}$  – эффективная теплоемкость, Дж/(кг·K);

$\xi$  – доля новой фазы (мартенсита);

$Q_{\text{фаз}}$  – источник теплоты фазового превращения, Вт/м<sup>3</sup>.

Эффективная теплоемкость

$$c_{\text{эф}} = c(T) + L \frac{d\xi}{dT} \quad (2)$$

где  $L$  – удельная скрытая теплота превращения, Дж/кг;

$\frac{d\xi}{dT}$  – интенсивность фазового перехода, с<sup>-1</sup>.

Источник теплоты фазового превращения

$$Q_{\text{фаз}} = \rho L \frac{d\xi}{dt} \quad (3)$$

Кинетика образования мартенсита при достижении температуры начала превращения  $M_a$  описывается классической эмпирической зависимостью Койстинена-Марбургера [5], учитывающей долю непревращенного аустенита:

$$\xi(T) = 1 - \exp[-k(M_a - T)], \quad T < M_a, \quad (4)$$

где  $M_a$  – температура начала мартенситного превращения, °C;

$k$  – эмпирический коэффициент.  
Скорость превращения

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{d\xi}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5)$$

Граничные условия на охлаждаемой поверхности определяются протеканием нестационарного нелинейного теплообмена, включающего конвективную отдачу тепла потоку воды и радиационное излучение в окружающую среду. Суммарный удельный тепловой поток с поверхности заготовки описывается уравнением:

$$-\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(x, y, z, t) \cdot (T - T_l) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_l^4) \quad (6)$$

где  $\alpha(x, y, z, t)$  – локальный коэффициент теплоотдачи;

$T_l$  – температура охлаждающей жидкости, °C;

$\varepsilon$  – степень черноты поверхности металла;

$\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана;

$n$  – нормаль к поверхности.

Для определения локальных значений коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  необходимо рассчитать параметры движения охлаждающей среды вдоль поверхности заготовки [6]. Математическое описание течения потока воды базируется на решении системы уравнений гидродинамики, включающей уравнение неразрывности (сохранения массы), которое в дифференциальной форме для несжимаемой жидкости имеет вид:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(\rho F V)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

где  $V$  – скорость потока охлаждающей жидкости, м/с;

$F$  – вектор плотности массовых сил, м/с<sup>2</sup>.

Динамика течения охлаждающей среды описывается системой уравнений Навье-Стокса в векторной форме:

$$\rho \frac{dV}{dt} = \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau \Pi}{F} \quad (8)$$

где  $t$  – время процесса, с;

$p$  – гидродинамическое давление, Па;

$x$  – продольная координата вдоль направления течения, м;

$\tau$  – касательное напряжение трения на поверхности раздела «металл–жидкость», Па;

$\Pi$  – смоченный периметр потока (или ширина контакта), м;

Изменение теплосодержания потока воды вследствие конвективного теплообмена с нагретой поверхностью заготовки и внутренних источников тепла описывается уравнением энергии:

$$\rho c_l F \frac{dT_l}{dt} = \int_{\Pi} \alpha(x, y, z, t)(T_a - T_l) dS + \phi \quad (9)$$

где  $c_l$  – удельная изобарная теплоемкость жидкости, Дж/(кг·К);

$T_l$  – среднемассовая температура охлаждающей жидкости, К;

$T_a$  – температура поверхности детали, К;

$\phi$  – диссипативная функция, Вт/м.

Интеграл учитывает распределение температуры по поверхности.

Локальный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{\lambda_l}{d_{\text{гидр}}} \cdot N_u(x, t) \quad (10)$$

где  $\lambda_l$  – коэффициент теплопроводности охлаждающей жидкости, Вт/(м·К);

$d_{\text{гидр}}$  – гидравлический диаметр потока (характерный линейный размер), м;

$N_u(x, t)$  – локальный критерий Нуссельта, определяющий интенсивность конвективного переноса тепла в точке с координатой  $x$  в момент времени  $t$ .

$$N_u = f(\text{Re}, \text{Pr}, x) \quad (11)$$

где  $\text{Re}$  – критерий (число) Рейнольдса, характеризующий режим движения жидкости;

$\text{Pr}$  – критерий (число) Прандтля, отражающий теплофизические свойства жидкости (вязкость, теплопроводность, теплоемкость).

$$\text{Re} = \frac{V d_{\text{гидр}}}{\nu(T_l)} \quad (12)$$

где  $\nu(T_l)$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости, зависящий от её температуры  $T_l$ , м<sup>2</sup>/с.

Выбор конкретного вида критериальной зависимости для числа Нуссельта осуществляется с учетом характера обтекания поверхности (ламинарного или турбулентного), определяемого пороговым значением числа Рейнольдса:

$$N_u = \begin{cases} 0,664 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}, & \text{Re} < \text{Re}_{cr} \\ 0,037 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{1/3}, & \text{Re} > \text{Re}_{cr} \end{cases} \quad (13)$$

где  $\text{Re}_{cr}$  – критическое число Рейнольдса, при котором происходит переход от ламинарного режима течения к турбулентному. Обычно для плоской поверхности принимается  $\text{Re}_{cr} \approx 5 \cdot 10^5$ .

Напряженно-деформированное состояние заготовки, возникающее в процессе резкого охлаждения вследствие температурного градиента,

описывается уравнением равновесия и законом Гука с учетом температурной составляющей деформации:

$$\nabla \cdot \sigma = 0 \quad (14)$$

где  $\nabla$  – оператор дивергенции;

$\sigma$  – тензор внутренних напряжений, Па.

Связь напряжений и деформаций

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon_T) \quad (15)$$

где  $\varepsilon_T$  – температурная деформация;

$D$  – матрица жесткости материала, Па.

$$\varepsilon_T = \alpha_T (T - T_0) \quad (16)$$

где  $\alpha_T$  – коэффициент линейного расширения.

Качественный эффект. Температурные градиенты  $\nabla T \neq 0$  вызывают внутренние напряжения и риск трещинообразования.

Предложенная модель является полностью связанной: температурное поле  $T$  инициирует фазовые превращения  $\xi$ , которые, в свою очередь, изменяют теплофизические свойства материала  $c_{эф}$  и выделяют дополнительную теплоту  $Q_{фаз}$ . Одновременно с этим параметры потока ( $V$ ,  $Re$ ) определяют интенсивность теплоотдачи  $\alpha$ , замыкая обратную связь через граничные условия.

1. Теплопроводность:

$$T \Rightarrow \xi \Rightarrow c_{эф}, Q_{фаз},$$

2. Фазовые превращения:

$$T \Rightarrow \xi \Rightarrow \text{выделение теплоты},$$

3. Поток:

$$T \Rightarrow \alpha \Rightarrow Tl, V, Re$$

4. Обратная связь:

$$T_l, \alpha \Rightarrow \text{граничные условия} \Rightarrow T$$

5. Напряжения:

$$T \Rightarrow \nabla T \Rightarrow \sigma$$

Синтез представленных выше математических моделей позволяет сформировать полную связанную систему уравнений, описывающую тепловые, фазовые и механические процессы в системе «заготовка–поток жидкости». Распределение температурного поля в объеме детали с учетом скрытой теплоты фазовых превращений и кинетики образования мартенситной фазы описывается уравнениями:

$$\rho(T)c_{эф}(T, \xi) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda(T) \nabla T) + \rho L \frac{d\xi}{dt} \quad (17)$$

$$\xi = f(T), \quad \frac{d\xi}{dt} = f'(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (18)$$

где  $\rho(T)$  – плотность стали, зависящая от температуры, кг/м<sup>3</sup>;

$c_{\text{эф}}(T, \xi)$  – эффективная удельная теплоемкость, учитывающая теплофизические свойства фаз, Дж/(кг·К);

$\lambda(T)$  – коэффициент теплопроводности стали, Вт/(м·К);

$L$  – удельная теплота фазового перехода (аустенит → мартенсит), Дж/кг;

$\xi = f(T)$  – объемная доля образовавшейся фазы (мартенсита);

$\frac{d\xi}{dt}$  – скорость фазового превращения.

Параметры потока охлаждающей жидкости определяются из системы уравнений неразрывности, движения и энергии:

$$\frac{\partial(\rho F)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho F V)}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

$$\rho \frac{dV}{dt} = \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\tau \Pi}{F} \quad (20)$$

$$\rho c_l F \frac{dT_l}{dt} = \int_{\Pi} \alpha(T, V, x) (T_a - T_l) dS \quad (21)$$

Взаимодействие заготовки с внешней средой и возникающее вследствие температурного перепада напряженно-деформированное состояние описываются следующими соотношениями:

$$-\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T, V, x) (T - T_l) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_l^4) \quad (22)$$

$$\nabla \cdot \sigma = 0, \quad \sigma = D(\varepsilon - \alpha_T (T - T_0)) \quad (23)$$

где  $\frac{\partial T}{\partial n}$  – градиент температуры по нормали к поверхности;

$D$  – матрица упругих постоянных материала, Па.

Разработанная математическая модель позволяет подробно проанализировать процесс импульсной закалки деталей. В отличие от стандартных подходов, здесь учитывается взаимное влияние тепловых и гидродинамических факторов.

Ключевой особенностью модели является расчет переменного коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ . Он не принимается константой, а вычисляется в каждой точке поверхности в зависимости от скорости потока и текущей температуры металла. Это позволяет с высокой точностью прогнозировать скорость охлаждения как на кромках, так и в теле заготовки.

Применение модели позволяет прогнозировать температурные поля и управлять процессом охлаждения.

Практическая значимость модели состоит в возможности ее использования для обоснования рациональных режимов закалки, обеспечивающих формирование требуемых структуры и эксплуатационных свойств деталей, с целью повышения их работоспособности и ресурса.

### Список использованной литературы

1. Бетенья, Г.Ф. Анискович, Г.И. Модификация структуры и механических свойств стали пониженной прокаливаемости при импульсном закалочном охлаждении жидкостью. / MOTOROL/ – Lublin-Peszow, 2013, vol.15, №7 – С. 80–86.
2. Бетенья, Г.Ф. Опыт упрочнения деталей из сталей пониженной прокаливаемости импульсным закалочным охлаждением жидкостью/Г.Ф.Бетенья, Г.И.Анискович //Вестник БарГУ/ - 2013, вып.1 – С. 152–159.
3. Анискович Г.И., Шевчук М.А., Бурим Ю.С. Комбинированное упрочнение сменных деталей рабочих органов глубоководных лопастей. Вісник Харківського національного технічного університету імені Петра Василенка. Технічні науки: збірник/Харків. нац. техн. ун-т сіл. госп-ва ім. П. Василенка; [відп. ред. О.В. Нанка]. – Харків : ХНТУСГ, 2021. – Вип. 211- Інноваційне технічне та технологічне забезпечення галузі тваринництва. – С. 88–91.
4. Анискович Г.И., Шевчук М.А. Особенности формирования структуры и свойств конструкционных сталей применяемых для изготовления сменных деталей плугов при их импульсной закалке. «Современные тенденции развития сельскохозяйственного машиностроения, оснащения и технического сервиса в АПК» : сборник научных статей Международной научно-практической конференции (Минск, 6-7 июня 2023 г.) / рекол.: Крук И.С. [и др.]. – Минск : БГАТУ, 2023. –164 с. С. 113–120.
5. Применение импульсной закалки для упрочнения сменных деталей глубоководных лопастей / Г. И. Анискович, В. Г. Мисько, М. А. Шевчук, М. М. Шукан // Аграрная наука и инновационное развитие АПК: состояние, проблемы и перспективы : сборник материалов международной научной конференции, Смоленск, 18 апреля 2024 года. – Смоленск: Смоленская государственная сельскохозяйственная академия, 2024. – С. 163–168.
6. Макаров, С. С. Математическая модель охлаждения цилиндрической заготовки одномерным нестационарным потоком воды / С. С. Макаров, К. Э. Чекмышев, Е. В. Макарова // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. – 2014. – № 4 (207). – С. 195–201
7. Макаров С.С., Чекмышев К.Э., Храмов С.Н., Макарова Е.В. Математическое моделирование охлаждения при закалке осесимметричных металлических заготовок // Вестник ИжГТУ им. М.Т. Калашникова. Ижевск: Из-во ИжГТУ, 2014. № 3 (63). С. 38–43.
8. Новиков, И. И. Теория термической обработки металлов : учебник для вузов / И. И. Новиков. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Металлургия, 1986. – 480 с.
9. Зиновьев, В. Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах : справ. изд. / В. Е. Зиновьев. – М. : Металлургия, 1989. – 384 с.
10. Структурная теория конструктивной прочности материалов: Монография/Л.И. Тушинский. – Новосибирск: НГТУ, 2007. – 400 с.

11. Рыбин В.В., Малышевский В.А., Хлусова Е.И. Технологии создания конструкционных наноструктурированных сталей // Металловедение и термическая обработка металлов. 2009, №6 (648). С. 3–7.

12. Кашенко М. П., Чашина В. Г. Динамическая теория  $\gamma$ - $\alpha$  мартенситного превращения в сплавах железа решение проблемы критического размера зерна. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2010. – 132с.

**Summary.** The article presents a coupled mathematical model for quenching replaceable parts of tillage machine working bodies in a non-stationary water flow, taking into account phase transformations and the temperature dependence of material properties. The model makes it possible to accurately predict cooling rates and thermal stresses in order to optimize the hardening process and increase the durability of agricultural machinery.

УДК 631.363.21

**Анискович Г.И.**, кандидат технических наук, доцент;

**Шукан М.М.**, аспирант

*Учреждение образования «Белорусский государственный аграрный технический университет», г. Минск, Республика Беларусь*

## **ПРЕДПОСЫЛКИ РАЗРАБОТКИ ТЕХНОЛОГИИ КОМБИНИРОВАННОГО УПРОЧНЕНИЯ МОЛОТКОВ ЗЕРНОВЫХ ДРОБИЛОК**

**Аннотация.** В статье на основании анализа возможных способов упрочнения молотков зерновых дробилок обосновано применение для повышения ресурса этих деталей комбинированной упрочняющей технологии электроискрового легирования с импульсным закалочным охлаждением жидкостью. Предлагаемая технология позволит существенно повысить долговечность упрочненных молотков и надежность работы зерновых дробилок.

**Abstract.** Based on an analysis of possible methods for strengthening grain crusher hammers, this article substantiates the use of a combined hardening technology of electric spark alloying with pulsed liquid quenching to increase the service life of these components. The proposed technology will significantly improve the durability of hardened hammers and the operational reliability of grain crushers.

**Ключевые слова.** Зерновые дробилки, молоток, упрочнение, ресурс, электроискровое легирование, импульсная закалка.

**Keywords:** Grain crushers, hammer, hardening, service life, electric spark alloying, pulsed quenching.

Зернодробилки молоткового типа благодаря компактности, простоте устройства, высокой надежности в работе нашли широкое распространение в агропромышленном комплексе. Основными рабочими органами этих установок являются решета, деки и молотки, состояние которых предопределяет производительность процесса и степень измельчения зерна. Эффективность использования дробилок во многом