

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Ремонт тракторов, автомобилей
и сельскохозяйственных машин»

В. Е. Тарасенко, В. П. Миклуш, А. А. Жешко

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*Рекомендовано Учебно-методическим объединением
по аграрному техническому образованию
в качестве практикума для студентов учреждений
высшего образования специальности 1-74 06 03
Ремонтно-обслуживающее производство
в сельском хозяйстве*

Минск
БГАТУ
2015

УДК 62-192(07)
ББК 30.89я7
Т19

Рецензенты:
профессор кафедры «Тракторы» БНТУ, доктор технических наук, профессор
А. И. Бобровник;
заведующий лабораторией механизации применения удобрений и химических
средств защиты растений РУП «НПЦ НАН Беларуси по механизации
сельского хозяйства», доктор технических наук, профессор
Л. Я. Стенук

Тарасенко, В. Е.
Т19 Надежность технических систем : практикум / В. Е. Тарасенко,
В. П. Миклуш, А. А. Жешко. – Минск : БГАТУ, 2015. – 204 с.
ISBN 978-985-519-718-9.

В практикуме изложены методы расчета показателей надежности машин на основе теории вероятностей и математической статистики. Инженерные расчеты показателей надежности представлены примерами решения практических задач.

Приведены практические работы по оценке показателей надежности, раскрыты методики их выполнения и алгоритмы решения.

Практикум предназначен для студентов учреждений высшего образования агроинженерных специальностей.

УДК 62-192(07)
ББК 30.89я7

ISBN 978-985-519-718-9

© БГАТУ, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ	7
Практическая работа № 1. Оценка надежности технических систем количественными показателями.....	7
Практическая работа № 2. Определение числовых характеристик (статистик) опытного распределения вероятностей случайной величины.....	24
Практическая работа № 3. Проверка опытных данных на наличие выпадающих точек. Построение гистограмм и полигона опытного распределения случайной величины. Выбор теоретического закона распределения.....	38
Практическая работа № 4. Проверка закона распределения по критерию согласия «хи-квадрат» Пирсона.....	54
Практическая работа № 5. Построение графиков дифференциальной и интегральной функций распределения.....	68
Практическая работа № 6. Определение статистических характеристик надёжности сельскохозяйственных машин по данным опытной исходной информации.....	76
Практическая работа № 7. Оценка показателей надежности ремонтируемых объектов.....	88
Практическая работа № 8. Прогнозирование эксплуатационных показателей сельскохозяйственной техники.....	95
Практическая работа № 9. Определение полного ресурса сопряжений деталей сельскохозяйственных машин.....	88
2. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ	105
Лабораторная работа № 1. Исследование и анализ причин потери работоспособности деталей сельскохозяйственных машин. Определение видов разрушения.....	105
Лабораторная работа № 2. Изучение процессов изнашивания поверхностей деталей машин.....	122
Лабораторная работа № 3. Диагностирование и выявление скрытых дефектов в деталях машин.....	141

Лабораторная работа № 4. Определение граничных значений диагностических параметров по результатам определительных испытаний на надежность.....	156
3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ	163
Определение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины.....	163
Законы распределения, используемые в теории надежности.....	168
Коэффициент и функция готовности изделия.....	171
Последовательное соединение элементов в систему.....	172
Задачи для самостоятельного решения.....	178
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	181
ПРИЛОЖЕНИЯ	183

ВВЕДЕНИЕ

Приоритетное значение надежности машин при их проектировании и изготовлении подтверждается статистическими данными, свидетельствующими о том, что расходы на поддержание их в работоспособном состоянии непрерывно растут. Суммарные ежегодные потери народного хозяйства, связанные с обслуживанием и ремонтом технических средств за период эксплуатации, в несколько раз превышают их первоначальную стоимость. Недостаточный уровень надежности машин существенно снижает их производительность из-за простоев в ремонте [1].

Для современной сельскохозяйственной техники характерны такие направления развития, как: повышение скорости и интенсивности их движения, грузоподъемности, рабочей ширины захвата, безопасности движения и т. д. Усложнение конструкций машин и оборудования, усиление требований к технике привели к тому, что проблема повышения ее эксплуатационной надежности приобрела огромное значение. Ненадежный трактор или автомобиль не сможет эффективно функционировать, так как каждый его отказ влечет за собой значительные материальные потери, а в отдельных случаях может иметь и катастрофические последствия.

Анализ характера и причин отказов базируется на глубоких знаниях физической природы их возникновения и развития, т.е. знаний инженерно-физических основ надежности. Процессы, приводящие к потере машиной работоспособного состояния, включают в себя изнашивание, усталостное разрушение конструкционных материалов, пластические деформации, коррозию, старение.

Решение проблемы повышения надежности сельскохозяйственной техники требует, прежде всего, наличия достоверной, систематической информации по их отказам и неисправностям, фактическим ресурсам, расходам запасных частей, трудоемкостям обслуживания и ремонта, а также факторам, влияющим на эти показатели в реальных условиях эксплуатации. Обработка такой информации позволяет оценить уровень фактической надежности машины и ее составных частей, выявить слабые места в конструкции, разработать конкретные мероприятия по повышению эксплуатационной надежности и оптимизации системы поддержания сельскохозяйст-

венной техники в работоспособном состоянии. Информация о надежности обрабатывается методами математической статистики по показателям, оценивающим отдельные свойства надежности (безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость), и комплексными показателями, оценивающими несколько ее свойств одновременно [1].

ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

Практическая работа № 1

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ КОЛИЧЕСТВЕННЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Цель работы: приобрести знания и практические навыки по определению количественных показателей надежности: научиться определять единичные и комплексные показатели с помощью аналитических зависимостей по данным статистической информации и оценивать результаты расчетов.

Показатели надежности

Показатель надежности – количественная характеристика одного или нескольких свойств (безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости), составляющих надежность объекта. В соответствии с ГОСТ 27.002 показатели надежности подразделяют на единичные и комплексные, расчетные, эксплуатационные и экстраполированные.

Единичный показатель надежности – показатель, характеризующий одно из свойств, составляющих надежность объекта.

Комплексный показатель надежности – показатель, характеризующий одновременно несколько свойств (два и более), составляющих надежность объекта.

Для сельскохозяйственной техники важны все свойства надежности (безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость), которые оценивают в отдельности единичными и в совокупности комплексными показателями надежности.

Для такого объекта как подшипник качения, важен показатель долговечности (единичный показатель), а показатели ремонтпригодности не представляют интереса. По этой причине его надежность оценивается только единичным показателем.

Расчетный показатель надежности – показатель надежности, значения которого определяются расчетным методом. Обычно они используются на стадии проектирования объекта.

Экспериментальный показатель надежности – показатель надежности, точечную и интервальную оценку которого определяют по данным испытаний.

Эксплуатационный показатель надежности – показатель надежности, точечную или интервальную оценку которого определяют по данным эксплуатации.

Экстраполированный показатель надежности – показатель надежности, точечную или интервальную оценку которого определяют на основании результатов расчетов, испытаний и (или) эксплуатационных данных путем экстраполирования на другую продолжительность эксплуатации и другие условия эксплуатации.

Номенклатура показателей надежности, рекомендованная ГОСТ 27.002, представлена в табл. 1.1.1, где в качестве независимой переменной t принята наработка.

Таблица 1.1.1

Номенклатура показателей надежности

Свойство	Наименование	Обозначение
1	2	3
Единичные		
Безотказность	Вероятность безотказной работы	$P(t)$
	Интенсивность отказов	$\lambda(t)$
	Параметр потока отказов	$\omega(t)$
	Средняя наработка до отказа	\bar{T}_{01}
	Средняя наработка на отказ	\bar{T}_0
	Гамма-процентная наработка до отказа	\bar{T}_γ
Долговечность	Средний ресурс	\bar{T}_p
	Средний срок службы	$\bar{T}_{сл}$
	Гамма-процентный ресурс	$\bar{T}_{p\gamma}$
	Гамма-процентный срок службы	$\bar{T}_{сл\gamma}$

Окончание табл. 1.1.1

1	2	3
Единичные		
Ремонтопригодность	Среднее время восстановления	$\bar{T}_в$
	Гамма-процентное время восстановления	$\bar{T}_{в\gamma}$
	Вероятность восстановления	$P_в(t)$
	Интенсивность восстановления	$J_в$
	Средняя трудоемкость восстановления	$\bar{S}_в$
Сохраняемость	Средний срок сохраняемости	$\bar{T}_с$
	Гамма-процентный срок сохраняемости	$\bar{T}_{с\gamma}$
Комплексные		
Комбинация свойств	Коэффициент готовности	$K_г$
	Коэффициент оперативной готовности	$K_{ог}$
	Коэффициент тех. использования	$K_{т.и.}$

Применительно к объектам сельскохозяйственного производства, с учетом их разделения на восстанавливаемые и невосстанавливаемые, рекомендуется номенклатура показателей надежности представленная в табл. 1.1.2.

В табл. 1.1.2 приведен используемый в практических расчетах, но не предусмотренный стандартом показатель – вероятность отказа $F(t)$. Так как безотказная работа и отказ – взаимно противоположные события, то вероятность отказа определяют из зависимости $F(t) = 1 - P(t)$.

Таблица 1.1.2

Рекомендуемая номенклатура показателей надежности

Тип объекта	Свойство объекта			
	Безотказность	Долговечность	Ремонтопригодность	Сохраняемость
Невосстанавливаемый	$\lambda(t); P(t); \bar{T}_0; F(t)$	$\bar{T}_{р\gamma}$	-	$\bar{T}_с$
Восстанавливаемый	$\omega(t); P(t); F(t); \bar{T}_0; K_г; K_{т.и.}$	$\bar{T}_{р\gamma}; \bar{T}_p; \bar{T}_{сл}$	$\bar{T}_в; K_г; K_{т.и.}; \bar{S}_в$	$\bar{T}_с$

Единичные показатели надежности

Показатели безотказности

Вероятность безотказной работы – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет.

$$P(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = 1 - \frac{n(t)}{N_0}, \quad (1.1.1)$$

где N_0 – число объектов в начале испытаний;

$n(t)$ – число объектов, отказавших за наработку (время) t .

Интенсивность отказов – условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая с учетом того, что до рассматриваемого момента времени отказ не возникнет.

$$\lambda(t) = \frac{\sum_{i=1}^N n_i(H_2) - \sum_{i=1}^N n_i(H_1)}{N_u(H_1)(H_2 - H_1)}, \quad (1.1.2)$$

где $\sum_{i=1}^N n_i(H_2)$ и $\sum_{i=1}^N n_i(H_1)$ – число отказов объектов N от начала наблюдений до наработки H_2 и H_1 ;

$N_u(H_1)$ – число исправных объектов при наработке H_1 ;

$(H_2 - H_1)$ – заданный интервал наработки.

Параметр потока отказов – отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за достаточно малую наработку к значению этой наработки.

$$\omega(t) = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{H_i}, \quad (1.1.3)$$

где n_i – число отказов i -го объекта;

H_i – наработка i -го объекта за время наблюдений;

N – число объектов испытаний.

Средняя наработка на отказ – отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение наработки или среднее значение наработки восстанавливаемых объектов между отказами.

$$\bar{T}_0 = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N \frac{H_i}{n_i}, \quad (1.1.4)$$

где H_i – наработка i -го объекта за время наблюдений;

n_i – число отказов i -го объекта на наработку H_i .

Между средней наработкой на отказ и параметром потока отказов существует зависимость

$$\bar{T}_0 = \frac{1}{\omega(t)}. \quad (1.1.5)$$

Показатели долговечности

Долговечность объекта оценивают ресурсом и величиной срока службы.

Ресурс – наработка объекта от начала эксплуатации или ее возобновления после капитального ремонта до наступления предельного состояния.

Срок службы – календарная продолжительность от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после капитального ремонта до наступления предельного состояния.

Средний ресурс – математическое ожидание ресурса.

$$\bar{T}_p = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N t_{p_i}, \quad (1.1.6)$$

где N – число объектов наблюдения;

t_{p_i} – ресурс i -го объекта.

Средний срок службы – математическое ожидание срока службы:

$$\bar{T}_{сл} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N t_{сл_i}, \quad (1.1.7)$$

где N – число объектов наблюдения;

$t_{сл_i}$ – срок службы i -го объекта.

Гамма-процентный ресурс – суммарная наработка, в течение которой объект не достигает предельного состояния с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах.

Гамма-процентный срок службы – календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Для тракторов и автомобилей принято нормативное значение γ , равное 0,8. Аналитически гамма-процентный ресурс и срок службы определяют в зависимости от вида теоретического закона распределения, которому подчиняется распределение этих показателей.

Для закона нормального распределения

$$T_{p\gamma} = \bar{T}_p - H_{k(\gamma)} \cdot \sigma, \quad (1.1.8)$$

$$T_{сл\gamma} = \bar{T}_{сл} - H_{k(\gamma)} \cdot \sigma, \quad (1.1.9)$$

где $H_{k(\gamma)}$ – квантиль нормального распределения, для $\gamma = 0,8$,

$H_{k(\gamma)} = 0,842$;

σ – среднее квадратическое отклонение.

Для закона распределения Вейбулла

$$T_{p\gamma} = H_k^B (1 - \gamma) a + C, \quad (1.1.10)$$

$$T_{сл\gamma} = H_k^B (1 - \gamma) a + C, \quad (1.1.11)$$

где H_k^B – квантиль закона распределения Вейбулла (табличное значение);

a – параметр закона распределения Вейбулла;

C – смещение зоны рассеивания ресурса или срока службы.

Показатели ремонтпригодности

Среднее время восстановления – математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния объекта после отказа.

$$\bar{T}_B = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_{B_i}, \quad (1.1.12)$$

где m – число обнаруженных и устраненных отказов;

t_{B_i} – время устранения i -го отказа.

Вероятность восстановления – вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданное значение.

$$P_B(t) = P(\bar{T}_B < t), \quad (1.1.13)$$

где \bar{T}_B – среднее время восстановления;

t – заданное время устранения отказа.

Для большинства объектов машиностроения вероятность восстановления подчиняется экспоненциальному закону распределения и определяется по формуле

$$P_B(t) = e^{-\lambda t}, \quad (1.1.14)$$

где λ – интенсивность отказов.

Средняя трудоемкость восстановления – математическое ожидание трудоемкости восстановления после отказа.

$$\bar{S}_B = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_{B_i}, \quad (1.1.15)$$

где S_{B_i} – трудоемкость восстановления i -го объекта за некоторый период эксплуатации;

N – количество восстановленных объектов.

При расчете показателей ремонтпригодности учитывают лишь оперативное время обнаружения и устранения отказа.

Показатели сохраняемости

Сохраняемость оценивают сроком сохраняемости. Срок сохраняемости – календарная продолжительность хранения и (или) транспортировки объекта, в течение и после которой сохраняются значения показателей безотказности, долговечности и ремонтпригодности в установленных пределах.

Номенклатура показателей сохраняемости включает два показателя: средний срок сохраняемости и гамма-процентный срок сохраняемости.

Средний срок сохраняемости – математическое ожидание срока сохраняемости объекта.

$$\bar{T}_c = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{c_i}, \quad (1.1.16)$$

где t_{c_i} – срок сохраняемости i -го объекта.

Гамма-процентный срок сохраняемости – срок сохраняемости, достигаемый объектом с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах.

Гамма-процентный срок сохраняемости определяют аналогично гамма-процентному сроку службы по аналитическим уравнениям в зависимости от закона распределения:

для нормального распределения

$$T_{c\gamma} = \bar{T}_c - H_{k(\gamma)} \sigma; \quad (1.1.17)$$

для распределения Вейбулла

$$T_{c\gamma} = H_k^B (1 - \gamma) a + C. \quad (1.1.18)$$

Комплексные показатели

Коэффициент готовности – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается

$$K_r = \frac{\bar{T}_0}{\bar{T}_0 + \bar{T}_B}, \quad (1.1.19)$$

где \bar{T}_0 – средняя наработка на отказ;

\bar{T}_B – среднее время восстановления.

Коэффициент готовности характеризует готовность объекта к функционированию, то есть применению по назначению. Под планируемыми периодами, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, имеют в виду простои объекта на плановых технических обслуживаниях, ремонтах и хранении.

Коэффициент оперативной готовности – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов не предусматривающих применение объекта по назначению, и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени

$$K_{o.g.} = K_r \cdot P(t_0 t_1), \quad (1.1.20)$$

где $P(t_0 t_1)$ – вероятность безотказной работы объекта в интервале $(t_0 t_1)$;

t_0 – момент времени, с которого возникает необходимость применения объекта по назначению, ч;

t_1 – момент времени, когда применение объекта по назначению прекращается, ч.

Иногда коэффициент оперативной готовности определяют по зависимости:

$$K_{o.g.} = \frac{\bar{T}_0}{\bar{T}_0 + \bar{T}_B + \bar{T}_{орг}}, \quad (1.1.21)$$

где $\bar{T}_{орг}$ – среднее время простоев по организационным причинам, ч.

Коэффициент технического использования – отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за этот же период.

$$K_{т.и.} = \frac{\bar{T}_{сум}}{\bar{T}_{сум} + \bar{T}_{ТО} + \bar{T}_{рем}}, \quad (1.1.22)$$

где $\bar{T}_{сум}$ – математическое ожидание суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации;

$\bar{T}_{ТО}$ – математическое ожидание суммарного времени простоев, обусловленных техническим обслуживанием за этот же период эксплуатации;

$\bar{T}_{рем}$ – математическое ожидание суммарного времени простоев, обусловленных ремонтом за этот же период эксплуатации.

Коэффициент технического использования характеризует вероятность того, что в любой произвольный момент объект используется по назначению, а не простаивает в ремонте или на обслуживании.

$$\bar{T}_{сум} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N t_{раб.i}, \quad (1.1.23)$$

где $t_{раб.i}$ – время пребывания i -го объекта в работоспособном состоянии.

$$\bar{T}_{рем} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N t_{рем.i}, \quad (1.1.24)$$

где $t_{рем.i}$ – время простаивания i -го объекта в ремонте.

$$\bar{T}_{ТО} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N t_{ТОi}, \quad (1.1.25)$$

где $t_{ТОi}$ – время простаивания i -го объекта на техническом обслуживании.

Пример определения показателей надежности

Таблица 1.1.3.2

Исходные данные

Общее число объектов в начале испытаний $N_0 = 10$.

Число объектов, отказавших за наработку $t = 500$ ч. – $n(t) = 2$.

Число обнаруженных и устраненных отказов – $m = 25$.

Число объектов, отказавших за наработку в интервале $[1000, 2000]$ ч – $\Delta n(t_0 t_1) = 5$.

Таблица 1.1.3.1

Исходные данные для расчета показателей безотказности и ремонтпригодности

Номер i -го объекта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Наработка i -го объекта за время наблюдений, H_i тыс. ч	5,3	4,5	6,3	4,8	6,1	5,6	5,1	5,2	5,4	4,9
Число отказов i -го объекта за наработку H_i, n_i	1	2	3	2	4	2	3	3	2	2
Время пребывания i -го объекта в работоспособном состоянии, $t_{\text{раб.}i}$ тыс. ч	5,3	4,5	6,3	4,8	6,1	5,6	5,1	5,2	5,4	4,9
Время пребывания i -го объекта в простое из-за ремонта, $t_{\text{рем.}i}$ ч	15	20	8	19	25	13	21	25	8	28
Время пребывания i -го объекта в простое, связанном с ТО, $t_{\text{ТО}i}$ ч	200	200	250	250	200	200	250	200	250	200
Номер i -го отказа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Время восстановления i -го отказа, $t_{\text{в.}i}$ ч	2	4	7	5	10	5	6	8	5	6
Номер i -го отказа	11	12	13'	14	15	16	17	18	19	20
Время восстановления i -го отказа, $t_{\text{в.}i}$ ч	5	6	8	5	10	2	4	7	5	10
Номер i -го отказа	21	22	23	24	25	–	–	–	–	–
Время восстановления i -го отказа, $t_{\text{в.}i}$ ч	12	7	8	7	6	–	–	–	–	–

Исходные данные для расчета показателей долговечности

Номер i -го трактора	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ресурс трансмиссии i -го трактора, $t_{\text{р.}i}$ ч	3200	3210	3210	3260	3300	3300	3300	3420	3420	3460

Показатели безотказности

1. **Вероятность безотказной работы** за наработку 500 часов определяется по формуле (1.1.1)

$$P(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{10 - 2}{10} = 0,8.$$

2. **Параметр потока отказов** за интервал наработки 1000–2000 ч определяется по формуле (1.1.3)

$$\omega(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{H_i} = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{1000} = 0,0005 \text{ ч.}$$

3. **Средняя наработка на отказ** определяется по формуле (1.1.4)

$$\begin{aligned} \bar{T}_0 &= \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N \frac{H_i}{n_i} = \frac{1}{10} \left(\frac{5,3}{1} + \frac{4,5}{2} + \frac{6,3}{3} + \frac{4,8}{2} + \frac{6,1}{4} + \frac{5,6}{2} + \frac{5,1}{3} + \right. \\ &\left. + \frac{5,2}{3} + \frac{5,4}{2} + \frac{4,9}{2} \right) = \frac{1}{10} (5,3 + 2,25 + 2,1 + 2,4 + 1,52 + 2,8 + 1,7 + \\ &\quad + 1,73 + 2,7 = 2,45) = 2,495 \text{ тыс. ч.} \end{aligned}$$

Показатели ремонтпригодности

1. **Среднее время восстановления** определяется по формуле (1.1.12)

$$\begin{aligned} \bar{T}_в &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_{\text{в.}i} = \frac{1}{25} (2 + 4 + 7 + 5 + 10 + 5 + 6 + 8 + 5 + 6 + 5 + 6 + 8 + 5 + \\ &\quad + 10 + 2 + 4 + 7 + 5 + 10 + 12 + 7 + 8 + 7 + 6) = 6,4 \text{ ч.} \end{aligned}$$

Показатели долговечности

1. **Средний ресурс** определяется по формуле (1.1.6)

$$\bar{T}_p = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N t_{p_i} = \frac{1}{10} (3200 + 3210 + 3210 + 3260 + 3300 + 3300 + 3300 + 3420 + 3420 + 3460) = 3328 \text{ ч.}$$

2. **Гамма-процентный ресурс** определяется по формулам (1.1.8) или (1.1.9). Для тракторов, автомобилей и сельскохозяйственной техники принято нормативное значение $\gamma = 0,8$. Расчет гамма-процентного ресурса производится в зависимости от вида теоретического закона распределения ресурса. Для практических расчетов закон распределения выбирают по коэффициенту вариации. При коэффициенте вариации $\nu < 0,3$ следует принимать закон нормального распределения. Если $\nu > 0,5$ – закон распределения Вейбулла.

Определим среднее квадратичное отклонение значений ресурса по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(t_{p_i} - \bar{T}_p)^2}{N_0 - 1}} =$$

$$\sqrt{\frac{(3200 - 3380)^2 + (3210 - 3380)^2 + (3210 - 3380)^2 + (3260 - 3380)^2 + (3300 - 3380)^2 + (3300 - 3380)^2 + (3300 - 3380)^2 + (3420 - 3380)^2 + (3420 - 3328)^2 + (3460 - 3328)^2}{10 - 1}} = 134,31.$$

Определим коэффициент вариации по формуле:

$$\nu = \frac{\sigma}{\bar{T}_p} = \frac{134,31}{3328} = 0,04.$$

При такой величине коэффициента вариации выбираем закон нормального распределения и для расчета гамма-процентного ресурса используем формулу (1.1.8)

$$T_{p\gamma} = \bar{T}_p - H_{k(\gamma)} \cdot \sigma = 3328 - 0,842 \cdot 134,31 = 3214,91 \text{ ч.}$$

Величина квантиля нормального распределения $H_{k(\gamma)}$ для значения $\gamma = 0,8$ определяется из таблицы 10 (приложение 1) квантилей нормального распределения. Для $\gamma = 0,8$, $H_{k(\gamma)} = 0,842$ [2].

Комплексные показатели надежности

Коэффициент готовности определяется по формуле (1.1.19)

$$K_r = \frac{\bar{T}_0}{\bar{T}_0 + \bar{T}_в} = \frac{2495}{2495 + 6,4} = 0,997.$$

Значения наработки на отказ \bar{T}_0 и среднее время восстановления $\bar{T}_в$ были определены ранее.

Коэффициент оперативной готовности определяется по формуле (1.1.20)

$$K_{o.r.} = K_r \cdot P(t_0 t_1) = 0,997 \cdot 0,5 = 0,498.$$

Вероятность безотказной работы в интервале времени $(t_0 t_1)$ определяется по формуле

$$P(t_0 t_1) = 1 - \frac{\Delta n}{N_0} = 1 - \frac{5}{10} = 0,5.$$

Коэффициент технического использования определяется по формуле (1.1.22)

$$K_{т.и.} = \frac{\bar{T}_{\text{сум}}}{\bar{T}_{\text{сум}} + \bar{T}_{\text{ТО}} + \bar{T}_{\text{рем}}} = \frac{5320}{(5320 + 220 + 18,2)} = 0,957.$$

Математическое ожидание суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации определяется по формуле (1.1.23)

$$\bar{T}_{\text{сум}} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N t_{\text{раб.}i} = \frac{1}{10} (5,3 + 4,5 + 6,3 + 4,8 + 6,1 + 5,6 + 5,1 + 5,2 + 5,4 + 4,9) = 5,32 \text{ тыс. ч.}$$

Математическое ожидание суммарного времени простоев, обусловленных техническим обслуживанием за этот же период эксплуатации, определяется по формуле (1.1.25)

$$\bar{T}_{\text{ТО}} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N t_{\text{ТО}i} = \frac{1}{10} (200 + 200 + 250 + 250 + 200 + 200 + 250 + 200 + 250 + 200) = 220 \text{ ч.}$$

Математическое ожидание суммарного времени простоев, обусловленных ремонтом за этот же период эксплуатации, определяется по формуле (1.1.24)

$$\bar{T}_{\text{рем}} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N t_{\text{рем.}i} = \frac{1}{10} (15 + 20 + 8 + 19 + 25 + 13 + 21 + 25 + 8 + 28) = 18,2 \text{ ч.}$$

Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Исходные данные по варианту индивидуального задания.
3. Расчет показателей надежности по индивидуальному варианту табл. 1.1.4.

Варианты заданий

Таблица 1.1.4

Исходные данные

Наименование показателя	Значение в соответствии с вариантом индивидуального задания														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
N_0	9	10	11	12	13	14	15	9	10	11	12	13	14	15	9
$n(t)$	2	3	4	2	3	4	4	2	3	4	2	3	4	4	2
m	18	20	22	24	26	28	30	18	20	22	24	26	28	30	18
$\Delta n(t_0, t_1)$	4	5	3	4	5	3	4	5	3	4	5	3	4	5	3
Номер i -го объекта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Наработка i -го объекта за время наблюдений H_i , тыс. ч	4,9	5,6	5,1	5,2	6,1	5,3	4,5	6,3	4,8	4,9	5,6	5,1	5,2	5,4	4,9
Число отказов i -го объекта за наработку H_i, n_i	1	2	3	2	4	3	2	3	2	2	2	4	3	3	1
Время пребывания i -го объекта в работоспособном состоянии, $t_{\text{раб.}i}$ тыс. ч	4,9	5,6	5,1	5,2	6,1	5,3	4,5	6,3	4,8	4,9	5,6	5,1	5,2	5,4	4,9
Время пребывания i -го объекта в простое из-за ремонта, $t_{\text{рем.}i}$ ч	8	28	15	20	8	13	21	25	8	28	15	20	8	19	25

Наименование показателя	Значение в соответствии с вариантом индивидуального задания														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Время пребывания i -го объекта в простое, связанным с ТО, t_{TO} , ч	200	200	250	250	200	200	250	200	250	200	180	190	220	240	210
Номер i -го отказа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Время восстановления i -го отказа, t_B , ч	8	10	9	11	15	20	6	2	1	14	11	15	20	6	8
Номер i -го отказа	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Время восстановления i -го отказа, t_B , ч	10	9	11	15	9	20	6	2	1	14	20	6	8	10	9
Номер i -го трактора	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ресурс трансмиссии i -го трактора, t_{pi} , ч	4680	3140	1840	3360	4450	3060	2200	3480	2630	2930	2430	3610	3920	2270	3790

Контрольные вопросы

1. Назовите и дайте определение единичных показателей безотказности.
2. Назовите и дайте определение единичных показателей долговечности.
3. Назовите и дайте определение единичных показателей ремонтпригодности.
4. Назовите и дайте определение единичных показателей сохраняемости.
5. Назовите и дайте определение комплексных показателей надежности.

Практическая работа № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК (СТАТИСТИК) ОПЫТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Цель работы: освоить методику определения числовых характеристик (статистик) опытного распределения вероятностей случайной величины.

Последовательность обработки опытных данных

Каждое исследование случайных явлений, выполняемое методами теории вероятностей, как бы отвлеченно оно ни было, корнями своими всегда уходит в эксперимент, в опытные данные, в систему наблюдений.

Обработка опытных данных всегда ведется по какому-то одному количественному показателю: износу конкретной поверхности детали, наработке детали на отказ, ресурсу машины до капитального ремонта, затратам средств на обеспечение работоспособности машины данной марки в расчете на единицу наработки и т. п.

Методику обработки опытных данных рассмотрим на примерах математической обработки данных микрометражного обследования изношенных гильз цилиндров и поршневых пальцев двигателя Д-260.2 [3].

Износ поверхности является случайной величиной, находящейся с той или иной вероятностью в границах некоторого поля рассеяния. Для его вероятностного (статистического) описания принимается следующий общий порядок действий:

1. Составить вариационный ряд величины износа.
2. На основе вариационного ряда сформировать статистический ряд износа.
3. Определить числовые характеристики распределения величины износа.
4. Проверить опытные данные на наличие выпадающих точек и при необходимости уточнить числовые характеристики распределения.
5. Построить графически гистограмму и полигон опытного распределения случайной величины.

6. Подобрать теоретический закон распределения случайной величины.

7. Освоить технику использования таблиц для нахождения функций и плотностей распределений: закона нормального распределения (ЗНР) и закона распределения Вейбулла (ЗРВ).

8. Проверить выбранный закон распределения по критерию согласия «хи-квадрат» Пирсона.

9. Определить доверительные границы рассеивания среднего значения случайной величины.

10. Определить относительную ошибку расчета характеристик случайной величины и проверить достаточность объема выборки.

11. Рассчитать значения и построить график дифференциальной и интегральной функций выбранных теоретических распределений.

При обследовании гильз замерялся максимальный *радиальный* износ гильзы в зоне работы верхнего компрессионного кольца вблизи ВМТ.

Замер износа поршневых пальцев по *диаметру* производился в средней части пальца: в зоне сопряжения с втулкой верхней головки шатуна. Данные микрометража приведены в табл. 1.2.1.

Таблица 1.2.1

Данные микрометража, мм

Износы гильзы							
0,19	0,17	0,14	0,17	0,21	0,13	0,19	0,14
0,15	0,16	0,20	0,15	0,18	0,17	0,21	0,22
0,18	0,17	0,15	0,16	0,13	0,22	0,14	0,13
0,12	0,16	0,19	0,16	0,15	0,14	0,14	0,13
Износы поршневого пальца							
0,07	0,06	0,07	0,08	0,06	0,06	0,06	0,05
0,07	0,06	0,06	0,08	0,04	0,07	0,08	0,07
0,08	0,04	0,05	0,09	0,05	0,04	0,05	0,07
0,05	0,08	0,06	0,06	0,08	0,05	0,09	0,06

Для упрощения дальнейших вычислений целесообразно преобразовать десятичные дроби в целые числа. Этого можно добиться, если каждое из значений исходной информации умножить на 100. Например, $0,19 \text{ мм} \times 100 = 19$ и читается так: радиальный износ гильзы составляет

19 сотых долей миллиметра. В случае, если замеры износа возможны до третьего знака после запятой (с микронной точностью), например 0,197, то это число, для превращения его в целое, нужно умножить на 1000, т.е. $0,197 \times 1000 = 197$ и читается так: радиальный износ гильзы составляет 197 тысячных долей миллиметра, или 197 мкм [3].

Обозначение единицы измерения в этих случаях образуется путем добавления знака деления и самого множителя к исходной единице измерения, например, мм / 100 или мм / 1000. Такие единицы измерения будем называть *приведенными*, в отличие от исходных единиц, которые будем называть *натуральными*. Целесообразность перехода к приведенным единицам измерения обусловлена тем, что первое освоение методики производится, как правило, «ручным счетом» на калькуляторе, где более удобно оперировать целыми числами.

Таким образом, чтобы получить значение параметра в натуральных единицах измерения, следует значение этого параметра в приведенных единицах (приведенное к целому числу значение) разделить на масштабный множитель, т.е. на 100, 1000 и т. п.

Исходя из этих рассуждений, можно сформулировать общее правило перехода к приведенным единицам измерения исследуемого параметра, которые, естественно, имеют другой масштаб измерения в сравнении с натурой.

Переход к приведенным числам измерения исследуемого параметра осуществляется путем умножения натурального значения этого параметра на 10^n , где n – любое целое число, кроме 0 [3].

Показатель степени n принимают больше нуля ($n > 0$) для случаев, когда десятичную дробь нужно превратить в целое число. При этом, чтобы не внести ошибку в 10^n раз, нужно размерность параметра умножить на 10^{-n} :

$$h_{пр} = 0,19 \cdot 10^2 \text{ (мм} \cdot 10^{-2}) = 19 \text{ мм} \cdot 10^{-2}.$$

Для перехода от приведенного показателя к натуральному *значение* приведенного показателя умножают на 10^{-n} , а *размерность* приведенного показателя умножают на 10^n :

$$h = 19 \cdot 10^{-2} \text{ (мм} \cdot 10^{-2}) \cdot 10^2 = 0,19 \text{ мм}.$$

Таким образом, для рассматриваемых опытных данных целесообразно выбрать в качестве приведенной единицы измерения износов сотые доли миллиметра ($\text{мм} \cdot 10^{-2}$).

В случае, когда нужно уменьшить значность чисел массива информации, переход к приведенным значениям показателя обязывает принимать n меньше нуля ($n < 0$). При этом, чтобы не внести ошибку в 10^{-n} раз, нужно размерность показателя умножить на 10^n .

Например, ресурс t сельскохозяйственной машины до капитального ремонта равен 6970 ч. Чтобы уменьшить значность ресурса, целесообразно перейти к приведенным его значениям путем умножения на 10^{-3} . При этом размерность ресурса следует умножить на 10^3 :

$$t_{пр} = 6970 \cdot 10^{-3} (\text{ч}) \cdot 10^3 = 6,97 \text{ ч} \cdot 10^3.$$

Для перехода от приведенных значений к натуральным, приведенное значение показателя следует умножить на 10^3 , а приведенную размерность – на 10^{-3} :

$$t = 6,97 \cdot 10^3 (\text{ч} \cdot 10^3) \cdot 10^{-3} = 6970 \text{ ч}.$$

Вариационный ряд

Вариационный ряд – это упорядоченный по возрастанию исходный ряд значений исследуемого признака. По принятой в статистике терминологии отдельная компонента (член, элемент) вариационного ряда называется *вариантой*. Количество вариантов вариационного ряда всегда равно объему выборки N .

С учетом принятой единицы измерения износов вариационные ряды для наших примеров будут выглядеть следующим образом (табл. 1.2.2):

Таблица 1.2.2

Вариационные ряды

Износы гильзы							
12	13	13	13	13	14	14	14
14	14	15	15	15	15	16	16
16	16	17	17	17	17	18	18
19	19	19	20	21	21	22	22
Износы поршневого пальца							
4	4	4	5	5	5	5	5
5	6	6	6	6	6	6	6
6	6	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	9	9

Используя вариационные ряды, определяем следующие величины, которые потребуются для формирования статистических рядов:

h_{\min} – минимальное значение износа (первая варианта);

h_{\max} – максимальное значение износа (последняя варианта);

$R = h_{\max} - h_{\min}$ – размах выборки;

N – объем выборки (количество членов вариационного ряда).

Для износа гильзы эти величины составят:

$$h_{\min} = 12, h_{\max} = 22, R = 22 - 12 = 10, N = 32;$$

для износа поршневого пальца

$$h_{\min} = 4, h_{\max} = 9, R = 9 - 4 = 5, N = 32.$$

Статистический (сгруппированный) ряд

Статистический ряд составляется в виде табл. 1.2.3, состоящей из семи столбцов: номер интервала i , нижняя граница интервала h^a , верхняя граница интервала h^b , середина интервала h^c , частота w , опытная вероятность (частость) p и накопленная опытная вероятность P .

Число строк таблицы равно количеству интервалов статистического ряда, которое, в свою очередь, зависит от объема выборки N . Эта зависимость выражается формулой

$$n = \sqrt{N}, \quad (1.2.1)$$

где n – количество интервалов;

N – объем выборки.

Полученный результат округляют в сторону увеличения до ближайшего целого числа. Количество интервалов не должно выходить за пределы $n = 6 \dots 20$ [4].

Поскольку объем выборки в обоих рассматриваемых примерах одинаков, одинаковыми будут и числа интервалов для обоих статистических рядов:

$$n = \sqrt{32} = 5,66 \approx 6.$$

Желательно, чтобы все интервалы статистического ряда были равны по величине и не имели разрывов. Величину A одного интервала определяют по уравнению:

$$A = \frac{R}{n}, \quad (1.2.2)$$

где A – величина интервала в единицах измерения случайной величины;
 R – размах выборки в тех же единицах;
 n – количество интервалов статистического ряда.

Значение величины интервала, полученное по формуле (1.2.2), всегда округляют в большую сторону до величины, удобной для дальнейших расчетов.

Для износов гильзы

$$A = \frac{10}{6} = 1,67 \approx 2.$$

Для износов поршневого пальца

$$A = \frac{5}{6} = 0,83 \approx 1.$$

Далее определяют нижние и верхние границы интервалов и середины интервалов. В качестве нижней границы первого интервала принимается начало поля рассеяния:

$$h_1^H = h_{\min} - \frac{A}{2}, \quad (1.2.3)$$

где h_1^H – нижняя граница первого интервала;
 h_{\min} – минимальное значение износа;
 A – величина интервала.

Для износов гильзы

$$h_1^H = 12 - \frac{2}{2} = 11.$$

Для износов поршневого пальца

$$h_1^H = 4 - \frac{1}{2} = 3,5.$$

В случае если нижняя граница первого интервала получается отрицательной, она принимается равной нулю.

Для каждого из последующих интервалов нижняя граница текущего интервала определяется, как сумма нижней границы предыдущего интервала и величины интервала [3]:

$$h_i^H = h_{i-1}^H + A. \quad (1.2.4)$$

Верхняя граница для любого интервала определяется, как сумма нижней его границы и величины интервала:

$$h_i^B = h_i^H + A. \quad (1.2.5)$$

Середина интервала определяется как полусумма его нижней и верхней границ:

$$h_i^C = \frac{h_i^H + h_i^B}{2}. \quad (1.2.6)$$

Можно воспользоваться также рекуррентной формулой:

$$h_i^C = h_{i-1}^C + A. \quad (1.2.7)$$

После заполнения первых четырех столбцов табл. 1.2.3 статистического ряда можно найти частоту w_i для каждого интервала. Для этого следует произвести разность всех вариантов вариационного ряда по интервалам статистического ряда, то есть для каждой варианты h_j ($j = 1, 2, 3, \dots, N$) определить номер интервала i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), которому она принадлежит, а для каждого интервала – число вариант, попадающих в данный интервал (частоту).

В случае, когда варианта попадает точно на границу двух соседних интервалов, можно отнести ее как к младшему, так и к старшему интервалу. Некоторые авторы, например, Е. С. Вентцель, рекомендуют «...(чисто условно) считать данное значение принадлежащим в равной мере к обоим интервалам...» и прибавлять к их частотам по 0,5 [3]. В широко распространенном табличном процессоре EXCEL имеется специальная функция «ЧАСТОТА», которая автоматически производит разность вариант вариационного

ряда по интервалам статистического ряда. Алгоритм работы этой функции предусматривает в случае попадания варианты на границу двух интервалов относить ее к *младшему* из них. Поэтому в целях лучшего совпадения ручных и машинных расчетов примем этот последний порядок отнесения вариант к интервалам. Считаем, что варианта h_j принадлежит интервалу i , если выполняется условие:

$$h_i^H < h_j \leq h_i^B, \quad (1.2.8)$$

где h_j – варианта;

h_i^H и h_i^B – соответственно нижняя и верхняя границы интервала;

j – номер варианты;

i – номер интервала.

Частотой называется число вариант, попавших в данный интервал (именно *число* вариант, а не сумма их значений). Для первого интервала статистического ряда износ гильз частота w_1 равна 5, поскольку в этот интервал попадают первые пять вариант вариационного ряда. Следующие девять вариант (с шестой по четырнадцатую включительно) попадают во второй интервал, поэтому для него частота $w_2 = 9$. В третий интервал попадают варианты с пятнадцатой по двадцать вторую включительно (всего восемь), поэтому $w_3 = 8$. Аналогичным образом находим частоты для остальных интервалов: $w_4 = 5$, $w_5 = 3$ и $w_6 = 2$.

Таблица 1.2.3

Статистический ряд износов гильзы

Номер интервала	Нижняя граница интервала	Верхняя граница интервала	Середина интервала	Частота	Опытная вероятность (частость)	Накопленная опытная вероятность
i	h_i^H	h_i^B	h_i^C	w_i	$p_i = \frac{w_i}{N}$	$P_i = \sum_{k=1}^{k=i} p_k$
1	11	13	12	5	0,1563	0,1563
2	13	15	14	9	0,2810	0,4373
3	15	17	16	8	0,2500	0,6873
4	17	19	18	5	0,1563	0,8436
5	19	21	20	3	0,0938	0,9374
6	21	23	22	2	0,0625	0,9999

Опытной вероятностью (или *частостью*) p_i в статистике принято называть отношение частоты w_i к объему выборки N :

$$p_i = \frac{w_i}{N}. \quad (1.2.9)$$

В первом интервале

$$p_1 = \frac{w_1}{N} = \frac{5}{32} = 0,1563,$$

во втором интервале опытная вероятность

$$p_1 = \frac{w_1}{N} = \frac{9}{32} = 0,2810 \text{ и так далее.}$$

В последний столбец статистического ряда записывается *накопленная опытная вероятность* P_i , вычисляемая по формуле [3]:

$$P_i = \sum_{k=1}^{k=i} p_k. \quad (1.2.10)$$

Она представляет собой сумму опытных вероятностей по всем интервалам, начиная с первого и кончая текущим (т.е. интервалом, для которого она определяется) включительно.

Менее трудоемкой для вычислений является рекуррентная формула [3]

$$P_i = P_{i-1} + p_i. \quad (1.2.11)$$

При использовании этой формулы для первого интервала величину P_{i-1} следует принимать равной нулю. Для нашего примера:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_0 + p_1 = 0 + 0,1563 = 0,1563; \\ P_2 &= P_1 + p_2 = 0,1563 + 0,2810 = 0,4373; \\ P_3 &= P_2 + p_3 = 0,4373 + 0,2500 = 0,6873; \\ P_4 &= P_3 + p_4 = 0,6873 + 0,1563 = 0,8436; \\ P_5 &= P_4 + p_5 = 0,8436 + 0,0938 = 0,9374; \\ P_6 &= P_5 + p_6 = 0,9374 + 0,0625 = 0,9999. \end{aligned}$$

Формирование статистического ряда износ поршневого пальца выполняется в такой же последовательности и по изложенной выше методике. Результаты расчетов представлены в табл. 1.2.4.

Таблица 1.2.4

Статистический ряд износ поршневого пальца

Номер интервала	Нижняя граница интервала	Верхняя граница интервала	Середина интервала	Частота	Опытная вероятность (частость)	Накопленная опытная вероятность
i	h_i^a	h_i^b	h_i^c	w_i	$p_i = \frac{w_i}{N}$	$P_i = \sum_{k=1}^{k=i} p_k$
1	3,5	4,5	4	3	0,0938	0,0938
2	4,5	5,5	5	6	0,1875	0,2813
3	5,5	6,5	6	9	0,2813	0,5625
4	6,5	7,5	7	6	0,1875	0,7500
5	7,5	8,5	8	6	0,1875	0,9375
6	8,5	9,5	9	2	0,0625	1,0000

Числовые характеристики опытного распределения (среднее значение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации)

Основными числовыми характеристиками распределения износа являются: среднее значение, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Среднее значение определяется по формуле [3]:

$$\bar{h} = \sum_{i=1}^n (h_i^c \cdot p_i), \quad (1.2.12)$$

где \bar{h} – среднее значение;

h_i^c – середина i -го интервала;

p_i – опытная вероятность в i -м интервале;

n – число интервалов статистического ряда.

Несмещенная оценка для среднего квадратического отклонения вычисляется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{N}{N-1} \sum_{i=1}^n \left[(h_i^c - \bar{h})^2 \cdot p_i \right]}, \quad (1.2.13)$$

где σ – среднее квадратическое отклонение;

\bar{h} – среднее значение;

h_i^c – середина i -го интервала;

p_i – опытная вероятность в i -м интервале;

n – число интервалов статистического ряда;

N – объем выборки.

Расчет числовых характеристик удобно выполнять в табличной форме. Для этого на основе статистического ряда составляется вспомогательная табл. 1.2.5. В эту таблицу переносятся из статистического ряда столбцы i , h_i^c и p_i . Справа таблица дополняется еще двумя столбцами, в которые записываются вспомогательные величины G_1 и G_2 – произведения, стоящие под знаком суммы в формулах (1.2.12) и (1.2.13):

$$G_{1i} = h_i^c \cdot p_i,$$

$$G_{2i} = (h_i^c - \bar{h})^2 \cdot p_i.$$

Расчет величины G_1 для всех интервалов дает следующие результаты:

$$G_{11} = h_1^c \cdot p_1 = 12 \cdot 0,0938 = 1,1256;$$

$$G_{12} = h_2^c \cdot p_2 = 14 \cdot 0,1875 = 2,6250;$$

$$G_{13} = h_3^c \cdot p_3 = 16 \cdot 0,2813 = 4,5008;$$

$$G_{14} = h_4^c \cdot p_4 = 18 \cdot 0,1875 = 3,3750;$$

$$G_{15} = h_5^c \cdot p_5 = 20 \cdot 0,1875 = 3,7500;$$

$$G_{16} = h_6^c \cdot p_6 = 22 \cdot 0,0625 = 1,3750.$$

После заполнения столбца G_1 и вычисления его суммы получаем среднее значение износа гильзы

$$\bar{h} = \sum_{i=1}^n (h_i^c \cdot p_i) = 15,8782.$$

Для нахождения среднеквадратического отклонения заполняем столбец G_2 :

$$G_{21} = (h_1^c - \bar{h})^2 \cdot p_1 = (12 - 15,8782)^2 \cdot 0,1563 = 2,3508;$$

$$G_{22} = (h_2^c - \bar{h})^2 \cdot p_2 = (14 - 15,8782)^2 \cdot 0,2813 = 0,9923;$$

$$G_{23} = (h_3^c - \bar{h})^2 \cdot p_3 = (16 - 15,8782)^2 \cdot 0,2500 = 0,0037;$$

$$G_{24} = (h_4^c - \bar{h})^2 \cdot p_4 = (18 - 15,8782)^2 \cdot 0,1563 = 0,7037;$$

$$G_{25} = (h_5^c - \bar{h})^2 \cdot p_5 = (20 - 15,8782)^2 \cdot 0,0938 = 1,5936;$$

$$G_{26} = (h_6^c - \bar{h})^2 \cdot p_6 = (22 - 15,8782)^2 \cdot 0,0625 = 2,3423.$$

Сумма по этому столбцу составляет 7,9864. Подставляя ее в формулу (1.2.13) и производя необходимые вычисления, получаем:

$$\sigma = \sqrt{\frac{N}{N-1} \sum_{i=1}^n \left[(h_i^c - \bar{h})^2 \cdot p_i \right]} = \sqrt{\frac{32}{32-1} \cdot 7,9864} = 2,8712.$$

Таблица 1.2.5

Расчет числовых характеристик распределения износа гильзы

Номер интервала	Середина интервала	Опытная вероятность (частость)	G_1	G_2
i	h_i^c	$p_i = \frac{w_i}{N}$	$h_i^c \cdot p_i$	$(h_i^c - \bar{h})^2 \cdot p_i$
1	12	0,1563	1,8756	2,3508
2	14	0,2810	3,9382	0,9923
3	16	0,2500	4,0000	0,0037
4	18	0,1563	2,8134	0,7037
5	20	0,0938	1,8760	1,5936
6	22	0,0625	1,3750	2,3423
		Сумма:	15,8782	7,9864

Коэффициент вариации находим по формуле:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{h}}, \quad (1.2.14)$$

где v – коэффициент вариации;
 σ – среднеквадратическое отклонение;
 \bar{h} – среднее значение износа.

Для износов гильзы коэффициент вариации составит:

$$v = \frac{2,8712}{15,8782} = 0,1808.$$

Статистический ряд износов поршневого пальца обрабатываем по аналогично методике. Результаты расчетов представлены в табл. 1.2.6.

Таблица 1.2.6

Расчет числовых характеристик распределения износа поршневого пальца

Номер интервала	Середина интервала	Опытная вероятность (частость)	G_1	G_2
i	h_i^c	$p_i = \frac{w_i}{N}$	$h_i^c \cdot p_i$	$(h_i^c - \bar{h})^2 \cdot p_i$
1	4	0,0938	0,3750	0,5293
2	5	0,1875	0,9375	0,3548
3	6	0,2813	1,6875	0,0397
4	7	0,1875	1,3125	0,0731
5	8	0,1875	1,5000	0,4948
6	9	0,0625	0,5625	0,4305
		Сумма:	6,3755	1,9222

Числовые характеристики для этого распределения составят:

$$\bar{h} = \sum_{i=1}^n (h_i^c \cdot p_i) = 6,3755.$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{N}{N-1} \sum_{i=1}^n \left[(h_i^c - \bar{h})^2 \cdot p_i \right]} = \sqrt{\frac{32}{32-1} \cdot 1,9222} = 1,4086.$$

$$v = \frac{1,4086}{6,3755} = 0,2209.$$

Содержание отчета

1. Тема, цель, задание, исходные данные.
2. Последовательность расчета с указанием выполняемых действий, используемых формул; результаты расчета с таблицами и графиками.
3. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что такое вариационный ряд?
2. Какой элемент называется вариантой?
3. Что называется частотой?
4. Укажите зависимость, с помощью которой можно определить накопленную опытную вероятность P_i ?
5. Перечислите основные числовые характеристики распределения.
6. Приведите зависимость, по которой можно определить коэффициент вариации.
7. Что следует понимать под опытной вероятностью (или частотой) p_i в статистике?

Практическая работа № 3

ПРОВЕРКА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ НА НАЛИЧИЕ ВЫПАДАЮЩИХ ТОЧЕК. ПОСТРОЕНИЕ ГИСТОГРАММ И ПОЛИГОНА ОПЫТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ. ВЫБОР ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Цель работы: освоить методику проверки опытных данных на наличие выпадающих точек, выполнить построение гистограмм и полигона опытного распределения случайной величины.

Проверка опытных данных на наличие выпадающих точек

Исходные данные получены при выполнении практических работ №1 и №2. Представленные расчеты являются логическим продолжением формирования общей методики определения статистических параметров.

Проверку опытной информации на наличие выпадающих точек осуществляем по формуле [5]:

$$\lambda_0 = \frac{h_i - h_{i-1}}{\sigma}, \quad (1.3.1)$$

где h_i и h_{i-1} – смежные точки в вариационном ряду износков.

Для наименьшего значения износа гильзы $h_1 = 12$; $h_2 = 13$.

$$\lambda_0 = \frac{13 - 12}{2,871} = 0,348.$$

Для наибольшего значения износа гильзы $h_{32} = 22$; $h_{31} = 22$.

$$\lambda_0 = \frac{22 - 22}{2,871} = 0.$$

Полученное значение λ_0 сравнивают с табличными значениями критерия Ирвина (табл. 1.3.1) [3].

В нашем случае при $N = 32$ и доверительной вероятности $\alpha = 0,95$ табличное значение критерия Ирвина $\lambda_T = 1,2$, то есть больше λ_0 . Поэтому с вероятностью 0,95 можно утверждать, что все точки информации достоверны.

Аналогичная проверка опытных точек для износков поршневого пальца дает следующие результаты:

Для первой точки

$$\lambda_0 = \frac{h_2 - h_1}{\sigma} = \frac{4 - 4}{1,4} = 0;$$

для последней точки

$$\lambda_0 = \frac{h_{32} - h_{31}}{\sigma} = \frac{9 - 9}{1,4} = 0.$$

Поэтому для износов поршневого пальца, так же, как и для износов гильзы, все опытные точки можно считать достоверными.

В случае если некоторые точки информации признаны недостоверными, они исключаются из массива опытной информации. После чего производится пересчет числовых характеристик распределения.

Таблица 1.3.1

Коэффициенты Ирвина λ_T

Объем выборки N	10	20	30	50	100	400
λ_T при $\alpha = 0,95$	1,5	1,3	1,2	1,1	1	0,9
λ_T при $\alpha = 0,99$	2	1,8	1,7	1,6	1,5	1,3

Построение гистограммы и полигона опытного распределения случайной величины

По данным статистического ряда можно построить гистограмму и полигон распределения. Гистограмму строят для распределений непрерывных случайных величин, а полигон – для дискретных, хотя такое правило не является обязательным.

Гистограмма распределения строится следующим образом. На оси абсцисс откладываются границы интервалов. Из начала каждого интервала проводится ордината высотой, равной частоте для данного интервала, в принятом для оси Y масштабе. Из этой точки проводится горизонтальная линия на всю ширину интервала.

Для построения полигона распределения из середины каждого интервала проводим ординату высотой, равной частоте для данного интервала. Вершины полученных ординат соединяем ломаной линией.

Гистограмма и полигон распределения износов гильзы изображены на рисунке 1.3.1, износов поршневого пальца – на рисунке 1.3.2.

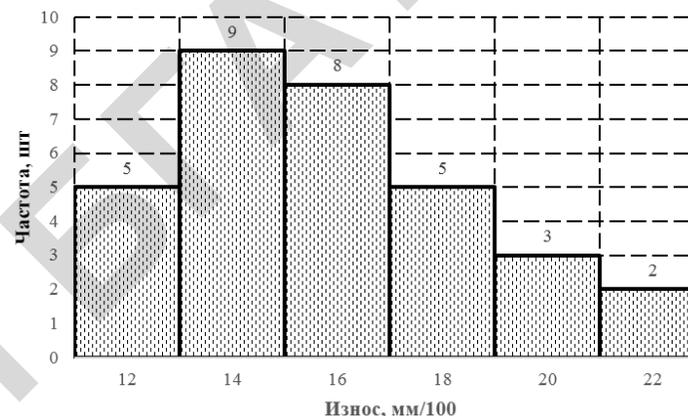


Рис. 1.3.1, а. Гистограмма распределения износа гильзы

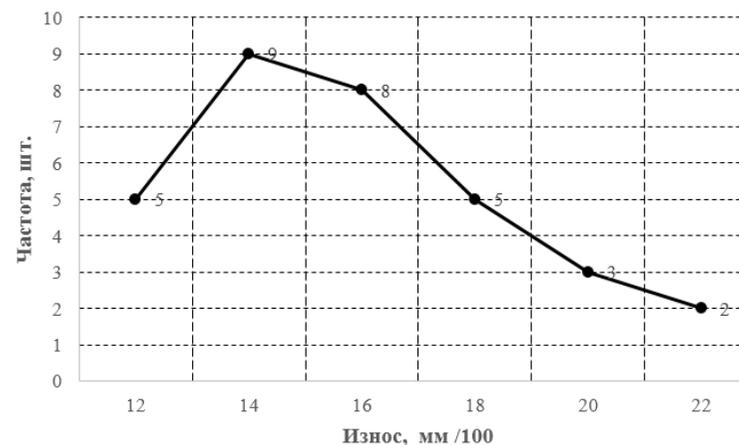


Рис. 1.3.1, б. Полигон распределения износа гильзы

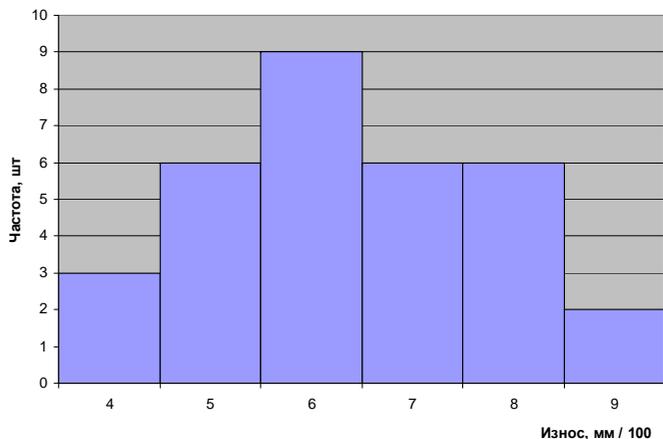


Рис. 1.3.2, а. Гистограмма распределения износа поршневого пальца

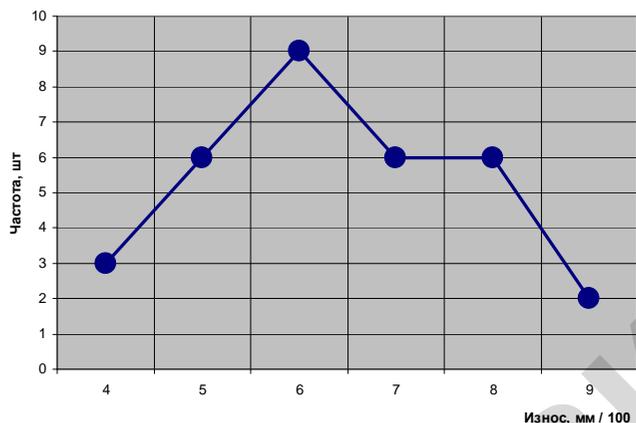


Рис. 1.3.2, б. Полигон распределения износа поршневого пальца

Полигон или гистограмма позволяют визуально оценить данное распределение и сделать предварительные предположения относительно вида теоретического закона распределения, подходящего к нашим опытным данным.

В нашем случае можно констатировать, что оба рассматриваемые распределения в средних интервалах имеют более высокое значение частот, нежели в крайних. Распределение износов гильзы

(рис. 1.3.1) имеет явно выраженную левостороннюю асимметрию, в то время как распределение износов поршневого пальца (рис. 1.3.2) более или менее симметрично.

Выравнивание статистических рядов Выбор теоретического закона распределения

При обработке статистического материала почти всегда приходится решать вопрос о том, как подобрать для данного статистического ряда теоретическую кривую распределения, выражающую лишь существенные черты статистического материала, но не случайности, связанные с недостаточным объемом экспериментальных данных. Это, так называемая, задача *выравнивания* (сглаживания) *статистических рядов* [3].

Задача о наилучшем выравнивании статистических рядов, как и вообще задача о наилучшем аналитическом представлении эмпирических функций, есть в значительной мере задача неопределенная. Во-первых, потому, что не существует четких правил выбора вида теоретического распределения. А во-вторых, потому, что решение ее даже при выбранном виде закона распределения в большей степени зависит от того, что мы условимся считать «наилучшим».

При выравнивании статистических рядов принципиальный вид теоретической кривой, как правило, выбирается заранее из соображений, связанных с существом задачи, а в некоторых случаях просто с внешним видом статистического распределения. Аналитическое выражение выбранной кривой распределения зависит от некоторых параметров (назовем их a, b, \dots). Задача заключается в том, чтобы выбрать такие значения параметров, при которых соответствие между статистическим и теоретическим распределениями оказывалось бы наилучшим.

Практика изучения износов деталей сельскохозяйственной техники свидетельствует о том, что износ (как случайная величина) лучше всего описывается нормальным законом (ЗНР) и законом распределения Вейбулла (ЗРВ). На практике предпочтение одному из названных законов распределения отдается с учетом величины V_c , определяемой по формуле (1.3.6). Если ее значение меньше 0,3 - выбирают закон нормального распределения, если оно больше - закон распределения Вейбулла.

Объясняется это тем, что износ не может быть отрицательной величиной. Поэтому, строго формально, нормальный закон для описания износа применять нельзя, поскольку подчиняющаяся этому закону случайная величина может принимать значения от $-\infty$ до $+\infty$. Однако, с учетом правила «трех сигм», при коэффициенте вариации меньше 0,3 вероятность отрицательного значения износа становится меньше 0,00042. На практике такой вероятностью чаще всего можно пренебречь, и тогда использование нормального закона становится правомерным.

Но, даже выбрав тем или иным способом закон распределения, невозможно быть абсолютно уверенным, что исследуемая величина подчиняется именно этому закону. Для оценки степени такой уверенности существуют специальные критерии – *критерии согласия* [3].

Все критерии согласия требуют знания параметров выбранного закона распределения, поэтому следующий этап обработки опытных данных – нахождение параметров распределения.

Метод моментов

Один из наиболее распространенных методов, применяемых для решения этой задачи, – это так называемый метод моментов. Согласно методу моментов, параметры закона распределения выбираются с таким расчетом, чтобы несколько важнейших числовых характеристик (моментов) теоретического распределения были равны соответствующим статистическим (опытным) характеристикам. Например, если теоретическая кривая $f(x)$ зависит только от двух параметров a и b , эти параметры выбираются так, чтобы математическое ожидание m_x (первый начальный момент) и дисперсия $D_x = \sigma^2$ (второй центральный момент) теоретического распределения совпадали с соответствующими статистическими (опытными) характеристиками. Если теоретическое распределение имеет три параметра, то выдвигается требование, чтобы m_x , D_x и μ_3 (третий центральный момент) теоретического распределения совпадали с соответствующими статистическими характеристиками.

Каждый из моментов, выраженный через искомые параметры распределения, дает одно уравнение. Объединяя эти уравнения в систему и решая ее относительно неизвестных параметров, находят значения их (параметров) оценок. Рассмотрим на примере изно-

сов гильзы и поршневого пальца применение метода моментов к определению параметров распределения [3].

Закон нормального распределения (ЗНР)

Формулы дифференциальной и интегральной функций для ЗНР имеют вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{x-m}{\sigma\sqrt{2}}\right)^2}, \quad (1.3.2)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) \cdot dx = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{x-m}{\sigma\sqrt{2}}\right)^2} \cdot dx. \quad (1.3.3)$$

ЗНР – уникальный случай, когда две первые числовые характеристики совпадают с параметрами закона распределения. Поэтому параметры ЗНР для рассматриваемых примеров уже определены и составляют:

– для износов гильзы

$$\begin{aligned} m = \bar{h} &= 15,8782 \text{ мм} / 100 \approx 0,159 \text{ мм}; \\ \Sigma &= 2,8712 \text{ мм} / 100 \approx 0,029 \text{ мм}; \\ x = h & \text{ (текущее значение износа гильзы);} \end{aligned}$$

– для износов поршневого пальца

$$\begin{aligned} m = \bar{h} &= 6,3755 \text{ мм} / 100 \approx 0,064 \text{ мм}; \\ \Sigma &= 1,4086 \text{ мм} / 100 \approx 0,014 \text{ мм}; \\ x = h & \text{ (текущее значение износа пальца).} \end{aligned}$$

Закон распределения Вейбулла (ЗРВ)

Формулы дифференциальной и интегральной функций для ЗРВ имеют вид:

$$f(x) = \frac{b}{a} \left(\frac{x-c}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{x-c}{a}\right)^b}, \quad (1.3.4)$$

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-c}{a}\right)^b}, \quad (1.3.5)$$

где a – масштабный параметр;
 b – параметр формы;
 c – параметр смещения (сдвига).

В специальной литературе, например, [5], приводится методика точного определения параметра сдвига c . Однако на практике его обычно принимают равным началу поля рассеяния, т.е. нижней границе первого интервала статистического ряда. Ошибка такого упрощения чаще всего оказывается незначительной, и ею пренебрегают. Таким образом, параметр сдвига можно принять равным:

- для износов гильзы $c = 11 \text{ мм} / 100$;
- для износов поршневого пальца $c = 3,5 \text{ мм} / 100$.

Остается определить параметры a и b . В [3] приведено подробное описание составления и решения системы уравнений для определения параметров a и b с использованием метода моментов. Здесь мы рассмотрим, как решить эту же задачу с использованием табличного метода.

Прежде всего, следует найти вспомогательную величину V_c по формуле [3]

$$V_c = \frac{\sigma}{m-c} = \frac{\sigma}{\bar{h}-c}, \quad (1.3.6)$$

где σ – среднеквадратическое отклонение;
 m – математическое ожидание ($m = \bar{h}$);
 c – параметр смещения.

Указанная величина в рассматриваемых примерах равна:

- для износов гильзы

$$V_c = \frac{2,871}{15,875-11} = 0,5886;$$

- для износов поршневого пальца

$$V_c = \frac{1,4086}{6,3755-3,5} = 0,4899.$$

Параметры и коэффициенты распределения Вейбулла (ЗРВ)

V_c	b	K_a	V_c	b	K_a	V_c	b	K_a
0,25	4,542	1,095	0,59	1,749	1,123	0,93	1,076	1,029
0,26	4,350	1,098	0,60	1,717	1,122	0,94	1,064	1,025
0,27	4,174	1,101	0,61	1,686	1,120	0,95	1,053	1,021
0,28	4,008	1,103	0,62	1,656	1,119	0,96	1,042	1,017
0,29	3,856	1,106	0,63	1,628	1,117	0,97	1,031	1,013
0,30	3,714	1,108	0,64	1,600	1,115	0,98	1,021	1,008
0,31	3,580	1,110	0,65	1,573	1,114	0,99	1,010	1,004
0,32	3,457	1,112	0,66	1,547	1,112	1,00	1,000	1,000
0,33	3,341	1,114	0,67	1,522	1,110	1,01	0,990	0,996
0,34	3,232	1,116	0,68	1,498	1,108	1,02	0,980	0,991
0,35	3,129	1,118	0,69	1,474	1,105	1,03	0,971	0,987
0,36	3,032	1,119	0,70	1,451	1,103	1,04	0,962	0,983
0,37	2,941	1,121	0,71	1,429	1,101	1,05	0,953	0,978
0,38	2,854	1,122	0,72	1,408	1,098	1,06	0,944	0,974
0,39	2,773	1,123	0,73	1,387	1,096	1,07	0,935	0,970
0,40	2,696	1,125	0,74	1,367	1,093	1,08	0,927	0,965
0,41	2,622	1,126	0,75	1,348	1,090	1,09	0,918	0,961
0,42	2,553	1,127	0,76	1,329	1,087	1,10	0,910	0,956
0,43	2,486	1,127	0,77	1,310	1,084	1,11	0,902	0,952
0,44	2,423	1,128	0,78	1,292	1,081	1,12	0,895	0,947
0,45	2,363	1,128	0,79	1,275	1,078	1,13	0,887	0,943
0,46	2,306	1,129	0,80	1,258	1,075	1,14	0,880	0,938
0,47	2,252	1,129	0,81	1,242	1,072	1,15	0,872	0,934
0,48	2,199	1,129	0,82	1,226	1,069	1,16	0,865	0,929
0,49	2,149	1,129	0,83	1,210	1,066	1,17	0,858	0,925
0,50	2,101	1,129	0,84	1,195	1,062	1,18	0,851	0,920
0,51	2,055	1,129	0,85	1,181	1,059	1,19	0,844	0,915
0,52	2,012	1,129	0,86	1,166	1,055	1,20	0,838	0,911
0,53	1,970	1,128	0,87	1,152	1,051	1,21	0,831	0,906
0,54	1,929	1,127	0,88	1,139	1,048	1,22	0,825	0,901
0,55	1,890	1,127	0,89	1,126	1,044	1,23	0,818	0,897
0,56	1,853	1,126	0,90	1,113	1,040	1,24	0,812	0,892
0,57	1,817	1,125	0,91	1,100	1,037	1,25	0,806	0,888
0,58	1,782	1,124	0,92	1,088	1,033	–	–	–

Используя эти значения, по табл. 1.3.2 находим параметр b и коэффициент K_a :

– для износов гильзы $b = 1,749$; $K_a = 1,1228$;

– для износов поршневого пальца $b = 2,15$; $K_a = 1,1292$.

Далее с использованием найденного коэффициента K_a находим параметр a по формуле:

$$a = (\bar{h} - c) \cdot K_a. \quad (1.3.7)$$

Для износов гильзы

$$a = (15,875 - 11) \cdot 1,1228 = 5,4782;$$

для износов поршневого пальца

$$a = (6,3755 - 3,5) \cdot 1,1292 = 3,2470.$$

Иные методы нахождения параметров распределения

Метод разделяющих разбиений

Один из не очень точных, но зато наименее трудоемких методов нахождения оценок для параметров распределения – метод разделяющих разбиений – подробно описан в ряде источников. Рассмотрим технику его применения на числовом примере. Рассмотрим метод его применения на числовом примере. Пусть имеется статистический ряд износа гильзы цилиндров (табл. 1.3.3). Требуется найти оценки параметров распределения Вейбулла с порогом чувствительности (трехпараметрическое распределение Вейбулла). Интегральная функция распределения для этого закона выражается формулой [3]:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-c}{a}\right)^b}, \quad (1.3.8)$$

где x – радиальный износ гильзы, мм/100;

a – масштабный параметр;

b – параметр формы;

c – параметр смещения.

Радиальный износ гильзы, мм/100

Номер интервала	Верхняя граница	То же, смещенная	Накопленная опытная вероятность
i	x	$x-c$	$P_{\text{накопл}}$
1	13	2	0,1563
2	15	4	0,4375
3	17	6	0,6875
4	19	8	0,8438
5	21	10	0,9375
6	23	12	1,0000

Параметр смещения c принимаем равным началу поля рассеяния, то есть, нижней границе первого интервала статистического ряда:

$$c = 11 \text{ мм/100.}$$

Далее выполняем следующие шаги:

Шаг 1. Выбираем произвольно два интервала i_1 и i_2 статистического ряда. Интервалы желательно выбирать ближе к началу и концу статистического ряда, причем, $i_1 < i_2$. Выберем $i_1 = 2$ и $i_2 = 5$. Из соответствующих строк третьего столбца таблицы выписываем значения $x_1 = 4$ и $x_2 = 10$.

Шаг 2. Из соответствующих строк четвертого столбца таблицы выписываем значения накопленных опытных вероятностей $P_1 = 0,4375$ и $P_2 = 0,9375$.

Шаг 3. Находим параметр b по формуле [3]:

$$b = \frac{\ln \ln \frac{1}{1-P_1} - \ln \ln \frac{1}{1-P_2}}{\ln x_1 - \ln x_2}. \quad (1.3.9)$$

Подставляя выбранные нами значения x_1 , x_2 , P_1 и P_2 , получаем:

$$b = \frac{\ln \ln \frac{1}{1-0,4375} - \ln \ln \frac{1}{1-0,9375}}{\ln 4 - \ln 10} = 1,72.$$

Таблица 1.3.4

Функции $y_1(P) = \ln \frac{1}{1-P}$ и $y_2(P) = \ln \ln \frac{1}{1-P}$ по данным [3]

P	$y_1(P)$	$y_2(P)$									
0,01	0,010	-4,600	0,26	0,301	-1,200	0,51	0,713	-0,338	0,76	1,427	0,356
0,02	0,020	-3,902	0,27	0,315	-1,156	0,52	0,734	-0,309	0,77	1,470	0,385
0,03	0,030	-3,491	0,28	0,329	-1,113	0,53	0,755	-0,281	0,78	1,514	0,415
0,04	0,041	-3,199	0,29	0,342	-1,072	0,54	0,777	-0,253	0,79	1,561	0,445
0,05	0,051	-2,970	0,30	0,357	-1,031	0,55	0,799	-0,225	0,80	1,609	0,476
0,06	0,062	-2,783	0,31	0,371	-0,991	0,56	0,821	-0,197	0,81	1,661	0,507
0,07	0,073	-2,623	0,32	0,386	-0,953	0,57	0,844	-0,170	0,82	1,715	0,539
0,08	0,083	-2,484	0,33	0,400	-0,915	0,58	0,868	-0,142	0,83	1,772	0,572
0,09	0,094	-2,361	0,34	0,416	-0,878	0,59	0,892	-0,115	0,84	1,833	0,606
0,10	0,105	-2,250	0,35	0,431	-0,842	0,60	0,916	-0,087	0,85	1,897	0,640
0,11	0,117	-2,150	0,36	0,446	-0,807	0,61	0,942	-0,060	0,86	1,966	0,676
0,12	0,128	-2,057	0,37	0,462	-0,772	0,62	0,968	-0,033	0,87	2,040	0,713
0,13	0,139	-1,971	0,38	0,478	-0,738	0,63	0,994	-0,006	0,88	2,120	0,752
0,14	0,151	-1,892	0,39	0,494	-0,705	0,64	1,022	0,021	0,89	2,207	0,792
0,15	0,163	-1,817	0,40	0,511	-0,672	0,65	1,050	0,049	0,90	2,303	0,834
0,16	0,174	-1,747	0,41	0,528	-0,639	0,66	1,079	0,076	0,91	2,408	0,879
0,17	0,186	-1,680	0,42	0,545	-0,607	0,67	1,109	0,103	0,92	2,526	0,927
0,18	0,198	-1,617	0,43	0,562	-0,576	0,68	1,139	0,131	0,93	2,659	0,978
0,19	0,211	-1,557	0,44	0,580	-0,545	0,69	1,171	0,158	0,94	2,813	1,034
0,20	0,223	-1,500	0,45	0,598	-0,514	0,70	1,204	0,186	0,95	2,996	1,097
0,21	0,236	-1,445	0,46	0,616	-0,484	0,71	1,238	0,213	0,96	3,219	1,169
0,22	0,248	-1,392	0,47	0,635	-0,454	0,72	1,273	0,241	0,97	3,507	1,255
0,23	0,261	-1,342	0,48	0,654	-0,425	0,73	1,309	0,270	0,98	3,912	1,364
0,24	0,274	-1,293	0,49	0,673	-0,395	0,74	1,347	0,298	0,99	4,605	1,527
0,25	0,288	-1,246	0,50	0,693	-0,367	0,75	1,386	0,327	-	-	-

Шаг 4. Находим параметр a :

$$a = x_1 \cdot \left(\ln \frac{1}{1-P_1} \right)^{\frac{1}{b}}. \quad (1.3.10)$$

После подстановки значений x_1 и P_1 получаем:

$$a = 4 \cdot \left(\ln \frac{1}{1-0,4375} \right)^{\frac{1}{1,72}} = 2,9.$$

Искомые оценки параметров распределения ЗРВ составляют:

$$\begin{aligned} a &= 2,9; \\ b &= 1,72; \\ c &= 11. \end{aligned}$$

Для облегчения вычисления значений логарифмов и двойных логарифмов входящей в формулы (1.3.9) и (1.3.10) дроби $\frac{1}{1-P}$ в табл. 1.3.4 [3] приведены их значения при изменении P в диапазоне 0,01–0,99.

Графический метод

У подавляющего большинства законов распределения график интегральной функции представляет собой кривую. Основная идея графических методов состоит в том, чтобы «выпрямить» эту кривую, то есть, подобрать для осей координат такие переменные масштабы, которые превратили бы график функции распределения в прямую линию.

В случае экспоненциального распределения это достигается созданием логарифмической шкалы на оси ординат. Для распределения Вейбулла логарифмическими шкалами снабжают и ось ординат, и ось абсцисс.

Если график снабдить соответствующими линиями сетки для обеих осей, то это позволяет легко наносить на график экспериментальные точки. Через эти точки на глаз проводится прямая, которая проходила бы как можно ближе ко всем точкам. Эта прямая и будет графиком интегральной функции в принятой системе координат.

Для нахождения параметров функции в этом случае легко применить простые приближенные методы обработки эмпирических зависимостей, такие, как метод выбранных точек, метод натянутых нитей и др. [6].

В практике обработки опытных данных при изучении случайных величин широко используется построенная по описанному принципу вероятностная бумага. Опишем технику использования вероятностной бумаги для оценки параметров распределения Вейбулла. Пусть требуется с использованием вероятностной бумаги найти оценки параметров ранее рассмотренного распределения Вейбулла для износа гильзы (табл. 1.3.3) [3].

Вероятностная бумага для распределения Вейбулла (рис. 1.3.3) представляет собой логарифмическую сетку. Для расширения диапазона варьирования случайной величины x подразумевается, что по оси абсцисс откладывается ее масштабированное значение, то есть произведение $x \cdot 10^j$, где j – целое число (порядок масштабного множителя). В рассматриваемом примере величина x изменяется в пределах 2–12 (третий столбец табл. 1.3.3), поэтому j целесообразно принять равным нулю. Если бы износ гильзы замерялся не в сотых долях миллиметра, а в миллиметрах, то величина x варьировала бы в диапазоне 0,02–0,12. В этом случае j следовало бы принять равным 2. Аналогично, если бы x варьировала в диапазоне 20–120 единиц, то j следовало бы принять равным –1.

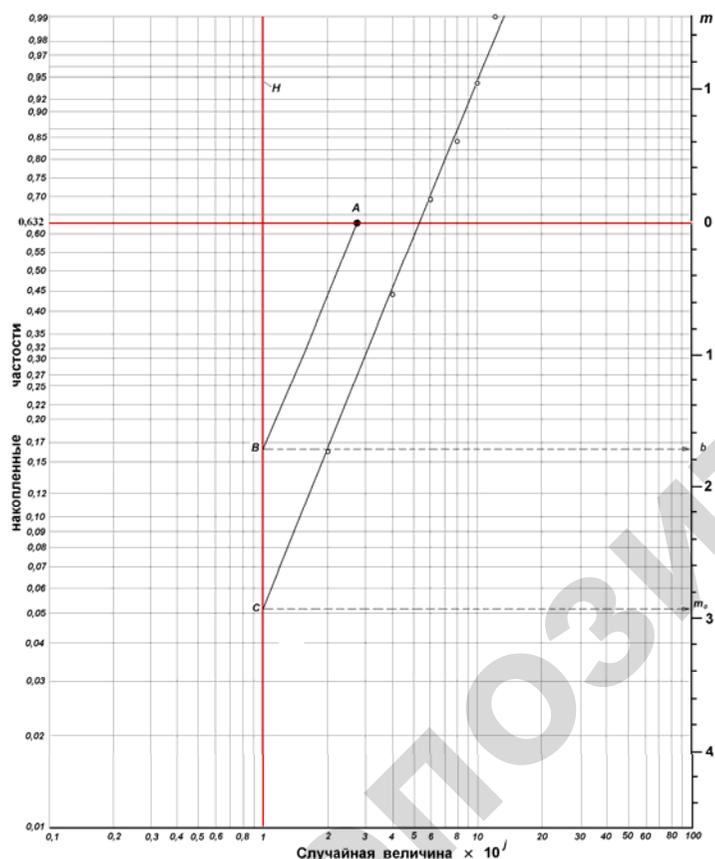


Рис. 1.3.3. Вероятностная бумага распределения Вейбулла [3]

Таким образом, при $j = 0$ шкала оси абсцисс позволяет поместить величину в интервале 0,1–100, при $j = 1$ – в интервале 1–1000, при $j = -2$ – в интервале 10–10000 и т. д. Величина j может принимать и отрицательные значения. Например, при $j = -1$ диапазон шкалы оси абсцисс составит 0,01–10, при $j = -2$ – 0,001–1 и т. д.

Помимо сетки, вероятностная бумага для распределения Вейбулла снабжена двумя вспомогательными линиями и вспомогательной шкалой m , расположенной вертикально в правой части листа.

Первая вспомогательная линия (на рисунке обозначена буквой H) является вертикалью с абсциссой, равной 1. Вторая вспомогательная линия – горизонталь с ординатой 0,632. На этой линии отмечена точка A с абсциссой 2,718 (основание натуральных логарифмов). Эта линия определяет также нулевое значение шкалы m . Для нахождения параметров распределения следует отложить на сетке все экспериментальные точки статистического ряда, используя в качестве абсциссы третий столбец таблицы, а в качестве ординаты – четвертый (накопленные опытные вероятности). Через отложенные точки на глаз проводится прямая, проходящая на минимальном расстоянии от всех точек. Эта прямая представляет собой график интегральной функции распределения.

Для нахождения параметра b из точки A проводится прямая, параллельная функции распределения. Из точки B пересечения этой прямой со вспомогательной прямой H проводится горизонталь до пересечения со шкалой m и по этой горизонтали со шкалы m считывается значение параметра b . В данном случае оно равно $\approx 1,73$.

Точка C пересечения функции распределения со вспомогательной прямой H используется для определения параметра a . Для этого из точки C проводят до шкалы m горизонталь и считывают на шкале m вспомогательную величину m_0 . В нашем примере она получилась равной $\approx 2,93$.

Параметр a находится по формуле [3]:

$$a = e^{\frac{m_0}{b}} \cdot 10^j, \quad (1.3.11)$$

где m_0 – вспомогательная величина, считанная по шкале m ;

b – параметр формы обрабатываемого распределения Вейбулла;

j – порядок масштабного множителя.

Подставляя в эту формулу значения из нашего примера $m_0 = 2,93$, $b = 1,73$ и $j = 0$, получаем

$$a = e^{\frac{2,93}{1,73}} \cdot 10^0 = 5,44.$$

Таким образом, найденные с использованием вероятностной бумаги параметры распределения составляют:

$$\begin{aligned} a &= 5,44; \\ b &= 1,73; \\ c &= 11. \end{aligned}$$

Как видим, совпадение с результатами применения метода разделяющих разбиений весьма хорошее. Однако, следует иметь в виду, что точность метода разделяющих разбиений существенно ниже, поскольку он из всей совокупности опытных данных использует всего лишь две экспериментальных точки. Поэтому использование вероятностной бумаги всегда предпочтительнее, хотя несколько более трудоемко.

Содержание отчета

1. Тема, цель, задание, исходные данные.
2. Последовательность расчета с указанием выполняемых действий, используемых формул, результатов расчета с таблицами и графиками.
3. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Укажите последовательность построения гистограммы распределения.
2. Укажите последовательность построения полигона распределения.
3. В чем заключается задача выравнивания (сглаживания) статистических рядов?
4. Почему нормальный закон распределения для описания износа применять нельзя?
5. Какие специальные критерии используются для оценки правильности выбранного закона распределения?
6. Поясните сущность метода моментов.
7. Дайте пояснения закона распределения Вейбулла (ЗРВ).
8. Перечислите иные методы нахождения параметров распределения.

Практическая работа № 4 ПРОВЕРКА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО КРИТЕРИЮ СОГЛАСИЯ «ХИ-КВАДРАТ» ПИРСОНА

Цель работы: освоить методику проверки закона распределения по критерию согласия «хи-квадрат» Пирсона.

Критерий согласия «хи-квадрат» Пирсона вычисляется по формуле [3]:

$$\chi^2 = \sum \frac{(w_i - w_i^*)^2}{w_i^T}, \quad (1.4.1)$$

где w_i – опытная частота;

w_i^* – теоретическая частота;

i – номер интервала статистического ряда.

Суммирование производится по всем n интервалам. Расчеты удобно свести в таблицу (табл. 1.4.1). В первый столбец записываются номера интервалов, во второй переносятся из статистического ряда их *верхние* границы. По ним вычисляются и записываются в третий столбец значения централизованного нормированного аргумента u для входа в таблицу интегральной функции ЗНР.

В следующий, четвертый столбец заносятся найденные по таблице значения интегральной функции для верхних границ интервалов.

В пятый столбец расчетной таблицы записываются значения теоретической вероятности p^* попадания случайной величины (в нашем примере – износа гильзы) в текущий интервал. Эта вероятность вычисляется как разность функции распределения по концам интервала, то есть как разность этой функции между текущим и предшествующим интервалами. Для первого интервала в этом столбце повторяется значение из четвертого столбца.

В шестой столбец переносятся из статистического ряда опытные частоты. Далее вычисляются и записываются в седьмой столбец теоретические частоты w_i^* как произведение объема выборки N на теоретическую вероятность p_i^* . Следует иметь в виду, что тео-

ретиические частоты, как правило, получаются не целыми. Однако, округлять их до целых значений *не следует*.

В восьмой столбец записываются квадраты разности опытных и теоретических частот.

В последний, девятый столбец расчетной таблицы записывается отношение квадрата разности частот к теоретической частоте. Сумма этого столбца и представляет собой искомый критерий «хи-квадрат».

Проследим на числовых примерах заполнение этой таблицы. Для первого интервала (первая строка таблицы) верхняя граница равна 13. Табличный аргумент для нее составит:

$$u_1 = \frac{h_1^B - \bar{h}}{\sigma} = \frac{13 - 15,875}{2,871} = -1,0024.$$

Используя это значение, в таблице 2 [3] (приложение 1) находим $F(-1,0024) = 0,1577$ и записываем его в четвертый столбец. Поскольку сейчас мы обрабатываем первый интервал, полученное значение просто переписываем в следующий, пятый столбец.

Для последующих интервалов этот столбец заполняется несколько иначе.

В шестой столбец переносим из статистического ряда опытную частоту $w_1 = 5$. Далее находим и записываем в седьмой столбец теоретическую частоту w_1^* :

$$w_1^* = p_1^* \cdot N = 0,158 \cdot 32 = 5,0464.$$

В восьмой столбец записываем квадрат разности опытной и теоретической частот:

$$(w_1 - w_1^*)^2 = (5 - 5,0464)^2 = 0,0022.$$

В последний, девятый столбец записываем отношение квадрата разности частот к теоретической частоте:

$$\frac{(w_1 - w_1^*)^2}{w_1^*} = \frac{(5 - 5,0464)^2}{5,0464} \approx 0,0004.$$

Для следующего, второго интервала статистического ряда строка расчетной табл. 1.4.1 будет содержать следующие результаты:

$$h_2^B = 15;$$

$$u_2 = \frac{h_2^B - \bar{h}}{\sigma} = \frac{15 - 15,8782}{2,8712} = -0,3058;$$

$$F(-0,3058) = 0,3806 \text{ (из таблицы 2 приложения 1);}$$

$$w_2 = 9 \text{ (из статистического ряда);}$$

$$w_2^* = p_2^* \cdot N = 0,2229 \cdot 32 = 7,1330;$$

$$(w_2 - w_2^*)^2 = (9 - 7,1330)^2 = 3,4857;$$

$$\frac{(w_2 - w_2^*)^2}{w_2^*} = \frac{(9 - 7,1330)^2}{7,1330} \approx 0,4887.$$

Для третьей строки табл. 1.4.1 значения по столбцам таковы:

$$h_3^B = 17;$$

$$u_3 = \frac{h_3^B - \bar{h}}{\sigma} = \frac{17 - 15,8782}{2,8712} = 0,3907;$$

$$F(0,3907) = 0,6532 \text{ (из таблицы 2 приложения 1);}$$

$$p_3^* = F(h_3^B) - F(h_2^B) = 0,6532 - 0,3806 = 0,2726;$$

$$w_3 = 8 \text{ (из статистического ряда);}$$

$$w_3^* = p_3^* \cdot N = 0,2726 \cdot 32 = 8,7232;$$

$$(w_3 - w_3^*)^2 = (8 - 8,7232)^2 = 0,5230;$$

$$\frac{(w_3 - w_3^*)^2}{w_3^*} = \frac{(8 - 8,7232)^2}{8,7232} \approx 0,0600.$$

Аналогичным образом заполняем все оставшиеся строки табл. 1.4.1 и находим сумму последнего столбца, которая составляет 2,0322. Это и есть критерий «хи-квадрат» для ЗНР износа гильзы.

По такой же методике выполняем расчет критерия «хи-квадрат» для ЗРВ износа гильзы. Отличие заключается лишь

в том, что величина u для распределения Вейбулла вычисляется по формуле (1.4.2), в то время как для ЗНР использовалась формула (1.4.3) [3]:

$$u = \frac{x - m_x}{\sigma_x}, \quad (1.4.2)$$

где u – табличный аргумент;

x – приведенное значение аргумента (значение случайной величины, для которой отыскивается вероятность или плотность).

$$u = \frac{x - c}{a}, \quad (1.4.3)$$

где c – параметр смещения ЗРВ;

a – масштабный параметр ЗРВ.

Другое существенное отличие заключается в следующем. Таблицы 1 и 2 (приложение 1) для ЗНР являются таблицами с **одним** входом, то есть они могут быть записаны в два столбца: столбец аргумента и столбец функции. В столбце аргумента находим нужное значение и в этой же строке считываем в столбце функции результат.

Таблицы 3 и 4 (приложение 1) для ЗРВ являются таблицами с двумя входами: кроме значения аргумента u (первый вход таблицы) необходимо также задавать значение параметра b (второй вход). Поэтому результат считывается из таблицы на пересечении строки с заданным значением u и столбца с заданным значением b . Естественно, если в точности заданных значений в таблице не содержится, приходится интерполировать по одному или по обоим входам таблицы. В этом случае следует использовать формулу (1.4.4) [3]

$$y = y_1 + \frac{(x - x_1)(y_2 - y_1)}{x_2 - x_1}, \quad (1.4.4)$$

где x_1 и x_2 – ближайšie к заданному аргументу x табличные значения;

y_1 и y_2 – соответствующие табличные значения функции y .

Расчет критерия «хи-квадрат» для ЗНР износа гильзы

Номер интервала	Верхняя граница интервала	Табличный аргумент	Интегральная функция	Теоретическая * вероятность p^*	Опытная частота	Теоретическая частота	Квадрат разности частот	Отношение
i	h_i^B	$u = \frac{h_i^B - \bar{h}}{\sigma}$	$F(h_i^B)$	$F(h_i^B) - F(h_{i-1}^B)$	w_i	$w_i^* = p_i^* \cdot N$	$(w_i - w_i^*)^2$	$\frac{(w_i - w_i^*)^2}{w_i^*}$
1	13	-1,0024	0,1577	0,1577	5	5,0464	0,0022	0,0004
2	15	-0,3058	0,3806	0,2229	9	7,1330	3,4857	0,4887
3	17	0,3907	0,6532	0,2726	8	8,7232	0,5230	0,0600
4	19	1,0876	0,8608	0,2076	5	6,6430	2,6994	0,4064
5	21	1,7842	0,9628	0,1020	3	3,2640	0,0697	0,0214
6	23	2,4808	0,9935	0,0307	2	0,9820	1,0363	1,0553
							Сумма:	2,0322

Итак, параметры ЗРВ для рассматриваемого примера (гильзы) составляют:

$$a = 5,4782; b = 1,749; c = 11.$$

Следующим этапом создаем вспомогательную расчетную табл. 1.4.2 и переносим в нее из статистического ряда номера интервалов, верхние их границы и опытные частоты.

Рассчитываем переменные первой строки:

$$u_1 = \frac{h_1^B - c}{a} = \frac{13 - 11}{5,4782} = 0,3651;$$

$F(h_1^B) = 0,1577$; (ниже подробно изложено, как это значение получено);

$$p_1^* = F(h_1^B) - F(h_0^B) = 0,1577;$$

$$w_1^* = p_1^* \cdot N = 0,1577 \cdot 32 = 5,0464;$$

$$(w_1 - w_1^*)^2 = (5 - 5,0464)^2 = 0,0022;$$

$$\frac{(w_1 - w_1^*)^2}{w_1^*} = \frac{0,0022}{5,0464} \approx 0,0004.$$

Таблица 1.4.2

Расчет критерия «хи-квадрат» для ЗРВ износа гильзы

Номер интервала	Верхняя граница интервала	Табличный аргумент	Интегральная функция	Теоретическая вероятность P	Опытная частота	Теоретическая частота	Квадрат разности частот	Отношение
i	h_i^B	$u = \frac{h_i^B - c}{a}$	$F(h_i^B)$	$F(h_i^B) - F(h_{i-1}^B)$	w_i	$w_i^* = p_i^* \cdot N$	$(w_i - w_i^*)^2$	$\frac{(w_i - w_i^*)^2}{w_i^*}$
1	13	0,3651	0,1577	0,1577	5	5,0464	0,0022	0,0004
2	15	0,7302	0,4384	0,2807	9	8,9824	0,0003	0,0000
3	17	1,0953	0,6904	0,2520	8	8,0640	0,0041	0,0005
4	19	1,4605	0,8562	0,1658	5	5,3056	0,0934	0,0176
5	21	1,8256	0,9430	0,0868	3	2,7776	0,0495	0,0178
6	23	2,1907	0,9806	0,0376	2	1,2032	0,6349	0,5277
							Сумма:	0,5640

При выборке из таблицы 4 (приложение 1) функции распределения $F(h_i^B)$ возникла ситуация, когда ни требуемого значения $u_1 = 0,3651$, ни требуемого значения $b = 1,749$ в таблице не содержится. Поэтому приходится интерполировать по обоим входам.

Ближайшими к требуемым значениям в таблице являются:

по аргументу u – значения 0,3 и 0,4;

по параметру b – значения 1,7 и 1,8.

Интегральная функция для этих значений, выбранная из таблицы 4 (приложение 1), представлена в табл. 1.4.3 [3]. В таблице 4 (приложение 1) эти значения выделены жирным шрифтом. Этот прием использован и для других случаев интерполяции по рассматриваемым примерам.

Таблица 1.4.3

Условные значения для интерполяции

U	Параметр b	
	1,7	1,8
0,3	0,121	0,108
0,4	0,190	0,175

Необходимость интерполировать по двум входам порождает некоторые особенности в этой вычислительной процедуре.

Таблица 1.4.4

Формирование исходных данных для интерполяции интегральной функции распределения Вейбулла (пример для износов гильзы) [3]

Аргумент u	Параметр b	
	$b_1 = 1,7$	$b_2 = 1,8$
$u_1 = 0,3$	$F(u_1) = 0,121$	$F(u_1) = 0,108$
$u_2 = 0,4$	$F(u_2) = 0,190$	$F(u_2) = 0,175$

Требуемый аргумент $u = 0,3651$	↑	↑	↑
	При интерполяции $F(u)$ для b_1	При интерполяции $F(u)$ для b_2	

В целом алгоритм интерполяции в этом случае состоит из трех шагов.

Первый шаг. Интерполяция функции $F(u)$ по аргументу u для параметра $b_1 = 1,7$ (табл. 1.4.4).

Второй шаг. Интерполяция функции $F(u)$ по аргументу u для параметра $b_2 = 1,8$ (табл. 1.4.4).

Третий шаг. Окончательная интерполяция функции $F(u)$ по аргументу b , который становится на данном шаге аргументом искомой функции $F(u)$.

Интерполяционная формула (1.4.4) для первого и второго шагов в символах табл. 1.4.4 запишется [3]:

$$F(u) = F(u_1) + \frac{(u - u_1) \cdot [F(u_2) - F(u_1)]}{u_2 - u_1} \quad (1.4.5)$$

и тогда интерполированное значение функции $F(u)$ по аргументу $u = 0,3651$ для параметра $b_1 = 1,7$ определится:

$$F(u) = 0,121 + \frac{(0,3651 - 0,3) \cdot (0,190 - 0,121)}{0,4 - 0,3} = 0,121 + \frac{0,0651 \cdot 0,069}{0,1} = 0,1659.$$

Интерполяция $F(u)$ по аргументу $u = 0,3651$ для параметра $b_2 = 1,8$ определится:

$$F(u) = 0,108 + \frac{(0,3651 - 0,3) \cdot (0,175 - 0,108)}{0,4 - 0,3} = 0,108 + \frac{0,0651 \cdot 0,067}{0,1} = 0,1516.$$

Результат интерполяции по аргументу u показан в таблице 1.4.5. Этот результат заключается в том, что нам удалось найти вероятности (функции $F(u)$) для заданного значения u , но еще не для заданного значения параметра b .

Таблица 1.4.5

U	Параметр b	
	1,7	1,8
0,366	0,1659	0,1516

Для получения окончательного значения функции $F(u)$ необходимо выполнить интерполяцию по параметру b .

Интерполяционную формулу в необходимых нам символах получим после формирования исходных данных в виде табл. 1.4.6 [3].

Таблица 1.4.6

Формирование исходных данных для интерполяции интегральной функции распределения Вейбулла по параметру b (пример для износов гильзы)

Параметр b (аргумент)	Интегральная функция $F(u)_{\text{инт}}$
$b_1 = 1,7$	$F(u_1)_{\text{инт}} = 0,1659$
$b_2 = 1,8$	$F(u_2)_{\text{инт}} = 0,1516$

Требуемый параметр
 $b = 1,749$
[выступающий в роли аргумента x
в интерполяционной формуле (1.3.9.)]

Интерполяционная формула (1.4.4) примет вид:

$$F(u)_{\text{инт}} = F(u_1)_{\text{инт}} + \frac{(b - b_1) \cdot [F(u_2)_{\text{инт}} - F(u_1)_{\text{инт}}]}{b_2 - b_1} \quad (1.4.6)$$

и тогда интерполированное значение функции $F(u)_{\text{инт}}$ по аргументу $b = 1,75$ будет равно:

$$\begin{aligned} F(u)_{\text{инт}} &= 0,1659 + \frac{(1,749 - 1,7) \cdot (0,1516 - 0,1659)}{1,8 - 1,7} = \\ &= 0,1659 + \frac{0,049(-0,0143)}{0,1} = 0,1577. \end{aligned}$$

Таким образом, окончательный результат интерполирования по таблице 4 (приложение 1) равен 0,1577.

Оставшиеся строки табл. 1.4.2 заполняем по тем же правилам, что и первую. Суммируя (после заполнения всех строк) последний столбец, получаем значение критерия «хи-квадрат», равное 0,5640.

Теперь можно сопоставить согласие опытных данных с ЗНР и с ЗРВ. Для этого находят число степеней свободы для каждого из рассматриваемых распределений по формуле [3]:

$$k = n - s - 1, \quad (1.4.7)$$

где k – число степеней свободы;

n – число интервалов статистического ряда;

s – число параметров закона распределения.

В нашем примере $n = 6$. Число параметров s для ЗНР равно 2 (\bar{h} и σ), для ЗРВ – 3 (a , b и c). Поэтому число степеней свободы равно:

$$\text{для ЗНР} - 6 - 2 - 1 = 3;$$

$$\text{для ЗРВ} - 6 - 3 - 1 = 2.$$

Чтобы отдать предпочтение какому-либо из сравниваемых законов, следует для каждого из них по табл. 1.4.7 найти уровень значимости P с учетом числа степеней свободы. Более подходящим признается тот, у которого уровень значимости выше.

Определяем уровень значимости для ЗНР. В третьей строке табл. 1.4.7 (эта строка соответствует значению $k = 3$) отыскиваем полученное нами значение $\chi^2 = 2,0322$ или близкое к нему.

Значения критерия «хи-квадрат» по данным [3]

Число степеней свободы k	Уровень значимости P												
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,000	0,001	0,004	0,016	0,064	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086
6	0,872	1,134	1,635	2,204	3,070	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7	1,239	1,564	2,167	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475
8	1,647	2,032	2,733	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090
9	2,088	2,532	3,325	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666
10	2,558	3,059	3,940	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209
11	3,053	3,609	4,575	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725
12	3,571	4,178	5,226	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217
13	4,107	4,765	5,892	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,471	27,688
14	4,660	5,368	6,571	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141
15	5,229	5,985	7,261	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578
16	5,812	6,614	7,962	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000
17	6,408	7,255	8,672	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409
18	7,015	7,906	9,390	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805
19	7,633	8,567	10,117	11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191
20	8,260	9,237	10,851	12,443	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566

Ближайшими оказываются значения 1,424 при $P = 0,70$ и 2,366 при $P = 0,50$. Требуется производить интерполяцию, поскольку оба эти значения существенно отличаются от 2,0322.

Поясним, как воспользоваться в данном случае интерполяционной формулой (1.4.4). Приступая к интерполяции важно установить, какой параметр в данном случае является функцией и какой аргументом.

Традиционно символом y обозначают искомую функцию. Такой функцией в нашем случае является уровень значимости P . Ближайшие его табличные значения равны: 0,70 и 0,50. Обозначим $y_1 = 0,70$; $y_2 = 0,50$. Значения функций соответствуют аргументам $x_1 = 1,424$ и $x_2 = 2,366$. Аргумент x , для которого нужно найти функцию y , равен 2,08 ($x = \chi^2 = 2,0322$).

Для наглядности из этой информации целесообразно сформировать табл. 1.4.8. Тогда интерполяционная формула (1.4.4) для данного случая примет вид [3]:

$$P_{\text{ИНТ}} = P_1 + \frac{(\chi^2 - \chi_1^2)(P_2 - P_1)}{\chi_2^2 - \chi_1^2}.$$

Исходные данные для применения интерполяционной формулы:

$$\begin{aligned} x &= \chi^2 = 2,0322; \\ x_1 &= \chi_1^2 = 1,424; \\ x_2 &= \chi_2^2 = 2,366; \\ y_1 &= P_1 = 0,7; \\ y_2 &= P_2 = 0,5. \end{aligned}$$

Таблица 1.4.8

Критерии χ^2 (по табл. 1.4.7) и соответствующие им табличные уровни значимости P

Критерий χ^2 (аргумент)	Уровень значимости P (функция)
$x_1 = \chi_1^2 = 1,424$	$y_1 = P_1 = 0,70$
$x_2 = \chi_2^2 = 2,366$	$y_2 = P_2 = 0,50$

Требуемый аргумент
 $x = \chi^2 = 2,0322$

Подставляя эти данные, получаем:

$$P_{\text{ИНТ}} = 0,7 + \frac{(2,0322 - 1,424)(0,5 - 0,7)}{2,366 - 1,424} = 0,5709.$$

Таким образом, уровень значимости для ЗНР износа гильзы составляет 0,5709.

Для ЗРВ при $\chi^2 = 0,5640$ и $k = 2$ во второй строке табл. 1.4.7 находим два ближайших значения – 0,446 при $P = 0,80$ и 0,713 при $P = 0,70$.

Из этой информации также сформируем табл. 1.4.9.

Таблица 1.4.9

Критерии χ^2 (по табл. 1.4.7) и соответствующие им табличные уровни значимости P

Критерий χ^2 (аргумент)	Уровень значимости P (функция)
$x_1 = \chi_1^2 = 0,446$	$y_1 = P_1 = 0,80$
$x_2 = \chi_2^2 = 0,713$	$y_2 = P_2 = 0,70$

Требуемый аргумент
 $x = \chi^2 = 0,5640$

Исходные данные для применения этой интерполяционной формулы в данном случае:

$$\begin{aligned} x &= \chi^2 = 0,5640; \quad x_1 = \chi_1^2 = 0,446; \\ x_2 &= \chi_2^2 = 0,713; \\ y_1 &= P_1 = 0,80; \quad y_2 = P_2 = 0,70. \end{aligned}$$

Тогда, сделав вычисления по этой же формуле, получим:

$$P_{\text{ИНТ}} = 0,8 + \frac{(0,5640 - 0,446)(0,7 - 0,8)}{0,713 - 0,446} = 0,7560.$$

Таким образом, уровень значимости для ЗРВ износа гильзы составляет 0,7560. Это существенно выше уровня значимости ЗНР. Поэтому в качестве закона распределения для износа гильзы принимаем ЗРВ с параметрами, которые представлены ниже:

$$\begin{aligned} a &= 5,4782; \\ b &= 1,749; \\ c &= 11. \end{aligned}$$

Аналогичным образом выбираем подходящий закон и для описания износа поршневых пальцев. В табл. 1.4.10 и 1.4.11 приведены результаты расчета критерия χ^2 для ЗНР и ЗРВ износа поршневых пальцев.

Найденные по табл. 1.4.7 уровни значимости составляют:

$$\begin{aligned} \text{для ЗНР} &- 0,800; \\ \text{для ЗРВ} &- 0,511. \end{aligned}$$

Это позволяет без колебаний выбрать ЗНР.

Таблица 1.4.10

Расчет критерия «хи-квадрат» для ЗНР износа поршневого пальца

Номер интервала	Верхняя граница интервала	Табличный аргумент	Интегральная функция	Теоретическая вероятность p	Опытная частота	Теоретическая частота	Квадрат разности частот	Отношение
i	h_i^B	$u = \frac{h_i^B - \bar{h}}{\sigma}$	$F(h_i^B)$	$F(h_i^B) - F(h_{i-1}^B)$	w_i	$w_i^* = p_i^* \cdot N$	$(w_i - w_i^*)^2$	$\frac{(w_i - w_i^*)^2}{w_i^*}$
1	4,5	-1,331	0,092	0,092	3	2,930	0,0049	0,002
2	5,5	-0,621	0,267	0,176	6	5,621	0,1435	0,026
3	6,5	0,089	0,535	0,268	9	8,580	0,1762	0,021
4	7,5	0,799	0,788	0,252	6	8,077	4,3152	0,534
5	8,5	1,509	0,934	0,147	6	4,689	1,7182	0,366
6	9,5	2,219	0,987	0,052	2	1,678	0,1038	0,062
							Сумма:	1,0015

Расчет критерия «хи-квадрат» для ЗРВ износа поршневого пальца

Номер интервала	Верхняя граница интервала	Табличный аргумент	Интегральная функция	Теоретическая вероятность p	Опытная частота	Теоретическая частота	Квадрат разности частот	Отношение
i	h_i^B	$u = \frac{h_i^B - c}{a}$	$F(h_i^B)$	$F(h_i^B) - F(h_{i-1}^B)$	w_i	$w_i^* = p_i^* \cdot N$	$(w_i - w_i^*)^2$	$\frac{(w_i - w_i^*)^2}{w_i^*}$
1	4,5	0,3080	0,0764	0,0764	3	2,4448	0,3082	0,1261
2	5,5	0,6160	0,2973	0,2209	6	7,0688	1,1423	0,1616
3	6,5	0,9240	0,5699	0,2726	9	8,7232	0,0766	0,0088
4	7,5	1,2322	0,7913	0,2214	6	7,0848	1,1768	0,1661
5	8,5	1,5402	0,9204	0,1291	6	4,1312	3,4924	0,8454
6	9,5	1,8482	0,9764	0,0560	2	1,7920	0,0433	0,0242
							Сумма:	1,3322

Таким образом, весь комплекс проведенных расчетов позволяет сделать вывод, что для описания износа гильзы следует применять ЗРВ с параметрами $a = 5,4782$; $b = 1,749$; $c = 11$, а для износа поршневого пальца – ЗНР с параметрами $m = 6,3755$ и $\sigma = 1,4086$. И в том, и в другом случаях износ предполагается выраженным в приведенных единицах (мм/100).

Содержание отчета

1. Тема, цель, задание, исходные данные.
2. Последовательность расчета с указанием выполняемых действий, используемых формул, результатов расчета с таблицами и графиками.
3. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Приведите формулу для определения критерия согласия «хи-квадрат» Пирсона.
2. Раскройте последовательность расчета критерия «хи-квадрат» для ЗНР износа гильзы.
3. Раскройте последовательность расчета критерия «хи-квадрат» для ЗРВ износа гильзы.
4. Раскройте последовательность расчета критерия «хи-квадрат» для ЗНР износа поршневого пальца.

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ И ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Цель работы: освоить методику построения графиков дифференциальной и интегральной функций распределения.

Последовательность построения функции распределения

Для построения графика плотности распределения $f(x)$ ЗНР необходимо либо выбрать из таблицы 1 (приложение 1), либо рассчитать по формуле [3]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\bar{h})^2}{2\sigma^2}\right)$$

плотность распределения для ряда последовательных значений величины износа. Обычно в качестве таких значений принимают середины интервалов статистического ряда. Для более точного построения можно взять в каждом интервале кроме середины еще несколько равноотстоящих точек.

Расчеты целесообразно проводить в табличной форме (табл. 1.5.1). В столбцы 1, 2 и 6 этой расчетной таблицы переносим значения из статистического ряда (табл. 1.2.4). В столбец 3 записываем значения табличного аргумента, рассчитанные по формуле (1.4.2). В столбец 4 записываем найденное в таблице 1 (приложение 1) значение плотности, делим его на σ и результат записываем в столбец 5. Далее строим график, откладывая (в выбранном масштабе) по оси абсцисс данные второго столбца, а по оси ординат – данные пятого столбца [3].

Для визуальной оценки степени совпадения теоретической плотности распределения с опытными данными на этот же график наносим опытные плотности (столбец 7), полученные делением опытных вероятностей на величину интервала A . На графике они отобразятся в виде горизонтальных линий, каждая из которых занимает весь свой интервал.

Расчет плотности распределения износа поршневого пальца

Номер интервала	Середина интервала	Табличный аргумент	Плотность вероятности стандартного распределения (табл. 1 приложения 1)	Плотность вероятности исследуемого параметра	Опытная вероятность	Опытная плотность вероятности
1	2	3	4	5	6	7
i	h_i^c	$u_i = \frac{h_i^c - \bar{h}}{\sigma}$	$f(u)$	$f(h) = \frac{f(u)}{\sigma}$	p_i	$f_i = \frac{p_i}{A}$
1	4	-1,6864	0,0966	0,0686	0,0938	0,0938
2	5	-0,9765	0,2482	0,1762	0,1875	0,1875
3	6	-0,2666	0,3856	0,2737	0,2813	0,2813
4	7	0,4433	0,3616	0,2567	0,1875	0,1758
5	8	1,1533	0,2052	0,1457	0,1875	0,1875
6	9	1,8632	0,0702	0,0498	0,0625	0,0625

Для визуальной оценки степени совпадения теоретической плотности распределения с опытными данными на этот же график наносим опытные плотности (столбец 7), полученные делением опытных вероятностей на величину интервала A . На графике они отобразятся в виде горизонтальных линий, каждая из которых занимает весь свой интервал.

График плотности распределения износа поршневых пальцев изображен на рисунке 1.5.1.

Аналогичным образом строим график плотности распределения и для ЗРВ износа гильзы цилиндра (рис. 1.5.2). Отличие здесь заключается лишь в формуле плотности, а также в том, что нормирование и центрирование аргумента (столбец 3 табл. 1.5.2) производится не по формуле (1.4.2), а по формуле (1.4.3). При вычислении столбца 5 делить табличное значение плотности нужно не на σ , а на параметр a .

При расчете значений (столбец 4, табл. 1.5.2) дифференциальной функции $f(u)$ закона распределения Вейбулла, как правило, приходится прибегать к интерполяции. При этом, также как и для интерполяции интегральной функции, целесообразно аналогичным образом сформировать вспомогательные табл. 1.5.3 и 1.5.4.

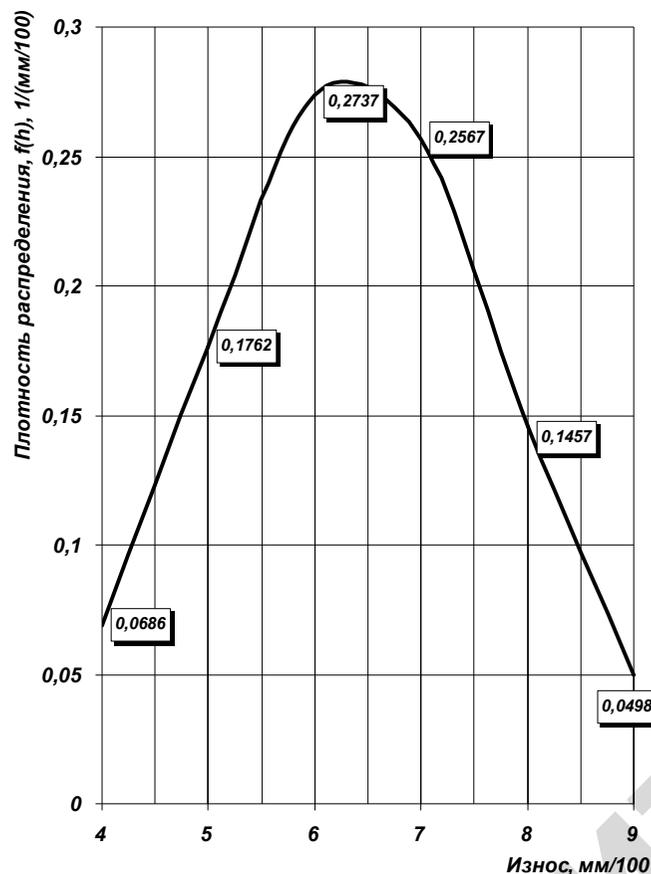


Рис. 1.5.1. Теоретическая и опытная плотность распределения износа поршневого пальца

Формула (1.4.4) для интерполяции дифференциальной функции (функции плотности вероятности) по аргументу u выглядит следующим образом [3]:

$$f(u) = f(u_1) + \frac{(u - u_1) \cdot [f(u_2) - f(u_1)]}{u_2 - u_1} \quad (1.5.1)$$

По этой формуле выполняется интерполяция по аргументу u для параметров b_1 и b_2 отдельно.

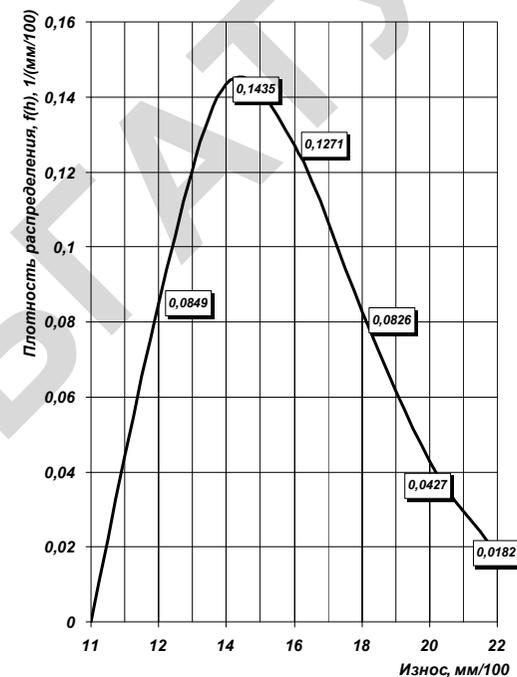


Рис. 1.5.2. Теоретическая и опытная плотность распределения износа гильзы цилиндра

Таблица 1.5.2

Расчет плотности распределения износа гильзы цилиндра

Номер интервала	Середина интервала	Табличный аргумент	Плотность вероятности стандартного распределения (после интерполяции, табл. 3 приложения 1)	Плотность вероятности исследуемого параметра	Опытная вероятность	Опытная плотность вероятности
i	h_i^c	$u_i = \frac{h_i^c - \bar{n}}{a}$	$f(u)$	$f(h) = \frac{f(u)}{a}$	p_i	$f_i = \frac{P_i}{A}$
1	12	0,1825	0,4649	0,0849	0,1563	0,0782
2	14	0,5476	0,7860	0,1435	0,2813	0,1407
3	16	0,9127	0,6965	0,1271	0,2500	0,1250
4	18	1,2778	0,4526	0,0826	0,1563	0,0782
5	20	1,6429	0,2341	0,0427	0,0938	0,0469
6	22	2,0080	0,0999	0,0182	0,0625	0,0313

Таблица 1.5.3

Формирование исходных данных для интерполяции дифференциальной функции распределения Вейбулла [3]

Аргумент u	Параметр b	
	b_1	b_2
Ближайшее верхнее (меньшее) от требуемого аргумента U табличное значение u_1 (из табл. 3 приложения 1) $u_1 =$	Ближайшее верхнее табличное значение $f(u_1)$, соответствующее табличным u_1 и b_1 (из табл. 3 приложения 1) $f(u_1) =$	Ближайшее верхнее табличное значение $f(u_1)$, соответствующее табличным u_1 и b_2 (из табл. 3 приложения 1) $f(u_1) =$
Ближайшее нижнее (большее) от требуемого аргумента U табличное значение u_2 (из табл. 3 приложения 1) $u_2 =$	Ближайшее нижнее табличное значение $f(u_2)$, соответствующее табличным u_2 и b_1 (из табл. 3 приложения 1) $f(u_2) =$	Ближайшее нижнее табличное значение $f(u_2)$, соответствующее табличным u_2 и b_2 (из табл. 3 приложения 1) $f(u_2) =$

Требуемый аргумент $u =$	При интерполяции $f(u)$ для b_1	При интерполяции $f(u)$ для b_2
--------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------

Таблица 1.5.4

Формирование исходных данных для интерполяции дифференциальной функции распределения Вейбулла по параметру b (пример для износов гильзы)

Параметр b (аргумент)	Дифференциальная функция $f(u)_{\text{инт}}$
Ближайшее слева от требуемого параметра b табличное значение параметра b_1 (табл. 3 приложения 1) $b_1 =$	$f(u_1)_{\text{инт}} =$
Ближайшее справа от требуемого параметра b табличное значение параметра b_2 (табл. 3 приложения 1) $b_2 =$	$f(u_1)_{\text{инт}} =$

Требуемый аргумент $b =$ [выступающий в роли аргумента x в интерполяционной формуле (1.4.4)]

Для получения окончательного значения функции $f(u)$ необходимо выполнить интерполяцию по параметру b .

Интерполяционную формулу (1.4.4) в необходимых нам символах получим после формирования исходных данных в виде табл. 1.5.4.

Интерполяционная формула (1.4.4) для окончательной интерполяции дифференциальной функции (функции плотности вероятности) по аргументу b выглядит следующим образом [3]:

$$f(u)_{\text{инт}} = f(u_1)_{\text{инт}} + \frac{(b - b_1) \cdot [f(u_2)_{\text{инт}} - f(u_1)_{\text{инт}}]}{b_2 - b_1} \quad (1.5.2)$$

Для построения графика интегральной функции распределения составляем расчетную табл. 1.5.5. Содержимое столбцов 1, 2 и 5 (номер интервала, верхняя граница, накопленная опытная вероятность) переносим из статистического ряда (табл. 1.2.4). В столбец 3 записываем вычисленные по формуле (1.4.2) значения табличного аргумента u , в столбец 4 – найденные по таблице 2 (приложение 1) значения вероятностей. Откладывая их в масштабе на координатной плоскости и соединя плавной кривой, получаем график интегральной функции (рис. 1.5.3). Для визуальной оценки степени совпадения теоретических значений вероятности с опытными данными на этот же график наносим в том же масштабе накопленные опытные вероятности (столбец 5) в виде отдельных точек.

Таблица 1.5.5

Расчет значений интегральной функции распределения износа поршневого пальца

Номер интервала	Верхняя граница интервала	Табличный аргумент	Теоретическая вероятность (таблица 2 приложения 1)	Накопленная опытная вероятность
i	h_i^B	$u_i = \frac{h_i^B - \bar{h}}{\sigma}$	$F(h) = F(u)$	$P_i = \sum_{k=1}^{i-1} p_k$
1	4,5	-1,3314	0,0764	0,0938
2	5,5	-0,6215	0,2973	0,2813
3	6,5	0,0885	0,5699	0,5626
4	7,5	0,7990	0,7913	0,7501
5	8,5	1,5089	0,9204	0,9376
6	9,5	2,2189	0,9764	1,0000

График интегральной функции ЗРВ износа гильзы строим аналогичным образом. Различие заключается лишь в вычислении столбца 3 (для ЗРВ используется формула (1.4.3)) и применении таблицы 4 [3] (приложение 1) вместо таблицы 2 (приложение 1) при заполнении столбца 4. Результаты расчетов показаны в табл. 1.5.6, полученный график – на рисунке 1.5.4.

Таблица 1.5.6

Расчет значений интегральной функции распределения износа гильзы

Номер интервала	Верхняя граница интервала	Табличный аргумент	Теоретическая вероятность	Накопленная опытная вероятность
i	h_i^B	$u_i = \frac{h_i^B - c}{a}$	$F(h) = F(u)$	$P_i = \sum_{k=1}^{i-1} p_k$
1	13	0,3651	0,1577	0,1563
2	15	0,7302	0,4384	0,4373
3	17	1,0953	0,6904	0,6873
4	19	1,4605	0,8562	0,8436
5	21	1,8256	0,9430	0,9374
6	23	2,1907	0,9806	0,9999

Наличие графика интегральной функции распределения позволяет довольно просто решать графически как прямую, так и обратную задачи. Для примера, определим, у какой доли поршневых пальцев износ не превышает величины 0,07 мм (прямая задача).

Для этого на оси абсцисс находим точку, соответствующую заданному износу. Из этой точки проводим вертикаль до пересечения с интегральной кривой распределения. Из полученной точки пересечения проводим горизонталь до оси ординат и считываем на ее шкале результат. В данном примере он получился равным $\approx 0,7$.

Для сравнения найдем более точный результат, используя таблицу интегральной функции распределения ЗНР (таблица 2 приложения 1). Вначале находим центрированный и нормированный аргумент по формуле (1.4.2). В случае ЗНР износа поршневого пальца параметры распределения (в обозначениях указанной формулы) составят:

$$m_x = 6,3755; \sigma_x = 1,4086.$$

При этих значениях табличный аргумент u получается равным:

$$u = \frac{x - m_x}{\sigma_x} = \frac{7 - 6,3755}{1,4086} = 0,4433.$$

Для $u = 0,44$ в таблице 2 (приложение 1) находим искомое значение функции распределения, равное 0,67.

При этом мы отбросили в аргументе два последних разряда. Если нужна еще большая точность, следует воспользоваться интерполяционной формулой (1.4.4). В этом случае получим результат 0,6712. Как видим, графический метод дает ошибку во втором знаке после запятой. Если нужен более точный результат, следует: либо строить более подробные шкалы для осей x и y , либо пользоваться таблицей функции распределения (приложение 1, табл. 2).

Содержание отчета

1. Тема, цель, задание, исходные данные.
2. Последовательность расчета с указанием выполняемых действий, используемых формул, результатов расчета с таблицами и графиками.
3. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Приведите и поясните интерполяционную формулу для интерполяции дифференциальной функции (функции плотности вероятности).
2. Укажите последовательность построения графика интегральной функции распределения.
3. Что позволяет выполнять график интегральной функции распределения?

Практическая работа № 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДЁЖНОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИН ПО ДАННЫМ ОПЫТНОЙ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Цель работы: Изучить методику расчета статистических характеристик показателей надёжности по данным опытной информации.

Методика расчета статистических характеристик надёжности по данным опытной исходной информации

Рассмотрим методику обработки опытных данных, полученных по результатам наблюдений и представленных в табл. 1.6.1.

Порядок обработки информации

1. Составляют сводную таблицу информации в порядке возрастания показателей надёжности (табл. 1.6.1). Таблица включает графы: номер двигателя и его доремонтный ресурс.

Таблица 1.6.1

Сводная таблица информации о доремонтных ресурсах двигателя, тыс. ч

Номер двигателя	Доремонтный ресурс								
1	1,105	13	2,410	25	2,910	37	3,680	49	3,935
2	1,150	14	2,410	26	2,930	38	3,680	50	3,940
3	1,430	15	2,420	27	3,120	39	3,695	51	4,200
4	1,730	16	2,440	28	3,200	40	3,700	52	4,450
5	1,970	17	2,440	29	3,210	41	3,800	53	4,630
6	2,170	18	2,540	30	3,240	42	3,800	54	4,700
7	2,280	19	2,540	31	3,400	43	3,805	55	4,790
8	2,280	20	2,550	32	3,650	44	3,860	56	4,900
9	2,290	21	2,555	33	3,640	45	3,860	57	4,950
10	2,405	22	2,690	34	3,650	46	3,900	58	5,120
11	2,405	23	2,890	35	3,650	47	3,900	59	5,240
12	2,410	24	2,910	36	3,670	48	3,920	60	6,150

2. Составляют статистический ряд. В данном случае, согласно табл. 1.6.1 сводная информация собрана для $N = 60$ двигателей. При этом информацию разбивают на n равных интервалов (табл. 1.6.2) и составляют статистический ряд (табл. 1.6.3).

Таблица 1.6.2

Границы частичных интервалов ряда распределения, тыс. ч

0–1,2	1,2–2,4	2,4–3,6	3,6–4,8	4,8–6,0	6,0–7,2
-------	---------	---------	---------	---------	---------

В первой графе табл. 1.6.3 указывается номер интервала, во второй и третьей графе представлены границы t_{\min} и t_{\max} интервалов в единицах показателя надёжности, в четвертой – частота попадания показателя в данный интервал (опытная частота) m_i (определяется на основании анализа данных, приведенных в табл. 1.6.1), в пятой – середина интервала [7]

$$t_{ci} = \frac{t_{\min i} + t_{\max i}}{2},$$

например

$$t_{c1} = \frac{0 + 1,2}{2} = 0,6,$$

$$t_{c2} = \frac{1,2 + 2,4}{2} = 1,8 \text{ и т. д.}$$

В шестой – опытная вероятность p_i , которая определяется по формуле

$$P_{опi} = m_i / N,$$

например,

$$P_{оп1} = m_1 / N = 2 / 60 = 0,03,$$

$$P_{оп2} = m_2 / N = 7 / 60 = 0,12 \text{ и т. д.}$$

В седьмой – накопленная опытная вероятность $\sum P$, которая определяется нарастающим итогом по данным из столбца 6.

Таблица 1.6.3

Статистический ряд доремонтного ресурса двигателя

Номер интервала	Интервал, тыс.ч		Опытная частота m_i	Серединный интервал t_{ci}	Опытная вероятность P_i	Накопленная опытная вероятность $\sum_{i=1}^n P_i$
	$t_{\min i}$	$t_{\max i}$				
1	2	3	4	5	6	7
1	0	1,2	2	0,6	0,03	0,03
2	1,2	2,4	7	1,8	0,12	0,15
3	2,4	3,6	22	3	0,37	0,52
4	3,6	4,8	24	4,2	0,40	0,92
5	4,8	6	4	5,4	0,07	0,98
6	6	7,2	1	6,6	0,02	1,00

3. Определение среднего значения показателя надежности и среднего квадратического отклонения.

Среднее значение показателя надежности

$$t_{cp} = \sum_{i=1}^n t_{ci} P_i,$$

где n – число интервалов;

t_{ci} – значение середины i -го интервала;

p_i – опытная вероятность i -го интервала.

Для данного примера

$$t_{cp} = 0,6 \cdot 0,03 + 1,8 \cdot 0,12 + 3,0 \cdot 0,37 + 4,2 \cdot 0,40 + 5,4 \cdot 0,07 + 6,6 \cdot 0,02 = 3,5 \text{ тыс. ч.}$$

Характеристика рассеивания показателей надежности – дисперсия или среднее квадратическое отклонение, которое определяется по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (t_{ci} - t_{cp})^2 P_i}.$$

В данном примере

$$\sigma = \sqrt{(0,6 - 3,5)^2 0,03 + (1,8 - 3,5)^2 0,12 + (3,0 - 3,5)^2 0,37 + (4,2 - 3,5)^2 0,40 + (5,4 - 3,5)^2 0,07 + (6,6 - 3,5)^2 0,02} = 1,15 \text{ тыс. ч.}$$

4. Проверка информации на выпадающие точки.

Информация по показателям надежности, полученная в процессе испытаний или наблюдений в условиях рядовой эксплуатации, может содержать ошибочные точки, не соответствующие закону распределения случайной величины. Поэтому во время математической обработки информацию проверяют на выпадающие точки. Грубую проверку на выпадающие точки проводят следующим образом. Находят интервал $t_{cp} \pm 3\sigma$. Если крайние точки информации не выходят за пределы данного интервала, то все точки считаются действительными.

Для обеспечения требуемой достоверности теоретического закона распределения необходимо оценить ряд распределения по выпадающим крайним точкам. Считается, что нижняя $t_{\min} = 1,105$ тыс. ч (табл. 1.6.1) и верхняя $t_{\max} = 6,150$ тыс. ч точки являются достоверными, т.е. входят в ряд распределения, если выполняется следующее условие

$$t_{\min} \geq t_{cp} - 3 \cdot \sigma,$$

$$t_{\max} \leq t_{cp} + 3 \cdot \sigma.$$

Находим нижнюю и верхнюю точки в числовом значении:

$$t_{\min} \leq 3,5 - 3 \cdot 1,15 = 0,050 \text{ тыс. ч,}$$

$$t_{\max} \geq 3,5 + 3 \cdot 1,15 = 6,950 \text{ тыс. ч,}$$

$$1,105 > 0,050,$$

$$6,150 < 6,950.$$

Все точки находятся в границах доверительной информации. В тех случаях, когда после проверки информации исключают выпадающие точки, необходимо заново перестроить статистический ряд и пересчитать среднее значение и среднее квадратическое отклонение показателя надежности.

5. Выполнение графического изображения опытного распределения показателя надежности

По данным статистического ряда могут быть построены гистограмма, полигон и кривая накопленных опытных вероятностей, которые дают наглядное представление об опытном распределении показателей надежности и позволяет решить ряд инженерных задач графическими способами (рис. 1.6.1).

Для построения гистограммы по оси абсцисс откладывают показатель надежности t , а по оси ординат – опытную частоту или опытную вероятность. При построении полигона распределения по осям откладывают те же значения, что и при построении гистограммы. Точки полигона распределения образуются пересечением ординаты, равной опытной вероятности интервала, и абсциссы, равной середине этого интервала.

С помощью гистограммы и полигона распределения можно определить, например, число двигателей, которые достигнут предельного состояния и потребуют ремонта в заданном интервале наработки. Для этого необходимо определить площадь полигона или гистограммы, ограниченную заданным интервалом, и отнести ее к суммарной площади гистограммы или полигона. Полученное значение укажет на число отказавших двигателей в долях единицы. Для получения числа двигателей необходимо это значение умножить на число точек информации.

Для построения кривой накопленной опытной вероятности по оси абсцисс откладывают значение показателя надежности, а по оси ординат накопленную опытную вероятность $\sum_{i=1}^n P_i$.

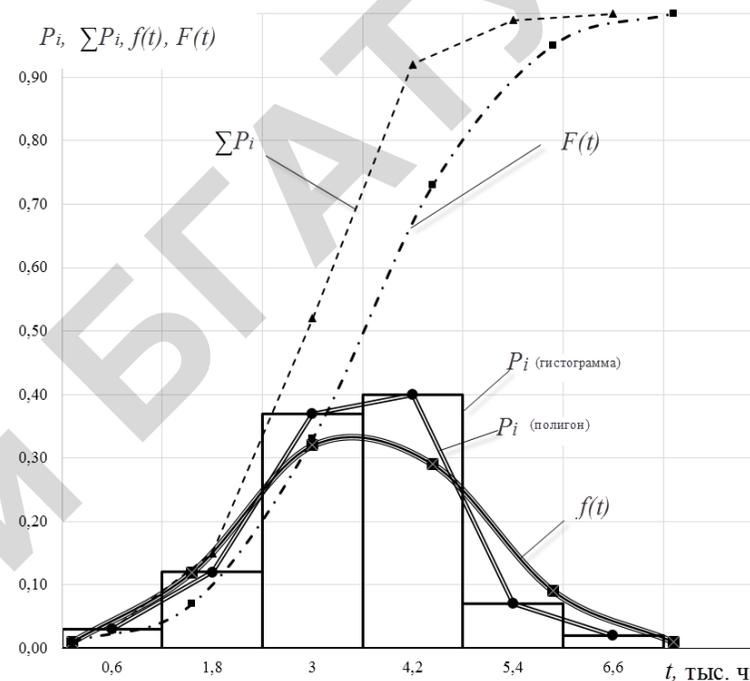


Рис. 1.6.1. Схема обработки информации о показателях надежности

Кривая накопленных опытных вероятностей более удобна для решения практических задач, т. к. все искомые показатели находятся по оси ординат. Например, для определения числа двигателей, требующих ремонта при наработке до 3 тыс. ч, необходимо по оси абсцисс найти точку 3 тыс. ч и по оси ординат определить накопленную опытную вероятность $\sum_{i=1}^n P_i = 0,52$. Число двигателей требующих ремонта

$$N_p = 0,52 \cdot 60 \approx 31 \text{ шт.}$$

С помощью этой же кривой можно определить число отказавших двигателей в любом интервале наработки. Например, в интервале наработки 3–4,2 тыс. ч число отказавших двигателей составит

$$N_{pd} = (0,92 - 0,52)60 \approx 24 \text{ шт.}$$

6. Определение коэффициента вариации

Коэффициент вариации представляет собой относительную безразмерную величину, характеризующую рассеивание показателя надежности.

Коэффициент вариации определяется по формуле

$$v = \frac{\sigma}{t_{cp} - C},$$

где C – смещение рассеивания показателя надежности – расстояние от начала координат до начала рассеивания случайной величины.

$$C = t_{H1} - 0,5A,$$

где t_{H1} – начало первого интервала статистического ряда,

A – длина интервала.

Согласно табл. 1.6.2 начало первого интервала статистического ряда $t_{H1} = 0$, длина интервала $A = 1,2$, тогда

$$C = 0 - 0,5 \cdot 1,2 = -0,6;$$

$$v = \frac{1,15}{3,5 - (-0,6)} = 0,28.$$

7. Выбор теоретического закона распределения для выравнивания опытной информации.

Испытания техники на надежность связаны с организационными трудностями и большими материальными затратами, что ограничивает как число испытываемых двигателей, так и длительность их испытаний. Для того чтобы иметь возможность переносить результаты испытаний на надежность на двигатель той же марки, не входящие в выборочную совокупность, выполняется замена опытного распределения теоретическим. Такой процесс называется выравниванием или сглаживанием статистической информации. При этом на основании первичной информации о выборочной совокупности двигателей определяют теоретический закон распределения показателя

надежности для генеральной совокупности. Этот закон выражает общий характер изменения показателя надежности и исключает частные отклонения, связанные с недостатками первичной информации.

Для выравнивания распределений показателей надежности техники и ее элементов наиболее широко используют закон нормального распределения (ЗНР) и закон распределения Вейбулла (ЗРВ), описанные выше. Нормальное распределение характерно для отказов из-за износа, а распределение Вейбулла – для отказов, происходящих одновременно из-за износа и поломок.

В первом приближении теоретический закон распределения выбирается по коэффициенту вариации. При $v < 0,30$ выбирают ЗНР, при $v > 0,50$ – ЗРВ. Если значение коэффициента вариации находится в пределах 0,30–0,50, то выбирают тот закон распределения (ЗНР или ЗРВ), который лучше совпадает с распределением опытной информации.

Закон нормального распределения характеризуется дифференциальной (функцией плотности вероятности) и интегральной (функцией распределения) функциями. Дифференциальную функцию описывают уравнением

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-t_{cp})^2}{2\sigma^2}}.$$

Согласно проведенным выше расчетам, $\sigma = 1,15$ ч и $t_{cp} = 3,5$ ч.

Тогда выбирая из табл. 1.6.3 соответствующие значения $t = t_{ci}$ вычисляем значения функции плотности вероятности и результаты вычислений заносим в табл. 1.6.4. Например, для 1-го интервала

$$f(t_1) = \frac{1}{1,15\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(0,6-3,5)^2}{2 \cdot 1,15^2}} = 0,01.$$

Интегральная функция или функция распределения имеет вид

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Для упрощения расчетов значения интегральной функции воспользуемся аппроксимацией [8, 9]:

$$F(z) = 1 - 0,852 \exp \left[- \left(\frac{z + 1,5774}{2,0637} \right)^{2,34} \right], \quad z > 0,$$

где z – значение нормированной переменной.

Если $z < 0$, то

$$F(-z) = 1 - F(z);$$

$$z = \frac{t - t_{cp}}{\sigma}.$$

Выбирая из табл. 1.6.3 соответствующие значения $t = t_{ci}$, подсчитываем значения z . Результаты вычислений заносим в табл. 1.6.4.

Например, для 3-го интервала получим

$$z = \frac{3,0 - 3,5}{1,15} = -0,435.$$

Т.к. значение $z < 0$, то

$$F(-0,435) = 0,852 \exp \left[- \left(\frac{0,435 + 1,5774}{2,0637} \right)^{2,34} \right] = 0,33.$$

Для 4-го интервала

$$z = \frac{4,2 - 3,5}{1,15} = 0,609.$$

Т.к. значение $z > 0$, то

$$F(0,609) = 1 - 0,852 \exp \left[- \left(\frac{0,609 + 1,5774}{2,0637} \right)^{2,34} \right] = 0,73.$$

Аналогично вычисляем значения функции $F(t)$ для оставшихся интервалов и результаты вычислений заносим в табл. 1.6.4.

Дифференциальная и интегральная функции для статистического ряда

Номер интервала	Серединный интервал t_{ci}	$f(t)$	z	$F(t)$
1	0,6	0,01	-2,522	0,01
2	1,8	0,12	-1,478	0,07
3	3	0,32	-0,435	0,33
4	4,2	0,29	0,609	0,73
5	5,4	0,09	1,652	0,95
6	6,6	0,01	2,696	1,00

На основании полученных значений $f(t)$ и $F(t)$ строятся графики дифференциальной и интегральной функций.

Дифференциальная функция заменяет полигон распределения, а интегральная – кривую накопленной опытной вероятности (см. рис. 1.6.1).

При законе распределения Вейбулла дифференциальная функция определяется выражением

$$f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a} \right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{a} \right)^b},$$

а интегральная функция

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{a} \right)^b},$$

где a, b – параметры распределения;

t – показатель надежности.

Оценка параметров распределения Вейбулла производится по одной из методик по специальной литературе [8].

8. Определение количества двигателей, требующих ремонта.

Содержание отчета

1. Тема, цель, задание, исходные данные.
2. Последовательность расчета с указанием выполняемых действий, используемых формул, результатов расчета с таблицами и графиками; полигон и кривая накопленной опытной вероятности, графики дифференциальной и интегральной функций распределения доремонтного или межремонтного ресурса.
3. Необходимые выводы.

Контрольные вопросы

1. Как с помощью полигона распределения или кривой накопленной опытной вероятности определить количество двигателей, которые достигнут предельного состояния и потребуют ремонта в заданном интервале наработки?
2. Для каких видов отказов характерно распределение по нормальному закону?
3. Для каких видов отказов характерно распределение по закону Вейбулла?
4. С какой целью проводится выбор теоретического закона распределения для выравнивания опытной информации?
 1. Какими функциями характеризуется закон нормального распределения? Запишите их.
 2. Как с помощью дифференциальной и интегральной функции распределения определить количество двигателей, которые достигнут предельного состояния и потребуют ремонта в заданном интервале наработки?
 3. Как выполняется проверка совпадения опытного и теоретического закона распределения показателей надежности?
 4. Что такое доверительный интервал?

Используя дифференциальную и интегральную функцию распределения можно определить количество двигателей, отказавших в каком-либо интервале наработки или до заданной наработки. При этом расчет можно выполнять для двигателей той же модели, которые не входили в выборочную совокупность.

Для определения числа двигателей, отказавших в каком-либо интервале наработки, нужно площадь под дифференциальной функцией, соответствующей этому интервалу, отнести к общей площади под дифференциальной функцией и полученное значение перемножить на общее число двигателей.

Число двигателей, отказавших в каком-либо интервале наработки, на графике интегральной функции определяют перемножением полученного значения по оси ординат, соответствующего данному интервалу, на общее число двигателей.

Например, для 80 двигателей потребуют ремонта при наработке 4,2 тыс. ч.

$$N_p = N_o \cdot F(t),$$

где N_o – общее количество двигателей, $N_o = 80$;

$F(t)$ – значение интегральной функции распределения при $t = 4,2$ тыс. ч, $F(t) = 0,73$.

$$N_p = 80 \cdot 0,73 \approx 58 \text{ шт.}$$

Количество двигателей, которые потребуют ремонта при пробеге от 4,2 до 5,4 тыс. ч определяется по формуле [9]

$$N_{pd} = N_o (F(t_2) - F(t_1)),$$

где $F(t_2)$ и $F(t_1)$ – значения интегральной функции распределения на границах интервала, т. е. при $t_2 = 5,4$ тыс. ч и $t_1 = 4,2$ тыс. ч.

$$N_{pd} = 80(0,95 - 0,73) \approx 18 \text{ шт.}$$

Задание

Выполните расчет статистических характеристик надежности по методике, изложенной выше. Границы частичных интервалов ряда распределения приведены в приложении 5.

Практическая работа № 7

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ РЕМОНТИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

Цель работы: определить показатели надежности ремонтируемых объектов.

Методика расчета показателей надежности ремонтируемых объектов

Объекты считаются *ремонтируемыми* (восстанавливаемыми), если после возникновения отказов ремонтируются и продолжают эксплуатироваться.

Время работы до первого отказа и между последующими отказами таких объектов, а также время их восстановления являются случайными величинами.

Для оценки надежности сельскохозяйственной техники широкое применение нашли следующие показатели надежности:

- средняя наработка на отказ \bar{T}_0 ;
- среднее время восстановления \bar{T}_B ;
- коэффициент готовности K_r ;
- вероятность безотказной работы $P(T)$.

По результатам наблюдений известно количество отказов n_i подшипников, возникающих в интервале времени $(T_i^H \dots T_i^k)$, требуется определить среднюю наработку на отказ трактора \bar{T}_0 , среднее квадратическое отклонение σ , коэффициент вариации ν , а также проверить согласие эмпирического распределения отказов теоретическому экспоненциальному закону распределения по критерию Колмогорова. Приняв суммарное время $\bar{T}_{\Sigma B}$, затраченное на устранение всех возникших на тракторе отказов и учтя, что время восстановления подчиняется экспоненциальному закону – определить среднее время восстановления \bar{T}_B и коэффициент готовности трактора K_r .

Исходные данные.

Суммарное время восстановления $\bar{T}_{\Sigma B} = 80$ ч.

Протяженность интервала $(T_i^H \dots T_i^k)$ составляет (0–18), количество отказов, по результатам наблюдений n_i приведено в табл. 1.7.1. По известной протяженности интервала заполняем нижнюю строку табл. 1.7.1.

Таблица 1.7.1

Результаты наблюдений

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8
Количество отказов n_i	27	20	14	9	8	5	3	2
Границы интервалов	0–18	18–36	36–54	54–72	72–90	90–108	108–126	126–144

Указания к выполнению работы

1. Определить для i -го интервала опытную вероятность (частоту), эмпирическую функцию плотности распределения вероятности отказов подшипников.

Опытная вероятность для i -го интервала определяется по формуле

$$P_{oni} = \frac{n_i}{N_0},$$

где N_0 – суммарное число отказавших подшипников, попавших в k интервалов ($k = 8$).

$$N = 27 + 20 + 14 + 9 + 8 + 5 + 3 + 2 = 88 \text{ шт.}$$

$$P_{on1} = \frac{27}{88} = 0,3068;$$

$$P_{on2} = \frac{20}{88} = 0,2273;$$

....

$$P_{on8} = \frac{2}{88} = 0,0227.$$

Результаты расчетов сводим в табл. 1.7.2.

Накопленная вероятность отказа подсчитывается по формуле

$$P_{\text{оп}i\Sigma} = \sum_{i=1}^k P_{\text{оп}i}$$

$$\sum P_{\text{оп}1\Sigma} = 0,3068;$$

$$\sum P_{\text{оп}2\Sigma} = 0,3068 + 0,2273 = 0,5341;$$

$$\sum P_{\text{оп}3\Sigma} = 0,5341 + 0,1591 = 0,6932 \text{ и т. д.}$$

Результаты расчетов сводим в табл. 1.7.2.

2. Статистические характеристики эмпирических данных подсчитать по следующим формулам.

Вычислить срединный интервал

$$T_{c1} = \frac{0+18}{2} = 9;$$

$$T_{c2} = \frac{18+36}{2} = 27;$$

$$\dots$$

$$T_{c8} = \frac{126+144}{2} = 135.$$

Результаты расчетов свести в табл. 1.7.2

Среднюю наработку на отказ определить по формуле

$$\bar{T}_0 = \sum_{i=1}^n T_{ci} \cdot P_{\text{оп}i}$$

Сделать вычисления и определить средний ресурс:

$$\bar{T}_0 = 9 \cdot 0,3068 + 27 \cdot 0,2273 + 45 \cdot 0,1591 + 63 \cdot 0,1023 + 81 \cdot 0,0909 + 99 \cdot 0,0568 + 117 \cdot 0,0341 + 135 \cdot 0,0227 = 42,543 \text{ ч.}$$

Среднее квадратическое отклонение σ определить по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (T_{ci} - \bar{T}_0)^2 \cdot P_{\text{оп}i}}$$

Сделать числовое вычисление среднего квадратического отклонения:

$$\sigma = \sqrt{(9-42,543)^2 \cdot 0,3068 + (27-42,543)^2 \cdot 0,2273 + (45-42,543)^2 \cdot 0,1591 + (63-42,543)^2 \cdot 0,1023 + (81-42,543)^2 \cdot 0,0909 + (99-42,543)^2 \cdot 0,0568 + (117-42,543)^2 \cdot 0,0341 + (135-42,543)^2 \cdot 0,0227} = 33,8 \text{ ч.}$$

Несмещенный коэффициент вариации ν определить по формуле

$$\nu = \frac{\sigma}{\bar{T}_0} = \frac{33,8}{42,543} = 0,79.$$

3. Эмпирическую интенсивность распределения определить по формуле

$$\Phi_{\text{оп}i} = \frac{P_{\text{оп}i}}{A},$$

где $A = T_i^k - T_i^h$ – шаг интервала.

$$A = 18 - 0 = 18.$$

$$\Phi_{\text{оп}1} = \frac{0,3068}{18} = 17,044 \cdot 10^{-3};$$

$$\dots$$

$$\Phi_{\text{оп}8} = \frac{0,0227}{18} = 1,261 \cdot 10^{-3}.$$

Результаты расчетов свести в табл. 1.7.2.

4. Теоретическую функцию экспоненциального закона распределения найти по формуле:

$$F(T_i) = 1 - e^{-\frac{T_i^k}{T_{th}^k}},$$

где e – основание натурального логарифма;

T_i^k – верхнее значение интервала.

$$F(T_1) = 1 - 2,72^{-\frac{18}{42,543}} = 0,3452;$$

$$\dots$$

$$F(T_8) = 1 - 2,72^{-\frac{144}{42,543}} = 0,9662.$$

Результаты расчетов свести в табл. 1.7.2.

Вероятность безотказной работы определить по формуле

$$P(T_i) = 1 - F(T_i),$$

$$P(T_1) = 1 - 0,3452 = 0,6548;$$

$$\dots$$

$$P(T_8) = 1 - 0,9662 = 0,0338.$$

5. Среднее время восстановления определить по формуле

$$\bar{T}_B = \frac{1}{N} \cdot \bar{T}_{\Sigma B} = \frac{1}{88} \cdot 80 = 0,9091.$$

6. Коэффициент готовности:

$$K_r = \frac{\bar{T}_0}{\bar{T}_0 + \bar{T}_{\Sigma B}} = \frac{42,543}{42,543 + 0,9091} = 0,9791.$$

7. По полученным данным (табл. 1.7.2) построить графики к оценке показателей надежности ремонтируемых объектов (рис. 1.7.1).

$$\lambda = D_{\max} \cdot \sqrt{N}.$$

$$\lambda = 0,0384 \cdot \sqrt{88} = 0,36 < 1.$$

Таблица 1.7.2

Результаты расчетов

$T_i^h \dots T_i^k$	n_i	T_{ci}	P_{oni}	$P_{oni_{\Sigma}}$	$\Phi_{oni} \cdot 10^{-3}$	$P(T_i)$	$F(T_i)$	$ \Sigma P_{oni} - F(T_i) $
0–18	27	9	0,3068	0,3068	17,044	0,6548	0,3452	0,0384
18–36	20	27	0,2273	0,5341	12,628	0,4288	0,5712	0,0371
36–54	14	45	0,1591	0,6932	8,839	0,2808	0,7192	0,0260
54–72	9	63	0,1023	0,7955	5,683	0,1839	0,8161	0,0206
72–90	8	81	0,0909	0,8864	5,05	0,1204	0,8796	0,0068
90–108	5	99	0,0568	0,9432	3,156	0,0788	0,9212	0,0220
108–126	3	117	0,0341	0,9773	1,894	0,0516	0,9484	0,0289
126–144	2	135	0,0227	1,0000	1,261	0,0338	0,9662	0,0338

$N = 88;$
 $\sigma = 33,8 \text{ ч.};$
 $\nu = 0,79;$
 $\bar{T}_{op} = 42,543 \text{ ч.}$

Задание

Выполните расчет и постройте графики показателей надежности ремонтируемых объектов. Исходные данные находятся в приложении 6.

Содержание отчета

1. Тема, цель, задание, исходные данные
2. Последовательность расчета с указанием выполняемых действий, используемых формул, результатов расчета с таблицами и графиками (рис. 1.7.1).
3. Необходимые выводы.

Практическая работа № 8

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОЙ ТЕХНИКИ

Цель работы: изучить методику прогнозирования эксплуатационных показателей сельскохозяйственной техники.

Пример расчета

Используя данные о продолжительности ЕТО (ежесменного технического обслуживания) для существующих колесных тракторов, определим затраты времени на ЕТО для тракторов мощностью 300 кВт. Справочные данные приведены в табл. 1.8.1.

Таблица 1.8.1

Исходные данные для определения зависимости времени на ЕТО колесного трактора от номинальной мощности

Трактор	Номинальная мощность, кВт	Время на ЕТО, мин
	X	Y
БЕЛАРУС 952.4	70	6
БЕЛАРУС 1025.4	81	6,3
БЕЛАРУС 1220.3	90	7
БЕЛАРУС 1221.3	100	8,8
БЕЛАРУС 1523.4	111	9,3
БЕЛАРУС 2022.4	156	9,8
БЕЛАРУС 3022ДЦ.1	223	10,5

Корреляционным анализом оценим уровень статистической взаимосвязи между рассматриваемыми величинами – номинальной мощностью двигателя (обозначим через X) и временем на ЕТО (обозначим через Y) [9].

$$r_{XY} = \frac{K_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y},$$

где K_{XY} – корреляционный момент;

σ_X, σ_Y – средние квадратические отклонения X и Y .

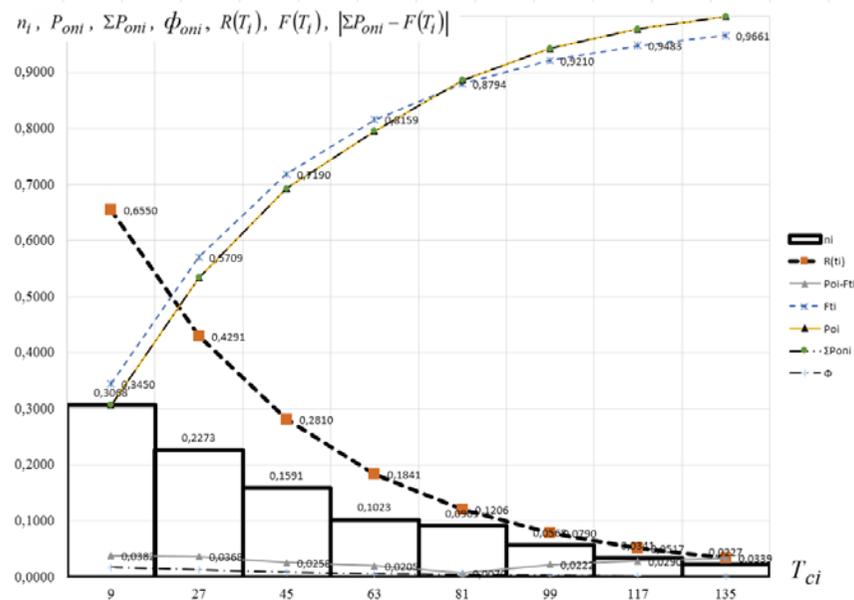


Рис. 1.7.1. Графики к оценке показателей надежности ремонтируемых объектов

Контрольные вопросы

1. В каком случае объекты считаются ремонтируемыми (восстанавливаемыми)?
2. Перечислите показатели, которые применяются с целью проведения оценки надежности с/х техники?
3. Как определяется опытная вероятность для i -го интервала? Приведите формулу.
4. Как определяется несмещенный коэффициент вариации? Приведите формулу.
5. Как определяется эмпирическая интенсивность распределения? Приведите формулу.
6. Как определяется коэффициент готовности? Приведите формулу.

$$K_{XY} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - x_{cp})(y_i - y_{cp}),$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - x_{cp})^2},$$

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - y_{cp})^2},$$

где N – количество пар данных $X - Y$;
 x_{cp}, y_{cp} – средние значения X и Y .

Производя расчеты по данным табл. 1.8.1, получаем $x_{cp} = 118,7$ и $y_{cp} = 8,2$. Результаты расчета сводим в табл. 1.8.2.

Таблица 1.8.2

Расчеты к определению коэффициента корреляции

$(x_i - x_{cp})(y_i - y_{cp})$	$(x_i - x_{cp})^2$	$(y_i - y_{cp})^2$			
109,3	2373,1	5,0			
73,3	1422,4	3,8			
35,7	824,5	1,5			
-10,4	350,2	0,3			
-8,2	59,5	1,1			
58,1	1390,2	2,4			
235,4	10875,5	5,1			
$\sum_{i=1}^N (x_i - x_{cp})(y_i - y_{cp}),$	493,1	$\sum_{i=1}^N (x_i - x_{cp})^2$	17295,4	$\sum_{i=1}^N (y_i - y_{cp})^2$	19,3

$$K_{XY} = \frac{1}{7} 493,1 = 70,4,$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{7-1} 17295,4} = 53,7,$$

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{1}{7-1} 19,3} = 1,8.$$

Тогда

$$r_{XY} = \frac{70,4}{53,7 \cdot 1,8} = 0,73.$$

В результате расчета получаем коэффициент корреляции $r_{XY} = 0,73$. На практике значение коэффициента $r_{XY} = (0,7 - 0,8)$ свидетельствует о высокой степени линейной статистической связи между рассматриваемыми величинами.

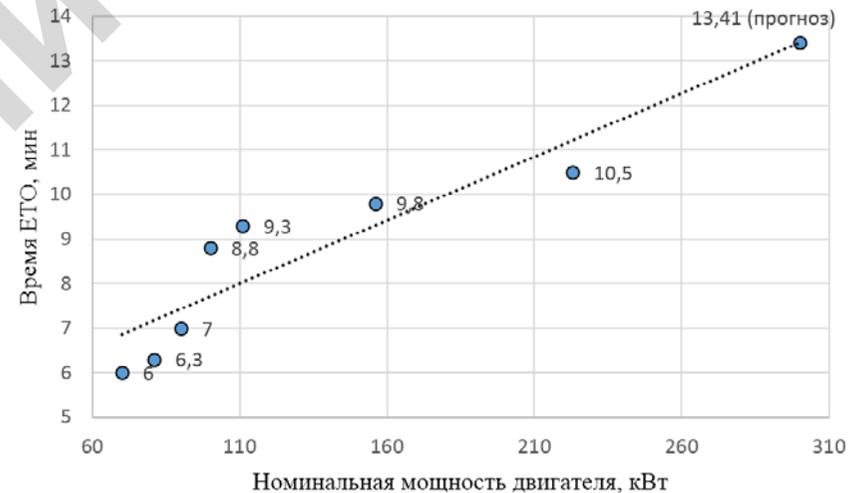


Рис. 1.8.1. График зависимости времени, затрачиваемого на ЕТО от номинальной мощности двигателя

Определяем вид и параметры зависимости Y от X . Значения X и Y нанесем на график и выберем вид функции для описания зависимости между данными величинами. Исходя из расположения точек на рисунке 1.8.1, выбираем линейную зависимость, описываемую уравнением

Таблица 1.8.3

Исходные значения Y и рассчитанные по уравнению регрессии Y_p

№ п/п	X (номинальная мощность, кВт)	Y (время на ЕТО, мин)	Y_p (время на ЕТО, мин)	Стандартная ошибка, S_o^2 , $Y_p - y_i$
1	70	6	6,85	0,73
2	81	6,3	7,17	0,75
3	90	7	7,42	0,18
4	100	8,8	7,71	1,19
5	111	9,3	8,02	1,63
6	156	9,8	9,31	0,24
7	223	10,5	11,22	0,51
Прогноз	300		13,41	Итого: 5,24

$$y = ax + b,$$

где x – номинальная мощность двигателя, кВт;
 y – время ЕТО, мин.

Коэффициенты линейного уравнения определяются по формуле

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - x_{cp})(y_i - y_{cp})}{\sum_{i=1}^N (x_i - x_{cp})^2},$$

$$a = \frac{493,1}{17295,4} = 0,029.$$

$$b = y_{cp} - ax_{cp},$$

$$b = 8,2 - 0,029 \cdot 118,7 = 4,9.$$

Уравнение полученной зависимости между номинальной мощностью двигателя N_e и временем на ЕТО примет вид

$$y = 0,029 + 4,9x$$

или

$$T_{ЕТО} = 0,029 + 4,9N_e.$$

График полученной зависимости представлен на рисунке 1.8.1.

По полученному уравнению определяем прогнозируемое значение $Y_{ПР}$ времени ЕТО при номинальной мощности двигателя 300 кВт. Прогнозируемое значение – $Y_{ПР} = 13,41$ мин (на рис. 1.8.1 подписано «прогноз»).

Для определения стандартной ошибки уравнения и прогноза необходимо сравнить исходные значения Y и рассчитанные по уравнению регрессии Y_p . Результаты расчетов представлены в табл. 1.8.3.

Определяем стандартную ошибку:

$$S_o^2 = \sum_{i=1}^N (Y_p - y_i)^2,$$

для примера $S_o^2 = 5,24$.

Определяем стандартное отклонение:

$$S_r = \sqrt{\frac{1}{N-2} S_o^2},$$

$$S_r = \sqrt{\frac{1}{7-2} 5,24} = 1,02.$$

Определяем стандартную ошибку прогноза для $X_{П} = 300$ кВт:

$$S_y = S_r \sqrt{1 + \frac{1}{N} + \frac{(X_{П} - x_{cp})^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - x_{cp})^2}},$$

$$S_y = 1,02 \sqrt{1 + \frac{1}{7} + \frac{(300 - 118,7)^2}{17295,4}} = 1,79.$$

Определяем доверительный интервал I_β для прогнозируемого значения, т.е. интервал, в который при заданной доверительной вероятности β попадает значение прогнозируемого показателя. Доверительный интервал I_β определяется по формуле

$$I_\beta = Y_{II} \pm t_\beta S_y,$$

где t_β – критерий Стьюдента (при $\beta = 0,9$ и $N = 7$ критерий Стьюдента $t_\beta = 1,895$).

При уровне доверительной вероятности $0,9$ прогнозируемое значение времени на ЕТО будет находиться в интервале $13,41 \pm 1,895 \cdot 1,79$ (мин) или $13,41 \pm 3,38$ (мин).

Задание

На основании исходных данных, приведенных в приложении 7, осуществить прогнозирование эксплуатационных показателей сельскохозяйственной техники.

Содержание отчета

1. Тема, цель, задание, исходные данные
2. Последовательность расчета с указанием выполняемых действий, используемых формул, результатов расчета с таблицами и графиком.
3. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. В каких случаях выполняется прогнозирование эксплуатационных показателей сельскохозяйственной техники?
2. Опишите последовательность выполнения прогнозирования показателей.
3. Что такое корреляционный анализ?
4. Какое значение коэффициента корреляции свидетельствует о высокой степени линейной статистической связи?

Практическая работа № 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОГО РЕСУРСА СОПРЯЖЕНИЙ ДЕТАЛЕЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИН

Цель работы: освоить методику определения показателей долговечности сопряжений.

Методика расчета

В табл. 1.9.1 приведены исходные данные из технических условий на дефектацию сопряжений тракторных деталей. Межремонтная наработка для всех вариантов заданий составляет $T_{MP} = 2200$ ч.

Таблица 1.9.1

Данные из технических условий на дефектацию сопряжений тракторных деталей

Наименование деталей	Размер по чертежу D , мм	Предельные отклонения	Предельные зазоры $S_{ПР}$, мм	Средняя скорость изнашивания $\omega_{1,2} \cdot 10^{-5}$, мм/ч
Вкладыши коренные	75	+0,031	0,30	3,61
		-0,016		
Вал коленчатый	75	-0,080	0,30	1,2
		-0,095		

Определим предельный износ для сопряжения деталей приведенных в таблице по формуле [10]

$$I_{II} = I_{II1} + I_{II2} = S_{ПР} - S_{H \max},$$

где I_{II1} , I_{II2} – соответственно предельный износ первой и второй деталей приведенных в табл. 1.9.1, мм;

$S_{ПР}$ – предельный зазор в сопряжении, мм;

$S_{H \max}$ – наибольший начальный зазор в сопряжении, мм.

$$S_{H \max} = ES - ei = 0,031 - (-0,095) = 0,126 \text{ мм.}$$

$$I_{II} = 0,3 - 0,126 = 0,174 \text{ мм.}$$

Средняя скорость изнашивания сопряжения деталей:

$$\omega = \omega_1 + \omega_2,$$

где ω_1, ω_2 – скорости изнашивания соответствующих деталей (табл. 1.9.1), мм/ч.

$$\omega = 3,61 \cdot 10^{-5} + 1,2 \cdot 10^{-5} = 4,81 \cdot 10^{-5} \text{ мм/ч.}$$

Средний полный ресурс сопряжения

$$T_{СП} = \frac{I_{П}}{\omega},$$

$$T_{СП} = \frac{0,174}{4,81 \cdot 10^{-5}} = 3617 \text{ ч.}$$

Предельные износы сопрягаемых деталей определяются из уравнений

$$I_{ПР1} = \frac{I_{ПР}\omega_1}{\omega},$$

$$I_{ПР2} = \frac{I_{ПР}\omega_2}{\omega},$$

$$I_{ПР1} = \frac{0,174 \cdot 3,61 \cdot 10^{-5}}{4,81 \cdot 10^{-5}} = 0,130 \text{ мм,}$$

$$I_{ПР2} = \frac{0,174 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}}{4,81 \cdot 10^{-5}} = 0,043 \text{ мм.}$$

Допустимые износы деталей соединения при заданном значении межремонтной наработки $T_{МР} = 2200$ ч составят:

$$I_{d1} = I_{ПР1} - T_{МР} \cdot \omega_1,$$

$$I_{d2} = I_{ПР2} - T_{МР} \cdot \omega_2,$$

$$I_{d1} = 0,130 - 2200 \cdot 3,61 \cdot 10^{-5} = 0,050 \text{ мм,}$$

$$I_{d2} = 0,043 - 2200 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} = 0,017 \text{ мм.}$$

Тогда допустимые без ремонта размеры деталей сопряжения в месте их наибольшего износа с учетом значений максимального диаметра отверстия D_{\max} и минимального диаметра d_{\min} , следующие:

$$D_{\max} = D + ES = 75 + 0,031 = 75,031 \text{ мм,}$$

$$d_{\min} = D - ei = 75 - 0,095 = 74,905 \text{ мм.}$$

$$D_{ПР} = D_{\max} + T_{МР} \cdot \omega_1 = 75,031 + 2200 \cdot 3,61 \cdot 10^{-5} = 75,110 \text{ мм,}$$

$$d_{ПР} = d_{\min} + T_{МР} \cdot \omega_2 = 74,905 - 2200 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} = 74,878 \text{ мм.}$$

В заключение вычерчивается расчетная схема изнашивания деталей сопряжения в зависимости от наработки T с указанием значений полного ресурса сопряжения $T_{СП}$, допустимых без ремонта и предельных износов деталей и зазоров в сопряжении. Пример выполнения расчетной схемы для данного примера представлен на рисунке 1.9.1.

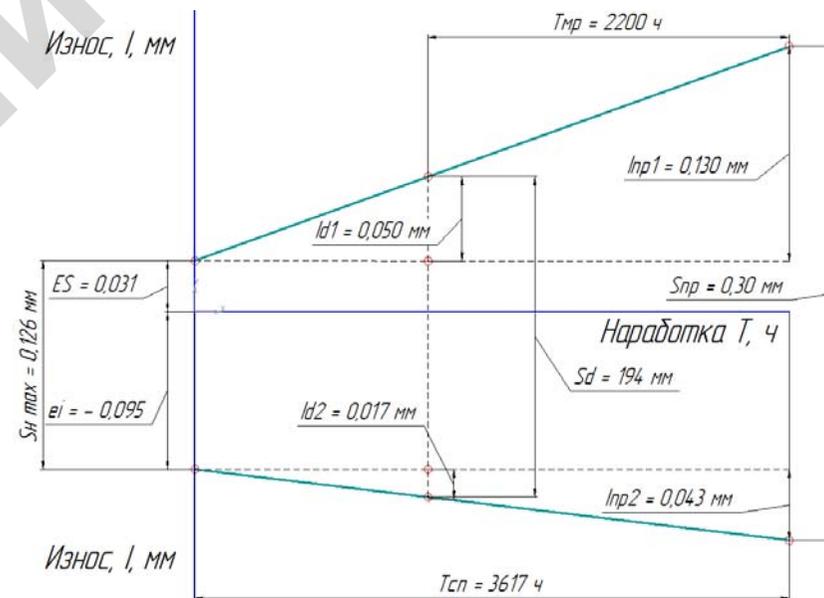


Рис. 1.9.1. Зависимость между наработкой и износом для сопряжения из двух деталей

Построение схемы (рис. 1.9.1) начинается с нанесения и обозначения на осях координат масштабных делений износа и наработки. Затем откладывают от начала координат значения начального зазо-

ра $S_{H\max}$, полного ресурса соединения $T_{СП}$, предельного износа для обеих деталей $I_{ПР1}, I_{ПР2}$ и проводят линии износа деталей. Далее обозначают зазоры предельный $S_{П}$ и допустимый S_d , межремонтную наработку $T_{МР}$ и допустимые без ремонта износы деталей I_{d1}, I_{d2} . Начальные точки линии износа соответствуют предельным отклонениям размеров отверстия и вала по техническим условиям на изготовление деталей.

Задание

1. Определить полный ресурс соединения и допустимые без ремонта размеры сопрягаемых деталей в месте их наибольшего износа.
2. Вычертить расчетную схему изнашивания деталей сопряжения в зависимости от наработки.

Исходные данные для расчета взять из приложения 8. Для всех вариантов средняя межремонтная наработка (ресурс) $T_{МР}$ равна 2200 ч.

Контрольные вопросы

1. Приведите краткое пояснение методики определения полного ресурса сопряжений деталей.
2. Каким образом определяется предельный износ для сопряжения деталей?
3. Каким образом определяется средний полный ресурс сопряжения?
4. Укажите последовательность формирования расчетной схемы изнашивания деталей сопряжения в зависимости от наработки.
5. Как определяются допустимые износы деталей соединения при заданном значении межремонтной наработки?

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПРИЧИН ПОТЕРИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ДЕТАЛЕЙ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИН. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДОВ РАЗРУШЕНИЯ

Цель работы

Закрепить теоретические знания и приобрести практические навыки определения видов разрушения поверхностей деталей по их внешнему виду, характеру разрушенных поверхностей и условиям работы, разработки мероприятий по увеличению ресурса деталей.

Студент должен знать

- основные характеристики поверхностного слоя;
- дефекты и повреждения, способствующие разрушению;
- процессы, в материалах деталей, вызывающие разрушения;
- виды разрушения материала поверхностей и деталей, их характерные признаки и условия возникновения;
- основные способы упрочнения поверхностей и пути увеличения ресурса деталей.

Студент должен уметь

- по условиям работы детали, внешнему виду и характеру излома разрушенных поверхностей определить вид разрушения;
- выявить причины и процессы, вызвавшие разрушение детали;
- предложить способы упрочнения детали и пути увеличения её ресурса.

Порядок выполнения работы

1. Изучить теоретический материал методического указания к настоящей работе.
2. Пройти инструктаж по технике безопасности при проведении работ в лаборатории.
3. Ознакомиться с приборами и инструментом, представленным для выполнения работы.
4. Получить у лаборанта детали, подлежащие изучению и паспортизации, необходимые приборы и инструмент.
5. Внимательно изучить рабочую поверхность детали и поверхность излома, выявить характерные признаки и характер излома.

Теоретические сведения

Физическая сущность процессов, снижающих долговечность

Основной причиной различных изменений (повреждений и разрушений) деталей машин является воздействие на них различных видов энергии (механической, тепловой, химической, электромагнитной) в виде различных внешних полей и сред тех или иных параметров.

Детали сельскохозяйственной техники повреждаются и разрушаются под действием внешних факторов:

- несущих нагрузок и скоростей (физических полей);
- от воздействия кислотной или щелочной сред (химических полей);
- вследствие совместного воздействия физических и химических полей.

В большинстве случаев одна и та же деталь или сопряжение подвержены одновременному воздействию нескольких причин, но ведущей будет, как правило, одна из них.

Кроме внешних причин, детали машин претерпевают повреждения и разрушения и под действием внутренних факторов. К ним относятся:

- 1) усталость материала вследствие перераспределения внутренних напряжений, возникших в процессе структуро- и формообразования деталей;
- 2) объемная газовая коррозия.

Эти причины возникают в процессе естественного старения, т. е. стремления материалов возвратиться в равновесное состояние, избавиться от технологической «наследственности». Они приводят к короблению детали, образованию трещин, изменению макро- и микрогеометрии отдельных поверхностей, а также к полному разрушению детали на отдельные части.

Все процессы, изменяющие свойства или состояние материала деталей, подразделяются на *обратимые* и *необратимые*.

Обратимые процессы – процессы, которые вызывают временные изменения параметров элементов, систем объекта в определенных границах без тенденции прогрессивного ухудшения и потери работоспособности. Характерный пример – пружина сжатия.

Необратимые процессы – процессы, в результате которых с течением времени происходит прогрессивное снижение параметров, которые характеризуют работоспособность объекта и, как следствие, нарушение работоспособности – отказ.

6. Визуально осмотреть и проверить с помощью оптического прибора (устройства) состояние рабочих и разрушенных поверхностей.
7. Установить дефекты, вид и причины разрушения детали.
8. Оформить паспорт на разрушенную деталь.
9. Убрать за собой и сдать рабочее место.

Техника безопасности при выполнении работы

1. К работе допускаются студенты, прошедшие вводный инструктаж по технике безопасности и инструктаж на рабочем месте.
2. Работа с приборами разрешается после изучения их устройства, наладки и безопасных приемов работы.
3. При контроле необходимо правильно и прочно устанавливать детали на рабочем столе, обеспечивая их устойчивое положение, не допуская их падения.
4. Работа должна выполняться в присутствии учебного мастера или преподавателя.
5. По окончании работ необходимо убрать рабочее место и сдать его учебному мастеру или преподавателю.
6. Использованный обтирочный материал следует убирать только в специальные металлические ящики.

Паспорт разрушенной детали

1. Наименование детали.
2. Эскиз детали. Характеристика рабочей поверхности (качество обработки).
3. Условия работы детали (нагрузка, рабочая среда, смазка и др.) и причина отказа.
4. Характеристика поверхности излома, деформированного участка и участков с коррозионными разрушениями (эскизы и описание дефектов).
5. Вид разрушения детали.
6. Причины разрушения.
7. Пути повышения надежности одноименных деталей:
 - а) конструкторско-технологические;
 - б) эксплуатационные;
 - в) ремонтные мероприятия.

Выполнил студент _____ курс _____ группа _____

Принял преподаватель _____

К необратимым процессам технических систем относятся изнашивание, разрушение, старение.

Рабочие поверхности деталей трибомеханических систем постоянно находятся в активном состоянии.

Трущиеся поверхности деталей контактируют единичными микровыступами, которые под воздействием приложенных давлений могут расплющиваться, взаимно внедряться и подвергаться различным физическим эффектам. Это приводит к обратимому или необратимому изменению рельефа контактных поверхностей.

Практически для всех материалов контактирование при трении по микровыступам приводит к появлению на пятнах контакта адгезионных мостиков сварки. Сочетание высоких контактных давлений и температур в присутствии активной окружающей среды приводит к активации повреждения слоя с существенным изменением его физико-механических свойств.

Происходят процессы разупрочнения (разрыхления) материала поверхностного слоя, которые подразделяются на: *механические, тепловые, адсорбционные, химические и биокоррозионные.*

Механическое разупрочнение возникает в системе трущихся слоев, в первую очередь, от упругопластической деформации материала микроконтактов, активируемой дополнительно тепловыми напряжениями. Как правило, механическое разупрочнение структуры поверхностного слоя протекает одновременно с процессами разрушения, в большей или меньшей степени активируя их.

Тепловое разупрочнение протекает под действием генерируемой при трении на микроконтактах теплоты или, реже, теплоты от внешнего источника. Этот вид разупрочнения связан с изменением физического состояния фаз материалов или их структуры и определяет тип механизма поверхностного разрушения. Наиболее существенными физическими явлениями в структуре материала являются при этом частичная *аморфизация* (разупрочнение кристаллического строения) активного слоя и полиморфные превращения.

Химические процессы разупрочнения характеризуются образованием тонких пассивирующих пленок на поверхности трения в результате взаимодействия активного слоя с внешней газовой или жидкой средой. Этот вид разупрочнения характерен для всех режимов трения и

наиболее ярко выражен в случае наличия смазочного материала на контактах. Пленка предохраняет приповерхностные сечения активного слоя от механического разупрочнения, а также экранирует адгезионное взаимодействие трущихся поверхностей.

Адгезионно-адсорбционное разупрочнение проявляется как молекулярное взаимодействие при высокой нагруженности сопряжений, как правило, с жидкой средой.

Молекулярные силы, при наличии либо отсутствии промежуточной вязкой прослойки (влаги, загрязнения, смазочного материала и т. п.), вызывают на пятне контакта адгезию, которая прямо пропорциональна площади фактического контакта. Для жестких режимов трения без смазочного материала или с ним, когда развиваются высокие температуры, – адгезия играет существенную роль в развитии процессов изнашивания.

Поверхностные слои теряют твердость при сохранении исходной пластичности, что определяет ускорение процессов структурного поверхностного разупрочнения-разрыхления.

Биохимическое разупрочнение активного слоя связано с процессами химического взаимодействия поверхностных слоев деталей с техногенными биоорганическими средами. При попадании техногенной среды на металл в застойных зонах создаются микрозоны биокоррозионной активности, в которых скорость протекания реакций во многом определяется биохимическим составом окружающей среды, активностью микроорганизмов и продуктов их метаболизма.

Структурное разупрочнение активного слоя поверхности под действием высоких контактных напряжений и температур приводит к повреждаемости поверхностей трения и зарождению того или иного механизма изнашивания: *механического, молекулярно-механического, коррозионно-механического.*

Поверхностный слой и его свойства

Поверхностный слой деталей характеризуется микро- и макрогеометрией, изменением структуры, твердостью, остаточными напряжениями и наличием тонких пленок. Глубина поверхностного слоя и качество поверхности зависят от основного материала, вида обработки, основных параметров инструмента, режима обработки и рода смазочно-охлаждающей жидкости.

Поверхностная энергия

Поверхностный слой металла обладает большой активностью. Это обусловлено тем, что внутри твердого тела каждый атом кристалла окружен другими атомами и связан с ними прочно по всем направлениям, а у атомов, расположенных на поверхности, с внешней стороны нет соседей в виде таких же атомов. По этой причине в поверхностном слое у атомов твердого тела остаются свободные связи, наличие которых создает вблизи поверхности атомное (молекулярное) притяжение. Чтобы при таком несимметричном силовом поле атом кристалла находился в равновесии, необходимо отличное от внутрикристаллического расположение атомов поверхностного слоя.

Поверхностные атомы вследствие свободных связей обладают большей энергией, нежели атомы внутри твердого тела. Избыток энергии, отнесенной к единице поверхности, называют удельной поверхностной энергией или просто поверхностной энергией. Полная энергия кристалла состоит из внутренней и поверхностной энергии. При взаимодействии двух тел поверхностная энергия выделяется в виде теплоты или затрачивается на подстройку в кристаллической решетке одного кристалла к другому.

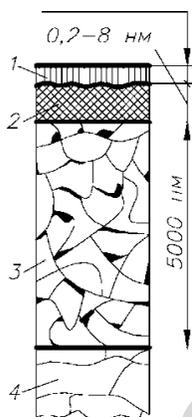


Рис. 2.1.1. Структура поверхностного слоя шлифованной детали из углеродистой стали

Поверхностный слой неоднороден по строению (рис. 2.1.1.).

Граничный *слой 1* состоит из адсорбированной пленки газов, влаги и смазочно-охлаждающей жидкости, которую можно удалить лишь нагревом детали в вакууме.

Явления образования на поверхности твердого тела тончайших пленок газов, паров или растворенных веществ, либо поглощение этих веществ поверхностью тела называют *адсорбцией*. В результате взаимодействия ненасыщенных силовых полей твердого тела с силовыми полями молекул, содержащихся в окружающей среде (газов, паров воды, или взаимодействия жидкости, соприкасающейся с твердым телом), поверхность последнего покрывается пленкой веществ.

Слой 2 – деформированный, сильно раздробленный металл с искаженной решеткой кристаллов и с участками, обезуглерожеными под действием высоких температур при шлифовании; в нем находятся окислы и нитриды, пустоты, надрывы и трещины.

Слой 3 состоит из зерен, сильно деформированных под действием давления (шлифовального круга) и тангенциальных сил при шлифовании; в нем содержится структурно-свободный цементит, образовавшийся под действием высоких температур.

Слой 4 – металл с исходной структурой. При более тонкой обработке (абразивными брусками, лентами и т. д.) слой 1 не изменяется по толщине, а слои 2 и 3 уменьшаются в соответствии с меньшими давлением и температурой поверхности при обработке.

Наклеп металла под выступами неровностей обычно больше, чем под впадинами. Поверхностный слой в зависимости от указанных выше обстоятельств имеет толщину при точении 0,25–2,0 мм, при шлифовании 12–75 мкм, при тонком шлифовании 2–25 мкм, при полировании 2 мкм.

Следует иметь в виду, что поверхностный слой, как правило, находится в напряженном состоянии. Остаточные напряжения в нем при механической обработке могут достигать до 1000 МПа и быть как сжимающими, так и растягивающими.

Система дефектов – слабых мест поверхностного слоя детали – является основной, на которой, начиная с самых малых деформаций, развиваются микротрещины. Вследствие наличия дефектов на поверхности её разрушение при трении будет происходить именно в этих местах, т.е. процесс изнашивания носит избирательный характер. По мере изнашивания поверхности дефектные места будут возникать вновь.

Дефекты и повреждения, способствующие разрушению

Дефекты, ухудшающие физико-механические свойства металлов разделяют на явные и скрытые. Первые обнаруживают при визуальном способе контроля.

По происхождению дефекты разделяют на производственно-технологические и эксплуатационные.

По количеству и характеру распределения в изделиях дефекты могут быть одиночными, местными (трещины, раковины и т. п.), распределенными в органических зонах, например, зонах коррозионного поражения или по всему изделию (неоднородность химсоостава); наружными (поверхностными и подповерхностными) и внутренними (глубинными).

По характеру геометрических параметров дефекты могут быть точечными, линейными, плоскостными и объемными.

В зависимости от размера дефекты металлов подразделяются на субмикродефекты, микродефекты и макродефекты. К субмикродефектам относят дефекты кристаллической решетки, к микродефектам – дефекты, различимые при увеличении более шести раз. Остальные относят к макродефектам, которые могут быть мелкими и крупными.

В условиях воздействия нагрузок возникают, как правило, следующие дефекты: трещины однократного нагружения (хрупкие, вязкие), трещины замедленного разрушения, трещины ползучести, отслаивание и пластическое деформирование.

Трещины однократного нагружения, как правило, образуются в материале деталей при воздействии на них нагрузок, превышающих прочность детали. Трещина называется трещиной *вязкого* разрушения, если предшествующая образованию трещины деформация происходила в объеме, соизмеримом с объемом детали. Если в зоне образования трещины отсутствуют видимые следы макропластической деформации, трещина называется *хрупкой*.

Трещины замедленного разрушения. Замедленным (задержанным) разрушением принято называть хрупкое разрушение, наступающее с течением времени под воздействием статической нагрузки, при напряжениях меньше предела прочности материала, без влияния повышенной температуры и коррозионно-активных сред.

Трещины ползучести. Разрушение деталей после пластического течения их материала под действием постоянного напряжения и при относительно высоких температурах называется

разрушением от ползучести. Для ползучести характерным является множественное трещинообразование.

Как при статическом, так и при переменном нагружении металла особую опасность вызывает такой дефект, как коррозионное поражение.

Отслаивание. Возникает в результате развития подповерхностных трещин, растущих параллельно поверхности трения. В отделенном такой трещиной от основного материала поверхностном слое после многократного нагружения могут образовываться трещины, плоскость которых перпендикулярна поверхности трения. При их слиянии с подповерхностной трещиной образуется частица износа. Последняя может быть также результатом выхода подповерхностной трещины на поверхность.

Пластическое деформирование – деформация, остающаяся после удаления нагрузки. Под влиянием деформации может происходить растяжение, сжатие, сдвиг, изменение вида объекта. Основными параметрами пластического деформирования является относительное остаточное удлинение, величина уменьшения площади поперечного сечения.

Виды разрушений материала поверхностей

Механизм разрушения материала определяется постепенным накоплением локальных дефектов: деформации и трещин в материале. Локальные дефекты материала, создавая местные напряжения, становятся центрами разрушения. Разрушения, как правило, определяются двумя процессами:

- разрывом механических связей под действием физических и тепловых полей;
- направленной диффузией вакансий кристаллической решетки к трещинам (вакансии – узлы кристаллической решетки, в которых отсутствует атом или ион).

В зависимости от условий и характера протекания процессы разрушения могут подразделять на следующие виды:

- терморастрескивание;
- образование трещин от перенаклепа;
- разрушение при контактных нагрузках;
- водородное растрескивание;
- коррозия;
- усталостное разрушение.

Терморастрескивание. Растрескивание поверхностей трения в результате термического воздействия наблюдается на чугунных барабанах тормозов и сопряженных с ними тормозных колодках, а также в плоских антифрикционных парах с кольцевой рабочей поверхностью.

Образование трещины повышает износ поверхностей трения; острые кромки производят режущие действия, а вблизи кромок происходит выкрашивание металла. Трещины со временем забиваются продуктами изнашивания, действующими как абразив.

В некоторых случаях трещинообразование вызывается термической усталостью материала.

Мерой борьбы с терморастрескиванием является выбор материала. Чем выше теплопроводимость материала, чем меньше температурное расширение, чем пластичнее материал, тем меньше вероятность образования в нем трещин. Высокая точность обработки поверхностей – дополнительное средство борьбы с растрескиванием.

Образование трещин от перенаклепа. Такое разрушение встречается в условиях трения качения, когда твердость поверхности не настолько низка, чтобы произошла заметная пластическая деформация, и не настолько высока, чтобы предупредить микропластическую деформацию в пределах всей рабочей поверхности.

Разрушение при контактных нагрузках. Стали и сплавы представляют собой конгломерат (механическое соединение, скопление разнообразных частей и предметов) кристаллических зерен, имеющих, как правило, случайную ориентацию кристаллографических осей. В зернах, неблагоприятно ориентированных относительно статически приложенной силы, уже при очень малой ее величине происходит пластическое деформирование, структурно обнаруживаемое в виде полос скольжения, и возникают остаточные напряжения.

Водородное растрескивание – результат наводороживания и охрупчивания стали водородом.

Наводороживанием металла называют процесс адсорбции им водорода из жидкой или газовой водородосодержащей воды, а также результат этого процесса. Наводороживание характеризуется более высокой диффузионной подвижностью водорода и резким отрицательным влиянием поглощенного водорода на механические свойства металла.

Наводороживание поверхностей наиболее часто происходит в газо- и нефтепроводах, а также в машинах, узлах и механизмах, работающих с водородосодержащими техногенными средами.

Образование трещин на поверхностях трения при смазывании углеводородными жидкостями (масла, гидрожидкости, топлива) происходит при тяжелых режимах работы в результате концентрации в зоне контакта водорода, который охрупчивает стальную и чугунную поверхности.

Коррозия – самопроизвольное разрушение твердых тел, вызванное химическими и электрохимическими процессами, развивающимися на поверхности тела при его взаимодействии с внешней средой.

Согласно действующему стандарту различают два типа коррозии: электрохимическая и химическая, которые подразделяются на виды. Для сельскохозяйственных объектов техники наиболее характерны следующие виды:

- 1) газовая коррозия;
- 2) атмосферная коррозия;
- 3) коррозия при полном погружении;
- 4) подводная коррозия;
- 5) коррозия при переменном погружении;
- 6) подземная коррозия;
- 7) коррозия при трении;
- 8) биокоррозия;
- 9) фреттинг-коррозия;
- 10) сплошная коррозия;
- 11) равномерная коррозия;
- 12) неравномерная коррозия;
- 13) подповерхностная коррозия;
- 14) точечная коррозия (питтинговая);
- 15) коррозия пятнами;
- 16) межкристаллическая коррозия;
- 17) щелевая коррозия;
- 18) ножевая коррозия;
- 19) коррозия язвами (язвенная коррозия);
- 20) коррозионное растрескивание.

Методы защиты от коррозии условно разделяются на методы воздействия на металл и методы воздействия на среду. К первым

относятся: легирование металлов, обработка поверхностей, нанесение защитных покрытий, ко вторым – электрохимическая защита, герметизация, осушка воздуха и создание искусственных сред. При применении одних и вторых методов защиты, а также метода рационального конструирования – они относятся к комбинированным методам защиты.

Сведения о разрушении деталей

Под разрушением понимают процесс зарождения и развития в металле трещин, приводящий к разделению его на части.

Кинетика развития трещины состоит из четырех стадий: инкубационного периода, зарождения, медленного роста и быстрого развития трещины.

Разрушение принято классифицировать с учетом величины пластической деформации, предшествовавшей разрушению, а также с учетом характера распространения трещины в металле.

Если разрушению предшествовала значительная пластическая деформация, разрушение называется **вязким**, если же деформация составляла менее 1–2 %, разрушение считается **хрупким**.

С точки зрения микроструктуры существуют два вида разрушения – **транскристаллитное и интеркристаллитное**. При транскристаллитном разрушении трещина распространяется по телу зерна, а при интеркристаллитном она проходит по границам зерен.

Все концентраторы напряжений способствуют хрупкому разрушению. Хрупкие разрушения обычно связывают с наличием дефектов. Они могут быть внутренними или поверхностными и служат источниками концентрации напряжений. Дефекты могут быть в виде пор, шлаковых включений, горячих и холодных трещин, микротрещин, непроваров и т. п. С увеличением остроты и размеров дефектов склонность к хрупкому разрушению возрастает. Чем выше скорость деформации, тем больше склонность металла к хрупкому разрушению. При хрупком разрушении величина пластической зоны в области трещины мала. Скорость распространения хрупкой трещины весьма велика. Для стали скорость роста трещины достигает 2500 м/с. Понижение температуры способствует переходу от вязкого разрушения к хрупкому. Это явление получило название **хладоломкости**.

При вязком разрушении величина пластической зоны, идущей впереди распространяющейся трещины велика, а сама трещина заземляется у своей вершины. Вязкое разрушение может развиваться различными способами, каждому из которых соответствуют характерные картины всей поверхности разрушения или некоторой ее части.

Поверхность раздела, возникающая при разрушении объекта, называется изломом. Все изломы подразделяются на две группы: хрупкие и вязкие. В зависимости от приложенных нагрузок изломы подразделяются на:

- динамические;
- усталостные;
- изломы от превышения предела прочности;
- изломы при изгибающих и скручивающих нагрузках.

К динамическим относятся изломы, происходящие внезапно под действием нагрузок или удара. *К усталостным* относятся изломы под действием переменных нагрузок в области упругих деформаций. Изломы, вызванные *превышением предела прочности*, характеризуются большой поверхностью зоны доламывания, а также наличием на поверхности излома отдельных, проходящих на больших расстояниях линии нагрузки или уступов. По направлению излома можно судить о том, какая перегрузка вызвала разрушение (растяжение, изгиб, кручение).

Усталостное разрушение – явление разрушения материала при упругих деформациях и действии переменных напряжений меньших, чем предел прочности σ_b , называется усталостью материала. Для каждого материала существует такое максимальное значение нормального напряжения, при котором изделие выдерживает, не разрушаясь, практически неограниченное число перемен усилий. Это напряжение σ_k называется пределом выносливости или пределом усталости материала. Для катанного и кованого материала при симметричном цикле нагружения и изгибе $\sigma_k = 0,4-0,6\sigma_b$, для цветных металлов $\sigma_k = 0,3-0,5\sigma_b$.

Характерной чертой усталостного разрушения является отсутствие деформаций в районе разрушения, даже в таких материалах, как мягкие стали, которые высокопластичны при статическом разрушении. Усталостные трещины обычно мягкие и их трудно обнаружить, пока они не достигнут макроскопического размера, после

чего они быстро распределяются и вызывают полное разрушение за короткий промежуток времени.

Одним из критериев оценки сопротивления металла усталостному разрушению является предел выносливости (усталости).

Другим критерием сопротивления усталостному разрушению является циклическая прочность – число циклов напряжения, вызывающее разрушение в данных условиях работы объекта.

Признаки усталостного разрушения деталей: почти нет остаточных деформаций и на поверхности излома видны зона развития трещины с гладкой поверхностью и зона поломки с шероховатой поверхностью.

Периоды усталости металла:

- накопление необратимых изменений вследствие многократных локальных (местных) микродеформаций, образующих зародыш трещины (субмикротрещину);

- развитие (подрастание) трещины.

Сопротивление деталей усталостному разрушению повышают структурскими и технологическими мероприятиями.

Многие детали (коленчатые валы и оси, поворотные цапфы, листы рессор, пружины, торсионные валы и др.) в работе подвергаются воздействию переменных нагрузок. Конструкторы учитывают, что материалы этих деталей должны иметь высокую усталостную прочность и ударную вязкость. Концентрацию напряжений снижают оптимальной формой и размерами деталей. Особое внимание уделяют галтелям, надрезам, канавкам.

Чем меньше шероховатость поверхности деталей, тем лучше они сопротивляются переменным нагрузкам. Наилучшей является поверхность, полученная не резанием, а смятием микронеровностей при поверхностном пластическом деформировании: обкатывании, раскатывании, дорновании, алмазном выглаживании и виброобкатывании алмазными или твердосплавными наконечниками. Повышение сопротивления усталости при этом происходит вследствие надрезов, царапин, впадин малого радиуса. С этой же целью пружины, листы рессор, шестерни, шатуны и др. детали подвергают дробеструйной обработке.

Упрочнение деталей термической, химико-термической и термомеханической обработками значительно повышает их циклическую прочность. Например, закалка с нагревом токами

высокой частоты (поверхностная закалка) повышает усталостную прочность стали 45 в два раза.

Коррозия нарушает гладкость поверхности, резко разупрочняет поверхностный слой детали, образуя пятна, язвы, коррозионное растрескивание. Эти дефекты способствуют возникновению микротрещин и усталостному разрушению. Поэтому защита металлов от коррозии также значительно повышает сопротивление деталей усталостному разрушению.

Усталостные изломы имеют ряд характерных признаков, позволяющих их отличить от других видов излома. Обычно на поверхности излома можно различить пять характерных зон (рис. 2.1.2).

Фокус излома и очаг разрушения 1 – это наибольшая зона, которая возникает в местах концентрации напряжений или поверхностных (внутренних) дефектов. При больших напряжениях может быть несколько очагов разрушения. На поверхности излома эта зона имеет наибольший блеск и гладкость. Усталостные линии обычно отсутствуют.

Зона развившейся усталостной трещины содержит характерные усталостные линии 3, волнообразно расходящиеся от очага разрушения.

Зона ускоренного развития трещины 4. Это переходная зона между участками усталостного развития трещины и зоной доламывания, образуется в течение нескольких циклов, предшествующих окончательному разрушению.

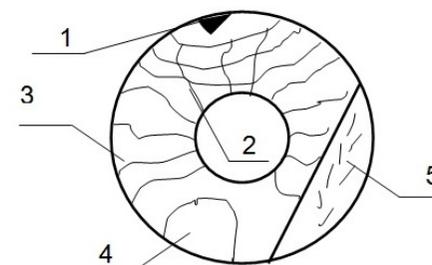


Рис. 2.1.2. Схема усталостного излома деталей:

- 1 – фокус излома и очаг разрушения; 2 – вторичные ступеньки и рубцы;
- 3 – усталостные линии; 4 – зона ускоренного развития трещины;
- 5 – зона доламывания

Зона доламывания 5 характеризуется признаками макрорупко-го разрушения.

Сталь 45 в нормализованном и закаленном (нагрев ТВЧ) состоянии обеспечивает пределы выносливости соответственно 220–265 и 510 Н/см². Наплавка по стали 45 (при всех видах) снижает сопротивление усталости до 50 %. Особенно при механизированных наплавках в потоке воздуха (140 Н/см²), порошковыми проволоками (240–280 Н/см²) в углекислом газе (160–190 Н/см²).

Причины снижения предела выносливости: наличие в наплавленном металле концентраторов напряжений (пор, трещин, оксидов, раковин), особенно при плохой защите сварочной дуги и расплавленного металла, а также при значительном легировании наплавляемого металла и нестабильности процесса. В наплавленном металле возникают металлургические дефекты: поры, трещины, высокие внутренние напряжения, растяжения.

Трещины усталости зарождаются на поверхности образцов и в их глубине, то есть в наплавленном металле и зоне его сплавления с основным металлом. Место зарождения трещины зависит от качества наплавленного металла и его сплошности. При отсутствии пор и других дефектов, трещины усталости зарождаются в зоне сплавления и распространяются в основном металле. В наплавленном металле с металлургическими дефектами трещины возникают на поверхности или в наплавленном слое, в ряде случаев – в нескольких местах одновременно. Места изломов образцов непостоянны по их длине, что указывает на решающее влияние концентраторов напряжений (сварочных дефектов) на усталостную прочность. Поэтому для ответственных деталей, подвергаемых в эксплуатации повторно-переменным нагрузкам, после наплавки необходима упрочняющая обработка. Последующее упрочнение наплавленного металла ППД и ЭМО увеличивает предел усталости «закрытием» дефектов и созданием в поверхностном слое напряжений сжатия.

Упрочнение наплавленных поверхностей закалкой с нагревом ТВЧ создает в упрочняемом слое значительные внутренние напряжения сжатия при полном снятии внутренних напряжений растяжения, возникающих при наплавке из-за нагрева до 600 °С и более.

Наиболее высокая усталостная долговечность обеспечивается при восстановлении коленчатых валов наплавкой НП – 30ХГСА

в СО₂ с полной термической обработкой (нормализация, закалка с нагрева ТВЧ, низкий отпуск) и упрочнением галтелей ППД (101,7–95,6 % новых).

Наименьшие значения предела выносливости, как по разрушению, так и по началу образования трещины, имеют место при восстановлении коленчатых валов наплавкой под керамическими флюсами ЖСН-1 и АНК-18.

Контрольные вопросы

1. Разрушение металлов. Его сущность и кинетика.
2. Виды разрушений с точки зрения микроструктуры. Их сущность.
3. Хрупкое и вязкое разрушение. Кинетика их протекания.
4. Что такое хладоломкость?
5. Что такое излом? Классификация изломов в зависимости от приложенных нагрузок.
6. Что такое дефект и повреждение? Их роль в разрушении объекта.
7. Классификация дефектов.
8. Обратимые, необратимые процессы и их характеристики?
9. Адсорбция. Описание явления.
10. Коррозия и ее роль в разрушении объектов.
11. Типы и виды коррозии.
12. Усталостное разрушение, его сущность и критерии оценки сопротивления металла этому разрушению.
13. Основные признаки усталостного разрушения.
14. Характерные зоны усталостного излома.
15. Причины снижения предела выносливости в наплавленных поверхностях?

Лабораторная работа № 2

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ИЗНАШИВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Цель работы

Изучить механизмы и физические закономерности основных видов изнашивания поверхностей деталей машин, основные факторы, влияющие на интенсивность изнашивания и пути повышения износостойкости. Получить практические навыки по определению видов изнашивания реальных деталей по внешним признакам, с учетом условий их эксплуатации.

Студент должен знать:

– виды трения и условия смазки реальных сборочных единиц;
– механизм и закономерности основных видов изнашивания деталей сельскохозяйственной техники.

Студент должен уметь:

– определять ведущие и сопутствующие виды изнашивания деталей и наметить пути повышения износостойкости.

Порядок выполнения работы

1. Изучить содержание настоящих методических указаний.
2. Выполнить эскиз изношенной детали с указанием на ней изношенной поверхности (деталь выдается преподавателем).
3. Определить и указать виды трения, смазки и условия работы изношенной детали.
4. Оценить и описать микро- и макрогеометрию изношенной поверхности и возможные причины износа.
5. Установить ведущий (основной) и сопутствующий виды изнашивания детали.
6. Указать пути повышения износостойкости данной детали.
7. Оформить отчет по работе и сдать его преподавателю.

Оснащение рабочего места

1. Образцы изношенных деталей тракторов, автомобилей, сельскохозяйственной техники и их двигателей.
2. Мерительный инструмент для определения износов деталей.
3. Технические условия на изношенные детали.

Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Краткое описание сущности и закономерностей основных видов изнашивания.
3. Составление паспорта изношенной детали по прилагаемой форме.

Паспорт изношенной детали

1. Наименование детали.
2. Эскиз детали с указанием изношенной поверхности.
3. Условия работы детали:
 - нагрузка (статическая, динамическая);
 - вид трения;
 - по наличию и характеру движения;
 - по наличию смазочного материала;
 - рабочая среда и другие особенности работы (температура, скорость, коррозионные факторы и другие).
4. Описание изношенной поверхности с указанием характерных признаков ведущего (основного) и сопутствующего вида изнашивания. Микро-, макрогеометрия изношенной поверхности. Причины изнашивания.
5. Пути повышения износостойкости:
 - конструкторско-технологические мероприятия;
 - эксплуатационные мероприятия;
 - ремонтные мероприятия.

Теоретические сведения

Физическая сущность и закономерности основных видов изнашивания

Изнашивание – процесс отделения материала с поверхности твердого тела и (или) увеличения его остаточной деформации при трении, проявляющийся в постепенном изменении размеров и (или) формы тела (ГОСТ 27674).

Большинство машин (85–90 %) теряет свою работоспособность по причине износа деталей. Затраты на ремонт и техническое обслуживание машины в несколько раз превышают ее стоимость: для автомобилей в 4–6 раз, для самолетов до 5 раз, для станков до 8 раз [12]. Создание машин, не требующих капитальных ремонтов за весь срок

их службы и значительное сокращение текущих ремонтов по своей технико-экономической эффективности равноценны удвоению мощности машиностроительных заводов. Одна треть станочного парка находится в ремонтных предприятиях [13]. Интересны данные по распределению трудовых затрат на весь срок службы автомобиля: на изготовление – 1,4 %, на техническое обслуживание – 45,4 %, на текущий ремонт – 46 %, на капитальный ремонт – 7,2 %. То есть основная доля трудовых затрат приходится на период эксплуатации автомобиля. Вопросы снижения износа деталей машин и управления изнашиванием являются основными при решении таких проблем как экономия энергии, сокращение расхода материалов, а так же обеспечение надежности и безопасности технических систем. Возможная экономия за счет эффективного внедрения достижений триботехники в практику для промышленности США составит 12–16 млрд долларов. По данным Британского совета по триботехнике экономический эффект от применения достижений триботехники составляет более 500 млн фунтов стерлингов, причем снижение потребления энергии за счет уменьшения трения 28 млн фунтов, снижение затрат на обслуживание и ремонт 230 млн фунтов, экономия за счет повышенной долговечности 100 млн фунтов.

Приведенные данные показывают актуальность и значимость проблемы износостойкости деталей и сопряжений. Знание особенностей и сущности происходящих процессов при изнашивании, факторов определяющих его интенсивность и его виды, реализующиеся в сопряжениях и деталях, необходимо для обеспечения высокой долговечности как вновь создаваемой, так и отремонтированной техники.

Физическая сущность изнашивания заключается в том, что при относительном перемещении двух поверхностей в области их контакта возникают механические и молекулярные связи, сопровождающиеся тепловыми, окислительными и другими эффектами. Эти связи и их разрыв приводят, в конечном счете, к разрушению микроразмеров поверхности и их удалению, т.е. изнашиванию.

Современное представление о природе изнашивания базируется на хорошо изученном факте дискретности контакта шероховатых тел, в соответствии с которым фактическая площадь контакта металлических поверхностей при умеренных давлениях составляет не более 0,1–1,0 % номинальной площади. Дискретный характер касания, наличие большого числа пятен контакта и соответственно фрикционных связей является следствием того, что реальные по-

верхности деталей имеют сложный рельеф, который характеризуется шероховатостью и волнистостью [1].

В виду сложности процессов, протекающих в поверхностных слоях при изнашивании, различия условий и режимов работы узлов трения и причины изнашивания невозможно предложить единые классификационные признаки процессов изнашивания.

Наибольшее распространение получила классификация по ГОСТ 27674:

- механическое изнашивание (абразивное, гидроабразивное (газоабразивное), гидроэрозионное (газоэрозионное), кавитационное, усталостное, изнашивание при фреттинге, вследствие пластического деформирования);
- коррозионно-механическое (изнашивание при фреттинг-коррозии, окислительное);
- молекулярно-механическое;
- другие виды изнашивания (водородное, избирательный перенос).

Изнашивание машин является стадийным процессом, который может быть подразделен на три периода (рис. 2.2.3).

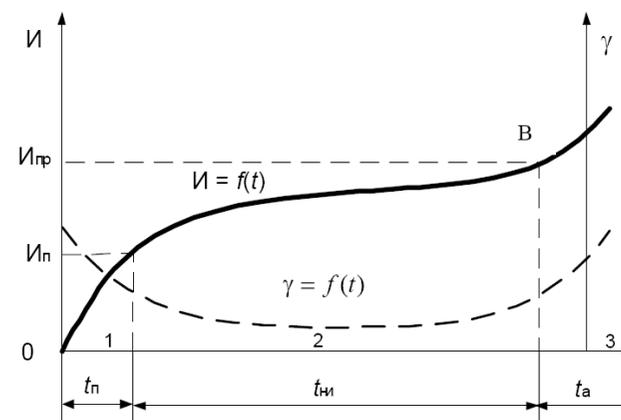


Рис. 2.2.3. Кривая изнашивания деталей машин:

$t_{п}$ – период приработки; $t_{ни}$ – период нормального изнашивания; t_a – аварийное изнашивание; $I_{п}$ – износ за период приработки; $I_{пн}$ – предельный износ; $I = f(t)$ – кривая износа; $\gamma = f(t)$ – скорость изнашивания

В первый период (t_n) осуществляется микро- и макрогеометрическая приработка поверхности трения деталей и в некоторой степени стабилизируются показатели их технического состояния. Происходит разру-

шение микронеровностей поверхностей трения деталей. В этот период скорость изнашивания монотонно убывает до значения $\gamma = \text{const}$, характерного для периода $t_{\text{ин}}$ установившегося (нормального) изнашивания. Если нет причин, изменяющих параметры установившегося процесса изнашивания, то он протекает стационарно, и возможные отклонения от средней скорости процесса за счет его стадийности не влияют на общую линейную зависимость износа от наработки [1].

Третий период характеризует наступление аварийного изнашивания, когда резко возрастает интенсивность процесса. Его наступление связано, как правило, с изменением вида изнашивания в результате активизации факторов, влияющих на процесс и зависящих от степени износа. Возникают ударные нагрузки, биение, изменение теплового режима и условий смазки. Происходит рост микронеровностей, возникают условия для схватывания и молекулярно-механического изнашивания.

Интенсивность отказов резко возрастает, а вероятность безотказной работы снижается до минимума. Эксплуатация машин в этот период становится нерентабельной из-за резкого роста затрат на поддержание их в технически исправном состоянии и даже опасной из-за недостаточной прочности деталей.

Механические изнашивания

Абразивное изнашивание

Под абразивным изнашиванием следует понимать механическое изнашивание материала в результате режущего или царапающего действия твердых тел или твердых частиц.

Абразивное изнашивание является одним из основных видов для деталей сельскохозяйственной, строительной, дорожной и горнодобывающей техники, работающей в технологических средах, содержащих абразивные частицы. Скорость абразивного изнашивания достаточно высокая и составляет 0,1–100 мкм/ч.

Разрушающими телами при этом виде изнашивания обычно являются минеральные высокотвердые частицы с неметаллическими атомными связями (чаще всего частицы кварца). Абразивными частицами также могут служить частицы износа, нагара или оксидные соединения.

Абразивное изнашивание можно подразделить на следующие разновидности:

- изнашивание о закрепленные абразивные частицы;
- изнашивание в абразивной массе;

– изнашивание при наличии абразивных частиц в контакте (система «деталь – абразивная частица – сопряженная деталь»).

Изнашивание о закрепленные абразивные частицы является нехарактерным для деталей сельскохозяйственной техники, так как там отсутствуют поверхности с закрепленными абразивными частицами (абразивные круги, полотна, бруски и др.).

Для этого вида изнашивания основным видом нарушения фрикционной связи является микрорезание, а сопутствующими – упругопластическое передеформирование поверхности.

Изнашивание в абразивной массе является наиболее характерным видом изнашивания для рабочих органов сельскохозяйственных машин (плужные лемехи, отвалы, полевые доски, лапы культиваторов, сошники, зубья и диски борон и др. детали).

Основными факторами, определяющими износ, в этом случае являются: абразивные свойства почв, нагрузка и скорость при изнашивании, физико-механические свойства материала деталей и степень закрепленности абразивных частиц в почве.

Различные почвы имеют различную изнашивающую способность. Глинистые – 1,0; песчаные – 1,5; суглинистые – 1,9; супесчаные – 2,3. Наряду с количеством кварцевых абразивных частиц значительную роль играет степень их закрепленности.

Изнашивание при наличии абразивных частиц в контакте

Несмотря на постоянное совершенствование средств защиты сопряжений машин от попадания абразивных частиц (сальники, уплотнения, фильтры, системы очистки рабочих жидкостей и др.) этот вид абразивного изнашивания имеет широкое распространение для узлов сельскохозяйственной техники, работающей в условиях постоянной высокой запыленности. По данным НАМИ содержание 0,004 % пылевидных частиц кварца в бензине повышает износ цилиндропоршневой группы \approx в 20 раз. Введение в дизельное топливо абразивной пыли с размерами частиц до 5 мкм и концентрацией 0,02 % приводит к усиленному износу топливной аппаратуры и до 150 раз увеличивает износ поршневых колец. Стендовые испытания КПП автомобилей на смазке загрязненной пылью (0,8–2,4 %) показали, что износ их деталей в 1,5–5,5 раза выше, чем при работе на смазке промышленной чистоты. Основными факторами, определяющими износ в этом случае, являются: физико-механические свойства материала деталей и абразивных частиц, контактные напряжения, скорость и температура при изнашивании, смазочная среда, размер, форма, концентрация абразивных частиц, микрогеометрия поверхностей трения.

Чем выше механическая прочность и размер абразивных частиц, попавших в зазор трущихся сопряжений, тем выше износ сопряжения. Более прочные частицы имеют большую глубину внедрения в поверхностный слой детали и соответственно вызывают большую величину износа. В зависимости от величины контактного напряжения, возникающего под действием абразивных частиц, в поверхностном слое протекают процессы упругого деформирования, усталостного разрушения, полидеформационного разрушения, а также прямого разрушения хрупкого или вязкого характера. Кроме того им сопутствуют процессы физического и химического разупрочнения под действием среды.

Снижение абразивного износа в сопряжениях реальных машин достигается тремя путями: конструктивным, технологическим и эксплуатационным.

К конструктивным мероприятиям относят:

– *Защита сопряжений от попадания абразивных частиц* (защитные колпачки, войлочные уплотнения, резиновые уплотнения манжетного типа, встроенные уплотнения в подшипниках разовой смазки, фильтры рабочих жидкостей, магнитные пробки и др.).

– *Обеспечение равноизносостойкости изнашивающихся деталей.* Неравномерность изнашивания, концентрация износа на каком-либо участке трущейся поверхности, опережающее изнашивание одной из деталей приводят к преждевременной потере работоспособности сборочной единицы и неполному использованию ресурса остальных деталей.

Например, затупление лезвия лемеха и интенсивный износ его носка, неравномерный износ молотильного барабана зерноуборочного комбайна не позволяют осуществлять компенсацию износа регулировкой.

– *Оптимизация формы деталей.* Еще Леонардо да Винчи на основе наблюдений за характером изнашивания мельничных колес предложил эпициклическую форму их зубьев, дающую наименьшие потери на трение. Оптимизация формы деталей является одним из важных приемов при конструировании рабочих органов сельскохозяйственных машин. Разработана методика выявления оптимальных геометрических параметров рабочих органов, предусматривающая взаимосвязь работоспособности деталей, износа и ресурса с агротехническими требованиями.

– *Компенсация износа.* В современных машинах используется ряд хорошо зарекомендовавших устройств, обеспечивающих постоянство показателей работоспособности, несмотря на износ деталей, иногда весьма значительный. Например: пружинные поршневые кольца ДВС и компрессоров; контактные щетки генераторов, стартеров и двигателей постоянного тока; самоподжимные уплотнения, саморегулирующиеся тормозные колодки, гидротолкатели клапанов ДВС и др. Однако общий уровень применения таких устройств еще не высок. Компенсация износа в машинах может осуществляться тремя способами. Наиболее простой – ручная компенсация, выполняемая как обычная регулировка детали на величину износа. Второй способ – самокомпенсация износа за счет действия упругого элемента, гравитационной силы, гидравлического давления и др. Третий способ – автоматическая компенсация износа за счет фиксации его датчиком, передачи команды исполнительному механизму и корректировки положения изнашивающихся деталей.

– *Резервирование износостойкости.* Конструктивный прием, позволяющий создать на детали резервную рабочую поверхность (или несколько поверхностей) для общего повышения износостойкости детали. Недостатком этого способа повышения износостойкости является необходимость перестановки деталей для введения в действие резервных поверхностей. Одним из широко используемых способов резервирования износостойкости является способ обработки деталей на ремонтные размеры (цилиндры, коленчатые валы, распредвалы ДВС, направляющие металлорежущих станков и др.). Для создания резервных трущихся поверхностей могут использоваться и другие конструктивные приемы. Перестановка детали в другое положение при достижении предельного износа в прежнем положении (венец маховика, звездочки, молоток кормодробилки и др.). Поворот детали вокруг одной из осей симметрии. Использование этого приема возможно и целесообразно для многих деталей и инструмента симметричной формы (лапы культиваторов, металлорежущий инструмент и др.)

К технологическим мероприятиям относят: применение специальных материалов, упрочняющие виды обработки поверхностей трения, выбор правильного сочетания материалов в сопряжении. Кроме того абразивная износостойкость материала в значительной степени

зависит от его структурного состояния. Исследованиями установлено, что износ снижают те легирующие элементы, которые образуют энергоемкие карбиды, равномерно распределенные в нестабильной аустенитной матрице, которая дополнительно упрочняется при износе за счет мартенситного превращения. К таким легирующим элементам относят: вольфрам, титан, никель и др.

К эксплуатационным мероприятиям относят:

– меры, устраняющие попадание абразивных частиц в топливно-смазочные материалы и другие рабочие жидкости во время их хранения, транспортирования и заправки;

– правильную организацию технической эксплуатации машин (регулярное и в полном объеме проведение плановых ТО и ТР).

Усталостное изнашивание

Под усталостным изнашиванием следует понимать механическое изнашивание в результате усталостного разрушения при повторном многократном деформировании микрообъемов материала поверхностного слоя, вызывающего возникновение усталостных трещин и отделение частиц материала.

Усталостное изнашивание может происходить как при трении качения, так и при трении скольжения. Усталостное изнашивание при трении качения получило название «питтинг».

Общую картину усталостного износа можно представить следующим образом, из-за шероховатости поверхностей реальных деталей их взаимодействие при трении, происходит на отдельных участках, совокупность которых составляет фактическую площадь контакта. Микровыступы шероховатых поверхностей под нормальной нагрузкой взаимно внедряются или сминаются, благодаря чему в области пятен контакта возникают соответствующие напряжения и деформации. При трении материал, лежащий в приповерхностном слое, испытывает многократно повторяющиеся силовые воздействия. Перед каждой микронеровностью возникает зона сжатия, а за ней зона растяжения (за счет сил трения). В результате возникает знакопеременный цикл нагружения материала. Каждый такой цикл не проходит бесследно для материала, так как в нем накапливаются повреждения (латентный период), ослабляющие и в итоге приводящие к его разрушению (износу).

Если поверхности трения разделены масляной пленкой, то усталостный износ все равно имеет место, так как смазка не устраняет нагрузку на поверхность, а лишь выравнивает ее.

Типичным представителем усталостного изнашивания, возникающего при трении качения, является износ в шариковых и роликовых подшипниках, опорно-поворотных устройствах, катках и т. д.

Скорость развития усталостного изнашивания зависит от многих факторов: механических свойств материала, физико-механических свойств поверхности, качества обработки поверхности, остаточных напряжений в приповерхностных и поверхностных слоях материалов, от концентрации напряжений, уровня температуры, химической активности окружающей среды и др. Установлено, что усталостное изнашивание при трении подчиняется общим закономерностям усталостного разрушения [14].

Для снижения интенсивности усталостного изнашивания необходимо повышать прочностные и пластические свойства поверхностного слоя применением различных упрочняющих технологий или выбором материала с требуемыми свойствами.

Кавитационное изнашивание

Этот вид является разновидностью механического изнашивания, возникает при относительном движении твердого тела в жидкости в условиях кавитации, которая возникает при нарушении сплошности потока. Кавитация от латинского *cavitas* – полость, каверна. Это явление впервые было обнаружено при изучении повреждений ходовых винтов кораблей. Кавитационный износ характерен для деталей машин, работающих в жидких средах: смазываемых подшипниковых узлов, насосов, гидротурбинах, гребных винтов и др. [14, 15].

Процесс образования гидродинамической кавитации связан с возникновением каверн – кавитационных пузырьков. Имеются данные о том, что кавитационный пузырек может вырасти за 0,002 с до 6 мм в диаметре и полностью разрушится за 0,001 с. При некоторых типах кавитации на площади в 1 см² в течение 1 с могут образоваться и разрушиться до 30 млн кавитационных пузырьков. При замыкании до полного исчезновения кавитационных пузырьков у поверхности детали последняя подвергается локальным гидравлическим ударам. Из нескольких миллионов образовавшихся кавитационных пузырьков примерно один из 30 тыс. участвует в разрушении. Под действием ударов поверхность металла начинает деформироваться и подвергаться наклепу. Многократно повторяющиеся удары вызывают разупрочнение и перенаклеп материала на отдельных микроучастках, сопровождающихся возникновением очагов разрушения в виде трещин. Разрушение развивается в пределах зерен или по их границам.

Коррозионные явления играют существенную роль в процессе кавитационного изнашивания. При прочих равных условиях в морской воде интенсивность изнашивания намного выше, чем в пресной. Однако механическим воздействиям принадлежит основная роль. Интенсивность кавитационного изнашивания зависит от условий зарождения и роста кавитационных каверн, процесса захлопывания каверн и мощности кавитационных ударов, от свойств поверхностных слоев материалов, от кинематических и динамических параметров потока жидкости. Значительное влияние на кавитационный износ оказывает скорость потока жидкости и вибрация контактирующих с жидкостью деталей. Например, износ наружной поверхности гильзы цилиндров двигателя.

Эрозионным изнашиванием называют процесс изменения размеров детали при динамическом воздействии на материал механических частиц или электрических разрядов. Механические частицы могут быть твердыми, жидкими или газообразными. В зависимости от этого различают абразивную, кавитационную, газовую и электрическую виды эрозии.

Молекулярно-механическое изнашивание

Или **изнашивание при схватывании** – проявляется как следствие молекулярного взаимодействия поверхностей. Характерными признаками его проявления являются схватывания, задиры, перенос частичек металла с одной из сопряженных поверхностей на другую. Этот вид изнашивания нередко встречается в сопряженных деталях двигателей внутреннего сгорания (задиры стенок цилиндров, стержней и направляющих втулок клапанов, тарелок толкателей, кулачков распределительного вала и др.).

Изнашивание при заедании

Изнашивание при заедании – один из наиболее опасных видов разрушения поверхностей, возникающий в результате схватывания, глубинного вырывания материала, его переноса с одной поверхности трения на другую, разрушающего воздействия образовавшихся неровностей.

Изнашивание при заедании считают предельным случаем адгезионного изнашивания. Этот вид изнашивания имеет место в тяжело нагруженных зубчатых передачах, кулачковых механизмах, шарнирных соединениях, подшипниковых опорах, цилиндро-поршневой группе, золотниковых устройствах.

Заедание проявляется в виде глубоких борозд, вырывов, наростов, рисок, оплавлений. Изнашивание при заедании может иметь лавинный катастрофический характер и приводить к полному выходу узла трения из строя. Условия возникновения и кинетика развития изнашивания при заедании зависят от напряженно-деформированного состояния контакта, кинематики движения (качения, скольжения, качения с проскальзыванием), температурного состояния, физико-механических и химических свойств контактирующих тел, характеристик смазочного материала, окружающей среды, способа смазки, шероховатости контактирующих поверхностей и других факторов.

Обязательным условием возникновения заедания является разрушение смазочного слоя и взаимодействие физически чистых (ювенильных) контактирующих поверхностей. Заедание может возникнуть в результате срабатывания смазочного материала и при недостаточном его поступлении к местам трения. Увеличение температуры контактирующих поверхностей приводит к размягчению материала, частичному удалению поверхностных пленок, росту фактической площади контакта и повышению склонности поверхностей к схватыванию. Сближение атомов контактирующих материалов на расстояние межатомных взаимодействий, электронный обмен приводит к образованию узлов схватывания, возникновению прочных химических связей. Пластическая деформация, предшествующая заеданию, активирует поверхности трения, при этом возникает неравновесное электронное состояние, активированное состояние атомов поверхностей. Указанные факторы способствуют образованию узлов схватывания и развитию изнашивания в условиях заедания. В режиме заедания интенсивность изнашивания на несколько порядков увеличивается по сравнению с изнашиванием до возникновения заедания [13, 14, 15].

Коррозионно-механическое изнашивание

Изнашивание при фреттинг-коррозии

Этот вид изнашивания возникает при небольших колебаниях, циклических, возвратно-поступательных перемещениях с малыми амплитудами. Необходимым условием возникновения фреттинг-коррозии является наличие проскальзывания между соприкасающимися поверхностями.

Фреттинг-коррозия возникает в заклепочных, болтовых, шлицевых, шпоночных, штифтовых соединениях, а так же прессовых посадках деталей, рессорах, клапанах, кулачковых механизмах, деталях газотурбинных двигателей.

Разрушение заключается в образовании на соприкасающихся поверхностях мелких язв и продуктов коррозии в виде налета, пятен и порошка. Фреттинг-коррозия может происходить также в вакууме, в среде кислорода, азота, гелия [13]. Процесс изнашивания в значительной степени активизируется наличием вибраций, переменных во времени крутящих и изгибающих моментов. Повреждения концентрируются на небольших участках и по внешнему виду напоминают точечную коррозию. Фреттинг-коррозия находит свое выражение в увеличении шероховатости поверхностей, образовании каверн, микротрещин и снижении усталостной прочности материалов деталей. Если порошкообразные продукты изнашивания, обычно представляющие собой оксиды, имеют возможность выхода из зоны контакта, то они могут вызывать ослабление натяга, плотности соединений, увеличение вибраций, а при попадании в другие трущиеся узлы – вызывать их интенсивное изнашивание.

В зависимости от условий нагружения, кинематики контакта, свойств контактирующих материалов, коррозионной активности окружающей среды может изменяться доминирующий механизм поверхностного разрушения. Вначале разрушаются оксидные пленки, отслаиваются тонкие чешуйки металла, усиливается адгезионное взаимодействие поверхностей. Происходит адгезионно-усталостное изнашивание при одновременном воздействии среды. Стадийность фреттинг-коррозии включает упрочнение микровыступов взаимодействующих поверхностей в местах фактического контакта. Разрушение оксидных слоев, межатомное взаимодействие физически чистых поверхностей приводят к микросхватыванию. Продукты износа образуются вследствие разрушения узлов схватывания и усталостного повреждения микронеровностей. Одновременно в подповерхностных слоях накапливаются усталостные повреждения, усиливаются коррозионные процессы, формируется коррозионно-активная среда. В заключительной стадии фреттинг-коррозии преобладают коррозионно-усталостные разрушения, приводящие к ускоренному изнашиванию. Фреттинг-коррозия, в основном, является механическим явлением, которое по мере развития сопровождается различными химическими процессами [14, 15].

С ростом удельной контактной нагрузки может изменяться характер повреждения материала от усталостно-коррозионного до возникновения схватывания и взаимного переноса материалов. С ростом числа циклов нагружения объем удаленного материала увеличивается. Повышение амплитуды проскальзывания вызывает

усиленное изнашивание, особенно в области амплитуд, превышающих 0,10–0,15 мм. Частота колебаний изменяет скорость проскальзывания в контакте, период цикла и контактную температуру. Большое разрушение поверхности характерно для низких частот колебаний.

К методам, снижающим интенсивность изнашивания при фреттинг-коррозии, относят следующие конструкторские решения: увеличение натяга свыше 25–30 мкм в случае прессовых посадок, применение демпфирующих устройств для гашения вибраций, повышение точности изготовления и снижение искажений геометрии сопрягаемых поверхностей (конусность, овальность и т. д.), применение твердых смазок (графит, дисульфид молибдена) при сборке сопряжений, подбор пар контактирующих материалов, мало подверженных фреттинг-коррозии (тефлон, резина).

Окислительное изнашивание

От других видов коррозионно-механического изнашивания окислительное отличается отсутствием коррозионно-активной среды, протекает при нормальных и повышенных температурах, при трении без смазочного материала или при его недостатке. Интенсивность изнашивания может быть достаточно высокой, но поверхности трения сохраняют при этом малую шероховатость.

Окислительному изнашиванию подвергаются детали шарнирно-болтовых соединений, подвесных устройств, металлические колеса фрикционных передач, элементы крепления выхлопных коллекторов двигателей, чашки вариаторов и др.

Интенсивность окислительного изнашивания зависит от толщины, адгезии к подложке и прочности оксидной пленки, а также в значительной степени от температуры, контактного давления и временного фактора.

Процесс окислительного изнашивания, происходящий в поверхностных слоях толщиной порядка сотен ангстрем, условно может быть разделен на три этапа:

1. Деформирование и активизация

В результате упругопластической деформации тончайших поверхностных слоев при трении плотность дислокаций и концентрация вакансий и других дефектов кристаллического строения достигает значений, близких к насыщению.

Термодинамически неустойчивое состояние металла вызывает его активизацию, выражающуюся в повышении способности к адсорбции, диффузии и химическим реакциям.

2. Образование вторичных структур

Активизированный поверхностный слой, контактируя с имеющимися в зоне трения агрессивными компонентами среды (в первую очередь с кислородом воздуха) образует в результате их физико-химического взаимодействия – вторичные структуры (пленки окислов).

3. Разрушение вторичных структур

В результате многократного нагружения и внутренних напряжений в пленке вторичных структур происходит образование и развитие микротрещин, а на поверхности раздела – ослабление связей и отслаивание пленки, которое происходит в результате несоответствия дислокационных структур пленки окислов и металла. Последующие механические воздействия приводят к разрушению и выносу пленки из зоны трения. Далее, на обнаженных (ювенильных) участках поверхности процесс повторяется [14].

Периодичность процессов деформации, образования вторичных структур и их разрушения вполне закономерна для окислительного изнашивания.

Другие виды изнашивания

Водородное изнашивание

Это один из специфических видов разрушения поверхностей трения, был установлен сравнительно недавно (30–35 лет тому назад), российскими учеными Д.Н. Гаркуновым и А.А. Поляковым.

Водородному изнашиванию подвергаются детали тяжело нагруженных подшипников качения, насосов для воды и топлива, металлополимерных узлов трения, элементы тормозных систем и др.

Из всех видов разрушения поверхностей при трении скольжения водородное изнашивание наиболее трудно поддается изучению, несмотря на то, что оно обнаруживается в узлах трения машин разных отраслей техники и по широте появления может быть сравнимо с абразивным изнашиванием. Процессы, проходящие при водородном изнашивании, находятся на стыке таких областей науки, как электрохимия, химия полимеров и смазочных материалов, механика, физикохимия и др.

Водородное изнашивание зависит от концентрации водорода в поверхностных слоях трущихся деталей. Он выделяется из материалов пары трения или из окружающей среды (смазочного материала, топлива, воды и др.) и ускоряет изнашивание.

Водородное изнашивание обусловлено следующими процессами, происходящими в зоне фрикционного контакта тел:

– интенсивным выделением водорода при трении в результате трибодеструкции водородосодержащих материалов, создающей источник непрерывного поступления водорода в поверхностный слой деталей;

– адсорбцией водорода на поверхностях трения;

– диффузией водорода в деформируемый слой металла, скорость которой определяется градиентами температур и напряжений, что создает эффект накопления водорода в процессе трения;

– особым видом разрушения поверхности, связанного с одновременным развитием большого числа зародышей трещин по всей зоне деформирования. Характерным для разрушения является мгновенное образование мелкодисперсного порошка металлического материала поверхностей.

Установлено, что при тяжелых режимах трения максимальная температура образуется не на поверхности детали, а на некоторой глубине. Это создает условия, при которых водород, если он будет адсорбирован на поверхности детали, под действием температурного градиента диффундирует в глубь поверхности, там концентрируется и вызывает охрупчивание поверхностных слоев, следовательно, усиливает изнашивание.

Установлены две формы существования водорода в стали. Первая – диффузионно-активная форма, когда водород в виде иона растворен в решетке металла; вторая – молекулярная форма, когда водород находится в молекулярном состоянии в дефектах кристаллической решетки. Первая форма обратима и не влияет на хрупкость стали, вторая форма оказывает охрупчивающее действие на сталь и некоторые другие материалы. В связи с этим различают два вида водородного изнашивания: водородное изнашивание диспергированием (ВИДИС) и водородное изнашивание разрушением (ВИРАЗ).

При ВИДИСе водород лишь усиливает диспергирование стали и чугуна. На поверхности трения нет вырывов, задиров, заметного переноса материалов, поверхности имеют блеск, очень мелкие царапины, расположенные в направлении движения.

При ВИРАЗе поверхности стальной и чугунной детали разрушаются мгновенно на глубину 1–2 мкм. Это происходит, когда поверхностный слой накапливает большое количество водорода.

Трение десорбирует смазочный материал и водород получает возможность занять большое число адсорбционных центров на поверхности. Концентрация водорода непрерывно возрастает. Молекулярный водород попадает в микротрещины, полости, поры, меж-

кристаллитные границы. Попадая в них водород стремится расширить полости, создавая высокие напряжения. Цикл мгновенных разрушений повторяется многократно. Водородное изнашивание наблюдается как при трении скольжения, так и при трении качения.

Имеются рекомендации по снижению водородного изнашивания трущихся деталей машин, при выборе материалов для узлов трения необходимо учитывать степень их наводороживания и охрупчивания. Такие легирующие элементы как хром, титан, ванадий снижают проникновение водорода, а наклеп, особенно у углеродных сталей, значительно его повышает.

Необходимо исключать из узлов трения полимеры, способные к быстрому разложению и выделению водорода. Для узлов трения, подверженных водородному изнашиванию, рекомендуется применять смазочные материалы, мало подверженные гидрогенизации (присоединение водорода). В качестве присадок к смазывающим материалам и фрикционным полимерным материалам вводят кремний и органические соединения, содержащие атомы хлора, которые легко соединяются с выделившимся водородом, полезно также введение ингибиторов проникновения водорода.

В ряде случаев водородное изнашивание может быть снижено введением в материалы медьсодержащих добавок. Так введение во фрикционный материал ретинакс измельченной латунной проволоки уменьшает наводороживание контртела, повышает фрикционные свойства ретинакса.

В целях подавления водорода во время его образования в зоне фрикционного контакта тормозных колодок автомобилей, в фрикционный материал вводили закись меди, которая связывала водород химически. Износостойкость сопряжения при этом повышалась в несколько раз.

Применяется метод удаления технологического водорода путем полирования поверхности детали, как финишной технологической операции, так как в этом случае поверхностный слой нагревается, и максимум температуры при полировании находится на поверхности, то водород диффундирует на поверхность и десорбируется [13].

Избирательный перенос

В середине 50-х г.г. при исследовании технического состояния узлов трения самолета ИЛ на разных этапах его эксплуатации Д. Н. Гаркуновым и И. В. Крагельским было обнаружено явление самопроизвольного образования тонкой пленки меди на поверхностях деталей тяжело нагруженных узлов трения сталь-бронза при смазывании спиртоглицериновой смесью.

Пленка меди толщиной 1–2 мкм в процессе трения покрыла как бронзу, так и сталь. Она резко снижала износ пары трения и уменьшала силу трения примерно в 10 раз. Это же явление было обнаружено в парах трения сталь-бронза при смазывании ЦИА-ТИМ-201 (в шарнирно-болтовых соединениях самолетов), а также в паре сталь-сталь в узлах трения компрессора домашнего холодильника при медных соединительных трубках и смазывании маслореоновой смесью. Исследования показали, что медная пленка в паре бронза-сталь образуется в результате анодного растворения бронзы (легирующие элементы цинк, олово, алюминий уходят в смазочный материал и поверхность обогащается медью). После того как поверхность бронзы и стали покрывается пленкой меди, растворение прекращается, устанавливается режим избирательного переноса. В узлах трения компрессора домашнего холодильника медная пленка в паре сталь-сталь возникала в результате растворения медных трубок охладителя компрессора. Ионы меди, поступая в масляно-фреоновую смесь, двигались в зону контакта, где формировалась защитная медная пленка.

В 1966 г. Госкомитет СССР по делам изобретений и открытий зарегистрировал избирательный перенос (эффект безызносности) как научное открытие с приоритетом от 12 ноября 1956 г. Защитную медную пленку назвали сервовитной (от латин. servo-vitas – спасать жизни). Она образована потоком энергии и существует в процессе трения. Трение не уничтожает пленку, оно ее создает. Это новый класс явлений в неживой природе – самоорганизующиеся процессы. При деформировании сервовитная пленка не разрушается и не подвергается усталостному разрушению. Она воспринимает все нагрузки, покрывая шероховатость поверхностей стальных деталей, которые практически не участвуют в процессе трения. В установившемся режиме трения медная пленка не разрушается. Она может переходить с одной поверхности трения на другую. Продукты износа удерживаются в зазоре электрическими силами.

При обычном трении, как без смазочного материала, так и при граничной смазке, детали контактируют на очень малой площади, составляющей 0,01–0,0001 номинальной площади сопряженных поверхностей. В результате участки фактического контакта испытывают весьма высокие напряжения, что приводит к их взаимному внедрению, пластической деформации и, следовательно, к интенсивному изнашиванию. При избирательном переносе контакт осуществляется через пластически деформируемый мягкий и тонкий

ДИАГНОСТИРОВАНИЕ И ВЫЯВЛЕНИЕ СКРЫТЫХ ДЕФЕКТОВ В ДЕТАЛЯХ МАШИН

Цель работы

Приобрести практические навыки по определению скрытых дефектов с помощью специальных методов контроля.

Студент должен знать: способы неразрушающего контроля деталей и их применение; применяемое при этом оборудование и материалы; технологию выполнения операции обнаружения скрытых дефектов и определение их размеров.

Студент должен уметь: определить предполагаемый характер дефекта и назначить необходимый способ контроля; выполнять операции подготовки оборудования и объектов контроля; выявить повреждения и дать по ним заключение.

Указания по выполнению работы

1. Изучить теоретический материал к настоящей работе.
2. Пройти инструктаж по технике безопасности в лаборатории.
3. Ознакомиться с приборами и инструментом, представленным для выполнения работы.
4. Получить у лаборанта необходимые данные для выполнения работы.

Порядок выполнения работы

1. В соответствии с техническими условиями на дефектацию деталей внимательно осмотреть рабочие поверхности визуально-оптическим методом и дать заключение о качестве поверхности.
2. Разделить детали на две группы с целью проверки поверхности двумя методами обнаружения скрытых дефектов: магнито-порошковый и люминесцентный.
3. Подготовить установки контроля (магнито-порошковую и люминесцентную) к работе.
4. Произвести подготовку деталей к дефектации.
5. Произвести контроль поверхностей деталей магнито-порошковым и люминесцентным методом.
6. Результаты контроля занести в отчет.
7. Оформить отчет.

слой меди. В результате площадь фактического контакта возрастает в десятки раз, а материал деталей трения испытывает лишь упругие деформации. Толщина сервовитной пленки составляет 1–2 мкм, что соответствует размерам микронеровностей или перекрывает их и условия взаимодействия микронеровностей изменяются. Сервовитная пленка предотвращает процессы окисления металла на поверхностях трения, способствует реализации эффекта Ребиндера (пластификация поверхностных слоев), защищает поверхности трения от проникновения водорода. Кроме того особое строение и специфические свойства сервовитной пленки (малая плотность дислокаций, большое количество вакансий) также обеспечивают в совокупности уменьшение сил трения и интенсивность изнашивания [13, 15].

В заключении следует отметить, что каждый из перечисленных видов изнашивания редко встречается в чистом виде – обычно они проявляются комплексно. Например, рабочие поверхности гильз цилиндров подвергаются как абразивному, так и молекулярно-механическому и коррозионно-механическому видам изнашивания. Любой из них может оказаться ведущим или сопутствующим в зависимости от условий и режимов работы двигателя [1].

Контрольные вопросы

1. Классификация видов изнашивания.
2. Разновидности абразивного изнашивания.
3. Изнашивание в абразивной массе.
4. Изнашивание при наличии абразивных частиц в контакте.
5. Мероприятия по снижению абразивного изнашивания.
6. Физическая сущность и закономерности усталостного изнашивания.
7. Физическая сущность и причины изнашивания при заедании.
8. Условия возникновения кавитационного изнашивания и механизм разрушения поверхности.
9. Виды и механизм водородного изнашивания.
10. Явление избирательного переноса. Условия возникновения и физическая сущность процессов.

Теоретические сведения

В ремонтном производстве наряду с контролем размеров и геометрической формы деталей, весьма важно установить наличие в них недопустимых дефектов типа нарушения сплошности материала: поверхностных и внутренних трещин; усадочных, газовых, шлаковых, земляных раковин, пленок окислов и расслоений; непроваров; рыхлостей. Эти дефекты, как правило, скрыты и не поддаются обнаружению традиционными методами контроля.

В таблице 2.3.1 приведены характерные особенности и области применения распространенных способов неразрушающего контроля.

Визуально-оптический. Метод применяется для обнаружения поверхностных дефектов на деталях из любых материалов. Обнаруживаются дефекты в виде трещин, раковин, обломов, сколов, заусенцев и др. Для более эффективного поиска дефектов применяются лупы 2–5^x увеличения, бинокулярные очки 2–4^x увеличения, микроскопы.

Гидравлический метод. Опрессовкой определяют повреждения в корпусных деталях (блок и головка цилиндров, впускной и выпускной трубопроводы и др.) и в отдельных узлах машин (водяной радиатор). Блоки и головки испытывают на стендах, впускные и выпускные трубы - на специальных плитах (рисунок 2.3.1).

При установке детали на стенд наружные отверстия закрывают крышками и заглушками. Насосом заполняют рубашку блока и внутренние полости головки водой и создают давление 0,4–0,5 МПа. Давление контролируют манометром. Испытания длятся 5 мин. При испытании радиаторов $P = 0,1 \dots 0,15$ МПа, $t = 1$ мин. Течи и потения не должно быть.

Пневматический метод используют для определения повреждений радиаторов, камер, топливных баков. Воздух под давлением 0,01–0,05 МПа подают внутрь радиатора, камеры, которые погружены в ванну с водой, и по пузырькам выходящего воздуха обнаруживают места дефектов. При обнаружении дефектов в топливных баках воздух нагнетают в бак до 0,1 МПа. Предполагаемые места дефектов смазывают мыльным раствором. Нарушение герметичности определяют по выступающим пузырькам воздуха.

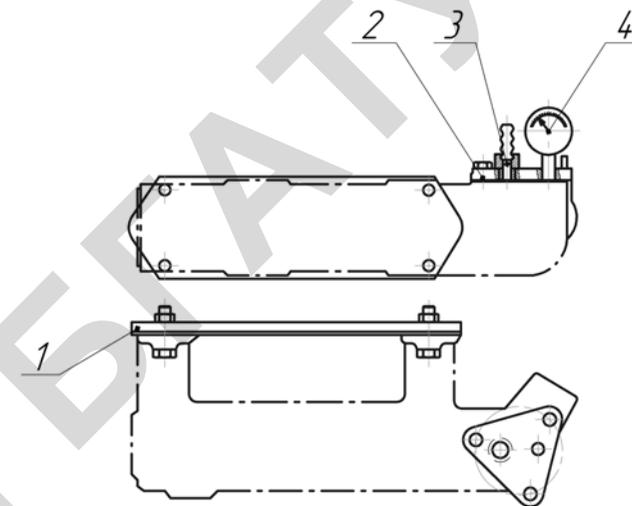


Рис. 2.3.1. Приспособление для гидравлических испытаний трубопроводов: 1, 2 – плиты с резиновыми прокладками; 3 – автоматический клапан; 4 – манометр

Таблица 2.3.1.1

Характерные особенности и области применения способов неразрушающего контроля

Способы неразрушающего контроля	Минимальные размеры		Область применения
	Глубина, мм	Ширина, мм	
1	2	3	4
Визуально-оптический (с помощью луп, бинокуляров, микроскопов)		0,01	Детали из любых материалов (только поверхностные дефекты)
Давления (гидравлический, пневматический)	сквозные	0,001	Сквозные трещины в блоках, головках цилиндров, коллекторах, водяных радиаторах, топливных баках
Электрического сопротивления		0,001	Неэлектропроводные материалы, несплошности покрытий толщиной 0,5 мм. Трещины в деталях электрооборудования, баках аккумуляторов

Продолжение табл. 2.3.1

1	2	3	4
Ультразвуковой	0,1	0,001	Детали из любых материалов. Наружные и глубинные несплошности. Дефекты сварных швов (не поддаются контролю детали мелкие, сложной конфигурации и при шероховатости поверхности свыше 2,5 мкм)
Люминесцентный	0,03	0,002	Детали из любых материалов (применяют в основном для немагнитных материалов и деталей с темной поверхностью). Только поверхностные дефекты
Цветной (хроматический)	0,02	0,002	То же
Токовихревой	0,01	0,001	Детали из электропроводных материалов. Поверхностные и подповерхностные дефекты
Магнитно-порошковый	0,01	0,001	Детали только из магнитных материалов. Наружные и подповерхностные дефекты на светлых поверхностях
Рентгенографический	2–3 % от толщины изделия		Детали из магнитных и немагнитных материалов. Внутренние дефекты
γ-графический	3 % от толщины изделия		Все материалы. Внутренние и наружные дефекты

Окончание табл. 2.3.1

1	2	3	4
Капиллярный (смачивания керосином с последующей меловой обмазкой)	0,01	0,001	
Травление деталей кислотой	0,01	0,001	Магнитные и немагнитные металлические материалы. Поверхностные трещины.
Нагрева детали		0,001	Герметически закрытые сосуды из любых материалов. Сквозные дефекты

Ультразвуковой метод контроля основан на способности ультразвуковых волн распространяться в любых материальных средах с большой скоростью (1400–6300 м/с) и на большие расстояния в виде направленных пучков и отражаться от дефектного участка (от границы раздела двух сред) вследствие резкого изменения плотности среды, а следовательно, и ее акустических свойств.

Наиболее распространенный способ получения ультразвуковых колебаний основан на пьезоэлектрическом эффекте некоторых кристаллов (кварца, сегнетовой соли) или материалов (титана, бария). Эффект заключается в том, что если противоположные грани пластинки, вырезанной из этих материалов, например, из кварца, заряжать разноименными зарядами электричества, то пластинка будет деформироваться в такт изменениям знаков заряда. Изменяя знаки электрических зарядов с частотой свыше 20000 колебаний в секунду, получают механические колебания пластинки той же частоты, передающиеся в окружающую среду в виде ультразвука.

В ремонтном производстве используются два метода ультразвукового прозвучивания контролируемых объектов: *теневого* и *эхометод* (метод отражения).

Теневого метод заключается в том, что с одной стороны детали с помощью излучателя 4 (рис. 2.3.2) вводится пучок ультразвуко-

вых колебаний, а с другой стороны с помощью приемника 5 регистрируется интенсивность пучка, прошедшего через деталь. В случае дефекта ультразвуковые волны отражаются, т.е. не попадают на приемник 5 и за дефектным участком детали образуется звуковая тень, а на приборе 3 изменяется показание. Этот метод применим при двухстороннем доступе к детали.

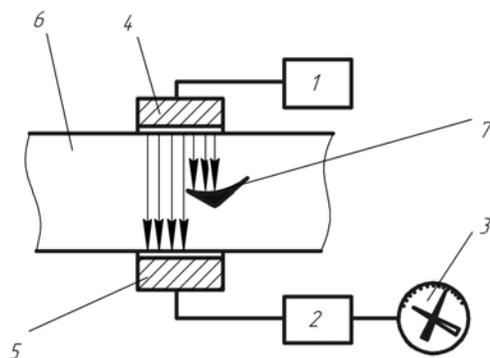


Рис. 2.3.2. Схема ультразвукового контроля (теневого метод):
1 – блок генератора; 2 – блок усилителя; 3 – прибор регистрации сигналов;
4 – излучатель; 5 – приемник; 6 – проверяемая деталь; 7 – дефект

Эхо-метод состоит в том, что импульсный генератор возбуждает пьезоэлектрический излучатель. Излучатель посылает в материал короткие импульсы ультразвуковых колебаний длительностью $(0,5 \dots 10) \cdot 10^{-6}$ с. Встретив препятствие, они отражаются и возвращаются к приемной искательной головке, в которой возникает слабый электрический ток.

В практике контроля деталей наибольшее распространение получили импульсные дефектоскопы, работающие на принципе отражения ультразвуковых волн. Схема действия импульсного ультразвукового дефектоскопа показана на рисунке 2.3.3.

В импульсном дефектоскопе пьезоэлектрический излучатель 3, преобразующий энергию электрических колебаний импульсного генератора 6, посылает в деталь ультразвуковые колебания в виде коротких импульсов длительностью $0,5 \cdot 10^{-3} \dots 1,0 \cdot 10^{-2}$ с, разделенные паузами $1 \cdot 10^{-3} \dots 5 \cdot 10^{-3}$. Для плотного контакта поверхность соприкосновения излучателя с деталью смазывают тонким слоем вязкой смазки (трансформаторное или вазелиновое масло).

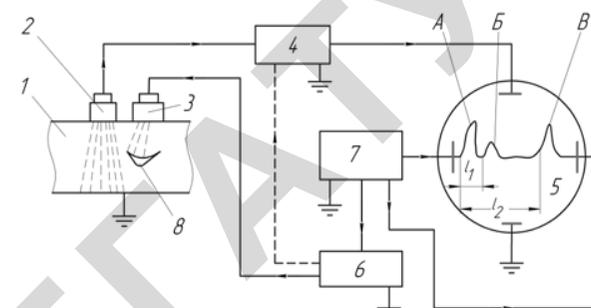


Рис. 2.3.3. Схема дефектоскопа, работающего по принципу отражения ультразвуковых волн:

- 1 – деталь; 2 – приемная искательная головка; 3 – излучатель; 4 – усилитель;
5 – электронно-лучевая трубка; 6 – генератор импульсов; 7 – генератор развертки;
8 – дефект; А – начальный импульс; Б – импульс, отраженный от дефекта;
В – донный сигнал

Достигнув противоположной стороны детали или дефекта, ультразвуковые импульсы отражаются от них и попадают на приемную искательную головку 2 (пьезоэлектрический щуп), которая преобразует механические колебания в электрические сигналы, поступающие через усилитель 4 на электронно-лучевую трубку 5. Для получения временной горизонтальной развертки луча на экране трубки служит генератор 7. Толщина контролируемой детали изображается на экране в виде вертикальных пик, соответствующих начальному импульсу А и данному сигналу В, расположенному на расстоянии l_2 от начального импульса.

Начальный импульс вырабатывается генератором 6 и служит началом отсчета на электронно-лучевой трубке. При наличии в детали 1 скрытого дефекта 8 на экране появится отраженный от него импульс Б, глубина залегания которого соответствует расстоянию l_1 от начального сигнала.

Конструкция пьезоэлектрического щупа (искательной головки) бывает прямой а и призматической б (рис. 2.3.4) в зависимости от характера расположения дефекта и направления импульса поиска дефекта.

Ультразвуковой контроль обладает высокой чувствительностью к выявлению скрытых дефектов.

Люминесцентный метод основан на свойстве ряда жидкостей светиться (флуоресцировать) при облучении их ультрафиолетовыми лучами. Применяется для контроля деталей из сплавов цветных

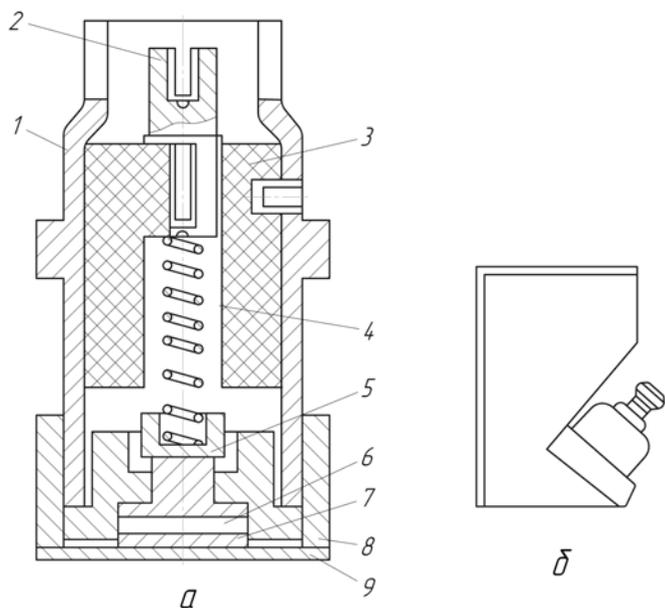


Рис. 2.3.4. Искательная головка: а – прямая, б – призматическая;
 1 – корпус; 2 – контактный винт; 3 – изоляционная втулка; 4 – пружина;
 5 – контактный стержень; 6 – демпфер; 7 – пьезопластина; 8 – стальное кольцо;
 9 – защитный металлический колпачок

металлов и инструментов с пластинками из твердого сплава. Используют его и для контроля деталей из черных металлов.

При контроле очищенную и обезжиренную деталь смачивают флуоресцирующей жидкостью, которая проникает в несплошности материала. Затем ее удаляют с поверхности детали струей холодной воды под давлением 0,2 МПа или протирают ветошью. Деталь просушивают, опыливают порошком силикагеля (SiO_2) и выдерживают на воздухе в течение 5–30 мин, излишки порошка удаляют. Поверхность детали облучают ртутно-кварцевой лампой через светофильтр УСФ-3. Дефекты обнаруживают по ярко-зеленому свечению порошка силикагеля, пропитанного флуоресцирующим раствором, который располагается по трещине.

Флуоресцирующая смесь (жидкость) состоит из 50 % керосина, 25 % бензина и 25 % светлого трансформаторного масла и флуоресцирующего красителя (зелено-золотистого дефектоля) в количестве 0,25 грамма на литр смеси.

В качестве флуоресцирующей жидкости может применяться суспензия, состоящая из 10–15 г флуоресцирующего порошка, 30–40 г эмульгатора (смачивателя) ОП-7, 5–10 г нитрита натрия (ингибитора коррозии) на литр воды, а также некоторые нефтепродукты (керосин, соляровое масло), которые при облучении светятся голубовато-фиолетовым светом.

Люминесцентный дефектоскоп (ЛД-2, ЛД-4) представляет собой установку, в которой смонтированы принадлежности для покрытия изделия люминофором, промывки, просушки и облучения ультрафиолетовыми лучами проверяемой детали. Для контроля крупногабаритных деталей дефектоскоп снабжен переносной лампой ультрафиолетового излучения ДРШ-250 и переносным насосом с полевателем. Переносной лампой можно пользоваться и на стационаре.

Схема люминесцентного дефектоскопа представлена на рисунке 2.3.5. Для определения глубины раскрытия трещины пользуемся зависимостью ширины флуоресцирующей полосы от глубины трещины (рис. 2.3.6).

На очищенную и обезжиренную деталь наносится проникающая в трещины и поры жидкость, состоящая из 800 мл керосина, 100 мл бензина, 100 мл ацетона и 30 г темно-красного красителя 50. Жидкость наносится кистью 3–4 раза с интервалами 5–10 мин и выдержкой 10–15 мин. Удаляется излишняя проникающая жидкость путем промывки проточной водой с последующим протиранием ветошью насухо. На предполагаемые места дефектов наносится проявитель следующего состава: коллодий медицинский – 700 мл; бензол – 200 мл; ацетон – 100 мл; цинковые белила – 50 г. Проявитель наносится кистью равномерным слоем. Деталь выдерживается 15–20 мин. до проявления рисунка дефектов. Деталь очищается ветошью, смоченной ацетоном.

Обнаружение поверхностных невидимых дефектов цветным (хроматическим) методом. Метод базируется на принципе проникновения жидкостей в скрытые области невидимых поверхностных нарушений сплошности и выявлении дефектов путем формирования индикаторных оптически контрастных рисунков, копирующих месторасположение и форму дефектов.

Метод относится к группе методов капиллярной дефектоскопии, которые различают по характеру следов проникающих жидкостей и особенностям их обнаружения: яркостный (ахроматический), цветной (хроматический), люминесцентный, люминесцентно-цветной.

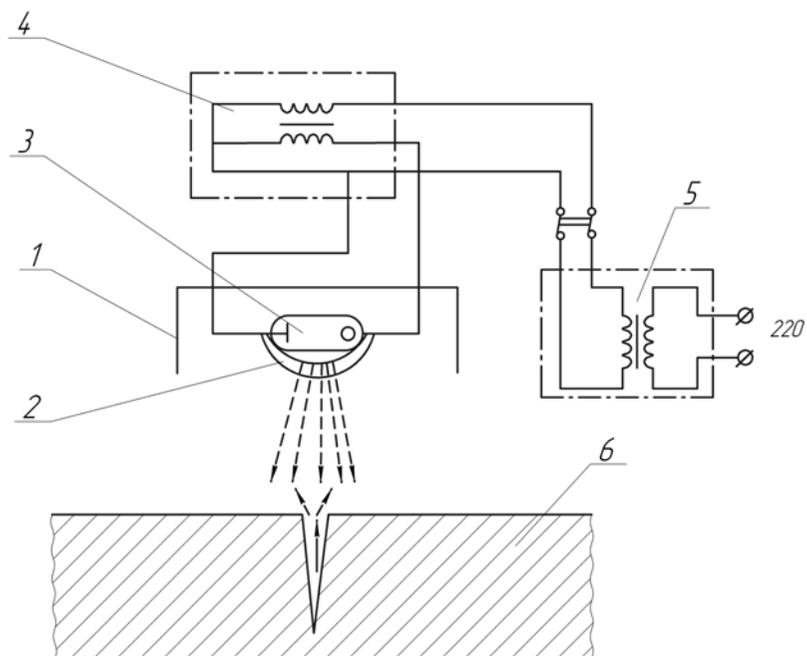


Рис. 2.3.5. Схема люминесцентного дефектоскопа:

1 – рефлектор; 2 – светофильтр; 3 – ртутно-кварцевая лампа; 4 – высоковольтный трансформатор; 5 – силовой трансформатор; 6 – деталь

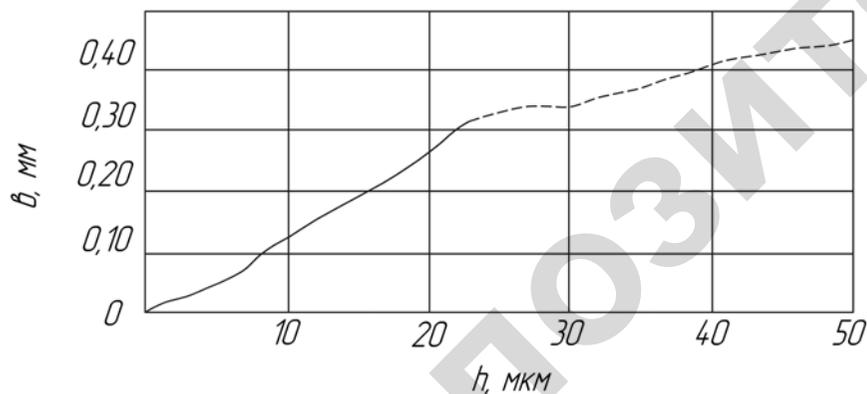


Рис. 2.3.6. Зависимость ширины флуоресцирующей полосы (l) от глубины трещины (h)

Магнитная дефектоскопия. Сюда относятся токовихревой и магнитно-порошковый методы. Они применяются для контроля деталей любой конфигурации и размеров, изготовленных из ферромагнитных сплавов (сталь, чугун) и отличаются высокой точностью. Она позволяет обнаруживать трещины шириной до 0,001 мм, а также раковины и поры на глубину 1,5–2,0 мм.

Применяя магнитный контроль при профилактическом осмотре деталей и узлов, можно обнаружить трещины усталости в самом начале их развития, когда они еще малы по размерам и невидимы при осмотре невооруженным глазом.

Выявление скрытых трещин способом магнитной дефектоскопии основано на том, что магнитные силовые линии, проходя через деталь, при встрече препятствия в виде трещин, пор и других дефектов с меньшей магнитной проницаемостью, огибают эти препятствия и образуют над ними поля рассеивания с наибольшей концентрацией магнитно-силовых линий (рис. 2.3.7).

Для выявления поля рассеивания применяют магнитный порошок (лучше суспензию этого порошка в трансформаторном масле или дизельном топливе). Намагниченную деталь опыливают магнитным порошком или обливают суспензией. Частицы порошка в поле рассеивания намагничиваются и притягиваются к краям дефекта как к полюсам магнита. Здесь они образуют на поверхности детали осадок порошка, в виде жилки, ширина которой может достигать стократной ширины трещины. По оседанию порошка судят о месте расположения и характере дефекта.

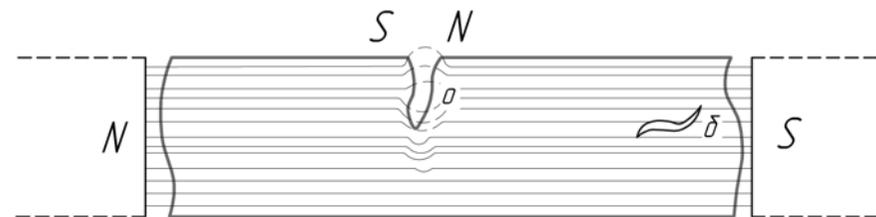


Рис. 2.3.7. Схема намагничивания

При контроле деталей данным методом применяют циркуляционное, продольное и комбинированное намагничивание. Циркуляционное намагничивание используют для выявления продольных

трещин; продольное намагничивание – для выявления поперечных трещин; комбинированное намагничивание применяют в случае, если характер дефекта неопределенный (рис. 2.3.8).

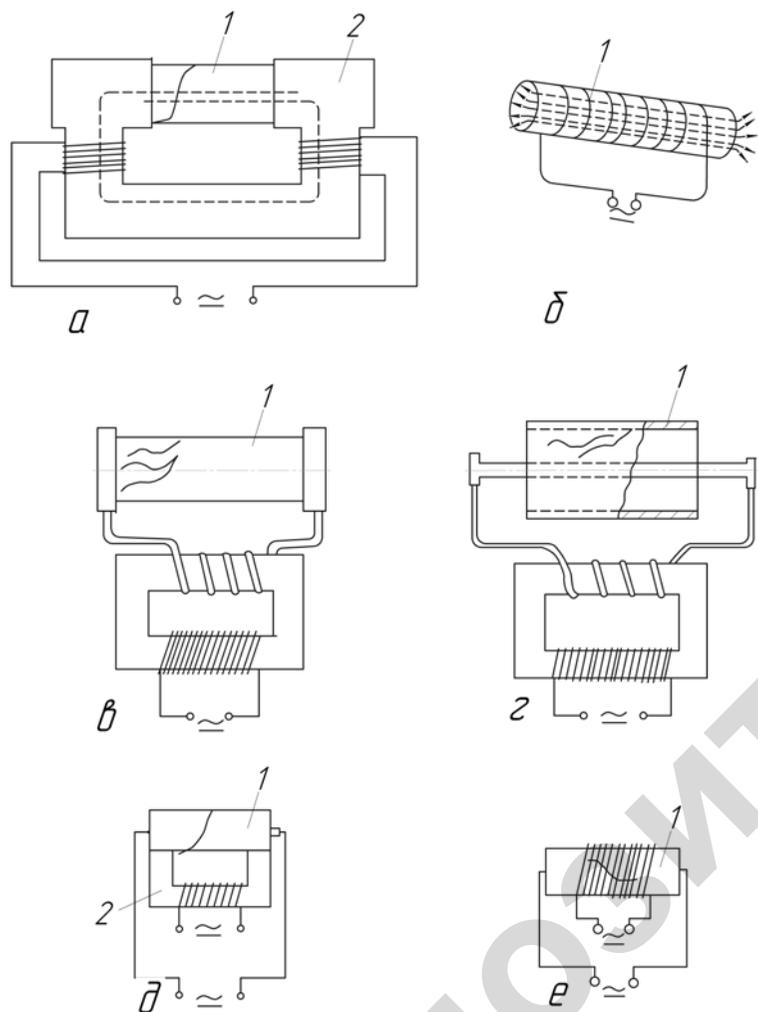


Рис. 2.3.8. Схемы способов намагничивания деталей:
а, б – продольное; *в, г* – циркулярное; *д, е* – комбинированное;
 1 – деталь; 2 – электромагнит

В настоящее время широко используются магнитные дефектоскопы фирмы Parker (США) (рис. 2.3.9).



Рис. 2.3.9. Магнитные дефектоскопы Parker
а – Parker DA 750; *б* – Parker DA 1500.

Таблица 2.3.2

Технические характеристики магнитных дефектоскопов Parker DA 750 и DA 1500

Тип	DA 750	DA 1500
Длина, см	44,5	54,9
Ширина, см	23	23,7
Высота, см	19,8	24,2
Максимальное значение выходного тока	750 А переменного или выпрямленного тока	1500 А переменного или выпрямленного тока
Рабочее напряжение	230 В, 50 Гц	230 В, 50 Гц
Максимальный рабочий цикл	2 мин вкл 2 мин выкл	2 мин вкл 2 мин выкл
Вес, кг	15,9	42,2

Магнитные дефектоскопы DA 750 и DA 1500 вырабатывают мощные переменные и постоянные поля для магнитопорошковой дефектоскопии. Переменное электромагнитное поле используется для обнаружения поверхностных дефектов. Также оно используется для размагничивания контролируемой детали. Выпрямленное постоянное поле применяется для выявления подповерхностных дефектов.

Выходной ток магнитного дефектоскопа регулируется от 0 до максимального значения. Изменения выходного тока отображаются на амперметре, расположенном на передней панели дефек-

тоскопа. Действующее значение выходного тока зависит от поперечного сечения и длины кабеля. Кабели оснащены специальными контакторами для циркулярного намагничивания, путем пропускания тока через деталь. Специальные кабели также можно намотать в виде катушки на исследуемую деталь для продольного намагничивания.

Магнитный дефектоскоп DA 750 обеспечивает эффективный контроль больших поверхностей. Выбор размера контролируемого поля зависит от величины тока и от места контакта кабелей.

Для перевозки DA 1500 в цеховых условиях поставляется специальная тележка.

Рентгенографический метод. Сущность контроля рентгеновскими лучами заключается в следующем. Лучи, проходящие через материалы, незначительно теряют свою интенсивность, если на их пути встречаются пустоты контролируемой детали в виде трещин, раковин и пор. И, наоборот, они теряют свою интенсивность, если на своем пути не встречают таких дефектов. Спроектированные на экран выходные лучи покажут значительные или более ярко освещенные места, отличающиеся от общего фона. Эти пятна и полосы различной яркости указывают на дефекты в материале. Сфотографированный на рентгеновскую пленку экран называется рентгенограммой (с обратным негативным изображением).

Кроме рентгеновских лучей, в дефектоскопии нашли применение лучи радиоактивных элементов гамма-лучи. Их проникающая способность позволяет просвечивать металл толщиной до 300 мм. Источником получения гамма-лучей служат радиоактивные изотопы: кобальт 60, цезий 137 и др. В ремонтном производстве *лучевая дефектоскопия* не нашла широкого применения.

Методом нагрева детали пользуются для обнаружения трещин в тонкостенных герметически закрытых деталях (латунные поплавки карбюраторов). Деталь помещают в горячую воду ($t = 80-90\text{ }^{\circ}\text{C}$). По выходящим пузырькам нагретого воздуха устанавливают месторасположение трещины.

Метод проверки электрической прочности деталей используют для выявления трещин в изоляционных деталях электрооборудования и баках аккумуляторов. Проверку производят по схеме (рис. 2.3.10). Прекращение искрообразования в трехэлектродном разряднике стенда свидетельствует о наличии трещины.

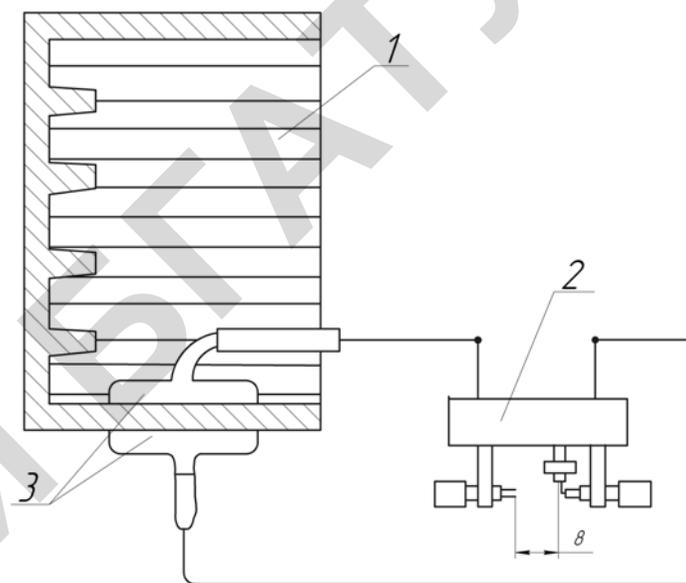


Рис. 2.3.10. Схема проверки бака аккумулятора на наличие трещин:
1 – бак аккумулятора; 2 – искровой разрядник; 3 – контакты

Контрольные вопросы

1. Назовите основные методы дефектоскопии и области их применения.
2. Сущность дефектоскопии деталей с помощью ультразвука и методы ультразвукового прозвучивания контролируемых объектов.
3. Физическая сущность дефектоскопии с помощью магнитных порошков.
4. Способы намагничивания деталей. В каких случаях применяется контроль в приложенном поле и на остаточной намагниченности.
5. Технология дефектоскопии деталей с помощью магнитного дефектоскопа. Способы намагничивания деталей.
6. Сущность цветного метода дефектоскопии.
7. Технология и материалы люминесцентного контроля деталей.

Лабораторная работа № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

Цель работы

Закрепление знаний и формирование практических навыков в части выбора параметров диагностирования оборудования и экспериментальной оценки их граничных значений, характеризующих переход объекта в предельное или неработоспособное состояние.

Теоретические сведения

Основные сведения о технических состояниях объектов и диагностических параметрах

Под состоянием, или техническим состоянием, объекта исследования подразумевается совокупность его свойств, подверженных изменению в процессе изготовления, хранения, транспортировки, монтажа, ремонта, эксплуатации, и характеризующихся признаками, установленными в технической (конструкторской и нормативно-технической) документации на этот объект. Их количественные характеристики представляют собой технические требования к объекту.

Признаки, количественно характеризующие изменяющиеся свойства объекта, называются диагностическими признаками, или диагностическими параметрами.

Совокупности технических состояний, удовлетворяющие или не удовлетворяющие определенным требованиям, образуют виды состояний.

Применительно к задачам теории надежности и технической диагностики рассматривают следующие виды состояний технического объекта.

Исправное состояние – состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям технической документации.

Неисправное состояние – состояние объекта, при котором он не удовлетворяет хотя бы одному из требований технической документации.

Работоспособное состояние – состояние объекта, при котором значения всех диагностических параметров, характеризующих

способность выполнять заданные функции, удовлетворяют требованиям технической документации.

Неработоспособное состояние – состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям технической документации.

Предельное состояние – состояние объекта, при котором он остается работоспособным, но дальнейшее использование его по назначению недопустимо или нецелесообразно.

Событие перехода объекта в неработоспособное состояние называется отказом.

Событие перехода в неисправное, но работоспособное состояние называется повреждением.

В технической диагностике особое внимание уделяется исследованию события отказа и перехода в предельное состояние, и в соответствии с этим важное значение имеет оценка граничных значений диагностических параметров и показателей – отказового и предельного.

Принципы определения граничных значений диагностических параметров

Предварительная оценка граничных значений диагностических параметров производится на стадии проектирования объекта по результатам анализа его диагностической модели и технологии изготовления.

Отказовые значения при этом связывают с фактором невозможности выполнения объектом заданных функций (механическое разрушение, потеря устойчивости, недопустимое снижение качества функционирования и т. п.).

Предельные значения устанавливают по соображениям возможности и целесообразности использования объекта по назначению на определенной стадии понижения степени его работоспособности. Возможность дальнейшего использования оценивается установленным техническим заданием допустимым уровнем технического риска, численно характеризующим соответствующим значением вероятности отказа объекта. Целесообразность использования определяется технологическими и экономическими соображениями по восстановлению объекта на определенной стадии износа и старения его узлов, деталей и первичных элементов.

Уточнение граничных значений диагностических параметров производится на стадии определительных испытаний опытных образцов или их выборок из начальной серии. При этом испытаниям могут подвергаться объекты в целом и их отдельные конструктивные узлы.

Окончательное подтверждение правильности выбора граничных значений может быть получено путем статистической обработки результатов эксплуатации объектов.

В соответствии с задачами настоящей лабораторной работы более подробно остановимся на принципах и процедуре определения граничных значений диагностических параметров по результатам определительных испытаний на надежность.

Отказовое значение диагностического параметра устанавливают из условия равенства вероятности его достижения и вероятности отказа объекта (или исследуемого узла) по причине значительного ухудшения контролируемых данным параметром свойств под действием процессов старения и износа.

Предельные границы диагностических параметров для объектов особо ответственного назначения устанавливают из условия равенства вероятности их достижения и заданного уровня технического риска – допустимой для дальнейшего использования по назначению объекта величины вероятности отказа контролируемого узла. Для остальных объектов – из условия достижения диагностическим параметром значения, соответствующего такому состоянию объекта (узла), дальнейшее изменение которого приводит к экономической или технологической нецелесообразности продолжения его эксплуатации или восстановления. В этом случае для принятия достаточно обоснованного заключения можно использовать метод экспертных оценок.

Поскольку граничные значения диагностических параметров по результатам испытаний могут быть получены только в виде их статистических оценок, необходимо вводить поправку, обеспечивающую некий «страховочный» запас с учетом случайных ошибок оценки измеряемых параметров и случайных отклонений в процессе изменения состояния ограниченной выборки исследуемых объектов. Для этого используют интервальные оценки при заданной доверительной вероятности.

При циклическом характере определительных испытаний на надежность процедура определения отказового значения диагностического параметра (показателя) сводится к следующему.

К концу каждого i -го цикла испытаний на основании полученных результатов рассчитывают значения вероятности отказа объекта (узла) – $Q(t_i)$ и вероятности превышения или снижения (в зависимости от характера изменения) диагностических параметров значений из заданной совокупности $\{z_j\} - P(z_j, t_i)$.

Для каждого из k циклов со значениями $P(z_j, t_i) > 0$ строят зависимости $P(z_j)_i = f(z_i)$ и определяют отказовые значения Z от i из условия равенства $P(z_j)_i = Q(z_i)$

$$\bar{z}_{от} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z_{от_i}$$

По полученным k значениям $z_{от_i}$ рассчитывают среднюю величину отказового значения $\bar{z}_{от}$

С целью учета случайных ошибок, связанных с ограниченной величиной выборки исследуемых объектов, вышеописанные расчеты и построения следует провести, используя верхнюю границу доверительного интервала для $Q(t_i)$ и нижнюю для $P(z_j, t_2)$ при тенденции роста значений z или верхнюю – при тенденции к их уменьшению.

Если отказы исследуемых объектов подчиняются нормальному закону, значения верхней доверительной границы для вероятности отказа могут быть получены по выражению

$$Q_B(t_i) = 1 - P_H(t_i),$$

где $P_H(t_i)$ – значения нижней доверительной границы для вероятности безотказной работы, рассчитываемые по выражению

$$P_H(t_i) = (0,5 - \Phi_0(u)) \min.$$

Величины нормированной функции Лапласа $\Phi_0(u)$ с аргументом $u = (t - T_1)/\sigma_T$ рассчитывают для соответствующих сочетаний средней наработки до отказа – T_1 и среднеквадратического отклонения времени работы до отказа относительно его среднего значения – для их верхних и нижних доверительных границ.

Значения нижней доверительной границы для вероятностей достижения параметром z заданных величин $\{z_j\}$ при тенденции его повышения могут быть рассчитаны по выражению

$$P_H(z_j, t_i) = (0,5 - \Phi_0(w)) \min.$$

При тенденции его уменьшения рассчитываются значения верхней доверительной границы по выражению

$$P_B(z_j, t_i) = (0,5 - \Phi_0(w)) \max.$$

Здесь аргумент $w = (z_j - z_i) / \sigma z_i$ где $z, \sigma z$ – среднее значение и среднеквадратическое отклонение диагностического параметра.

Содержание и порядок выполнения работы

В настоящей лабораторной работе реализуется эксперимент по проведению определительных испытаний на надежность макетов электроизоляционных конструкций асинхронных двигателей в режиме циклических ускоренных испытаний.

Каждый цикл включает тепловой режим в течение 14 суток и увлажнение в климатической камере в течение суток при температуре +20 °С и относительной влажности воздуха 100 %.

Ускорение процесса старения изоляции обеспечивается путем ожесточения теплового режима: температура нагрева изоляции превышает расчетную для данного класса на 40 °С. Таким образом, каждый цикл испытаний соответствует 6000 ч фактической продолжительности использования изоляции в расчетных условиях эксплуатации.

Состав выборки – 100 макетов.

Перед началом испытаний и по завершении каждого цикла испытаний производится измерение обобщенного диагностического параметра, после чего к каждому макету прикладывается испытательное напряжение 1000 В. Пробой изоляции свидетельствует об отказе соответствующего образца. Испытания продолжаются до отказа всех образцов, т.е. по плану NUN. Закон распределения отказов нормальный.

Процесс испытаний представлен в виде цифровой модели, имитирующей случайный характер изменения состояния изоляции при ее старении и случайный характер изменения значений диагностического параметра.

В качестве обобщенного диагностического параметра (диагностического показателя) используется дифференциальный коэффициент абсорбции и изоляции

$$k_D = \frac{I(\tau_1) - I(\tau_2)}{U_0 C_0 (\tau_2 - \tau_1)},$$

где $I(\tau_1), I(\tau_2)$ – значения тока разряда предварительно заряженной изоляции в моменты времени соответственно τ_1 и τ_2 после начала разряда;

U_0 – напряжение разряда;

C_0 – геометрическая емкость изоляции.

При реализуемых в диагностических приборах значениях

В таблицах указываются средние значения дисперсии и среднеквадратические отклонения диагностического показателя k_D по результатам его измерения после каждого i -го цикла испытаний – k_{Di}, σ_{Di}^2 и σk_{Di} и количество образцов, отказавших в каждом цикле n_i ; суммарное количество образцов, отказавших после каждого цикла; вероятность отказа макетов после каждого цикла – $H_i - Q(t_i) = H_i / 100$; количество образцов Hk_{Di} , имеющих по окончании каждого i -го цикла измеренные значения $k_D > 300, 310, 320, 300, 340 \text{ с}^{-2}$.

Программа выполнения работы

Для каждого цикла рассчитать вероятности достижения измеренными значениями k_D предварительно заданных величин.

Рассматривать только те циклы, по окончании которых эти вероятности превышают нулевое значение.

Полученные результаты оформить в виде табл. 2.4.1 и 2.4.2.

Для каждого из указанных в табл. 2.4.1 циклов построить зависимости $P(k_D > k_{Di}) = f(k_{Di})$, ($k_{Di} = 300, 310, 320, 330, 340$), отложить по осям ординат соответствующие данным циклам вероятности отказов макетов $Q(t_i) = H_i / 100$, провести линии, параллельные оси абсцисс, и по точкам пересечения их с построенными зависимостями установить отказовые значения $k_{ДОТi}$.

Результаты расчета оформить в табличном виде.

Таблица 2.4.1

Предварительные вычисления для определения $k_{дог}$

Номер цикла					
$P(k_{д} > 300)$					
$P(k_{д} > 310)$					
$P(k_{д} > 320)$					
$P(k_{д} > 330)$					
$P(k_{д} > 340)$					

Таблица 2.4.2

Результаты расчета нижней доверительной границы для $P(k_{д} > k_{дj})$

Номер цикла	$k_{дj}$	$k_{дi(n)}$	$k_{д(в)}$	$\sigma k_{дi(n)}$	$\sigma k_{д(в)}$	$P_n(k_{дj}, t_i)$

Контрольные вопросы

1. Объясните понятие технического состояния объекта, диагностического параметра.
2. Перечислите виды технических состояний и их отличительные характеристики.
3. Перечислите способы задания технических состояний.
4. В чем заключаются различия терминов «диагностический признак», «диагностический параметр», «диагностический показатель»?
5. Сформулируйте условие работоспособности исследуемых объектов.
6. Зачем при расчете показателей надежности используют доверительные оценки?
7. Почему показатель $k_{д}$ представляет собой обобщенный диагностический параметр?
8. Поясните принцип определения предельного значения диагностического параметра, реализуемый в настоящей работе.
9. Как устанавливают на практике отказовое значение диагностического параметра?
10. Возможна ли эксплуатация объекта после перехода его в предельное состояние?
11. В чем заключаются отличия терминов «свойство» и «признак»? Приведите примеры.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Определение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины

Случайные величины разделяют на две группы [11, 16]:

– *дискретные случайные величины*, которые могут принимать только изолированные значения, отделенные одно от другого определенными интервалами (число дефектных деталей, число отказов, количество аварийных ситуаций и т. п.);

– *непрерывные случайные величины*, которые могут принимать любые значения в заданном интервале (диаметр изношенной втулки, величина звукового давления, запыленность и т. п.).

Вероятность безотказной работы оценивается выражением:

$$P(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0},$$

где $P(t)$ – статистическая оценка вероятности безотказной работы изделия;

$N_0 - n(t)$ – число изделий, не отказавших к моменту времени t ;
 N_0 – число изделий, поставленных на испытания.

Для вероятности отказа справедливо соотношение

$$Q(t) = \frac{n(t)}{N} = 1 - P(t),$$

где $Q(t)$ – вероятность отказа изделия;

$n(t)$ – число изделий, отказавших к моменту времени t .

Частота отказов определяется выражением

$$f(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t},$$

где $\Delta n(t)$ – число отказавших изделий на участке времени $(t, t + \Delta t)$;

$f(t)$ – статистическая оценка частоты отказов изделия;

Δt – интервал времени, ч.

Интенсивность отказов определяется формулой

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(t)}{N_{\text{ср}}(t) \Delta t},$$

где $\lambda(t)$ – интенсивность отказов изделия;

$N_{\text{ср}}$ – среднее число изделий, не отказавших к моменту времени t ;

$\Delta n(t)$ – число отказавших изделий на участке времени $(t, t + \Delta t)$.

Среднее время безотказной работы изделия оценивается выражением

$$m_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i,$$

где t_i – время безотказной работы i -го изделия;

N – общее число изделий, поставленных на испытания;

m_t – математическое ожидание среднего времени безотказной работы изделия.

Для определения m_t по формуле необходимо знать моменты выхода из строя всех N изделий. Можно определить m_t из выражения

$$m_t \approx \sum_{i=1}^m n_i t_{\text{ср}i},$$

где n_i – количество вышедших из строя изделий в i -ом интервале времени;

$t_{\text{ср}i} = (t_{i-1} + t_i) / 2$; $m = t_k / \Delta t$; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$; t_{i-1} – время начала i -го интервала, ч;

t_i – время конца i -го интервала, ч;

t_k – время, в течение которого вышли из строя все изделия, ч;

t_k – время, в течение которого вышли из строя все изделия, ч;

Δt – интервал времени, ч.

Дисперсия времени безотказной работы изделия определяется следующей формулой:

$$D_t = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - m_t)^2,$$

где D_t – статистическая оценка дисперсии времени безотказной работы изделия.

Дисперсия случайной величины есть характеристика рассеивания её значений около математического ожидания. Само слово «дисперсия» означает «рассеивание».

Среднее квадратическое отклонение определяется формулой

$$\sigma_t = \sqrt{D_t}.$$

Пример 1

На испытание поставлено $N_0 = 1500$ фильтров грубой очистки топлива. За первые $\Delta t_1 = 3000$ ч отказало $n(\Delta t_1) = 30$ из них, а за интервал времени $\Delta t_2 = [3000; 4000]$ ч отказало еще $n(\Delta t_2) = 20$ фильтров. Требуется определить частоту $f(\Delta t)$ и интенсивность $\lambda(\Delta t)$ отказов фильтров грубой очистки топлива в промежутке времени 3000–4000 ч.

Дано:

$N_0 = 1500$ шт.;

$\Delta t_1 = 3000$ ч;

$n(\Delta t_1) = 30$ шт.;

$\Delta t_2 = 1000$ ч;

$n(\Delta t_2) = 20$ шт.

Решение:

$$f(\Delta t_2) = \frac{n(\Delta t_2)}{N_0 \cdot \Delta t_2};$$

$$f(\Delta t_2) = \frac{20}{1500 \cdot 1000} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda(\Delta t_2) = \frac{n(\Delta t_2)}{N_{\text{ср}} \cdot \Delta t_2},$$

$$\text{где } N_{\text{ср}} = \frac{N_{p1} + N_{p2}}{2};$$

$$N_{p1} = 1500 - 30 = 1470 \text{ шт.};$$

$$N_{p2} = 1500 - (30 + 20) = 1450 \text{ шт.};$$

$$N_{\text{ср}} = \frac{1470 + 1450}{2} = 1460 \text{ шт.};$$

$$\lambda(\Delta t_2) = \frac{20}{1460 \cdot 1000} = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}.$$

Найти:

$f(\Delta t_2)$;

$\lambda(\Delta t_2)$.

Пример 2

На испытания поставлено $N_0 = 1500$ топливных насосов. За $\Delta t = 1000$ ч отказало $n(t) = 30$ из них, требуется определить вероятность безотказной работы $P(t)$ и вероятность отказа $Q(t)$ в течение $\Delta t = 1000$ ч.

Дано:
 $N = 1500$ шт.;
 $\Delta t = 1000$ ч;
 $n(t) = 30$ шт.

Решение:

$$P(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0};$$

$$P(t) = \frac{1500 - 30}{1500} = 0,98;$$

$$Q(t) = \frac{n(t)}{N_0} = 1 - P(t);$$

$$Q(t) = \frac{30}{1500} = 0,02.$$

Найти:
 $P(t)$;
 $Q(t)$.

Пример 3

По результатам испытаний $N = 5$ однотипных узлов сельскохозяйственных машин были получены следующие значения безотказной работы t_i : $t_1 = 1200$ ч; $t_2 = 1320$ ч; $t_3 = 1280$ ч; $t_4 = 1410$ ч; $t_5 = 1080$ ч. Определить математическое ожидание m_t безотказной работы данных узлов, дисперсию D_t и стандартное отклонение σ_t .

Дано:
 $N_0 = 5$;
 $t_1 = 1200$ ч;
 $t_2 = 1320$ ч;
 $t_3 = 1280$ ч;
 $t_4 = 1410$ ч;
 $t_5 = 1080$ ч.

Решение:

$$m_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = \frac{1200 + 1320 + 1280 + 1410 + 1080}{5} = 1258 \text{ ч.}$$

$$D_t = \frac{1}{N_0 - 1} \sum_{i=1}^N (t_i - m_t)^2 = \frac{1}{5 - 1} (1200 - 1258)^2 + (1320 - 1258)^2 + (1280 - 1258)^2 + (1410 - 1258)^2 + (1080 - 1258)^2 = 15620.$$

$$\sigma_t = \sqrt{D_t} = \sqrt{15620} = 124,98 \text{ ч.}$$

Найти:
 m_t ;
 D_t ;
 σ_t .

Пример 4

В результате наблюдения за $N = 5$ образцами оборудования получены данные до первого отказа всех 5 образцов, сведенные в таблицу. Требуется определить математическое ожидание безотказной работы m_t .

Δt_i , ч	n_i
0-3	0
3-6	1
6-9	1
9-12	3

Дано:
 $m = 4$;
 $N_0 = 5$;
 $t_{cp1} = 1,5$ ч;
 $t_{cp2} = 4,5$ ч;
 $t_{cp3} = 7,5$ ч;
 $t_{cp4} = 10,5$ ч.

Решение:

$$m_t \approx \sum_{i=1}^m n_i t_{cpi} = \frac{0 \cdot 1,5 + 1 \cdot 4,5 + 1 \cdot 7,5 + 3 \cdot 10,5}{5} = 8,7 \text{ ч.}$$

Найти: m_t .

Пример 5

В течение некоторого периода времени производилось наблюдение за работой одного объекта. За весь период зарегистрировано $n = 5$ отказов. До начала наблюдений объект проработал 150 ч, к концу наблюдения наработка составила 1400 ч. Определить среднюю наработку на отказ t_{cp} .

Дано:
 $n = 5$;
 $t_1 = 150$ ч;
 $t_2 = 1400$ ч.

Решение:

Нарботка за указанный период составила

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 1400 - 150 = 1250 \text{ ч.}$$

Нарботка на отказ по статистическим данным определяется по формуле:

$$t_{cp} = \sum_{i=1}^n t_i / n,$$

где t_i – время исправной работы между $(i - 1)$ и i отказами;

n – число отказов за некоторое время t .

Найти:
 t_{cp} .

Приняв $\sum_{i=1}^n t_i = 1250$ ч, можно определить среднюю наработку

на отказ:

$$t_{cp} = \sum_{i=1}^n t_i / n = 1250 / 5 = 250 \text{ ч.}$$

Законы распределения, используемые в теории надежности

Основные законы распределения, используемые в теории надежности, приведены в приложении 2 [11].

Пример 6

Пусть время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону $\lambda = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$ (приложение 2). Требуется определить вероятность безотказной работы $P(t)$, частоту отказов $f(t)$ и среднюю наработку на отказ t_{cp} , если $t = (1000, 2000, 3000)$ ч.

Дано:
 $\lambda = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$;
 $t_1 = 1000$ ч;
 $t_2 = 2000$ ч;
 $t_3 = 3000$ ч.

Найти:
 $P(t)$; $f(t)$; t_{cp} .

Решение:

$$P(t) = e^{-\lambda t};$$

$$P(t_1) = e^{-3,6 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = 0,96; P(t_2) = e^{-3,6 \cdot 10^{-5} \cdot 2000} = 0,93;$$

$$P(t_3) = e^{-3,6 \cdot 10^{-5} \cdot 3000} = 0,89;$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t};$$

$$f(t_1) = 3,6 \cdot 10^{-5} \cdot 0,96 = 3,45 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1};$$

$$f(t_2) = 3,6 \cdot 10^{-5} \cdot 0,93 = 3,34 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1};$$

$$f(t_3) = 3,6 \cdot 10^{-5} \cdot 0,89 = 3,22 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1};$$

$$t_{cp} = 1/\lambda;$$

$$t_{cp} = \frac{1}{3,6 \cdot 10^{-5}} = 27,7 \cdot 10^3 \text{ ч.}$$

Пример 7

Время работы изделия до отказа подчиняется закону распределения Рэлея (приложение 2). Требуется определить количественные ха-

рактеристики: $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, t_{cp} при $t_1 = 850$ ч, $t_2 = 1444$ ч, $t_3 = 1599$ ч, если параметр распределения $\sigma = 1980$ ч.

Дано:
 $t_1 = 850$ ч;
 $t_2 = 1444$ ч;
 $t_3 = 1599$ ч;
 $\sigma = 1980$ ч;

Найти:
 $P(t)$;
 $f(t)$;
 $\lambda(t)$;
 t_{cp} .

Решение:

Необходимо воспользоваться формулами, соответствующими закону распределения Рэлея (приложение 2)

$$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}};$$

$$f(t_1) = \frac{850}{1980^2} e^{-\frac{850^2}{2 \cdot 1980^2}} = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$f(t_2) = \frac{1444}{1980^2} e^{-\frac{1444^2}{2 \cdot 1980^2}} = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$f(t_3) = \frac{1599}{1980^2} e^{-\frac{1599^2}{2 \cdot 1980^2}} = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$P(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}};$$

$$P(t_1) = e^{-\frac{850^2}{2 \cdot 1980^2}} = 0,91; P(t_2) = e^{-\frac{1444^2}{2 \cdot 1980^2}} = 0,76; P(t_3) = e^{-\frac{1599^2}{2 \cdot 1980^2}} = 0,72.$$

$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma^2};$$

$$\lambda(t_1) = \frac{850}{1980^2} = 2,2 \cdot 10^{-4}; \lambda(t_2) = \frac{1444}{1980^2} = 3,6 \cdot 10^{-4};$$

$$\lambda(t_3) = \frac{1599}{1980^2} = 4,0 \cdot 10^{-4};$$

$$t_{cp} = 1980 \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 2482 \text{ ч.}$$

Пример 8

Время безотказной работы узла с/х машины подчиняется закону Вейбулла – Гнеденко с параметрами $k = 1,2$, $\lambda_0 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$, а время его работы $t = 200$ ч. Требуется вычислить количественные характеристики надежности такого устройства (приложение 2).

Дано:
 $k = 1,2$;
 $\lambda_0 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$;
 $t = 200 \text{ ч}$.

Решение:
 Используются формулы закона Вейбулла – Гнеденко для определения количественных характеристик.

Найти:
 $P(t)$;
 $f(t)$;
 $\lambda(t)$;
 $t_{\text{ср}}$.

Определяется вероятность безотказной работы:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t^k};$$

$$P(t) = e^{-3 \cdot 10^{-4} 200^{1,2}} = 0,84.$$

Частота отказов определяется по формуле

$$f(t) = \lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^k}.$$

Тогда

$$f(t) = 3 \cdot 10^{-4} 1,2 \cdot 200^{1,2-1} e^{-3 \cdot 10^{-4} 200^{1,2}} = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}.$$

Интенсивность отказов определяется по формуле

$$\lambda(t) = \lambda_0 k t^{k-1};$$

$$\lambda(t) = 3 \cdot 10^{-4} 1,2 \cdot 200^{1,2-1} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

Вычисляется средняя наработка до первого отказа

$$t_{\text{ср}} = \Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) / \lambda_0^{1/k}.$$

Сначала вычисляют значение гамма-функции, воспользовавшись справочными данными (таблица 1 приложение 3):

$$x = (1/k) + 1 = (1/1,2) + 1 = 1,83.$$

Значения гамма-функции

x	$\Gamma(x)$
1,83	0,9397

Полученные значения подставляют в формулу

$$t_{\text{ср}} = 0,9397 / (3 \cdot 10^{-4})^{1/1,2} \approx 810 \text{ ч}.$$

Коэффициент и функция готовности изделия

Коэффициент готовности технической системы определяется по формуле

$$K_{\Gamma} = \frac{T_{01}}{T_{01} + t_{\text{В}}},$$

где $t_{\text{В}}$ – среднее время восстановления, ч.

Средняя наработка до первого отказа равна $T_{01} = 1/\lambda$, тогда

$$K_{\Gamma} = \frac{1/\lambda}{1/\lambda + t_{\text{В}}}.$$

Функция готовности изделия определяется по формуле

$$P_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma} + (1 - K_{\Gamma}) e^{-t/K_{\Gamma} t_{\text{В}}},$$

где t – любой момент времени, при $t = 0$ система находится в исправном состоянии.

Пример 9

Известно, что интенсивность отказов $\lambda = 0,06 \text{ ч}^{-1}$, а среднее время восстановления $t_{\text{В}} = 12 \text{ ч}$. Требуется вычислить коэффициент готовности K_{Γ} и функцию готовности изделия P_{Γ} .

Дано:
 $t_{\text{В}} = 12 \text{ ч}$;
 $\lambda = 0,06 \text{ ч}^{-1}$.
 Найти:
 K_{Γ} ;
 P_{Γ} .

Решение:

$$K_{\Gamma} = \frac{1/\lambda}{1/\lambda + t_{\text{В}}} = \frac{1/0,06}{1/0,06 + 12} = 0,58.$$

$$P_{\Gamma}(t) = K_{\Gamma} + (1 - K_{\Gamma}) e^{-t/K_{\Gamma} t_{\text{В}}},$$

$$P_1(t) = 0,58 + (1 - 0,58)e^{-t/0,58 \cdot 12} = 0,58 + 0,42e^{-0,14t}.$$

Последовательное соединение элементов в систему

Последовательное соединение элементов в систему. Соединение элементов называется последовательным, если отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всей системы. Система последовательно соединенных элементов работоспособна тогда, когда работоспособны все ее элементы. Вероятность безотказной работы системы за время t определяется формулой

$$P_C(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t),$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i -го элемента за время t .

Если $P_i(t) = P(t)$, то

$$P_C(t) = P^n(t).$$

Выразим $P_C(t)$ через интенсивность отказов $\lambda_i(t)$ элементов системы.

$$P_C(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt\right).$$

$$P_C(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_C(t) dt\right).$$

$$\lambda_C(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t).$$

Здесь $\lambda_i(t)$ – интенсивность отказов i -го элемента; $\lambda_C(t)$ – интенсивность отказов системы.

Вероятность отказа системы на интервале времени $(0, t)$ равна:

$$q_C(t) = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t).$$

Частота отказов системы $f_C(t)$ определяется соотношением:

$$f_C(t) = -\frac{dP_C(t)}{dt}.$$

Интенсивность отказов системы:

$$\lambda_C(t) = f_C(t) / P_C(t).$$

Среднее время безотказной работы системы:

$$m_{1c} = \int_0^{\infty} P_C(t) dt.$$

В случае экспоненциального закона надежности всех элементов системы имеем:

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = \text{const.}$$

$$\lambda_C(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda_C = \lambda_{\text{ср}} \cdot n;$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda t);$$

$$P_C(t) = e^{-\lambda_C t};$$

$$f_C(t) = \lambda_C e^{-\lambda_C t};$$

$$q_C(t) = 1 - e^{-\lambda_C t};$$

$$m_{tc} = 1/\lambda_c = 1/\sum_{i=1}^n \lambda_i;$$

$$m_{tc} = 1/\lambda_i.$$

При расчете надежности систем часто приходится перемножать вероятности безотказной работы отдельных элементов, возводить их в степень и извлекать корни. При значениях $P(t)$, близких к единице, эти вычисления можно с достаточной для практики точностью выполнять по следующим приближенным формулам:

$$\left. \begin{aligned} P_1(t)P_2(t)\dots P_n(t) &\approx 1 - \sum_{i=1}^n q_i(t), \\ P_i^n(t) &= 1 - Nq_i(t), \\ \sqrt[n]{P_i(t)} &= 1 - q_i(t)/n. \end{aligned} \right\}$$

где $q_i(t)$ – вероятность отказа i -го элемента.

Пример 10

Система состоит из трех устройств. Интенсивность отказов электронного устройства равна $\lambda_1 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1} = \text{const}$. Интенсивности отказов двух электромеханических устройств зависят от времени и определяются следующими формулами: $\lambda_2 = 1,3 \cdot 10^{-4} t \text{ ч}^{-1}$, $\lambda_3 = 2,6 \cdot 10^{-6} t^2 \text{ ч}^{-1}$. Нужно рассчитать вероятность безотказной работы технической системы в течение 20 ч.

Дано:

$$N = 3$$

$$\lambda_1 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_2 = 1,3 \cdot 10^{-4} t \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_3 = 2,6 \cdot 10^{-6} t^2 \text{ ч}^{-1};$$

$$t = 20 \text{ ч.}$$

Найти:

$$P(t).$$

Решение:

На основании формулы

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt\right),$$

можно написать

$$\begin{aligned} P_c(t) &= \exp\left\{-\left[\int_0^t \lambda_1(t) dt + \int_0^t \lambda_2(t) dt + \int_0^t \lambda_3(t) dt + \dots\right]\right\} = \\ &= \exp\left\{-\left[1,2 \cdot 10^{-3} t + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{t^2}{2} + 2,6 \cdot 10^{-6} \frac{t^3}{3}\right]\right\} = \\ &= \exp\left\{-\left[1,2 \cdot 10^{-3} 20 + 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{20^2}{2} + 2,6 \cdot 10^{-6} \frac{20^3}{3}\right]\right\} \approx 0,94. \end{aligned}$$

Пример 11

Техническая система состоит из четырех блоков, среднее время безотказной работы которых равно: $T_1 = 1200 \text{ ч}$; $T_2 = 1250 \text{ ч}$; $T_3 = 1080 \text{ ч}$; $T_4 = 950 \text{ ч}$. Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднее время безотказной работы системы.

Дано:

$$N = 4;$$

$$T_1 = 1200 \text{ ч};$$

$$T_2 = 1250 \text{ ч};$$

$$T_3 = 1080 \text{ ч};$$

$$T_4 = 950 \text{ ч.}$$

Найти:

$$t_{\text{ср.с.}}$$

Решение:

Согласно экспоненциальному закону:

$$P(t) = e^{-\lambda t}.$$

Интенсивность отказов системы:

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_4}.$$

Средняя наработка до первого отказа системы

$$t_{\text{ср.с.}} = 1/\lambda_c,$$

следовательно,

$$t_{\text{ср.с.}} = \frac{1}{\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} + \frac{1}{T_4}} = \frac{1}{\frac{1}{1200} + \frac{1}{1250} + \frac{1}{1080} + \frac{1}{950}} \approx 278 \text{ ч.}$$

Пример 12

Система, подчиняющаяся экспоненциальному закону распределения, состоит из 8500 элементов, средняя интенсивность отказов которых

$\lambda_{cp}=1,3 \cdot 10^{-7} \text{ ч}^{-1}$. Требуется определить $P_c(t)$, $q_c(t)$, $f_c(t)$, m_{ic} , для $t = 80$ ч. Здесь $P_c(t)$ – вероятность безотказной работы системы в течение времени t ; $q_c(t)$ – вероятность отказа системы в течение времени t ; $f_c(t)$ – частота отказов или плотность вероятности времени T безотказной работы системы; m_{ic} – среднее время безотказной работы системы.

Дано:
 $N_0 = 8500$;
 $\lambda_{cp} = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ ч}^{-1}$;
 $t = 80$ ч.

Найти:
 $P(t)$;
 $f_c(t)$;
 $q_c(t)$;
 m_{ic} .

Решение:
 Интенсивность отказов системы определяется по формуле

$$\lambda_c = \lambda_{cp} N_0 = 1,3 \cdot 10^{-7} \cdot 8500 = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

Вероятность безотказной работы по экспоненциальному закону равна:

$$P(t) = e^{-\lambda_c t} = e^{-1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 80} \approx 0,91.$$

$$f_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t} = 1,1 \cdot 10^{-3} e^{-1,1 \cdot 10^{-3} \cdot 80} = 1,01 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1};$$

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_c t} = 1 - P(t) = 1 - 0,91 = 0,09.$$

$$m_{ic} = 1/\lambda_c \approx 905 \text{ ч.}$$

$$m_{ic} = 1/\lambda_i,$$

Пример 13

Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $P(t) = 0,9998$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы P_c , состоящей из $N = 95$ таких же элементов.

Дано:
 $P(t) = 0,9998$;
 $N_0 = 95$.

Найти:
 P_c .

Решение:
 1-й вариант решения:
 если у всех элементов системы одинаковая

надежность, то

$$P_c(t) = p^N(t) = (0,9998)^{95} = 0,981.$$

2-й вариант решения:

так как вероятность $P_c(t)$ близка к единице, то можно воспользоваться следующей формулой: $P_c(t) = 1 - Q_c(t)$.

Для одного элемента системы:

$$q(t) = 1 - p(t) = 1 - 0,9998 = 0,0002, \text{ т.е.}$$

$$Q_c(t) = Nq(t) = 95 \cdot 0,0002 = 0,019.$$

Из $P_c(t) + Q_c(t) = 1$ следует:

$$P_c(t) = 1 - 0,019 = 0,981.$$

Пример 14

Система состоит из $N = 6$ блоков. Надежность блоков характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t , которая равна:

$$P_1(t) = 0,995; P_2(t) = 0,973; P_3(t) = 0,982; P_4(t) = 0,992; P_5(t) = 0,988; P_6(t) = 0,986.$$

Требуется определить вероятность безотказной работы системы.

Дано:

$N = 6$;
 $P_1(t) = 0,995$;
 $P_2(t) = 0,973$;
 $P_3(t) = 0,982$;
 $P_4(t) = 0,992$;
 $P_5(t) = 0,988$;
 $P_6(t) = 0,986$.

Найти:
 $P_c(t)$.

Решение.

Необходимо воспользоваться формулой для определения безотказной работы системы:

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot \dots \cdot P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) =$$

$$= 0,995 \cdot 0,973 \cdot 0,982 \cdot 0,992 \cdot 0,988 \cdot 0,986 = 0,92.$$

Вероятности $P_1(t)$, $P_2(t)$, $P_3(t)$, $P_4(t)$, $P_5(t)$ близки к единице, поэтому вычислить $P_c(t)$ удобно, пользуясь приближенной формулой.

В данном случае $Q_1 = 0,005$; $Q_2 = 0,027$; $Q_3 = 0,018$; $Q_4 = 0,008$; $Q_5 = 0,012$, $Q_6 = 0,014$.

Тогда

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^6 P_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^6 Q_i(t) =$$

$$= 1 - (0,005 + 0,027 + 0,018 + 0,008 + 0,012 + 0,014) = 0,92.$$

Пример 15

В системе $N_c = 3000$ элементов, вероятность безотказной работы ее в течение одного часа $P_c(t) = 99\%$. Предполагается, что все элементы равнонадежны и интенсивность отказов элементов $\lambda = 9,3 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$. Требуется определить среднюю наработку до первого отказа системы $t_{\text{ср.с}}$.

Дано:
 $N_c = 3000$;
 $P_c(t) = 99\%$;
 $\lambda = 9,3 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$.

Найти: $t_{\text{ср.с}}$.

Решение:

Интенсивность отказов системы определим по формуле

$$\lambda_c = N\lambda,$$

$$\lambda_c = 3000 \cdot 9,3 \cdot 10^{-6} = 0,028 \text{ ч}^{-1},$$

средняя наработка до первого отказа системы равна:

$$t_{\text{ср.с}} = \frac{1}{\lambda_c},$$

$$t_{\text{ср.с}} = \frac{1}{0,028} = 35,7 \text{ ч.}$$

Задачи для самостоятельного решения

Исходные данные к задачам приведены в приложении 4.

Задача 1

На испытание поставлено N_0 фильтров грубой очистки топлива. За первые Δt_1 часов отказало $n(\Delta t_1)$ из них, а за интервал времени Δt_2 отказало еще $n(\Delta t_2)$ фильтров. Требуется определить частоту $f(\Delta t)$ и интенсивность $\lambda(\Delta t)$ отказов фильтров грубой очистки топлива в промежутке времени Δt_2 .

Задача 2

На испытания поставлено N топливных насосов. За Δt отказало $n(t)$ из них, требуется определить вероятность безотказной работы $P(t)$ и вероятность отказа $Q(t)$ в течение Δt .

Задача 3

По результатам испытаний N однотипных узлов сельскохозяйственных машин были получены значения безотказной работы $t_1; t_2; t_3; t_4; t_5$. Определить математическое ожидание m_t безотказной работы данных узлов, дисперсию D_t и стандартное отклонение σ_t .

Задача 4

В результате наблюдения за N образцами оборудования получены данные до первого отказа всех образцов. Требуется определить математическое ожидание безотказной работы m_t .

Задача 5

В течение некоторого периода времени производилось наблюдение за работой одного объекта. За весь период зарегистрировано n -отказов. До начала наблюдений объект проработал t_1 , к концу наблюдения наработка составила t_2 . Определить среднюю наработку на отказ $t_{\text{ср}}$.

Задача 6

Время работы элемента до отказа подчинено экспоненциальному закону λ . Требуется определить вероятность безотказной работы $P(t)$, частоту отказов $f(t)$ и среднюю наработку на отказ $t_{\text{ср}}$, если известны $t_1; t_2; t_3; t_4$.

Задача 7

Время работы изделия до отказа подчиняется закону распределения Рэлея. Требуется определить количественные характеристики: $P(t), f(t), \lambda(t), t_{\text{ср}}$ если известны значения $t_1; t_2; t_3; t_4$ и параметр распределения σ .

Задача 8

Время безотказной работы устройства подчиняется закону Вейбулла – Гнеденко с заданными параметрами k, λ_0 , а время его работы равно t . Вычислить количественные характеристики надежности устройства.

Задача 9

Известно, что интенсивность отказов λ , а среднее время восстановления составляет t_B . Требуется вычислить коэффициент готовности K_T и функцию готовности изделия P_T .

Задача 10

Система состоит из трех устройств. Интенсивность отказов электронного устройства равна λ_1 . Интенсивности отказов двух электро-механических устройств зависят от времени и определяются формулами: λ_2 и λ_3 . Нужно рассчитать вероятность безотказной работы технической системы в течение времени t .

Задача 11

Техническая система состоит из четырех блоков, среднее время безотказной работы которых равно: $T_1; T_2; T_3; T_4$. Для блоков справедлив экспоненциальный закон распределения. Требуется определить среднее время безотказной работы системы.

Задача 12

Система, подчиняющаяся экспоненциальному закону распределения, состоит из N_0 элементов, средняя интенсивность отказов которых λ_{cp} . Требуется определить $P_c(t), q_c(t), f_c(t), m_{ic}$, для заданного времени t . Здесь $P_c(t)$ – вероятность безотказной работы системы в течение времени t ; $q_c(t)$ – вероятность отказа системы в течение времени t ; $f_c(t)$ – частота отказов или плотность вероятности времени T безотказной работы системы; m_{ic} – среднее время безотказной работы системы.

Задача 13

Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $P(t)$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы P_c , состоящей из N_0 таких же элементов.

Задача 14

Система состоит из N блоков. Надежность блоков характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t , которая равна: $P_1(t); P_2(t); P_3(t); P_4(t); P_5(t); P_6(t)$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы.

Задача 15

В системе N_0 элементов, вероятность безотказной работы ее в течение одного часа составляет $P_c(t)$. Предполагается, что все элементы равнонадежны и интенсивность отказов элементов равна λ . Требуется определить среднюю наработку до первого отказа системы t_{cp} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баженов, Ю. В. Основы теории надежности машин : учебное пособие / Ю. В. Баженов; ВГУ – Владимир : ВГУ, 2006. – 160 с.
2. Надежность и ремонт машин / под. ред. В. В. Курчаткина. – Москва : Колос, 2000. – 776 с.
3. Юдин, М. И. Техника применения математического аппарата теории вероятностей в надежности машин : учебное пособие / М. И. Юдин, И. В. Карасев, Р. А. Тимов [и др.]. – Краснодар : Кубанский ГАУ, 2006. – 55 с.
4. Юдин, М. И. Организация ремонтно-обслуживающего производства в сельском хозяйстве / М. И. Юдин, Н. И. Стукопин, О. Г. Ширай. – Краснодар : КГАУ, 2002. – 939 с.
5. Селиванов, А. И. Теоретические основы ремонта и надежности сельскохозяйственной техники / А. И. Селиванов, Ю. Н. Артемьев. – Москва : Колос, 1978. – 248 с.
6. Гутер, Р. С. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта / Р. С. Гутер, Б. В. Овчинский. – Москва : Наука, 1970. – 432 с.
7. Ветошкин, А. Г. Надежность технических систем и техногенный риск / А. Г. Ветошкин. – Пенза : ПГУАиС, 2003.
8. Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.
9. Методические указания к лабораторным работам и курсовой работе по дисциплине «Научные исследования и решение инженерных задач» / С. В. Монтик. – Брест : Брестский ГТУ, 2004.
10. Надежность и ремонт машин. Определение полного ресурса сопряжения и допустимых без ремонта размеров сопрягаемых деталей в месте их наибольшего износа / сост. В. Н. Терехи, А. П. Черныш – Кемерово : Перспектива, 2006.
11. Корчагин, А. Б. Надежность технических систем и техногенный риск : учебное пособие. В 2 ч. / А. Б. Корчагин, В. С. Сердюк, А. И. Бокарев. – Омск : ОмГТУ, 2011.
12. Проников, А. С. Параметрическая надежность машин / А. С. Проников. – Москва : МГТУ им. Баумана, 2002. – 560 с.
13. Гаркунов, Д. Н. Триботехника / Д. Н. Гаркунов. – Москва : Машиностроение, 1985. – 424 с.

14. Потеха, В. Л. Трибодилатометрия / В. Л. Потеха. – Гомель : ГГТУ, 2000. – 374 с.

15. Трение, износ и смазка (трибология и триботехника) / А. В. Чичинадзе [и др.]; под ред. А. В. Чичинадзе. – Москва : Машиностроение, 2003. – 576 с.

16. Липатов, И.Н. Решение задач по курсу «Прикладная теория надежности». – Пермь: Пермский ГТУ, 1996.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица 1

Дифференциальная функция (функция плотности вероятности) стандартного нормального распределения

z	Сотые доли <i>u</i>									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,399	0,399	0,399	0,399	0,399	0,398	0,398	0,398	0,398	0,397
0,1	0,397	0,397	0,396	0,396	0,395	0,394	0,394	0,393	0,393	0,392
0,2	0,391	0,390	0,389	0,389	0,388	0,387	0,386	0,385	0,384	0,383
0,3	0,381	0,380	0,379	0,378	0,377	0,375	0,374	0,373	0,371	0,370
0,4	0,368	0,367	0,365	0,364	0,362	0,361	0,359	0,357	0,356	0,354
0,5	0,352	0,350	0,348	0,347	0,345	0,343	0,341	0,339	0,337	0,335
0,6	0,333	0,331	0,329	0,327	0,325	0,323	0,321	0,319	0,317	0,314
0,7	0,312	0,310	0,308	0,306	0,303	0,301	0,299	0,297	0,294	0,292
0,8	0,290	0,287	0,285	0,283	0,280	0,278	0,276	0,273	0,271	0,268
0,9	0,266	0,264	0,261	0,259	0,256	0,254	0,252	0,249	0,247	0,244
1,0	0,242	0,240	0,237	0,235	0,232	0,230	0,227	0,225	0,223	0,220
1,1	0,218	0,215	0,213	0,211	0,208	0,206	0,204	0,201	0,199	0,197
1,2	0,194	0,192	0,190	0,187	0,185	0,183	0,180	0,178	0,176	0,174
1,3	0,171	0,169	0,167	0,165	0,163	0,160	0,158	0,156	0,154	0,152
1,4	0,150	0,148	0,146	0,144	0,141	0,139	0,137	0,135	0,133	0,131
1,5	0,130	0,128	0,126	0,124	0,122	0,120	0,118	0,116	0,115	0,113
1,6	0,111	0,109	0,107	0,106	0,104	0,102	0,101	0,099	0,097	0,096
1,7	0,094	0,092	0,091	0,089	0,088	0,086	0,085	0,083	0,082	0,080
1,8	0,079	0,078	0,076	0,075	0,073	0,072	0,071	0,069	0,068	0,067
1,9	0,066	0,064	0,063	0,062	0,061	0,060	0,058	0,057	0,056	0,055
2,0	0,054	0,053	0,052	0,051	0,050	0,049	0,048	0,047	0,046	0,045
2,1	0,044	0,043	0,042	0,041	0,040	0,040	0,039	0,038	0,037	0,036
2,2	0,035	0,035	0,034	0,033	0,032	0,032	0,031	0,030	0,030	0,029
2,3	0,028	0,028	0,027	0,026	0,026	0,025	0,025	0,024	0,023	0,023
2,4	0,022	0,022	0,021	0,021	0,020	0,020	0,019	0,019	0,018	0,018
2,5	0,018	0,017	0,017	0,016	0,016	0,015	0,015	0,015	0,014	0,014
2,6	0,014	0,013	0,013	0,013	0,012	0,012	0,012	0,011	0,011	0,011
2,7	0,010	0,010	0,010	0,010	0,009	0,009	0,009	0,009	0,008	0,008
2,8	0,008	0,008	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,006	0,006	0,006
2,9	0,006	0,006	0,006	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
3,0	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,003	0,003
3,1	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,002
3,2	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
3,3	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
3,4	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
3,5	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001

Таблица 2

Интегральная функция стандартного нормального распределения

U	Сотые доли u									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
+0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133

Продолжение таблицы 2

U	Сотые доли u									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

Таблица 3

Дифференциальная функция (ϕ -ия плотности вероятности) распределения Вейбулла для нормированной центрированной величины u (ЗРВ; $a = 1$; $c = 0$)

u	Параметр b															
	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4
0,1	0,999	0,905	0,807	0,711	0,620	0,536	0,460	0,392	0,332	0,281	0,236	0,198	0,165	0,138	0,115	0,095
0,2	0,836	0,819	0,790	0,752	0,709	0,662	0,613	0,565	0,516	0,470	0,426	0,384	0,346	0,310	0,277	0,247
0,3	0,724	0,741	0,747	0,745	0,735	0,719	0,697	0,672	0,643	0,613	0,581	0,548	0,516	0,483	0,452	0,421
0,4	0,636	0,670	0,697	0,716	0,729	0,735	0,737	0,733	0,725	0,714	0,699	0,682	0,662	0,641	0,619	0,596
0,5	0,564	0,607	0,644	0,676	0,703	0,726	0,745	0,759	0,769	0,776	0,779	0,779	0,776	0,770	0,762	0,752
0,6	0,504	0,549	0,591	0,630	0,667	0,700	0,730	0,757	0,781	0,803	0,821	0,837	0,850	0,861	0,869	0,875
0,7	0,452	0,497	0,540	0,582	0,623	0,662	0,699	0,734	0,768	0,799	0,829	0,858	0,884	0,909	0,931	0,952
0,8	0,406	0,449	0,492	0,534	0,575	0,616	0,656	0,695	0,734	0,771	0,808	0,844	0,879	0,913	0,946	0,978
0,9	0,366	0,407	0,447	0,487	0,527	0,566	0,606	0,645	0,684	0,723	0,762	0,801	0,839	0,877	0,915	0,953
1	0,331	0,368	0,405	0,441	0,478	0,515	0,552	0,589	0,625	0,662	0,699	0,736	0,773	0,809	0,846	0,883
1,1	0,300	0,333	0,366	0,399	0,431	0,464	0,496	0,529	0,561	0,593	0,624	0,656	0,687	0,719	0,750	0,780
1,2	0,272	0,301	0,330	0,359	0,387	0,414	0,441	0,468	0,494	0,520	0,544	0,569	0,592	0,615	0,637	0,658
1,3	0,247	0,273	0,297	0,321	0,345	0,367	0,388	0,409	0,428	0,447	0,464	0,480	0,494	0,508	0,520	0,530

Продолжение табл. 3

u	Параметр b															
	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4
1,4	0,225	0,247	0,267	0,287	0,306	0,323	0,339	0,353	0,366	0,377	0,387	0,394	0,401	0,405	0,407	0,408
1,5	0,205	0,223	0,240	0,256	0,270	0,282	0,293	0,301	0,308	0,313	0,315	0,316	0,315	0,312	0,307	0,300
1,6	0,187	0,202	0,216	0,227	0,237	0,245	0,251	0,254	0,256	0,255	0,252	0,247	0,241	0,232	0,222	0,211
1,7	0,170	0,183	0,193	0,202	0,208	0,212	0,213	0,212	0,210	0,205	0,198	0,189	0,179	0,167	0,155	0,142
1,8	0,155	0,165	0,173	0,178	0,181	0,182	0,180	0,176	0,170	0,162	0,152	0,141	0,129	0,116	0,104	0,091
1,9	0,142	0,150	0,155	0,157	0,157	0,155	0,151	0,144	0,136	0,126	0,115	0,103	0,091	0,078	0,067	0,055
2	0,130	0,135	0,138	0,139	0,136	0,132	0,125	0,117	0,107	0,096	0,085	0,073	0,062	0,051	0,041	0,032
2,1	0,119	0,122	0,123	0,122	0,118	0,112	0,104	0,094	0,084	0,073	0,062	0,051	0,041	0,032	0,024	0,018
2,2	0,109	0,111	0,110	0,107	0,101	0,094	0,085	0,075	0,065	0,054	0,044	0,035	0,027	0,020	0,014	0,010
2,3	0,100	0,100	0,098	0,094	0,087	0,079	0,070	0,060	0,049	0,040	0,031	0,023	0,017	0,012	0,008	0,005
2,4	0,091	0,091	0,087	0,082	0,075	0,066	0,056	0,047	0,037	0,029	0,021	0,015	0,010	0,007	0,004	0,002
2,5	0,084	0,082	0,078	0,072	0,064	0,055	0,046	0,036	0,028	0,021	0,014	0,010	0,006	0,004	0,002	0,001
2,6	0,077	0,074	0,069	0,062	0,054	0,045	0,037	0,028	0,021	0,015	0,010	0,006	0,004	0,002	0,001	0,000
2,7	0,071	0,067	0,062	0,054	0,046	0,038	0,029	0,022	0,015	0,010	0,006	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000
2,8	0,065	0,061	0,055	0,047	0,039	0,031	0,023	0,016	0,011	0,007	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000
2,9	0,060	0,055	0,049	0,041	0,033	0,025	0,018	0,012	0,008	0,005	0,003	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000
3	0,055	0,050	0,043	0,036	0,028	0,021	0,014	0,009	0,006	0,003	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
3,1	0,050	0,045	0,038	0,031	0,023	0,017	0,011	0,007	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,2	0,046	0,041	0,034	0,027	0,020	0,014	0,009	0,005	0,003	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,3	0,043	0,037	0,030	0,023	0,017	0,011	0,007	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,4	0,039	0,033	0,027	0,020	0,014	0,009	0,005	0,003	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,5	0,036	0,030	0,024	0,017	0,012	0,007	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,6	0,033	0,027	0,021	0,015	0,010	0,006	0,003	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,7	0,031	0,025	0,018	0,013	0,008	0,005	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,8	0,028	0,022	0,016	0,011	0,007	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
u	Параметр b															
	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4
0,1	0,079	0,065	0,054	0,044	0,036	0,030	0,025	0,020	0,017	0,014	0,011	0,009	0,007	0,006	0,005	0,004
0,2	0,220	0,195	0,173	0,153	0,135	0,119	0,105	0,092	0,081	0,071	0,062	0,055	0,048	0,042	0,037	0,032
0,3	0,391	0,363	0,335	0,310	0,286	0,263	0,242	0,222	0,203	0,186	0,170	0,155	0,142	0,129	0,118	0,107
0,4	0,572	0,547	0,523	0,498	0,474	0,450	0,427	0,404	0,382	0,361	0,340	0,320	0,301	0,283	0,266	0,250
0,5	0,741	0,727	0,712	0,697	0,680	0,662	0,643	0,625	0,605	0,586	0,566	0,547	0,527	0,508	0,489	0,470
0,6	0,879	0,881	0,881	0,879	0,875	0,870	0,864	0,856	0,847	0,837	0,826	0,814	0,801	0,788	0,774	0,759
0,7	0,972	0,989	1,005	1,019	1,032	1,043	1,053	1,061	1,068	1,073	1,077	1,080	1,081	1,082	1,081	1,079
0,8	1,009	1,039	1,069	1,097	1,124	1,151	1,176	1,200	1,224	1,246	1,267	1,288	1,307	1,326	1,343	1,360
0,9	0,990	1,027	1,064	1,100	1,136	1,172	1,208	1,243	1,278	1,313	1,347	1,381	1,414	1,448	1,481	1,513
1	0,920	0,956	0,993	1,030	1,067	1,104	1,140	1,177	1,214	1,251	1,288	1,324	1,361	1,398	1,435	1,472
1,1	0,811	0,841	0,871	0,901	0,930	0,959	0,988	1,016	1,044	1,072	1,100	1,127	1,154	1,180	1,206	1,231
1,2	0,679	0,698	0,717	0,735	0,752	0,767	0,782	0,796	0,809	0,821	0,832	0,841	0,850	0,857	0,864	0,869
1,3	0,540	0,547	0,554	0,558	0,562	0,563	0,564	0,563	0,560	0,556	0,551	0,544	0,536	0,527	0,517	0,505
1,4	0,407	0,405	0,400	0,394	0,387	0,378	0,368	0,356	0,344	0,330	0,316	0,301	0,285	0,269	0,252	0,236
1,5	0,292	0,282	0,271	0,259	0,245	0,231	0,216	0,201	0,185	0,170	0,155	0,140	0,125	0,111	0,098	0,085
1,6	0,199	0,185	0,171	0,157	0,142	0,128	0,114	0,100	0,087	0,075	0,064	0,054	0,044	0,036	0,029	0,023
1,7	0,128	0,114	0,101	0,088	0,075	0,064	0,053	0,044	0,035	0,028	0,022	0,017	0,013	0,009	0,007	0,005
1,8	0,078	0,066	0,055	0,045	0,036	0,029	0,022	0,017	0,012	0,009	0,006	0,004	0,003	0,002	0,001	0,001
1,9	0,045	0,036	0,028	0,021	0,016	0,011	0,008	0,005	0,004	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,025	0,018	0,013	0,009	0,006	0,004	0,003	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,1	0,013	0,009	0,006	0,004	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,2	0,006	0,004	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,3	0,003	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,4	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,5	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Таблица 1

Законы распределения, используемые в теории надежности

Закон распределения	Частота отказов $f(t)$ (плотность распределения)	Вероятность безотказной работы $P(t)$	Интенсивность отказов $\lambda(t)$	Средняя наработка до первого отказа t_{cp}
Экспоненциальный	$\lambda e^{-\lambda t}$	$e^{-\lambda t}$	$\lambda = \text{const}$	$1/\lambda$
Рэля	$\frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$	$e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{t}{\sigma^2}$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma$
Гамма (при k целом)	$e^{-\lambda_0 t}$	$e^{-\lambda_0 t}$	$\frac{\lambda_0 (\lambda_0 t)^{k-1}}{(k-1)! \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}$	$\frac{k}{\lambda_0}$
Вейбулла – Гнеденко	$\lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^k}$	$e^{-\lambda_0 t^k}$	$\lambda_0 k t^{k-1}$	$\Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) / \lambda_0^{1/k}$
Усеченный нормальный	$\frac{1}{F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right) \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{F\left(\frac{T_1 - t}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)}$	$\frac{e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma F\left(\frac{T_1 - t}{\sigma}\right)}}$	$T_1 + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)}} e^{-\frac{T^2}{2\sigma^2}}$
Логарифмически-нормальный	$\frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)^2}$	$\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\mu - \ln t}{\sigma}\right)$	$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)^2}}{0,5 + \Phi\left(\frac{\mu - \ln t}{\sigma}\right)}$	$\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2}} dt$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Таблица 1

Значение гамма-функции

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,0000	1,25	0,9064	1,50	0,8862	1,75	0,9191
1,01	0,9943	1,26	0,9044	1,51	0,8866	1,76	0,9214
1,02	0,9888	1,27	0,9025	1,52	0,8870	1,77	0,9238
1,03	0,9835	1,28	0,9007	1,53	0,8876	1,78	0,9262
1,04	0,9784	1,29	0,8990	1,54	0,8882	1,79	0,9288
1,05	0,9735	1,30	0,8975	1,55	0,8889	1,80	0,9314
1,06	0,9687	1,31	0,8960	1,56	0,8896	1,81	0,9341
1,07	0,9642	1,32	0,8946	1,57	0,8905	1,82	0,9368
1,08	0,9597	1,33	0,8934	1,58	0,8914	1,83	0,9397
1,09	0,9555	1,34	0,8922	1,59	0,8924	1,84	0,9426
1,10	0,9514	1,35	0,8912	1,60	0,8935	1,85	0,9456
1,11	0,9474	1,36	0,8902	1,61	0,8947	1,86	0,9187
1,12	0,9436	1,37	0,8893	1,62	0,8959	1,87	0,9518
1,13	0,9399	1,38	0,8885	1,63	0,8972	1,88	0,9551
1,14	0,9364	1,39	0,8879	1,64	0,8986	1,89	0,9584
1,15	0,9330	1,40	0,8873	1,65	0,9001	1,90	0,9618
1,16	0,9298	1,41	0,8868	1,66	0,9017	1,91	0,9652
1,17	0,9267	1,42	0,8864	1,67	0,9033	1,92	0,9688
1,18	0,9237	1,43	0,8860	1,68	0,9050	1,93	0,9724
1,19	0,9209	1,44	0,8858	1,69	0,9068	1,94	0,9761
1,20	0,9182	1,45	0,8857	1,70	0,9086	1,95	0,9799
1,21	0,9156	1,46	0,8856	1,71	0,9106	1,96	0,9837
1,22	0,9131	1,47	0,8856	1,72	0,9126	1,97	0,9877
1,23	0,9108	1,48	0,8857	1,73	0,9147	1,98	0,9917
1,24	0,9030	1,49	0,8859	1,74	0,9168	1,99	0,9959

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Таблица 1

Исходные данные к задаче 1

Вариант	N	Δt_1	$n(\Delta t_1)$	Δt_2	$n(\Delta t_2)$
1	1500	2000	10	800	30
2	1600	2150	12	850	28
3	1700	2300	14	900	26
4	1800	2450	16	950	24
5	1900	2600	18	1000	22
6	2000	2750	20	1050	20
7	2100	2900	22	1100	18
8	2200	3050	24	1150	16
9	2300	3200	26	1200	14
10	2400	3350	28	1250	12

Таблица 2

Исходные данные к задаче 2

Вариант	N	Δt	$n(t)$
1	850	800	15
2	950	850	17
3	1050	900	19
4	1150	950	21
5	1250	1000	23
6	1350	1050	25
7	1450	1100	27
8	1550	1150	29
9	1650	1200	31
10	1750	1250	33

Таблица 3

Исходные данные к задаче 3

Вариант	N	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
1	3	1080	1123	1850		
2	4	1113	1137	1802	1886	
3	5	1146	1151	1754	1852	1030
4	3	1179	1165	1706		
5	4	1212	1179	1658	1784	
6	5	1245	1193	1610	1750	1072
7	3	1278	1207	1562		
8	4	1311	1221	1514	1682	
9	5	1344	1235	1466	1648	1114
10	3	1377	1249	1418		

Таблица 4

Исходные данные к задаче 4

Варианта	$(\Delta t_1)/n_1$	$(\Delta t_2)/n_2$	$(\Delta t_3)/n_3$	$(\Delta t_4)/n_4$	$\Delta t_5/n_5$
1	(0-2)/0	(2-4)/2	(4-6)/1	(6-8)/2	(8-12)/2
2	(0-3)/0	(3-6)/3	(6-9)/2	(9-12)/1	(12-15)/0
3	(0-4)/0	(4-8)/1	(8-12)/2	(12-16)/3	(16-20)/0
4	(0-5)/0	(5-10)/3	(10-15)/1	(15-20)/1	(25-30)/0
5	(0-2)/0	(2-4)/1	(4-6)/1	(6-8)/1	(8-12)/0
6	(0-3)/0	(3-6)/1	(6-9)/1	(9-12)/0	(12-15)/1
7	(0-4)/2	(4-8)/1	(8-12)/1	(12-16)/1	(16-20)/1
	(0-5)/0	(5-10)/0	(10-15)/1	(15-20)/3	(25-30)/1
9	(0-2)/2	(2-4)/0	(4-6)/2	(6-8)/0	(8-12)/2
10	(0-3)/1	(3-6)/3	(6-9)/0	(9-12)/2	(12-15)/2

Таблица 5

Исходные данные к задаче 5

Варианта	n	t_2	t_1
1	3	1080	123
2	4	1113	145
3	5	1146	167
4	3	1179	189
5	4	1212	211
6	5	1245	233
7	3	1278	255
8	4	1311	277
9	5	1344	299
10	3	1377	321

Таблица 6

Исходные данные к задаче 6

Варианта	λ	t_1	t_2	t_3	t_4
1	$3,1 \cdot 10^{-5}$	1080	2030	3040	1090
2	$3,3 \cdot 10^{-5}$	1027	2055	2994	1116
3	$3,5 \cdot 10^{-5}$	974	2080	2948	1142
4	$3,7 \cdot 10^{-5}$	921	2105	2902	1168
5	$3,9 \cdot 10^{-5}$	868	2130	2856	1194
6	$4,1 \cdot 10^{-5}$	815	2155	2810	1220
7	$4,3 \cdot 10^{-5}$	762	2180	2764	1246
8	$4,5 \cdot 10^{-5}$	709	2205	2718	1272
9	$4,7 \cdot 10^{-5}$	656	2230	2672	1298
10	$4,9 \cdot 10^{-5}$	603	2255	2626	1324

Таблица 7

Исходные данные к задаче 7

Варианта	σ	t_1	t_2	t_3	t_4
1	1850	1550	1040	1950	880
2	1871	1497	1065	1904	906
3	1892	1444	1090	1858	932
4	1913	1391	1115	1812	958
5	1934	1338	1140	1766	984
6	1955	1285	1165	1720	1010
7	1976	1232	1190	1674	1036
8	1997	1179	1215	1628	1062
9	2018	1126	1240	1582	1088
10	2039	1073	1265	1536	1114

Таблица 8

Исходные данные к задаче 8

Варианта	k	λ_0	t
1	1,1	$3,8 \cdot 10^{-4}$	130
2	1,2	$3,7 \cdot 10^{-4}$	150
3	1,3	$3,6 \cdot 10^{-4}$	170
4	1,4	$3,5 \cdot 10^{-4}$	190
5	1,5	$3,4 \cdot 10^{-4}$	210
6	1,6	$3,3 \cdot 10^{-4}$	230
7	1,7	$3,2 \cdot 10^{-4}$	250
8	1,8	$3,1 \cdot 10^{-4}$	270
9	1,9	$3,0 \cdot 10^{-4}$	290
10	2,0	$2,9 \cdot 10^{-4}$	310

Таблица 9

Исходные данные к задаче 9

Варианта	λ	t_B
1	0,03	8
2	0,04	9
3	0,05	10
4	0,06	11
5	0,07	12
6	0,08	13
7	0,09	14
8	0,10	15
9	0,11	16
10	0,12	10

Таблица 10

Исходные данные к задаче 10

Варианта	λ_1	λ_2	λ_3	t
1	$0,9 \cdot 10^{-3}$	$3,1 \cdot 10^{-4} t$	$2,9 \cdot 10^{-6} t^2$	30
2	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$3,0 \cdot 10^{-4} t$	$2,8 \cdot 10^{-6} t^2$	28
3	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$2,9 \cdot 10^{-4} t$	$2,7 \cdot 10^{-6} t^2$	26
4	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-4} t$	$2,6 \cdot 10^{-6} t^2$	24
5	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-4} t$	$2,5 \cdot 10^{-6} t^2$	22
6	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$2,6 \cdot 10^{-4} t$	$2,4 \cdot 10^{-6} t^2$	20
7	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-4} t$	$2,3 \cdot 10^{-6} t^2$	18
8	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-4} t$	$2,2 \cdot 10^{-6} t^2$	16
9	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-4} t$	$2,1 \cdot 10^{-6} t^2$	14
10	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-4} t$	$2,0 \cdot 10^{-6} t^2$	12

Таблица 13

Исходные данные к задаче 13

Варианта	$P(t)$	N
1	0,9999	60
2	0,9998	62
3	0,9988	64
4	0,9978	66
5	0,9968	68
6	0,9999	70
7	0,9998	72
8	0,9988	74
9	0,9978	76
10	0,9968	78

Таблица 11

Исходные данные к задаче 11

Варианта	T_1	T_2	T_3	T_4
1	1080	1040	1950	880
2	1113	1065	1904	906
3	1146	1090	1858	932
4	1179	1115	1812	958
5	1212	1140	1766	984
6	1245	1165	1720	1010
7	1278	1190	1674	1036
8	1311	1215	1628	1062
9	1344	1240	1582	1088
10	1377	1265	1536	1114

Таблица 14

Исходные данные к задаче 14

Варианта	$P_1(t)$	$P_2(t)$	$P_3(t)$	$P_4(t)$	$P_5(t)$	$P_6(t)$
1	0,998	0,988	0,97	0,995	0,993	0,982
2	0,997	0,987	0,971	0,994	0,992	0,983
3	0,996	0,986	0,972	0,993	0,991	0,984
4	0,995	0,985	0,973	0,992	0,99	0,985
5	0,994	0,984	0,974	0,991	0,989	0,986
6	0,993	0,983	0,975	0,99	0,988	0,987
7	0,992	0,982	0,976	0,989	0,987	0,988
8	0,991	0,981	0,977	0,988	0,986	0,989
9	0,99	0,98	0,978	0,987	0,985	0,99
10	0,989	0,979	0,979	0,986	0,984	0,991

Таблица 12

Исходные данные к задаче 12

Варианта	N_0	λ_{cp}	t
1	8900	$3,8 \cdot 10^{-7}$	54
2	8933	$3,7 \cdot 10^{-7}$	58
3	8966	$3,6 \cdot 10^{-7}$	62
4	8999	$3,5 \cdot 10^{-7}$	66
5	9032	$3,4 \cdot 10^{-7}$	70
6	9065	$3,3 \cdot 10^{-7}$	74
7	9098	$3,2 \cdot 10^{-7}$	78
8	9131	$3,1 \cdot 10^{-7}$	82
9	9164	$3,0 \cdot 10^{-7}$	86
10	9197	$2,9 \cdot 10^{-7}$	54

Таблица 15

Исходные данные к задаче 15

Варианта	N_0	λ	$P_c(t)$
1	3300	$9,8 \cdot 10^{-6}$	99,3
2	3333	$9,7 \cdot 10^{-6}$	98,5
3	3366	$9,6 \cdot 10^{-6}$	99,4
4	3399	$9,5 \cdot 10^{-6}$	98,1
5	3432	$9,4 \cdot 10^{-6}$	99,3
6	3465	$9,3 \cdot 10^{-6}$	98,3
7	3498	$9,2 \cdot 10^{-6}$	99,1
8	3531	$9,1 \cdot 10^{-6}$	98,2
9	3564	$9,0 \cdot 10^{-6}$	99,3
10	3597	$8,9 \cdot 10^{-6}$	98,5

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Таблица 1

Исходные данные к практической работе №6

Вариант	Границы частичных интервалов ряда распределения, тыс. ч					
	0–1,12	1,12–2,24	2,24–3,36	3,36–4,48	4,48–5,60	5,60–6,72
1	0–1,12	1,12–2,24	2,24–3,36	3,36–4,48	4,48–5,60	5,60–6,72
2	0–1,14	1,14–2,28	2,28–3,42	3,42–4,56	4,56–5,70	5,70–6,84
3	0–1,16	1,16–2,32	2,32–3,48	3,48–4,64	4,64–5,80	5,80–6,96
4	0–1,18	1,18–2,36	2,36–3,54	3,54–4,72	4,72–5,90	5,90–7,08
5	0–1,22	1,22–2,44	2,44–3,66	3,66–4,88	4,88–6,10	6,10–7,32
6	0–1,11	1,11–2,22	2,22–3,33	3,33–4,44	4,44–5,55	5,55–6,66
7	0–1,13	1,13–2,26	2,26–3,39	3,39–4,52	4,52–5,65	5,65–6,78
8	0–1,15	1,15–2,30	2,30–3,45	3,45–4,60	4,60–5,75	5,75–6,90
9	0–1,17	1,17–2,34	2,34–3,51	3,51–4,68	4,68–5,85	5,85–7,02
10	0–1,21	1,21–2,42	2,42–3,63	3,63–4,84	4,84–6,05	6,05–7,26

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Таблица 1

Исходные данные к практической работе № 7

Варианта	Суммарное время восстановления, ч	Протяженность интервала	Результаты наблюдений (количество отказов)							
			1	2	3	4	5	6	7	8
			1	80	18	27	20	14	9	8
1	82	15	29,7	22	15,4	9,9	8,8	5,5	3,3	2,2
2	84	14	25,7	19,0	13,3	8,6	7,6	4,8	2,9	1,9
3	85	12	28,2	20,9	14,6	9,4	8,4	5,2	3,1	2,1
4	88	11	24,4	18,1	12,6	8,1	7,2	4,5	2,7	1,8
5	75	12	26,8	19,9	13,9	8,9	7,9	5,0	3,0	2,0
6	89	14	23,1	17,1	12,0	7,7	6,9	4,3	2,6	1,7
7	74	16	25,5	18,9	13,2	8,5	7,5	4,7	2,8	1,9
8	72	18	22,0	16,3	11,4	7,3	6,5	4,1	2,4	1,6
9	70	20	24,2	17,9	12,5	8,1	7,2	4,5	2,7	1,8
10	85	19	25,5	18,9	13,2	8,5	7,5	4,7	2,8	1,9

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

Таблица 1

Исходные данные к практической работе № 8

Варианта	Перечень тракторов (принимать по номеру в таблице 2)	Прогноз для трактора мощностью, кВт
1	1–7	75
2	2–8	78
3	3–9	80
4	4–10	85
5	5–11	92
6	6–12	102
7	7–13	110
8	8–14	112
9	9–15	115
10	14–20	280

Таблица 2

Исходные данные к практической работе № 3 (дополнительно)

Номер	Марка	Номинальная мощность, кВт	Время на ЕТО, мин
1	2	3	4
1	БЕЛАРУС-320.3/320.4/320.5	26,5	4,5
2	БЕЛАРУС-422	36,6	4,8
3	БЕЛАРУС-510/511	42	4,9
4	БЕЛАРУС-570/572	46	5,1
5	БЕЛАРУС-920/920.2	60	5,7
6	БЕЛАРУС-920.3/920.4	62	5,8
7	БЕЛАРУС-892	65	5,9
8	БЕЛАРУС-892.2	66	6
9	БЕЛАРУС-952.4/952.5	70	6
10	БЕЛАРУС-1025.4/1025.5	81	6,3

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4
11	БЕЛАРУС-1220.3/1220.4/1220.5	90	7
12	БЕЛАРУС-1221.2/1221В.2	96	7,4
13	БЕЛАРУС-1221.3/1221.4	100	8,8
14	БЕЛАРУС-1222.4	104,6	8,9
15	БЕЛАРУС-1523.4/1523.5	111	9,3
16	БЕЛАРУС-1523/1523.3	114	9,3
17	БЕЛАРУС-1822.3	132	9,5
18	БЕЛАРУС-2022.4/2022.5	156	9,8
19	БЕЛАРУС-3022ДЦ.1	223	10,5
20	БЕЛАРУС-3522/3522.5	261	12,3

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

Исходные данные к практической работе № 9

Таблица 1

Данные из технических требований на дефектацию сопряжений тракторных двигателей [14]

Варианта	Наименование деталей	Размер по чертежу, мм	Предельные отклонения	Предельные зазоры, $S_{пр}$, мм	Средняя скорость изнашивания $\omega_{1,2} \cdot 10^{-5}$ мм/ч
1	2	3	4	5	6
1	Втулка направляющая клапана	11	+0,027	0,40	4,25
			0		
	Клапан впускной	11	-0,035		2,0
-0,060					
2	Ступица	28	+0,045	0,70	4,0
			0		
	Вал редуктора	27,8	-0,060		2,25
		-0,095			
3	Втулка специальная	13	+0,240	1,20	9,1
			+0,120		
	Плунжер	13	-0,240		3,4
-0,360					
4	Втулка толкателя	14	+0,240	1,00	4,4
			0		
	Толкатель	14	-0,120		1,85
-0,240					
5	Втулка шестерни	45,2	+0,050	0,60	5,41
			0		
	Вал редуктора	45,1	-0,050		2,40
-0,085					
6	Корпус редуктора	18	+0,019	0,18	1,3
			0		
	Ось редуктора	18	-0,030		1,2
-0,055					
7	Насадок	19	-0,063	0,20	2,12
			-0,084		
	Ось ротора	19	-0,110		1,0

Продолжение таблицы 1

Для заметок

1	2	3	4	5	6
8	Крышка корпуса редуктора	19	+0,023	0,20	1,5
			0		
	Ось редуктора	19	-0,040		1,0
			-0,070		
9	Корпус масляного насоса	28	+0,060	0,20	0,75
			0		
	Шестерня масляного насоса	28	-0,040		0,5
			-0,070		
10	Втулка промежуточной шестерни	40	+0,050	0,20	1,7
			+0,025		
	Палец промежуточной шестерни	40	0		0,8
			-0,025		

Учебное издание

Тарасенко Виктор Евгеньевич
Миклуш Владимир Петрович
Жешко Александр Анатольевич

НАДЕЖНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Практикум

Ответственный за выпуск *В. Е. Тарасенко*
Редактор *В. А. Лукьянчук*
Корректор *В. А. Лукьянчук*
Компьютерная верстка *В. А. Лукьянчука*
Дизайн обложки *В. А. Лукьянчука*

Подписано в печать 12.11.2015. Формат 60×84¹/₁₆.
Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 11,86. Уч.-изд. л. 9,27. Тираж 98 экз. Заказ 597.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Учреждение образования
«Белорусский государственный аграрный технический университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий
№ 1/359 от 09.06.2014.
№ 2/151 от 11.06.2014.
Пр. Независимости, 99–2, 220023, Минск.