

УДК 539.3/6(07)

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ РАМЫ

Студент – Фалюк Н.А., 32 тс, 2 курс, ФТС

Научный руководитель – Мисуно О.И., к.т.н., доцент

УО «Белорусский государственный аграрный технический университет»,
г. Минск, Республика Беларусь

Статически неопределимые конструкции широко используются в машиностроении. Они позволяют за счет более рационального распределения усилий по элементам конструкции достигать значительной экономии материала, а дополнительные связи увеличивают жесткость конструкции и предохраняют ее от разрушения при нарушении любой связи.

Особую, наиболее простую для исследования группу стержневых систем представляют плоские системы. Исследуем нормальные напряжения и перемещения, возникающие в плоской статически неопределимой системе представленной в виде рамы, состоящей из четырех элементов, соединенных жестко под углом 90° и нагруженную силой F , как показано на рисунке 1.

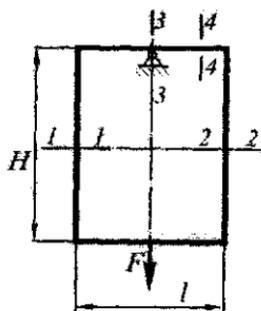


Рисунок 1 – Расчетная схема плоской статически неопределимой симметричной рамы

Для выполнения расчетов по определению напряжений и перемещений, необходимо знать все внутренние силовые факторы, возникающие в любом поперечном сечении элементов рамы, а значит нужно раскрыть статическую неопределимость. Воспользуемся для этого методом сил.

Рассматриваемая рама является симметричной системой, которой называется симметричная конструкция с симметричной нагрузкой.

Основную систему для симметричных статически неопределимых систем рациональнее всего выбирать так, чтобы симметрия

сохранялась. Условия симметрии принятой рамы относительно вертикальной и горизонтальной оси позволяют для расчета в качестве основной системы принять одну ее четверть (рисунок 2). В общем случае в одной четверти такой рамы могут возникнуть три внутренних силовых фактора. Но вследствие симметрии поперечная сила здесь $Q = 0$, а нормальная сила $N = F/2$. Строим эквивалентную систему (рисунок 2). Неизвестный момент X_1 определим из канонического уравнения метода сил:

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0, \quad (1)$$

где δ_{11} – перемещение в основной системе по направлению первой отброшенной связи вызванное действием $X_1 = 1$;

Δ_{1F} – перемещение в основной системе по направлению первой отброшенной связи вызванное действием внешних сил.

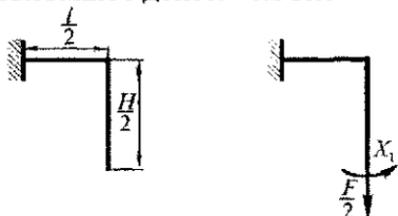


Рисунок 2 – Основная и эквивалентная системы

Определив δ_{11} и Δ_{1F} по способу Верещагина для плоской системы, которая в основном испытывает изгиб, подставляем их в уравнение (1) и получим

$$X_1 = \frac{Fl^2}{8(H+l)}. \quad (2)$$

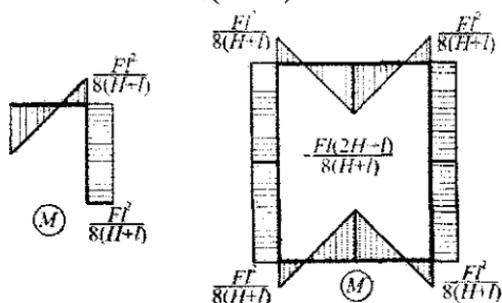


Рисунок 3 – Эпюры изгибающих моментов M для четверти и для всей рамы

Статическая неопределимость рамы раскрыта. После этого строим для четверти рамы и всей рамы эпюры изгибающих моментов M (рисунок 3) и продольных сил N (рисунок 4).

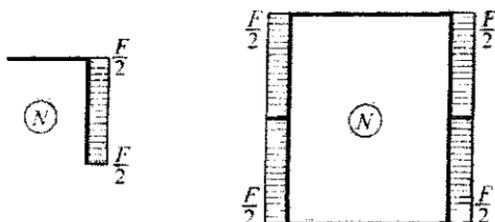


Рисунок 4 – Эпюры продольных сил N для четверти и для всей рамы

Нормальные напряжения, возникающие в элементах рамы определяются по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W_z}, \quad (3)$$

где A и W_z – площадь и осевой момент сопротивления прямоугольного поперечного сечения (рисунок 5).

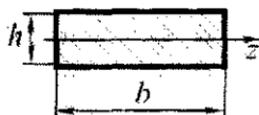


Рисунок 5 – Поперечное сечение элементов рамы

Принимая из эпюр внутренних силовых факторов величины N и M в заданных сечениях рамы 1–1, 2–2, 3–3, 4–4 (рисунок 1) определяются нормальные напряжения, возникающие в заданных точках рамы 1, 2, 3, 4 (рисунок 11)

$$\begin{aligned} \sigma_{(1)} &= \frac{F}{2bh} + \frac{6Fl^2}{8(H+l)bh^2}; & \sigma_{(2)} &= \frac{F}{2bh} - \frac{6Fl^2}{8(H+l)bh^2}; \\ \sigma_{(3)} &= \frac{6Fl(2H+l)}{8(H+l)bh^2}; & \sigma_{(4)} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Для определения перемещений составим схему нагружения рамы, с указанием всех возможных перемещений, возникающих под действием нагрузки (рисунок 6).

Наибольшие горизонтальное $2\Delta_r$ и вертикальное $2\Delta_b$ перемещения в раме найдем, используя способ Верещагина. Для этого в основной системе построим эпюры изгибающих моментов от внешних сил и от единичных сил, приложенных по направлению искомым перемещений и после их «перемножения» получаем

$$2\Delta_r = -\frac{Fl^2H^2}{32(H+l)EI_z}; \quad 2\Delta_b = \frac{Fl^3(4H+l)}{96(H+l)EI_z}. \quad (5)$$

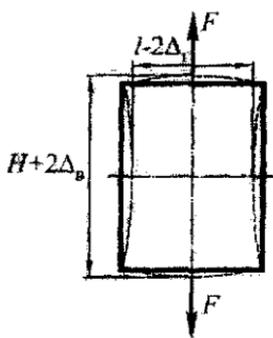


Рисунок 6 – Перемещения в раме

В результате выполненных теоретических исследований получены соотношения для определения напряжений и перемещений в раме под действием растягивающих сил.

С целью подтверждения теоретических исследований изготовлена замкнутая рама с прямоугольным сечением ее элементов с размерами (рисунок 7): $H = 400$ мм; $l = 300$ мм; $b = 25$ мм; $h = 5$ мм. На элементах рамы наклеены тензорезисторы с базой 10 мм и сопротивлением 100 Ом: 1 – на внутренней стороне вертикального элемента (канал 1А); 2 – на внешней стороне вертикального элемента (канал 2А); 3 – посередине горизонтального элемента с внешней стороны (канал 3А); 4 – на внешней стороне горизонтального элемента в сечении (канал 4А), в

котором $M = 0$ (на расстоянии $l_1 = \frac{l^2}{4(H+l)}$). Еще один

тензорезистор (компенсационный) наклеивается на отдельном элементе из стальной полосы (канал 5А), из которой изготавливались элементы рамы.

Для экспериментального определения напряжений в раме применялась тензометрическая станция *TS32L1-02*, предназначенная для измерения деформаций в элементах строительных конструкций и деталях машин с помощью тензорезисторов. В работе было задействовано пять коммутируемых дифференциальных измерительных каналов. Программное обеспечение тензометрической станции *TS32L1-02* версии 1.03 предоставляет следующие возможности: настройку измерительных каналов станции для проведения измерений с помощью подключенных к станции тензорезисторов и/или других датчиков; проведение измерений; отображения результатов измерений в виде таблицы и диаграммы; сохранение настроек и результатов измерений в файлах ПК.

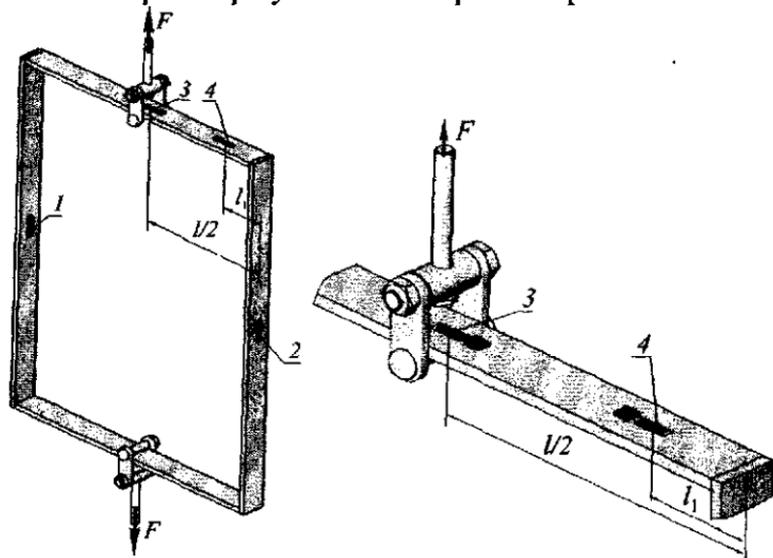


Рисунок 7 – Модель рамы с тензорезисторами

Модель рамы с тензорезисторами устанавливается в разрывную машину и нагружается силами $F = 200$ Н. Результаты измерения

деформаций и нормальных напряжений в заданных точках рамы отображаются в таблице (рисунок 8) и в отдельном файле на ПК.

Наибольшее вертикальное перемещение в раме равно перемещению активного захвата разрывной машины и составляет $2 \Delta_{в \text{ эксп}} = 2,8$ мм. Наибольшее горизонтальное перемещение в раме (сужение) с достаточной степенью точности определяется с помощью штангенциркуля и составляет $2 \Delta_{г \text{ эксп}} = 2,4$ мм.

Теоретические значения напряжений в заданных точках рамы согласно расчетам по формулам (4) равны: $\sigma_{(1)} = 31,66$ МПа; $\sigma_{(2)} = -30,06$ МПа; $\sigma_{(3)} = 113,1$ МПа; $\sigma_{(4)} = 0$.

Канал	Сигнал	R, Ом	Uк	E, ГПа	Термоко.	Смещение	Деформация, микро	Напряжение, МПа
1A	1.4	100	2.200	210	5A	138	152.4	32.0
1B	-	-	-	-	-	-	-	-
2A	1.4	100	2.200	210	5A	457	-143.3	-30.1
2B	-	-	-	-	-	-	-	-
3A	1.4	100	2.200	210	5A	267	539.0	113.2
3B	-	-	-	-	-	-	-	-
4A	1.4	100	2.200	210	5A	47	0	0
4B	-	-	-	-	-	-	-	-
5A	1.4	100	2.200	210	-	0	-	-
5B	-	-	-	-	-	-	-	-
6A	1.4	100	2.200	210	5A	465	457.1	96.0

Рисунок 8 – Окно результатов измерения деформаций и напряжений в раме

Теоретические значения наибольших вертикального и горизонтального перемещений в раме согласно расчетам по формулам (5) соответственно равны $2 \Delta_{г \text{ эксп}} = 2,351$ мм и $2 \Delta_{в \text{ эксп}} = 2,792$ мм.

Таким образом, полученные значения деформаций и напряжений в раме теоретически и экспериментально хорошо согласуются. Примененные методы расчета и экспериментального определения деформаций и напряжений как оба вместе, так и по отдельности могут использоваться при исследовании и других конструкций.