

И. Е. ТИЩЕНКОВ, Ю. П. БОРДЮГОВ,

кандидаты экономических наук

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОРРЕЛЯЦИИ ПРИ АНАЛИЗЕ ЗАВИСИМОСТИ УРОЖАЙНОСТИ ОТ ДОЗ ВНОСИМЫХ УДОБРЕНИЙ

Как известно, сбор урожая с единицы площади является результатом действия ряда законов (физических, химических, биологических) и определяется конкретными условиями: сроками сева, влажностью почвы, температурой воздуха, густотой стояния растений и т. д. К числу главных факторов, влияющих на урожайность, следует отнести количество и состав вносимых в почву органических и минеральных удобрений, обеспечивающих рост сельскохозяйственной продукции.

Следует отметить, что поставки удобрений колхозам и совхозам республики ежегодно возрастают. За период с 1966 по 1969 год среднегодовой их прирост по колхозам составлял примерно 17,8% (действующего вещества). Улучшилось и структурное соотношение между компонентами. Так, если в 1966 г. соотношение между N, P и K выражалось как 1,00 : 0,85 : 1,61, то в 1968 г. уже как 1,00 : 0,67 : 1,71.

На 1 га пашни в 1966 г. было внесено 0,53 ц азотных, 0,7 ц фосфорных (без фосмуки), 0,92 ц калийных минеральных удобрений, в 1968 г. — соответственно 0,81, 0,79 и 1,15 ц/га. Следовательно, увеличилась доля азотных и калийных удобрений, в которых ощущается повышенная потребность. Все это оказало заметное влияние на рост объема производства и повышение урожайности сельскохозяйственных культур. Если стоимость валовой продукции растениеводства на 100 га сельхозугодий в среднем за 1965—1966 гг. составила 15 тыс. рублей, то за 1967—1968 гг. — 16,5 тыс. Заметно увеличился сбор картофеля. В 1969 г. урожайность картофеля была на 26,1% выше, чем в 1965 г.

Бесспорно, вместе с ростом поставок минеральных туков необходимо и более рационально их использовать. В данной статье рассматривается количественная взаимосвязь между дозами вносимых в почву удобрений и урожайностью на основе метода математического анализа.

Исследованиями, проведенными в нашей стране и за рубежом, установлено, что зависимость урожайности от количества вносимых в почву удобрений описывается рядом математических уравнений — производственными функциями. Они представляют собою корреляционные уравнения, дающие возможность количественно выразить взаимосвязь производственных факторов и определить величину получаемого продукта исходя из наличия материальных и других ресурсов.

Есть несколько производственных функций, но целесообразность применения того или иного уравнения определяется конкретной постановкой задачи и ее целью. Отечественные и зарубежные авторы (Ф. Н. Деревницкий, Б. Н. Михалевский, Э. Хедди и Д. Дилон), использовавшие в ряде экономических исследований производственные функции, отмечают различные их свойства и указывают на необходимость тщательного подхода к выбору функции. Например, функция Кобба—Дугласа ($Y = aX^b$) хотя и более проста в вычислении, но обладает тем свойством, что допускает только наличие возрастающего, постоянного или падающего дополнительного продукта. Исчисленная на основании ее параметров кривая «затраты — выпуск» не может указать точки перегиба, т. е. не допускаются случаи возрастания и падения дополнительного продукта одновременно. Кроме того, при использовании подобного вида функций, когда все затраты, исключая учитываемые, предполагаются постоянными, величина дополнительного продукта уменьшается.

В отличие от предыдущего уравнения квадратная функция допускает отрицательные значения дополнительного продукта, причем максимум соответствует точке функции, где затраты X равны $0,5 bc^{-1}$. Дополнительный продукт в этом случае будет $\frac{dX}{dX} = b - 2cx$. Соотношение между дополнительными продуктами при равных уровнях затрат характеризуется некоторой раз-

ностью P при постоянной K , то есть ΔY_i и ΔY_{i-1} уменьшаются на некоторую фиксированную величину, и всегда

$$Y_i = Y_{i-1} - K,$$

где Y_i — дополнительный продукт i -го уровня;

Y_{i-1} — дополнительный продукт $(i-1)$ -го уровня затрат;

K — постоянная, равная $2c$.

Это указывает на то, что кривая дополнительного продукта линейна, причем ветви кривой от точки максимума симметричны.

Исходя из этих соображений, для анализа зависимости урожайности от доз вносимых удобрений мы выбрали уравнение вида $a + bx + cx^2$ в форме его трехчлена:

$$Y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_1^2 + b_5x_2^2 + b_6x_3^2 + b_7x_1x_2 + b_8x_1x_3 + b_9x_2x_3, \quad (1)$$

где Y — урожайность;

x_1, x_2, x_3 — количества вносимых в почву соответственно азотных, фосфорных и калийных удобрений (действующего вещества);

b_1, b_2, \dots, b_9 — коэффициенты функции;

a — постоянная.

Для избежания чрезмерной сложности расчетов в функцию не введены в качестве независимой переменной органические удобрения. Они были пересчитаны в соответствующие минеральные по количеству содержащихся в них азота, фосфора и калия в следующем соотношении: $N-0,54, P_2O_5 - 0,25, K_2O - 0,70\%$ («Справочник агронома нечерноземной полосы»).

Такие расчеты делались по каждой выборке, а затем определялось суммарное количество N, P и K в целом по органическим и минеральным удобрениям.

Функция рассчитывалась для картофеля по выборочным данным колхозов Пуховичского района. Уравнение (1) решалось путем минимизации суммы квадратических отклонений.

Для удобства расчетов и составления системы нормальных уравнений функцию лучше записать в следующем виде: $Y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_9x_9$. (2)

В этом случае x_1^2, x_2^2, x_3^2 заменяются соответ-

ственно на x_4, x_5, x_6 , а x_1x_2, x_1x_3 и x_2x_3 — на x_7, x_8, x_9 , причем связь между уравнениями (1) и (2) не нарушается, но оценка параметров последнего уравнения приобретает линейный вид. Другими словами, криволинейная поверхность в n -мерном пространстве, выражаемая уравнением (1), заменяется плоскостью в m -мерном пространстве с осями $Y_1X_1X_2\dots X_m$ (здесь $m > n$). Тогда отборочные данные приводятся в соответствии с уравнением (2), а система нормальных уравнений примет следующий вид:

$$\begin{aligned} a_0 + b_1 \Sigma x_1 + b_2 \Sigma x_2 + \dots + b_9 \Sigma x_9 &= \Sigma Y; \\ a \Sigma x_1 + b_1 \Sigma x_1^2 + b_2 \Sigma x_1 x_2 + \dots + b_9 \Sigma x_1 x_9 &= \Sigma x_1 Y; \\ a \Sigma x_9 + b_1 \Sigma x_1 x_9 + b_2 \Sigma x_2 x_9 + \dots + b_9 \Sigma x_9^2 &= \Sigma x_9 Y. \end{aligned} \quad (3)$$

Система приведенных уравнений решалась без применения ЭВМ, методом Дулиттля. Были получены следующие численные значения ее коэффициентов:

$$Y = 70,42 - 3,89N + 205,60 (P_2O_5) + 45,84(K_2O) + 4,18(N^2) - -98,83 (P_2O_5)^2 + 0,40 (K_2O)^2 + 38,15 P_2O_5 - -17,53 K_2O - -10,41 P_2O_5 K_2O.$$

Данная функция является районной.

Решение корреляционных уравнений без применения ЭВМ представляет собою довольно трудоемкую работу. Поэтому мы не могли использовать выборочные данные, отражающие почвенные разности, и ввести в уравнение некоторые другие факторы. Применение ЭВМ для решения корреляционных уравнений позволит увеличить объем информации, необходимой для принятия конкретных хозяйственных решений.

Районная функция определяет зависимость величины урожая как непосредственно от внесения азотных, фосфорных и калийных удобрений в отдельности, так и в комплексе. Она достаточно точно отражает эту закономерность, что видно из табл. 1.

В таблице приведены дозы внесения удобрений, расчетная и фактическая урожайность по ряду хозяйств. Так, по хозяйству № 13 выравненная (расчетная) урожайность составляет — $3,89 \times 2,07 + 205,60 \times 1,61 + 45,84 \times 2,86 + 4,18 \times (2,07^2) - 98,83 \times (1,61^2) P + 0,40 \times (2,86^2 K + + 38,15 \times (2,07 \times 1,61 P) - 17,53 \times (2,07 \times 2,86 K) - 10,41 \times$

Фактическая и расчетная урожайность картофеля, ц/га

Таблица 1

Хозяйства района*	Элементы питания и соответствующие им коэффициенты функций										Расчетная урожайность у*	Фактическая урожайность у	
	N -3,89	P ₂ O ₅ +205,60	K ₂ O +45,81	N ₂ +4,18	P ₂ O ₅ ² -98,83	K ₂ O ² +0,40	P ₂ O ₅ +38,15	K ₂ O -17,53	P ₂ O ₅ -10,41	a -70,42			
51	1	2,25	1,40	3,06	6,59	1,96	9,36	3,57	7,80	4,28	-70,42	141	112
		-8,75	+287,84	+140,27	+27,17	-193,71	+3,74	+136,19	-136,73	-44,55			
	3	1,20	1,09	1,77	1,44	1,18	3,13	1,30	2,12	1,92	-70,42	113	84
		-4,67	+224,10	+81,14	+6,02	-116,62	+1,25	+49,59	-37,16	-19,99			
	5	3,71	1,76	4,11	13,76	3,09	16,89	6,52	15,24	7,23	-70,42	131	139
		-14,43	+361,86	+188,40	+57,52	-305,38	+6,76	+248,74	-267,16	-75,26			
	7	2,30	1,12	3,32	5,29	1,25	11,02	2,57	7,63	3,71	-70,42	132	140
		-8,95	+230,27	+152,19	+22,11	-123,54	+4,41	+98,04	-133,75	-38,62			
	9	1,70	1,52	2,69	2,89	2,31	7,23	2,58	4,75	4,09	-70,42	118	118
		-6,61	+312,51	+123,31	+12,08	-228,30	+2,89	+98,43	-83,27	-42,53			
	11	1,73	0,77	3,12	2,99	0,59	9,73	1,33	5,39	2,40	-70,42	114	121
		-6,73	+158,31	+143,02	+12,50	-58,31	+30,89	+50,74	-94,48	-24,58			
	13	2,07	1,61	2,86	4,28	2,59	8,17	3,33	5,92	4,60	-70,42	124	124
	-8,05	+331,02	+131,10	+17,89	-255,97	+3,27	+127,04	-103,73	-47,89				

* Для сокращения размера таблицы выборка хозяйств произведена через 1.

$\times (2,86 K \times 1,61 P) - 70,42 + 124 \text{ ц/га}$. Фактическая урожайность также составляла 124 ц/га. Несовпадение расчетной и фактической урожайности в отдельных случаях объясняется действием других факторов, помимо учтенных в функции. Однако практическое их воздействие сравнительно невелико.

На основе районной функции нами была затем рассчитана и проанализирована урожайность картофеля при различных дозах азотных, фосфорных и калийных удобрений (табл. 2). Оказалось, что фосфор и калий меньше влияют на прибавку урожая, чем азот и фосфор. При высоких же дозах фосфора увеличение доз калия ведет к снижению урожайности. Это обстоятельство весьма важно учитывать при распределении удобрений между районами.

Т а б л и ц а 2

Урожайность картофеля (ц/га), соответствующая внесению различных доз удобрений по действующему веществу (кг/га) в Пуховичском районе

N	K ₅₀		K ₁₀₀		K ₁₅₀		K ₂₀₀	
	P ₁₀₀	P ₁₅₀						
100	84	78	93	84	102	91	112	109
150	102	105	107	109	112	110	117	115
200	122	137	122	133	123	133	124	131

В уравнение (1), по существу, могут быть включены любые переменные, если известна их причинная связь с данной производственной ситуацией и определены их количественные выражения в единице выхода продукции. Это значит, что, имея целый ряд таких переменных, мы можем найти их наиболее оптимальное соотношение, меняя физические количества, например, доз удобрений в желательном для нас направлении. Так, нахождение зависимости «удобрение — урожай» даже для одной культуры уже позволяет имеющиеся ресурсы удобрений распределить наиболее целесообразно, чего нельзя добиться, применяя другие методы анализа, кроме чисто экспериментальных.

С помощью подобных функций может быть достигнуто оптимальное распределение удобрений и в более широком аспекте: между областями, внутри областей (между районами), внутри районов (между хозяйствами).

Для этого необходимо провести статистическую обработку материалов колхозов и получить производственные функции по отдельным колхозам или группам хозяйств, имеющих сходные природные и экономические условия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Деревниккий Ф. Н. Опытное дело в растениеводстве. Кишинев, 1962.
2. Хеди Э., Дилон Д. Производственные функции в сельском хозяйстве. М., «Прогресс», 1965.
3. Михалевский Б. Н. Перспективные расчеты на основе простых динамических моделей. М., «Экономика», 1964.
4. Справочник агронома нечерноземной полосы. М., 1962.