

ВЛИЯНИЕ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ ЗВЕЗДЫ НА РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ

А.П. Рябушко¹, Т.А. Жур², И.П. Боярина², О.Л. Зубко¹, В.И. Юринок¹

¹ Белорусский национальный технический университет
Независимости 65, 220013 Минск, Беларусь

² Белорусский государственный аграрный технический университет
Независимости 99, 220023 Минск, Беларусь
tatyana-zhur@mail.ru

Впервые получена и проинтегрирована система дифференциальных уравнений (ДУ), описывающая движение пробного тела (частицы) в поле тяготения звезды при учете прямого светового давления и сопутствующих эффектов специальной теории относительности (СТО), а также при учете эффектов общей теории относительности (ОТО). Эта система ДУ имеет вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\gamma Mx}{r^3} = \frac{\gamma Ax}{r^3} + \frac{\gamma Av}{r^3 c} (-2x \cos \alpha + y \sin \alpha) + \frac{\gamma A^2 v^2}{2r^3 c^2} [(3 - 5 \sin^2 \alpha)x - 3y \sin \alpha \cos \alpha] + \frac{\gamma(M-A)}{c^2} \left\{ \left[4 \frac{\gamma(M-A)}{r} - v^2 \right] \frac{x}{r^3} + \frac{4}{r^2} \frac{dr}{dt} \frac{dx}{dt} \right\}, \quad (1)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{\gamma My}{r^3} = \frac{\gamma Ay}{r^3} + \frac{\gamma Av}{r^3 c} (-2y \cos \alpha - x \sin \alpha) + \frac{\gamma A^2 v^2}{2r^3 c^2} [(3 - 5 \sin^2 \alpha)y + 3x \sin \alpha \cos \alpha] + \frac{\gamma(M-A)}{c^2} \left\{ \left[4 \frac{\gamma(M-A)}{r} - v^2 \right] \frac{y}{r^3} + \frac{4}{r^2} \frac{dr}{dt} \frac{dy}{dt} \right\}, \quad (2)$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} + \frac{\gamma M}{r^2} = \frac{\gamma A}{r^2} - \frac{2\gamma Av}{r^2 c} + \frac{3\gamma Av^2}{2r^2 c^2} + \frac{\gamma(M-A)}{c^2} \left[4 \frac{\gamma(M-A)}{r^3} + 3v^2 \right], \quad (3)$$

где x, y — декартовы координаты частицы, $z = 0$ — движение плоское; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; t — время; γ — ньютоновская постоянная тяготения; M — масса звезды; $A = k\sigma_0 W_0 r_0^2 / (\gamma m_0 c)$ — редуцирующая масса покоя частицы (см., например, [1] или [2], (10)), в которую входит коэффициент отражения частицы k ($1 \leq k \leq 2$), миделево сечение частицы σ_0 , W_0 — звездная постоянная на расстоянии r_0 от звезды, m_0 — масса покоя частицы, c — скорость света в вакууме; α — угол между радиус-вектором \vec{r} и вектором скорости \vec{v} частицы на траектории, $|\vec{r}| = r$, $|\vec{v}| = v$.

Для системы ДУ (1), (2) найдены первые интегралы: сохранения энергии и орбитального момента импульса. С их помощью в полярной системе координат ($x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$) найдено уравнение орбиты, которое с точностью до вековых членов записывается в виде:

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e_1 \cos \varphi}{p_1} + \frac{2\gamma A \varphi}{c p_1 \sqrt{\gamma M p}} \left(1 - \frac{e_1}{4} \cos \varphi \right) + \frac{\gamma A^2 \varphi^2}{c^2 M p p_1} \left(3 - \frac{e_1}{8} \cos \varphi \right), \quad (4)$$

где $p_1 = Mp/(M-A)$, $e_1 = (A+Me)/(M-A)$, а p и e являются параметром и эксцентриситетом эллипса, который есть решение системы ДУ (1), (2) в случае замены в (1) и (2) справа всех членов нулями.

Более глубокое исследование системы ДУ (1), (2) показывает, что движение частицы по орбите (4) (являющейся спиралью, закручивающейся около звезды и приближающейся к звезде — эффект СТО) происходит только на отрезке $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$, где $\varphi_0 = c\sqrt{\gamma Mp}/(\gamma A)$. С момента, когда $\varphi = \varphi_0$, частица начинает падать на звезду с нарастающей скоростью по прямой $\varphi = \varphi_0$. Закон падения определяется ДУ (3), которое также проинтегрировано. Кроме прямого светового давления (член $\gamma A/r^2$) в ДУ (3) учтены эффект Доплера и аберация — эффект СТО и релятивистские эффекты ОТО.

Литература

1. Мартынов Д. Я. *Курс общей астрофизики*. М., 1971. §§ 26, 39.
2. Рябушко А. П., Жур Т. А., Боярина И. П. *Уравнения движения тела при учете светового давления в специальной и общей теории относительности* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2012. № 3.

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ЛИНИИ В РИМАНОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ, ПОРОЖДЕННОМ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДОЙ С ПРИТЯГИВАЮЩИМ ЦЕНТРОМ

А.П. Рябушко¹, И.Т. Неманова², Т.А. Жур²

¹ Белорусский национальный технический университет
Независимости 65, 220013 Минск, Беларусь

² Белорусский государственный аграрный технический университет
Независимости 99, 220023 Минск, Беларусь
tatyana-zhur@mail.ru

В работе [1] авторами впервые найдена метрика $g_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3$) риманова пространства — времени, порожденного притягивающим центром (Солнцем), окруженным газопылевым облаком, имеющим трехзвенную модель сферически симметричного распределения плотности среды. Уравнения геодезических линий в любом римановом пространстве имеют вид:

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{\beta\sigma}^\alpha \frac{dx^\beta}{ds} \frac{dx^\sigma}{ds} = 0, \tag{1}$$

где $\Gamma_{\beta\sigma}^\alpha = \frac{1}{2}g^{\alpha\nu}(\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\beta} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^\sigma} - \frac{\partial g_{\beta\sigma}}{\partial x^\nu})$, $ds^2 = g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta$, x^α — 4-координаты точек, которые принадлежат геодезическим линиям, описывающим движения пробных тел в теории тяготения Эйнштейна (ТТЭ); $x^0 = ct$, c — скорость света в вакууме, t — время; по повторяющимся индексам ведется суммирование.

Уравнения геодезических линий (1) являются нелинейными дифференциальными уравнениями (ДУ) второго порядка, решения которых при $\alpha = i$ ($i = 1, 2, 3$) дают траектории движения пробных тел (планет, астероидов, комет, космических аппаратов и т. д.) в трехмерном римановом пространстве с метрикой g_{ij} ($j = 1, 2, 3$), а при $\alpha = 0$ уравнение (1) определяет закон сохранения энергии движущегося пробного тела.

Используя выражения для $g_{\alpha\beta}$ из [1] ДУ (1) интегрируем и находим уравнения траекторий тел в постньютоновском приближении ТТЭ. Так как движение плоское, то принимаем за плоскость движения $x^3 = 0$, а в плоскости x^1Ox^2 вводим полярную систему координат $x^1 = r \cos \varphi$, $x^2 = r \sin \varphi$, в которой уравнение траектории можно записать в виде (с точностью до вековых членов и с эксцентриситетом e не выше первого порядка):

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e \cos \varphi}{p} + A_{Ke}\varphi \sin \varphi + B_{Ke}\varphi + C_K\varphi \sin \varphi + D_{Ke}\varphi^2 \cos \varphi, \tag{2}$$

где значок $K = 1, 2, 3, 4$ у коэффициентов A_K, B_K, C_K, D_K означает, что уравнение траектории (2) меняется в зависимости от того, в какой области (которых всего четыре) рассматривается движение. Коэффициенты A_K, B_K, C_K, D_K полностью определяются в каждой из областей через известные плотности среды ρ_0, ρ_1, ρ_2 и границы областей R_0, r_1, r_2, R (см. [1]).

Подробное исследование уравнения (2) показывает, что учет гравитационного поля среды уже в ньютоновском приближении приводит к смещению периастра ньютоновского эллипса,

но в сторону противоположную релятивистскому смещению (см., например, [2]). В постньютоновском приближении ТТЭ согласно уравнению (2) кроме смещения периастра сам эллипс должен деформироваться: его эксцентриситет и параметр должны меняться (в разных областях — по-разному).

Литература

1. Рябушко А. П., Неманова И. Т., Жур Т. А. *Метрика риманова пространства — времени, порожденного неоднородной средой с притягивающим центром* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2012. № 1. С. 96–100.
2. Ryabushko A. P., Zhur T. A., Nemanova I. T. *Motion of bodies and its stability in the General Relativity Theory* // American Institute of Physics. 2010. Vol. 1205. P. 148–154.

ИНТЕГРИРУЕМЫЕ МОДЕЛИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КВАНТОВЫХ ЗАДАЧ

В.А. Савва

Институт физики НАН Беларуси
Независимости 68, 220072 Минск, Беларусь
v.savva@ifanbel.bas-net.by

Представлен метод и построенные на его основе модели нестационарных задач квантовой механики — аналитические решения уравнения Шредингера, описывающего динамику возбуждения квантовых многоуровневых сред когерентным лазерным излучением. В настоящее время когерентное возбуждение сред сверхкороткими лазерными импульсами является предметом активных экспериментальных и теоретических исследований. Для этих нестационарных задач каноническими моделями являются квантовый гармонический осциллятор и двухуровневая система. Уравнение Шредингера в представлении взаимодействия в рамках приближения медленных амплитуд сводится к системе уравнений

$$-i \frac{da_n}{dt} = f_{n+1} e^{-i\varepsilon_{n+1}t} a_{n+1} + f_n e^{i\varepsilon_n t} a_{n-1}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N, \quad a_n(0) = \delta_{n,0}, \quad (1)$$

для амплитуд вероятностей $a_n(t)$. Населенности энергетических уровней есть $\rho_n(t) = a_n^*(t) \times a_n(t)$. Безразмерные параметры f_n -матричные элементы дипольных моментов радиационных переходов, t, ε_n — безразмерное время и безразмерные отстройки частот переходов от частоты излучения. Число уровней энергии $N+1$, где N — заданное натуральное число. Решение ищем в виде преобразования Фурье

$$a_n(t) = \sum_{j=0}^N \sigma(x_j) p_0 p_n(x_j) e^{it(rx_j + s_n)}. \quad (2)$$

с ортонормированными полиномами $p_n(x_j)$ дискретной переменной x_j , $\sigma(x_j)$ — весовая функция, r, s_n — коэффициенты в рекуррентном соотношении, которому удовлетворяют ортонормированные полиномы. Применяв преобразование (2) к (1), получаем соотношение, которое при найденных условиях удовлетворяется, чем устанавливается связь между коэффициентами уравнения и рекуррентного соотношения. Выбирая ту или иную систему полиномов строим квантовую модель: $N, E_n, \varepsilon_n, f_n$ и вычисляем по (2) амплитуды, затем населенности уровней в любой момент времени, т. е. находим искомую функцию распределения, которая полностью описывает аналитически когерентную динамику этой многоуровневой системы в поле излучения.