

МОДЕЛИРОВАНИЕ АГРОЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ  
И ИХ ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

(НПО "Белсельхозмеханизация", БИМСХ)

Научные исследования экологической системы показывают, что, если не будут предприняты серьезные попытки к устранению существующих кризисных экологических ситуаций, жизнь биосферы (сердцем ее является почва) закончится через два-три десятилетия.

Экологическая проблема многогранна. В одну из ее граней входят агроэкологические системы [1]. Под агроэкологической системой имеется в виду экологическая система, некоторый участок земной поверхности с нарушенным (в отличие от природного) биоценозом вследствие целенаправленной сельскохозяйственной деятельности со стороны человека.

Как известно, большинство ходовых аппаратов и орудий, работающих в сельскохозяйственном производстве, вызывает существенные изменения физико-механических, химических свойств и структуры почвы, что приводит к ускоренной ее эрозии. При ускоренной эрозии потери компонентов почвы не компенсируются и она частично или даже полностью теряет свое плодородие. Следует отметить, что при ускоренной эрозии процессы разрушения проходят в сотни и тысячи раз быстрее, чем при естественной. Переуплотнение почв и неправильные методы земледелия приводят к существенному нарушению природного биоценоза, состоящего из фитоценоза (сообщества растений), зооценоза (сообщества животных) и микробиоценоза (сообщества микроорганизмов).

Таким образом, поведение агроэкологической системы зависит от степени механического воздействия на почву и культуры земледелия. Это отличает агроэкоэcosystemы от других экосистем, в том числе и ненарушенных биоценозов. Если в ненарушенных биоценозах все виды приспособлены друг к другу и в целом обеспечивают замкнутость циклов круговорота веществ, то в агроэкологической системе эти связи нарушены. Энергетический цикл агроэкоэcosystem также отличается от природных экосистем тем, что он имеет внешнее механическое воздействие



Нелинейные уравнения (I) обычно заменяют линейными, которые представляют собой переменные, незначительно отклоненные от стационарных значений. Математические модели агроэкологических систем довольно сложные, содержат много переменных и описывают многомерное поведение. Имеется, однако, возможность упрощенного рассмотрения: сведение большой совокупности уравнений к одному-двум.

Агроэкологические системы, как правило, имеют нерегулярный характер поведения. В теории стохастических процессов все случайные процессы принято разделять на два больших класса: стационарные и нестационарные. Многие экосистемы имеют нестационарный характер.

Рассмотрим реакцию линейной динамической агроэкологической системы на нестационарные внешние возмущения. Для этого исследуем систему при отклонении от положения равновесия вдоль одной координаты, физический смысл которой не конкретизируем. Уравнение запишем в виде

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = f(t), \quad t > t_0, \quad (2)$$

где  $m$ ,  $\beta$ ,  $k$  - параметры свойств системы;  $f(t)$  - внешнее случайное воздействие.

Полагая, что

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}; \quad \frac{\beta}{m} = 2\omega_0 \zeta; \quad \frac{f(t)}{m} = Z(t); \quad (3)$$

$$x(t_0) = a; \quad \dot{x}(t_0) = b,$$

уравнение (2) с учетом (3) можно записать:

$$\ddot{x} + 2\omega_0 \zeta \dot{x} + \omega_0^2 x = Z(t).$$

Решая полученное уравнение, имеем [3]

$$x(t) = a x_1(t - t_0) + b x_2(t - t_0) + \int_{t_0}^t h(t - \alpha) Z(\alpha) d\alpha,$$

где

$$x_1(t) = e^{-3\omega_0 t} \left( \cos \bar{\omega} t + \frac{3\omega_0}{\bar{\omega}} \sin \bar{\omega} t \right);$$

$$x_2(t) = \frac{1}{\bar{\omega}} e^{-3\omega_0 t} \sin \bar{\omega} t;$$

$$h(t) = x_2(t);$$

$$\bar{\omega} = \omega_0 \sqrt{1 - 3^2}; \quad 0 < 3 < 1.$$

Стохастическое среднее процесса  $x(t)$  получаем усреднением по ансамблю:

$$m_x(t) = \alpha x_1(t - t_0) + \beta x_2(t - t_0) + \int_{t_0}^t h(t - \alpha) m_x(\alpha) d\alpha.$$

Корреляционная функция имеет вид

$$K_{xx}(t_1, t_2) = \int_{t_0}^{t_1} d\alpha_1 \int_{t_0}^{t_2} \alpha_2 h(t_1 - \alpha_1) h(t_2 - \alpha_2) K_{zz}(\alpha_1, \alpha_2).$$

Дисперсия данного процесса

$$\mathcal{D}_x(t) = K_{xx}(t, t) = \int_0^{t-t_0} d\eta_1 \int_0^{t-t_0} d\eta_2 h(\eta_1) h(\eta_2) K_{zz}(t - \eta_1, t - \eta_2),$$

где

$$\eta_i = t_i - 3_i \quad (i = 1, 2).$$

Сформулируем теорему об устойчивости рассматриваемой системы

в среднем квадратическом [4].

**Теорема.** Решение уравнения  $x(t)=0$  является устойчивым в среднем квадратическом, если для любого  $\xi > 0$  есть такое значение  $\Delta(\xi) > 0$ , когда при выполнении условия  $|x_0| < \Delta(\xi)$  для любого  $t > t_0$  справедливо неравенство

$$\sqrt{\mathfrak{D}_x(t)} < \xi.$$

Стохастическая переменная  $x(t)$  характеризует траекторию движения агроэкологической системы возле некоторого положения равновесия.

Если переменная  $x(t)$  представляет собой давление сельскохозяйственных ходовых аппаратов на почву, то для определения критерия агротехнической повреждаемости почвы необходимо знать вероятность того, что механические давления превышают величину, допускаемую физическим состоянием данного поля.

Вероятность того, что агроэкологическая система выйдет за пределы области устойчивого равновесия

$$\begin{aligned} P[|x(t) - m_x(t)| > K \sqrt{\mathfrak{D}_x(t)}] = \\ = \int_{-K\sqrt{\mathfrak{D}_x}}^{-K\sqrt{\mathfrak{D}_x}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\mathfrak{D}_x}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2\sqrt{\mathfrak{D}_x(t)}}\right] d\eta + \\ + \int_{K\sqrt{\mathfrak{D}_x}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\mathfrak{D}_x}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2\sqrt{\mathfrak{D}_x(t)}}\right] d\eta. \end{aligned}$$

Данное соотношение справедливо в случае, когда  $x(t)$  является нормальным процессом. В противном случае вероятность больших отклонений можно оценить, используя неравенство Чебышева [4]:

$$P[|x(t) - m_x(t)| > K \sqrt{\mathfrak{D}_x(t)}] \leq \frac{1}{K^2}.$$

Очевидно, что

$$L = 1 - P$$

будет характеризовать вероятность агротехнической неповреждаемости почвы, т.е. вероятность устойчивого поведения агроэкологической системы.

Таким образом, представленная одномерная модель экосистемы в зависимости от начального состояния и внешнего возмущения может сохранять устойчивое или неустойчивое поведение около положения равновесия.

Внешнее возмущение  $f(t)$  может играть роль механического воздействия искусственных деформаторов климатических воздействий.

#### В ы в о д

Результаты теоретических исследований поведения экологических систем следует учитывать при решении задач агротехнической проходимости. При этом прогнозирование конструктивных параметров сельскохозяйственной техники и режимы ее работы будут оцениваться степенью агротехнической повреждаемости почвы, а следовательно, устойчивым (неустойчивым) поведением агроэкологической системы.

#### Л и т е р а т у р а

1. Заславский Б.Г., Полуектов Р.А. Управление зоологическими системами.- М.:Наука, 1988.
2. Кренделл С. Случайные колебания.- М.:Мир, 1967.
3. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление.-М.:Наука, 1971.
4. Хасьминский Р.З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров.-М.:Наука, 1969.

УДК 631.311.86:631.6.02

А.М.Дмитриев, Р.Л.Турецкий,  
доктора техн. наук

#### МЕХАНИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ ПОЧВЫ И ПОВЫШЕНИЕ ЕЕ ПРОТИВОЭРОЗИОННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ (НПО "Белсельхозмеханизация")

Основная цель обработки почвы - обеспечение расширенного воспроизводства ее плодородия, сохранение и улучшение структуры. Прямые в настоящее время технологии и средства механизации вызывают уменьшение гумусового горизонта, обезструктуривание, снижение водонепроницаемости, возрастание эрозии почв.