

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КЛУБНЯ КАРТОФЕЛЯ ПО ЩЕТОЧНОЙ РАБОЧЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

В.Н. ДАШКОВ¹, А.Л. РАПИНЧУК², А.С. ВОРОБЕЙ²,
Ю.С. БИЗА¹, А.А. БРЕНЧ¹

¹Белорусский государственный аграрный технический университет,
Минск, Республика Беларусь

²Научно-практический центр НАН Беларуси
по механизации сельского хозяйства, Минск, Республика Беларусь

Выполнен расчет математической модели движения клубня по щеточной рабочей поверхности под действием статической нагрузки.

Did score mathematics model is moving of potatoes for brushes working surface under force statistic load.

Введение

Беларусь входит в число стран с почвенно-климатическими условиями, оптимальными для развития картофелеводства. По валовому сбору картофеля Республика Беларусь занимает восьмое место в мире, по производству в расчете на одного человека – первое.

На сегодняшний день проблема состоит не только в том, как произвести картофель, но и в том, как его реализовать с максимальной выгодой для производителя. Рыночные отношения предъявляют повышенные требования к качеству продаваемого картофеля, его товарному виду, упаковке. Отсортированный картофель с чистой кожурой без следов повреждений, уложенный в современные упаковочные материалы, продается по высокой цене, принося дополнительный доход производителю.

В комплексе предреализационной подготовки наиболее целесообразно выполнение операции по сухой очистке картофеля, в результате которой картофель лучше хранится и имеет более низкую повреждаемость клубней.

Решение данной проблемы содержит в себе источник большой экономии в сельском хозяйстве страны и может быть обеспечено за счет совершенствования существующих машин или создания новых. В связи с этим возникла необходимость разработки нового эффективного устройства, лишённого вышеперечисленных недостатков и имеющего более широкие технологические возможности, особенно в отношении картофеля. Поэтому в последнее время ученые обращаются к сухой очистке корнеплодов, в т. ч. и картофеля.

Целью данной статьи является рассмотрение устройства машины для сухой очистки картофеля, обеспечивающей повышение эффективности очистки его от загрязнений. Данная машина может быть использована для технического оснащения

предприятий АПК в рамках проводящегося на них технического перевооружения.

Основная часть

При попадании клубней картофеля на щеточную поверхность валков может произойти защемление клубней между валками и повреждение их в рабочих просветах. Условие, при котором защемление клубней между валками не происходит, можно написать, спроектировав все силы на нормаль к рабочей поверхности, следующим образом (рис. 1):

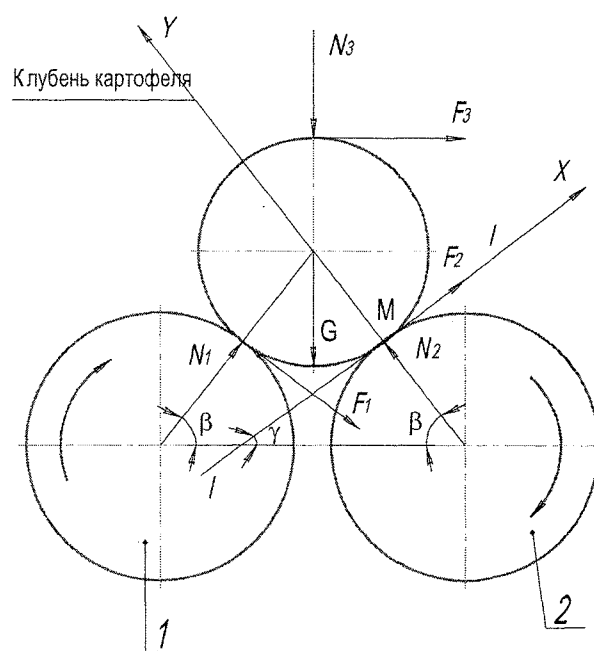


Рис. 1. Схема размещения клубней на поверхности рабочих валков: 1 – первый валок; 2 – второй валок

$$G \cos \theta + F_1 \cos \beta + N_3 \leq N_1 \sin \beta + N_2 \sin \beta + F_2 \cos \beta, \quad (1)$$

где θ — угол наклона рабочей поверхности к горизонту, °;

β — угол провисания картофельного клубня, °;

G — сила тяжести клубня картофеля, Н;

N_1, N_2 — нормальные реакции давления клубня на 1 и 2 валки, Н;

N_3 — сила давления полотна (статическая нагрузка), Н;

F_1, F_2 — силы трения, действующие на клубень, Н.

Так как проекция силы трения F_3 клубня о полотно на указанную нормаль равна нулю, то в условии, при котором не происходит защемление клубня, она не учитывается.

Для определения условия выхода клубня картофеля из просвета между валками заменяем действие валка 2 (рис. 1) действием движущейся наклонной плоскости. Для этого проводим плоскость 1-1, касательную к валку 2 в точке М касания клубня с валком 2, которая является движущей наклонной плоскостью. Скорость движения плоскости равна окружной скорости валка:

$$v_n = \omega R_B = \frac{\pi R_B n_B}{30}, \quad (2)$$

где R_B — радиус щеточного валка, м;
 n_B — частота вращения валка, мин⁻¹.

Для составления уравнения движения клубня картофеля относительно движущейся наклонной плоскости применяем метод инверсии, т. е. сообщаем системе плоскость-клубень скорость v_n . Тогда плоскость окажется неподвижной, а клубень будет двигаться по наклонной плоскости вниз со скоростью $v_k = -v_n$.

Другими словами, надо рассмотреть движение клубней картофеля относительно подвижной системы координат, движущейся поступательно вместе с касательной плоскостью к валку в точке провисания клубня. Поэтому очевидно, что сила Кориолиса и тангенциальная составляющая переносной силы инерции будут равны нулю (валки вращаются равномерно). Отлична от нуля будет только нормальная ее составляющая, равная

$$\overline{F_n^u} = -m \overline{a_n},$$

или по величине

$$F_n^u = -m \omega^2 R. \quad (3)$$

Тогда, направляя ось x по плоскости 1-1 вверх, дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения клубней картофеля относительно

этой плоскости с учетом наклона рабочей поверхности под углом θ к горизонту можно записать в виде [1]:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x_c}{dt^2} = F_2 - mg \sin(\gamma - \theta) + F_3 \cos \gamma - N_3 \sin \gamma \\ m \frac{d^2 y_c}{dt^2} = -mg \cos(\gamma - \theta) - N_3 \cos \gamma - F_3 \sin \gamma + m \omega^2 R \\ J_{cz} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -F_2 r + F_3 r, \end{cases} \quad (4)$$

где x_c, y_c — координаты центра масс клубня картофеля;

r — радиус клубня картофеля;

J_{cz} — момент инерции клубня.

Угловая скорость клубня картофеля

$$\omega_k = \frac{v_c}{r}.$$

После дифференцирования получаем соотношение между ускорениями:

$$\varepsilon_k = \frac{a_c^r}{r} = \frac{a_{cx}}{r},$$

или

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{1}{r} \frac{d^2 x_c}{dt^2}.$$

С учетом этого уравнение (3) принимает вид:

$$\frac{J_{cz}}{r} \frac{d^2 x_c}{dt^2} = F_3 r - F_2 r.$$

Умножая его на $\cos \gamma$, а первое уравнение системы (4) — на r и вычитая почленно из полученного первого преобразованное третье уравнение, освобождаемся от неизвестной силы трения F_3 . Таким образом, получаем

$$\frac{mr^2 - J_{cz} \cos \gamma}{r} \frac{d^2 x_c}{dt^2} = F_2 r - mgr \sin(\gamma - \theta) - N_3 \sin \gamma + F_2 r \cos \gamma. \quad (5)$$

Так как выражение при производной слева положительно ($J_{cz} \sim 0,4 mr^2$) для шарообразной формы клубня или даже если

$$J_{cz} = m \left(\frac{a^2}{5} + \frac{b^2}{5} \right)$$

для сферической формы клубня картофеля, то

$$\frac{dv_{cx}}{dt} \sim F_2 r (1 + \cos \gamma) - mgr \sin(\gamma - \theta) - N_3 \sin \gamma \quad (6)$$

или, переходя к углу провисания β , последнее уравнение примет вид:

$$\frac{dv_{ex}}{dt} \sim F_2 r (1 + \sin \beta) - mgr \cos(\beta + \theta) - N_3 \cos \beta. \quad (7)$$

Анализ уравнения (7) показывает, что если

$$F_2 r (1 + \sin \beta) < mgr \cos(\beta + \theta) + N_3 \cos \beta,$$

то скорость движения клубня картофеля будет больше скорости движения плоскости v_n . Перемещение клубня картофеля направлено вниз по наклонной плоскости и, следовательно, не будет перебрасываться через валок 2.

Если

$$F_2 r (1 + \sin \beta) = mgr \cos(\beta + \theta) + N_3 \cos \beta,$$

то уравнение клубня картофеля будет $\frac{dv_k}{dt} = 0$,

следовательно, клубень картофеля будет занимать неустойчивое положение, и переход через валок 2 будет определяться случайными условиями взаимодействия, например, увеличением значения коэффициента трения f от налипания почвы на пружинный ротор или клубень картофеля.

Если

$$F_2 r (1 + \sin \beta) > mgr \cos(\beta + \theta) + N_3 \cos \beta,$$

то абсолютного перемещения картофельного клубня по наклонной плоскости вниз не будет. Плоскость вынесет клубень картофеля наверх, т. е. движение клубня будет происходить в положительном направлении оси x (рис. 1).

Следовательно, условием перебрасывания клубня картофеля через валок 2 будет

$$F_2 r (1 + \sin \beta) > mgr \cos(\beta + \theta) + N_3 \cos \beta.$$

Частота вращения щеточных валков n_B может быть определена из условий движения одиночного клубня картофеля без отрыва от щеточной поверхности (рис. 2), т. е. в предельном случае:

$$F_T = mg \cos \beta.$$

Или с учетом наклона рабочей поверхности к горизонту на угол θ

$$F_{TP} = mg \cos(\beta + \theta). \quad (8)$$

Так как клубень картофеля движется без отрыва от щеточной поверхности, то скорость

и ускорение клубня вдоль оси $Y \left(\frac{d^2 y_c}{dt^2}, 0 \right)$.

Из второго дифференциального уравнения системы (4) определяем полную нормальную реакцию давления клубня на щеточный валок:

$$N = mg \cos(\gamma - \theta) + N_3 \cos \gamma + F_3 \sin \gamma + m\omega^2 R. \quad (9)$$

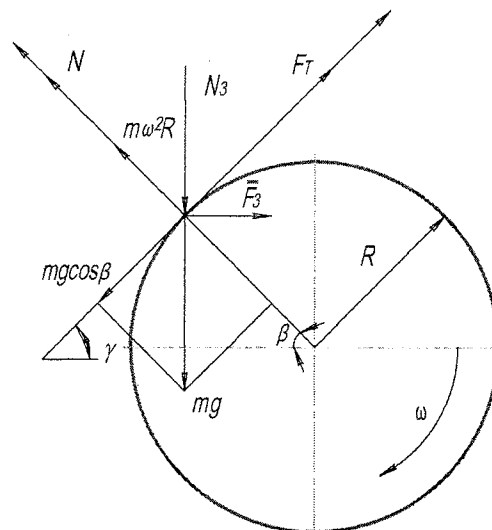


Рис. 2. Схема сил, действующих на щеточный механизм

Так как угол $\gamma = 90 - \beta$, то, переходя в (9) к углу провисания β , имеем

$$N = mg \sin(\beta + \theta) + N_3 \sin \beta + F_3 \cos \beta - m\omega^2 R. \quad (10)$$

Тогда сила трения $F_T = F_2$ имеет вид:

$$F_T = f(mg \sin(\beta + \theta) + N_3 \sin \beta + F_3 \cos \beta - m\omega^2 R), \quad (11)$$

где F_T — сила трения, действующая на клубень картофеля, Н;

$f = \tan \varphi_0$ — коэффициент трения между клубнем картофеля и щеточным валком;

φ_0 — угол трения.

Угол провисания картофеля между валками β (рис. 1):

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - \varphi. \quad (12)$$

Угловая скорость валков ω :

$$\omega = \sqrt{\frac{mg \sin(\beta + \theta) + N \sin \beta + F_3 \cos \beta - \frac{F_T}{\tan \varphi}}{mR_B}}, \quad (13)$$

где R_B — радиус валков, м.

Принимая во внимание зависимость между частотой вращения и угловой скоростью, имеем

$$n_B = \frac{30\omega}{\pi}. \quad (14)$$

Таким образом, из условия движения одиночного клубня картофеля без отрыва от щеточной поверхности были определены условия перебрасывания клубня картофеля через щеточный валок с учетом статической нагрузки (давления полотна) и частота вращения валков.

Заключение

Анализ научно-технической литературы показывает, что наиболее перспективным способом очистки товарного картофеля является механическая очистка с использованием щеточных рабочих органов под действием статической нагрузки.

Расчеты показывают, что для лучшей работы машины по сухой очистке картофеля необходимо действие силы нормального давления сверху на клубень картофеля.

Приведена и описана схема математической модели движения клубня по щеточной рабочей поверхности под действием статической нагрузки.

ЛИТЕРАТУРА

Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов / С.М.Тарг. 18-е изд., стер. М.: Высш. шк., 2008. 416 с.