УДК 539.3:534.I

О.Б.Борисевич

КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИН ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

Рассматривается задача об изгибе пластин переменной толщины. Теорию таких пластин можно построить, опираясь на общую схему теории оболочек.

Рассматриваются уравнения равновесия пластин переменной толщины, по принципу Даламбера выводятся уравнения колебаний таких пластин:

$$\frac{d(N_r r)}{dr} - N_\theta + q_r r = \rho h r \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

$$\frac{d(Q r)}{dr} + \frac{d}{dr}(N_r r \varphi_0) + q_z r = \rho h r \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \qquad (I)$$

$$\frac{d(M_r r)}{dr} - M_\theta - Q_r = 0$$

После некоторых преобразований от системы из трех уравнений (I) переходим к системе из двух уравнений (2):

$$(1+\varphi_0^2)\frac{d(N_r r)}{dr} - N_\theta + r(q_r + \varphi_0 q_z) = \rho h r\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \varphi_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right),$$

$$\frac{d^2(M_r r)}{dr^2} - \frac{dM_\theta}{dr} + \varphi_0\frac{d(N_r r)}{dr} + q_z r = \rho h r \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \qquad (2)$$

От уравнений в обобщенных силах производится переход к уравнениям в перемещениях. Для решения полученной системы уравнений применяется метод малого параметра, т.е. решения ищутся в виде рядов по степеням двух параметров λ и φ_0, первый из которых описывает изменения толщины пластины, а второй - характер пологости срединной поверхности. В результате получаем систему уравнений.

Затем приравниванием коэффициентов при одинаковых степенях λ и φ_0 выводим ряд уравнений для нулевых и первых приближений:

$$r^2 u_{00}'' + r u_{00}' + u_{00}\left[\frac{\rho r^2(1-\mu^2)}{E}\omega_{00} - 1\right] = -r^2\frac{(1-\mu^2)}{E h_0} q_r,$$

$$r^2 u_{10}'' + r u_{10}' + u_{10}\left[\frac{\rho r^2(1-\mu^2)}{E}\omega_{00} - 1\right] = -u_{00}'\frac{r^2}{h_0} -$$

$$-u_{00}\left[\mu \frac{r}{h_0} + \frac{\rho r^2 (1-\mu^2)}{E}\omega_{10}\right] + \frac{r^3(1-\mu^2)}{E h_0^2} q r,$$

$$r^4 W_{00}^{IV} + 2r^3 W_{00}''' - r^2 W_{00}'' + r W_{00}' - 12\frac{\rho(1-\mu^2)}{E}\frac{r^4}{h_0^2}\omega_{00} W_{00} = 0,$$

$$r^4 W_{10}^{IV} + 2r^3 W_{10}''' - r^2 W_{10}'' + r W_{10}' - 12\frac{\rho(1-\mu^2)}{E}\frac{r^4}{h_0^2}\omega_{00} W_{10} = -6\frac{r^4}{h_0} W_{00}''' - 3\frac{(2+\mu)r^3}{h_0} W_{00}'' + 3\frac{r^2}{h_0} W_{00}' +$$
$$+ 12\frac{\rho(1-\mu^2)r^4}{E h_0^2}\omega_{10} W_{00}.$$

Эти уравнения являются уравнениями типа Бесселя. Полученные решения выражаются через функции Бесселя I и 2 рода и функции Ломмеля. Кроме того, они содержат неизвестные константы, которые определяются из граничных условий.

УДК 539.374

Ю.В.Чигарев

К УСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СЛУЧАЙНО НЕОДНОРОДНЫХ СЛОЖНЫХ СРЕД

В квазистатической постановке исследуется устойчивость прямоугольной пластинки из случайно армированного упруго-вязко-пластического материала при сжатии в одном направлении детерминированными усилиями P. Параметры среды через статистически однородную изотропную функцию $\psi(x_i)$ случайным образом зависят от двух координат, следовательно, полевые величины напряжений, деформаций, перемещений так же являются случайными функциями координат.

Будем предполагать, что масштаб неоднородности мал по сравнению с характерным размером пластины. Такое предположение позволяет выразить связь между компонентами флуктуаций перемещений и напряжений с помощью тензора Грина и получить среднее состояние стохастически неоднородной упруго-вязко-пластической среды. При исследовании устойчивости используем теорию малых деформаций и углов поворота.

Уравнения равновесия для компонентов возмущения, обозна-