крайнем пролете водосливной плотины гидроузла Минской ТЭЦ-2.

2. Пропускная способность четырех водосливных пролетов достаточна для сброса паводка 2%-й обеспеченности при отметке верхнего бьефа, не превышающей НПУ 192,0 м.

3. При пропуске речного расхода только через турбины (левую, правую или обе вместе) сопряжение потока с нижним бьефом – спокойное. Сбойного течения в нижнем бьефе за пределами крепления не возникало.

4. При пропуске речных расходов одновременно через турбины и гребень затворов, перекрывающих водосливные отверстия, сопряжение потоков – спокойное, без образования сбойного течения в нижнем бьефе за пределами крепления.

5. В связи с тем, что во всех исследованных схемах работы гидроэлектростанции и водосливной плотины не отмечалось сбойного потока в нижнем бьефе, нет необходимости в устройстве на выходе из лотка специальных гасителей, обеспечивающих плавное растекание потока в нижнем бьефе.

6. В тех случаях, когда должна работать одна из двух турбин, предпочтение следует отдавать правой (по ходу течения реки), так как в этом случае скорости потока на выходе из лотка минимальные.

7. В принятом Минскинжпроектом варианте реконструкции гидроузла (1990 г.) за водосливной плотиной на сходе с плиты крепления возникает перепад в 1,7 м между отметкой верха плиты и дном реки (из-за выбора отметки дна отводящего лотка ГЭС 187,4 м), поэтому пропуск любого (даже незначительного) расхода через водосливную плотину вызывает размывы грунта в нижнем бьефе. При реконструкции гидроузла необходимо выполнить сопряжение плиты крепления с дном нижнего бьефа без перепада, что существенно снизит размывающую способность потока, сбрасываемого через водосливную плотину.

8. В месте сопряжения креплений нижнего бьефа за плотиной и гидроэлектростанцией с дном нижнего бьефа следует выполнить зуб из каменной наброски глубиной не менее 1,5 м для защиты концевого участка крепления от подмыва. Кроме того, рекомендуется закрепить дно нижнего бьефа каменной наброской на длине не менее 20 м.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Справочник** по гидравлическим расчетам / Под ред. П. Г. Кисилева. – М.: Энергия, 1972. – 312 с.

2. **Леви И. И.** Моделирование гидравлических явлений. – Л.: Энергия, 1967. – 210 с.

3. **Ляхтер В. М., Прудовский А. М.** Гидравлическое моделирование. – М.: Энергоиздат, 1984.

4. **Гиляров Н. П.** Моделирование речных потоков. – Л.: Гидрометеоиздат, 1973. – 200 с.

УДК 532.5.013

ФИЛЬТРАЦИЯ ВОДЫ В СЛОЕ ОДНОРОДНОЙ ЗЕРНИСТОЙ ЗАГРУЗКИ

Инж. КРАВЦОВ А. М.

Институт повышения квалификации и переподготовки кадров по новым направлениям развития техники, технологии и экономики

До сих пор часто для расчетов скоростей фильтрации $v_ф$ жидкостей в плотных зернистых средах используют степенные формулы вида [1]

$$v_ф = K_0 I^n, \qquad (1)$$

где K_0 – коэффициент пропорциональности; I – гидравлический уклон; n – показатель степени, изменяющийся от 0,5 до 1.

Значения K_0 и n определяются опытным путем. Так, при n = 1 получается известная формула Дарси, которая применяется при медленных движениях воды в плотных зернистых средах. При n = 0,5 получается формула, которую часто применяют при фильтрации жидкости в трещиноватых породах [1, 2]. При n = 2/3 получается формула Смрекера [2].

Степенные формулы не могут быть обоснованы теоретически, а практическое использование их затруднено, так как при существовании даже однородной среды показатель степени n в (1) изменяется в значительных пределах при существенных изменениях скоростей фильтрации.

Без большого успеха осуществлялись попытки использовать для расчетов фильтрации жидкости двухчленные формулы в виде [1, 3]

$$I = a' \, v_{\text{ф}} + b' \, v_{\text{ф}}^2, \tag{2}$$

где a' и b' – постоянные коэффициенты, определяемые опытным путем.

Шли поиски и более общей формулы для расчетов процессов фильтрации [3, 4]. Предлагались к использованию не только двухчленные, но и трехчленные формулы.

В начале фильтроцикла удельные потери напора в чистой зернистой загрузке $h_{\text{з.з}}$ определяют на основе математических соотношений теории фильтрации однородных жидкостей в плотных пористых средах из различных зернистых материалов.

При фильтрации воды в гравитационном поле происходит очень сложное движение жидких частиц с изменением направления величины скорости от точки к точке. Эти изменения связаны с извилистостью поровых каналов.

При решении гидравлических задач о фильтрации однородных жидкостей в пористых средах гидравлические параметры характеризуют среднестатистическими величинами и рассматривают средние значения скоростей в некотором объеме.

При рассмотрении различных случаев фильтрации однородных жидкостей в пористых зернистых средах принято рассматривать [5] не скорости, а расходы через определенную площадку. Обозначим вектор расхода через единичную площадку $v_{\text{ф}}$. Если средняя скорость частиц жидкости некоторого объема есть u, то можно отнести ее к центру тяжести этого объема с координатами x, y, z. Причем вектор u имеет составляющие dx/dt, dy/dt, dz/dt. Обозначив пористость загрузки через m, записывают [5]

$$v_{\text{ф}} = mu. \tag{3}$$

Если составляющие вектора $v_{\text{ф}}$ обозначить через $(v_{\text{ф}})_x$, $(v_{\text{ф}})_y$, $(v_{\text{ф}})_z$, то:

$$(v_{\text{ф}})_x = m_x \frac{dx}{dt}; \quad (v_{\text{ф}})_y = m_y \frac{dy}{dt}; \quad (v_{\text{ф}})_z = m_z \frac{dz}{dt}, \tag{4}$$

где m_x, m_y, m_z – значения пористостей зернистой среды в направлении осей x, y, z.

При составлении уравнений движения отдельных частиц жидкой среды плотностью ρ в порах зернистого материала силы сопротивления dR, которые испытывают частицы жидкости в порах от внутреннего трения, условно можно свести к объемным силам, а ускорения этих сил F для элементарного жидкого объема dW определяются отношением [6]

$$F = \frac{dR}{\rho \, dW}. \tag{5}$$

Если обозначить проекции ускорения сил сопротивления на координатные оси x, y, z через F_x, F_y, F_z и ввести их в уравнения Эйлера, то уравнения движения однородной вязкой несжимаемой жидкости в порах зернистого материала с добавлением уравнения неразрывности записываются в виде [5, 6]:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{du_x}{dt} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = F_x; \\ &\frac{du_y}{dt} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} = F_y; \\ &\frac{du_z}{dt} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} + g = F_z; \\ &\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Осредним теперь уравнения (6) по некоторому объему, достаточно малому, чтобы учесть изменения скорости от одной точки к другой, но достаточно большому по сравнению с размерами пор. Тогда под u_x, u_y, u_z, F_x, F_y, F_z можно понимать их средние значения по объему. При этом под F_x, F_y, F_z будем понимать составляющие сил сопротивления, полученные из опыта. В этом случае уравнения движения (6) принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{m_x}\frac{dv_x}{dt}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}=F_x;\\ &\frac{1}{m_y}\frac{dv_y}{dt}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}=F_y;\\ &\frac{1}{m_z}\frac{dv_z}{dt}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}+g=F_z;\\ &\frac{1}{m_x}\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{1}{m_y}\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{1}{m_z}\frac{\partial v_z}{\partial z}=0.\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

Уравнения движения (7) можно переписать с учетом того, что $F_x = I_x g$; $F_y = I_y g$; $F_z = I_z g$ [6]. Тогда:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{m_x}\frac{dv_x}{dt}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}=I_x\,g;\\ &\frac{1}{m_y}\frac{dv_y}{dt}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}=I_y\,g;\\ &\frac{1}{m_z}\frac{dv_z}{dt}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}+g=I_z\,g;\\ &\frac{1}{m_x}\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{1}{m_y}\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{1}{m_z}\frac{\partial v_z}{\partial z}=0.\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Система уравнений (8) незамкнута. Для ее замыкания следует знать дополнительные зависимости, характеризующие величину удельных (на единицу длины пористой среды) потерь энергии при движении вязкой несжимаемой жидкости. Величина потерянной энергии зависит от ряда факторов, характеризующих свойства жидкостей и силовые связи при их движении. Дополнительные зависимости можно получить из анализа опытных данных. В общем виде эти зависимости могут быть представлены следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &I_x=f_1\left(v_x,\mu,\rho,g,l_x,m_x,\beta'_x,\beta''_x,\ldots\right);\\ &I_y=f_2\left(v_y,\mu,\rho,g,l_y,m_y,\beta'_y,\beta''_y,\ldots\right);\\ &I_z=f_3\left(v_z,\mu,\rho,g,l_z,m_z,\beta'_z,\beta''_z,\ldots\right),\end{aligned}\right\}\quad(9)$$

где μ – динамический коэффициент вязкости; l_x, l_y, l_z – среднестатистические размеры пор (или частиц зернистого материала) соответственно в направлении координатных осей x, y, z; β'_x, β''_x, …, β'_y, β''_y, …, β'_z, β''_z, … – коэффициенты форм частиц зернистого материала соответственно в направлении координатных осей x, y, z.

Для решения задачи об установившейся равномерной фильтрации воды через плотную однородную среду будем рассматривать ее движение в направлении оси Z в круглом сосуде диаметром D, заполненном зернистым материалом с одинаковой крупностью частиц (рис. 1). Под плотной зернистой средой будем понимать среду, сложенную из частиц зернистого материала, уплотненного при свободной укладке так, что от начала до конца эксперимента концентрация частиц в объемах и фильтрационные свойства среды остаются неизменными. Причем будем считать распределение частиц равномерным по всему объему, т. е. в любых равных объемах будет содержаться равное количество частиц. Зернистую среду с заданной формой частиц будем характеризовать объемной концентрацией частиц $c = 1 - m$, их диаметром $d_ч$, который равен среднему размеру ячеек двух соседних сит, и геометрическими коэффициентами форм β_1, β_2, β_3 (коэффициенты форм характеризуют отношение среднестатистических диаметра, площади миделя, перпендикулярного направлению движения, размера в направлении движения частиц к соответствующим величинам эквивалентного шара). Жидкость охарактеризуем плотностью ρ, динамическим коэффициентом вязкости μ и скоростью фильтрации $v_ф = (v_ф)_z$.

Выделим элементарный объем пористой среды в виде горизонтального слоя толщиной $d_ч\beta_3$ (рис. 1). Для этого объема в соответствии с уравнениями (9) можно записать

$$I = I_z = f\left(v_ф,\mu,\rho,g,d_ч,c,\beta_1,\beta_2,\beta_3\right).\quad(10)$$

В правой части уравнения (10) содержится пять размерных величин $v_ф$, μ, ρ, g, $d_ч$. При трех единицах измерения (M, L, T) и пяти размерных величинах в соответствии с теорией подобия и анализа размерностей зависимость между пятью размерными величинами, входящими в (10), может быть представлена двумя безразмерными критериями. Для этих целей могут использоваться известные безразмерные критерии, причем нет ограничений для выбора того или иного критерия. Главное требование состоит в том, чтобы эти критерии включали только те размерные величины, которые входят в (10). Выберем в качестве таковых критерий Рейнольдса $Re = v_ф d_ч \rho / \mu$ и критерий Галилея $Ga = d_ч^3 \rho^2 g / \mu^2$. Тогда соотношение (10) можно представить в виде

$$Re = f(I,\ Ga,\ c,\ \beta_1,\ \beta_2,\ \beta_3). \qquad (11)$$

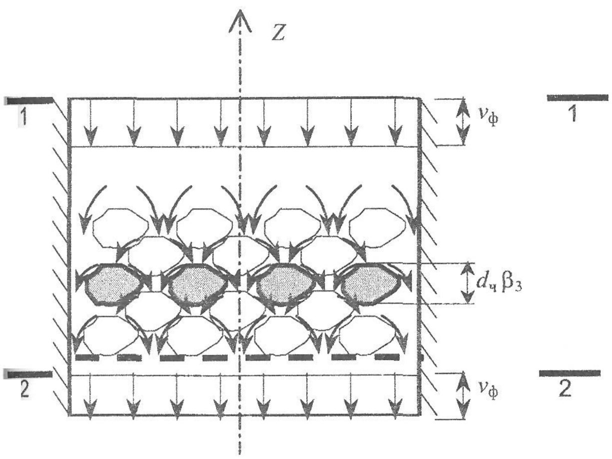

Рис. 1. Схема фильтрации жидкости в слое плотной зернистой среды

Для поиска зависимости между параметрами в (11) обратимся к исследованиям, в результате которых была получена зависимость для расчета процесса взвешивания зернистых слоев (15) [7]. Полагаем, что при переходе от процесса взвешивания зернистых слоев (фильтрации жидкости в деформированной зернистой среде) к фильтрации жидкости в плотной зернистой среде общий вид зависимости сохранится. Однако следует учесть, что в случае фильтрации жидкости в плотной зернистой среде подъемная (архимедова) сила, обусловленная разностью плотностей твердого вещества суспензии и жидкости ($\Delta\rho_c = \rho_c - \rho$), больше не оказывает влияния на ход процесса, тогда как интенсивность взаимодействия, а следовательно, и гидравлический уклон I в значительной степени зависят от пористости зернистой среды $m = 1 - c$. Поэтому оправдана замена критерия Архимеда $Ar = Ga\,\Delta\rho_c/\rho_c$ в (15) [7] произведением безразмерных параметров $Ga\,I\,c$ в (11). С учетом вышеизложенного получена следующая зависимость между параметрами, входящими в (11):

$$Re = \frac{\frac{4}{3} I\,C\,Ga\left(1 - \frac{3}{2}\beta\,c\right)}{\dfrac{a}{\left(1 - \sqrt{\frac{3}{2} c\,\beta_0}\right)^2} + b\sqrt{\frac{4}{3} I\,C\,Ga}}, \qquad (12)$$

где $C = (1 - c)/c$.

В формуле (12) коэффициенты β и β_0 постоянны для заданного вида зернистого материала и отражают влияние формы частиц. В результате обработки опытных данных о скоростях фильтрации воды в плотных зернистых средах из песка, гравия, антрацита (опытные данные из [2, 4]) и керамзита (данные автора) оказалось, что постоянные коэффициенты a, b, β и β_0 в (12) равны:

- для песка и гравия – $a = 27{,}0$; $b = 1{,}91$; $\beta = 0{,}725$; $\beta_0 = 0{,}5$;
- для частиц дробленых материалов с остроугольной формой (антрацит, керамзит и т. п.) – $a = 91{,}5$; $b = 1{,}67$; $\beta = 0{,}89$; $\beta_0 = 0{,}315$

Сопоставления расчетных по (12) и опытных данных о фильтрации воды в плотных зернистых средах из частиц гравия, антрацита и керамзита показали, что относительные среднеарифметические отклонения равны:

- для гравия (по 29 опытным точкам при $I = 0{,}0598 - 5{,}28$) – 0,046;
- для антрацита (по 148 опытным точкам при $I = 0{,}00188 - 6{,}36$) – 0,053;
- для керамзита (по 40 опытным точкам при $I = 0{,}175 - 4{,}78$) – 0,028.

Всего при сопоставлениях использовано 217 опытных значений при изменении гидравлических уклонов от 0,00188 до 6,36. Сопоставления показали, что формула (12) обеспечивает высокую точность расчетов во всем исследованном диапазоне гидравлических уклонов и для различных видов зернистых материалов. Сопоставительные графики приведены на рис. 2.

Отметим, что при расчетах скоростей фильтрации однородных жидкостей по (12) для полидисперсных зернистых материалов следует знать также эффективный диаметр частиц и объемную концентрацию, значения которых могут уточняться на основе изучения гранулометрического состава и пористости среды в лабораторных условиях. Опытным путем уста-

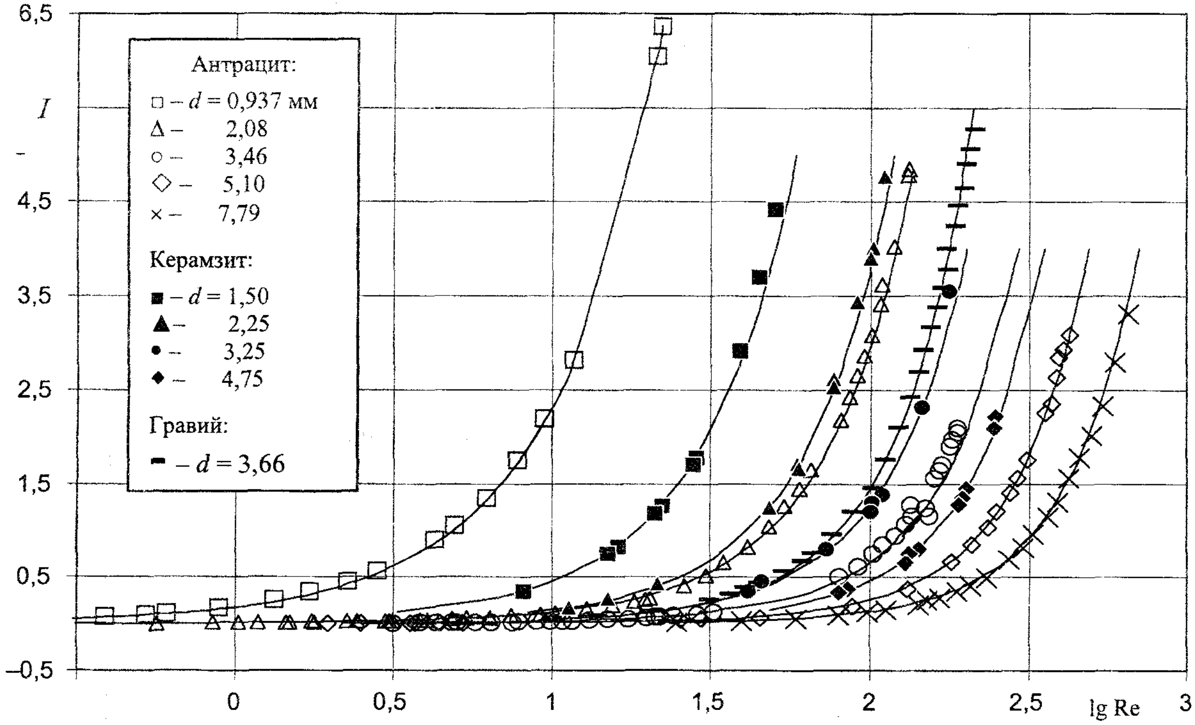

Рис. 2. Сопоставление расчетных по (12) (линии) и опытных (точки) данных о фильтрации воды в плотных зернистых средах из частиц антрацита [2], керамзита (данные автора) и гравия [2]

новлено [4], что песок и гравий при монодисперсной зернистой среде образуют пористую среду с объемной концентрацией 0,525...0,608, а антрацит, керамзит и т. п. – 0,450...0,480. Поэтому для расчетов скоростей фильтрации однородных жидкостей в пористых средах по (12) можно принять максимальные значения объемной концентрации (минимальные значения пористости) для частиц песка и гравия $c = 0{,}608$; для частиц дробленых материалов с остроугольной формой (антрацит, керамзит и т. п.) $c = 0{,}480$.

С получением общей формулы (12) для расчетов установившегося равномерного фильтрационного потока в плотной пористой зернистой среде отпадает необходимость использовать для практических расчетов частные формулы со всеми проблемами, связанными с определением постоянных коэффициентов в этих формулах, пределов их применения и т. д. С использованием общей формулы (12) возрастает точность практических расчетов параметров фильтрационного потока.

Полученную формулу (12) рекомендуется использовать для расчетов потерь напора при реализации процесса фильтрации в водоочистных фильтрах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Минц Д. М.** Современная теория фильтрования: Обзор материалов VII Международного конгресса по водоснабжению // Новая техника жилищно-коммунального хоз-ва. Водоснабжение и канализация. – М., 1967. – Вып. 2. – С. 2–27.

2. **Минц Д. М., Шуберт С. А.** Гидравлика зернистых материалов. – М.: Изд-во МКХ РСФСР, 1955. – 112 с.

3. **Агаев Б. В.** Закономерности сопротивления при равномерной турбулентной фильтрации // Гидротехника: Тр. ВНИИГиМ. – М., 1972. – 120 с.

4. **Кравцов М. В.** Гидравлика зернистых материалов. – Мн.: Наука и техника, 1980. – 126 с.

5. **Полубаринова-Кочина П. Я.** Теория движения грунтовых вод. – М.: Наука, 1975. – 670 с.

6. **Киселев П. Г.** Гидравлика: Основы механики жидкости. – М.: Энергия, 1980. – 360 с.

7. **Кравцов А. М.** Расчет промывки зернистой загрузки фильтра восходящим потоком воды // Вестник БНТУ. – 2004. – № 5. – С.27–31.