АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ОБОЛОЧКИ, БЛИЗКОЙ К ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ

Авдошка И. В. (Минск, Беларусь)

Рассматривается начально-краевая задача для уравнений тонких пологих оболочек, описывающих движение оболочки, близкой к цилиндрической,

$$\varepsilon^4\Delta^2 W + \Delta_R\Phi + \varepsilon^2\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0, \quad \varepsilon^4\Delta^2\Phi - \Delta_R W = 0,$$

где Δ — оператор Лапласа, Δ_R — оператор, учитывающий отклонение срединной поверхности оболочки от опорной цилиндрической [1], W, Φ — безразмерные нормальный прогиб и функция напряжений, t — время, ε — малый параметр.

Отклонения срединной поверхности от цилиндрической имеют порядок $\sim\varepsilon^2$.

На краях оболочки $s = s_1(\varphi)$, $s = s_2(\varphi)$ $((s_1(\varphi) < s_2(\varphi))$, где φ — окружная координата, рассматриваются условия $W = \partial^2 W/\partial s^2 = 0, \Phi = \partial^2\Phi/\partial s^2 = 0$.

Начальные условия представляют собой начальный волновой пакет (ВП), локализованный в окрестности образующей $\varphi = 0$.

Решение строилось в виде асимптотического ВКБ-разложения

$$\{W, \Phi\} = \sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon^{m/2}\{w_m(s,\xi,t), f_m(s,\xi,t)\}\exp\left\{i\left[\varepsilon^{-1}\int\limits_0^t \omega(\tau)\,d\tau + \varepsilon^{-1/2}p(t)\xi + \frac{b(t)}{2}\xi^2\right]\right\}$$

предложенного в [2]. Здесь $\operatorname{Im} b(t) > 0$, s — продольная координата на опорной поверхности, $\xi = \varepsilon^{-1/2}(\varphi - q(t))$ — локальная окружная координата, $q(0) = 0$.

В результате применения указанного асимптотического метода исходная начально-краевая задача распадается на последовательность краевых задач, условия разрешимости которых приводят к формуле для частоты $\omega(t)$, системе Гамильтона, связывающей функции $p(t)$ и $q(t)$, уравнению Риккати для нахождения функции $b(t)$, а также амплитудному уравнению.

При рассмотрении оболочки с параболической погибью, близкой к круговому цилиндру с прямыми краями, расчеты показали, что неоднородная погибь может привести к многократным отражениям ВП, т. е. к локализации изгибных колебаний в окрестности наиболее вогнутой образующей опорного цилиндра. При этом отражения ВП сопровождаются их фокусировкой. При равномерной же погиби ВП равномерно движется по поверхности оболочки, постепенно «расплываясь».

Расчеты также показали, что влияние растущего сжимающего кольцевого усилия $T_2 = C_t t$ на одну из локализованных собственных форм колебаний оболочки с неравномерной погибью приводит к расщеплению ее на два подвижных ВП и к сильному возрастанию частоты и амплитуды колебаний.

Литература

1. Товстик П. Е. *Устойчивость тонких оболочек: асимптотические методы.* М.: Наука, 1995.
2. Михасев Г. И. // Прикл. мат. и мех. 1996. Т. 60, №,4. С. 635–643.