

## ГЛАВНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ И ГЛАВНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ИЗГИБЕ С КРУЧЕНИЕМ КРУГЛОЙ ТРУБЫ

*Студент – Василюк М.В., 46 тс, 2 курс, ФТС  
Научный*

*руководитель – Мисуню О.И., к.т.н., доцент  
УО «Белорусский государственный аграрный технический  
университет», г. Минск, Республика Беларусь*

**Аннотация.** В статье представлено теоретическое обоснование для экспериментального определения главных деформаций и главных напряжений, возникающих на поверхности круглой трубы, которая испытывает изгиб с кручением.

**Ключевые слова:** изгиб с кручением, плоское напряженное состояние, главные деформации, главные напряжения, тензодатчик.

При изгибе с кручением в поверхностном слое круглой трубы возникает плоское напряженное состояние, при котором, как известно, одно из главных напряжений равно нулю. Чтобы определить два других главных напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ , необходимо найти главные деформации  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$ . В этих обозначениях  $x$ ,  $y$  – главные оси напряженного и деформированного состояний.

Относительная линейная деформация в нагруженном теле по направлению, которое составляет угол  $\alpha$  с осью  $x$  определяется из выражения

$$\epsilon_{\alpha} = \epsilon_x \cos^2 \alpha + \epsilon_y \sin^2 \alpha . \quad (1)$$

Уравнение (1) содержит три неизвестные величины  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\alpha$ , которые можно определить через относительные линейные деформации по любым трем направлениям (рисунок 1).

$$\epsilon_I = \epsilon_x \cos^2 \alpha_1 + \epsilon_y \sin^2 \alpha_1 , \quad (2)$$

$$\epsilon_{II} = \epsilon_x \cos^2 \alpha_2 + \epsilon_y \sin^2 \alpha_2 , \quad (3)$$

$$\epsilon_{III} = \epsilon_x \cos^2 \alpha_3 + \epsilon_y \sin^2 \alpha_3 , \quad (4)$$

где  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  – угол, который составляет направление, соответственно, I, II, III с главной осью  $x$ .

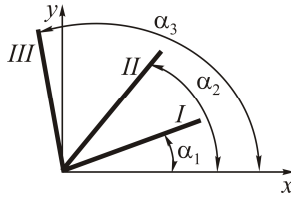


Рисунок 1 – Направления для определения относительных линейных деформаций

Экспериментально определить положение главных осей деформированного состояния и величины главных деформаций на поверхности нагруженного тела в исследуемой точке можно измерив относительные линейные деформации по трем направлениям. С этой целью используют розетку из трех тензодатчиков, в которой последние расположены под углами  $45^\circ$  (рисунок 2).

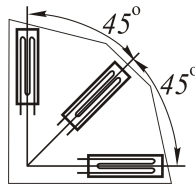


Рисунок 2 – Розетка тензодатчиков

Принимая в уравнениях (2-4) углы  $\alpha_1 = \alpha$ ;  $\alpha_2 = \alpha + 45^\circ$ ;  $\alpha_3 = \alpha + 90^\circ$  получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_I &= \varepsilon_x \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \sin^2 \alpha \\ \varepsilon_{II} &= \varepsilon_x \cos^2(\alpha + 45^\circ) + \varepsilon_y \sin^2(\alpha + 45^\circ) \\ \varepsilon_{III} &= \varepsilon_x \cos^2(\alpha + 90^\circ) + \varepsilon_y \sin^2(\alpha + 90^\circ) \end{aligned} \quad (5)$$

Решая совместно уравнения (5) определяются главные деформации  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  и направление  $\varepsilon_x$ :

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{III}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{III})^2 + (\varepsilon_I - 2\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III})^2}; \quad (6)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{III}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_I - \varepsilon_{III})^2 + (\varepsilon_I - 2\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III})^2}; \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\varepsilon_I - 2\varepsilon_{II} + \varepsilon_{III}}{\varepsilon_I - \varepsilon_{III}}, \quad (8)$$

где  $\alpha$  – угол между направлением  $\varepsilon_I$  и направлением главной деформации  $\varepsilon_x$ .

Если в результате расчета по формуле (8) угол  $\alpha$  получился положительным, то его необходимо откладывать от направления деформации  $\varepsilon_I$  по ходу часовой стрелки, если отрицательным – против хода часовой стрелки.

Для определения главных напряжений  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  воспользуемся выражениями обобщенного закона Гука для плоского напряженного состояния:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y); \quad (9)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x). \quad (10)$$

При известных главных деформациях, решая уравнения (9) и (10) относительно главных напряжений получим

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y); \quad (11)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \mu^2}(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x). \quad (12)$$

Используя формулы (11) и (12) можно вычислять главные напряжения по известным главным деформациям в поверхностном слое круглой трубы, испытывающей изгиб с кручением.

Лабораторная установка (рисунок 3) состоит из круглой трубы 1, жестко закрепленной в массивной станине 2. На поверхности трубы наклеена розетка тензодатчиков 3 для измерения относительных линейных деформаций по направлениям I, II, III. Направление I составляет с осью угол 30°. К свободному концу трубы, перпендикулярно оси, закреплен горизонтальный рычаг 4, на котором крепится подвес 5 для нагружения грузами 6. Изменяя величину груза и точку подвеса можно получать различные соотношения между изгибающим и крутящим моментами, а значит, между нормальными и касательными напряжениями, возникающими в поперечных сечениях трубы.

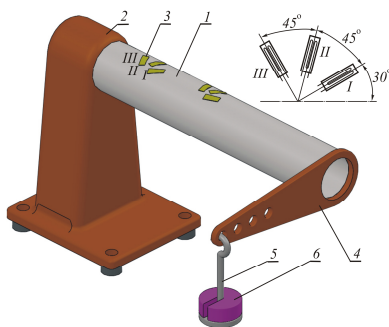


Рисунок 3 – Лабораторная установка

Каждый тензодатчик на поверхности трубы подключается к тензометрической станции TS32L1-02 по схеме четвертьмост. Принцип действия станции основан на измерении напряжения на плечах разбалансированного резисторного моста по отношению к напряжению питания моста. Задействовано шесть коммутируемых дифференциальных измерительных каналов.

Программное обеспечение тензометрической станции TS32L1-02 позволяет работать на персональном компьютере (ПК) и предоставляет следующие возможности:

- проведение измерений относительных линейных деформаций по трем направлениям  $\varepsilon_I$  ,  $\varepsilon_{II}$  ,  $\varepsilon_{III}$  ;
- отображение результатов измерений в виде таблицы и диаграммы;
- сохранение настроек и результатов измерений в файлах ПК.

Подставляя  $\varepsilon_I$  ,  $\varepsilon_{II}$  ,  $\varepsilon_{III}$  в формулы (6) и (7) определяются главные деформации  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  , а затем по формулам (11) и (12) находят главные напряжения.

#### Список использованных источников

1. Подскребко, М.Д. Сопротивление материалов: учебник / М.Д. Подскребко. – Минск: Выш. шк., 2007. – 797 с.: ил.