

**Ю.В. Чигарев, И.Н. Шило, В. Романюк,  
В.А. Сысуев, П.А. Савиных**

**МЕТОДОЛОГИЯ  
РАЗРАБОТКИ ТЕОРИИ СИСТЕМЫ  
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ  
МАШИН**

Монография  
под научной редакцией профессора Ю.В. Чигарева  
и профессора В. Романюка

**Киров 2014**

ББК 40.7  
УДК 631.3.001  
П 78

**Методология разработки теории системы сельскохозяйственных машин** /Чигарев Ю.В., Шило И.Н., Романюк В., Сысуев В.А., Савиных П.А. Киров: ФГБНУ «НИИСХ Северо-Востока», 2014. 176 с.

ISBN 978-5-7352-0134-2

**Авторы:**

**Ю.В. Чигарев**, д-р техн. наук, профессор – Белорусский Государственный Аграрный Технический Университет (Минск), Западнопоморский Технологический Университет в Щецине (Польша); **И.Н. Шило**, д-р техн. наук, профессор - Белорусский Государственный Аграрный Технический Университет (Минск); **В. Романюк**, д-р техн. наук, профессор - Институт технологических и естественных наук в Фалентах Отделение в Варшаве; **В.А. Сысуев**, академик РАН, профессор, **П.А. Савиных**, д-р техн. наук, профессор - ФГБНУ "НИИСХ Северо-Востока" (Киров).

Под научной редакцией профессора Ю.В. Чигарева и профессора В. Романюка.

**Рецензенты:** **И.В. Горбачев**, чл.-корр. РАН,  
**Н.К. Мазитов**, чл.-корр. РАН

В предлагаемой монографии рассмотрены проблемы, связанные с изучением некоторых прикладных областей знаний (механики почвогрунтов, теории тракторов, моделирование технологий), необходимых в разработке теории формирования и прогнозирования системы машин. Обращено особое внимание на свойства сред взаимодействия почвы и опорных поверхностей движителей и их математические модели, а также описание технологических процессов. Предложена методология формирования системы машин, основанная на критериях оптимизации с учетом приоритетов технического оснащения сельского хозяйства в условиях современного земледелия.

Книга предназначена для студентов, научных работников и преподавателей сельскохозяйственных вузов, а также может быть полезна инженерно-техническим специалистам предприятий АПК.

ISBN 978-5-7352-0134-2

© Чигарев Ю.В., Шило И.Н., 2014,  
© Романюк В., 2014,  
© Сысуев В.А., Савиных П.А., 2014

## **Введение**

Современные проблемы интенсификации сельского хозяйства приводят к новому подходу в создании технологий, в которых ведущая роль принадлежит машинам. Практически во всех промышленных сферах ручной труд заменяется на машинный с помощью разрабатываемых систем и комплексов машин. В каждой отрасли создание системы машин имеет свои специфические особенности. В сельском хозяйстве машины должны не только заменять ручной труд, но и создавать одновременно благоприятные условия для выращивания продуктивных животных и культурных растений, а также сохранять плодородие почв и устойчивую экологию агроландшафтов. В создании системы машин одну из определяющих, если не основную роль, играют среды, взаимодействующие с машинами. В сельскохозяйственном производстве основной такой средой взаимодействия является почва. Понятно, что без научно-методической основы, которая включает в себя свойства контактирующих тел, кинематику и динамику их механического взаимодействия, сконструировать машину или создать комплекс машин под заданную технологию невозможно. Поэтому в монографии основное внимание уделено изучению физических свойств тел, участвующих в процессе взаимодействия, их контактному деформированию, проходимости, прогнозированию технологий и общему подходу формирования системы машин. Общие вопросы моделирования системы машин и их эксплуатационных свойств были рассмотрены в работах М.Б. Игнатьева, Б.З. Ильевского, Л.П. Клауза, Н.М. Шарова и др. Научные основы методологии формирования системы машин разработаны В.И. Анискиным, А.Н. Баранским, Б.Д. Докиным, Б.И. Кашпуро, Э.И. Липковичем, Г.Г. Масловым, В.И. Мининзоном, И.С. Нагорским, А.П. Лерервой, Л.М. Пилюгиным, М.М. Северневым, Р.Ш. Хабатовым, Э.А. Финном, А.Л. Эйдисом и другими учеными.

Особенности технического развития системы машин в условиях ограниченности производственных ресурсов и необходимости повышения эффективности их использования рассмотрены в трудах И.С. Нагорского и М.М. Севернева.

Методам оптимизации параметров технических средств, комплексов машин, состава машинно-тракторного парка и вопросам повышения эффективности их использования посвящены труды В.В. Гуськова, В.В. Кацыгина, Ю.К. Киртбая.

Следует отметить, что работ, в которых бы одновременно рассматривались вопросы, касающиеся методологии формирования систем машин с учетом изучения свойств сред их эксплуатации немного [1, 2].

В первой главе приводятся определения и расчётные формулы основных физико-механических свойств почв, которые определяют её состояние.

Во второй главе кратко рассмотрены подходы, связанные с определением напряжённого и деформированного состояния тела. Представлены некоторые реологические модели, которые используются в задачах деформирования сельскохозяйственных сред.

В третьей главе рассмотрены основные положения теории качения, которые могут быть использованы в задачах взаимодействия «двигатель-почва». Приводятся уравнения баланса мощности, затрачиваемые на деформирование почвы и качение колеса. Даны необходимые сведения об агротехнической проходимости.

В четвертой главе обсуждаются математические подходы прогнозирования имитационных и информационных машинных технологий.

В пятой главе рассмотрена методология формирования системы машин. Приводятся критерии подбора и оптимизации основных параметров технических средств систем машин. Предложены методические аспекты определения приоритетов технического оснащения сельского хозяйства в современных условиях.

## **Глава 1**

# **ВЛИЯНИЕ СИСТЕМЫ МАШИН НА СВОЙСТВА СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ СРЕД**

### **1.1. Изменение агрофизических свойств почв при механическом воздействии**

При проектировании и прогнозировании системы машин необходимо учитывать предполагаемую технологию, свойства и особенности той производственной среды, где планируется работа машин. В сельскохозяйственном производстве главную жизненно-важную роль среди других сельскохозяйственных сред играет почва.

Почва является не только средой жизнеобеспечения человека продуктами питания, но и одной из основных сторон биосферы, влияющих на экологию. Поэтому проектирование и прогнозирование систем сельскохозяйственных машин невозможно без учета изменения свойств почв и экологической оценки последствий результатов взаимодействия с ней сельскохозяйственной техники.

Известно, что почва состоит из двух подсистем: саморегулируемой и несаморегулируемой. Компонентами саморегулируемой подсистемы - фитоценоза, зооценоза и микробиоценоза являются биологические особи, которые живут в почве и участвуют в процессах её плодородия. Компонентами несаморегулируемой подсистемы считают три фазы почвы: твёрдую, жидкую и газовую. Физическое состояние параметров несаморегулируемой подсистемы существенно влияет на биологическую активность саморегулируемой подсистемы. В свою очередь физическое состояние несаморегулируемой подсистемы зависит от внешних механических и климатических факторов, под влиянием которых может достаточно сильно изменять свои свойства влажность, плотность, пористость, воздухопроницаемость и т.д.

Проблема негативного механического воздействия на почву возникла со времени появления земледелия, когда в качестве тяговой силы при почвообработке и посеве человек использовал собственную силу и силу животных. В XIX веке был начат этап развития механизированных сельскохозяйственных средств, обеспечивающих значительное повышение производительности, прежде всего, на операциях почвообработки.

Быстрое увеличение количественного роста сельскохозяйственных машин на полях сделало заметной проблему переуплотнения почв в связи с их ускоренной деградацией. В 20-е годы XX века были впервые начаты исследования по оценке воздействия движителей тракторов на почву, проводимые под руководством известных ученых Н.А. Качинского и М.Х. Пигулевского. Результаты исследований показали, что движители тракторов существенно изменяют сложение почвы и ее структуру. С изменением технологий обработки почвы наблюдается значительное увеличение мощности тракторов, следовательно, и их массы (например, масса колесных тракторов К-750 и Т-150К выпуска второй половины двадцатого века была уже в 2,5...3,5 раза больше, чем масса их предшественников), что ухудшает не только агрофизическое состояние почв, но и заметно влияет на равновесие агроэкосистем. В США, например, с 1951 по 1966 гг. масса колесного трактора увеличилась в 1,9 раза [3], а гусеничного в 1,5 раза. Все это привело к тому, что по следам современной техники существенно возрос недобор урожая различных культур, как в году уплотнения почвы, так и в последующие годы. Повысилось сопротивление обработке почвы и увеличилась глыбистость почвы. Только в одной Калифорнии 0,8 млн га земли были уплотнены до такой степени, что это привело к заметному падению урожая и увеличению затрат на обработку почвы, а от 0,8 до 24 млн га были близки к этому качеству. Предположительный ущерб, наносимый сельскому хозяйству США в связи с переуплотнением почв, примерно был равен 1,2 млрд. долларов. Уплотнение почв движителями сельхозмашин привело к снижению урожая зерновых на 8...13%.

Приведём результаты некоторых исследований из монографии В.А. Русанова [3], показывающих как влияет на изменение свойств почв воздействие сельскохозяйственных машин. Одним из основных параметров, характеризующих агрофизическое состояние почвы, является плотность её сухой массы (объёмная масса). В таблице 1.1 для различных культур и почв приводятся значения оптимальной плотности сухой почвы (объёмной массы), необходимые для сохранения её плодородия. Подробнее материал о свойствах почвы будет рассмотрен ниже.

Таблица 1.1

**Оптимальная плотность почв для возделывания сельскохозяйственных культур**

Сельскохозяйственная культура и тип почвы	Оптимальная плотность, г/см <sup>3</sup>	Сельскохозяйственная культура и тип почвы	Оптимальная плотность, г/см <sup>3</sup>
1	2	1	2
<b>Кукуруза</b>		<b>Пшеница</b>	
Дерново-подзолистая	1,10...1,45	Дерново-подзолистая легкосуглинистая	1,15...1,25
Супесчаная	1,20	Дерново-подзолистая глееватая, легкосуглинистая	1,10...1,30
Дерново-карбонатная пылевато-суглинистая	1,20...1,30	Дерново-подзолистая тяжелосуглинистая	1,10...1,30
Дерново-подзолистая тяжелосуглинистая	1,10...1,20	<b>Лен</b>	
Дерново-подзолистая пылевато-суглинистая	1,10...1,20	Дерново-подзолистая легкосуглинистая	1,20...1,35
<b>Ячмень</b>		<b>Картофель</b>	
Дерново-подзолистая легкосуглинистая		Дерново-подзолистая тяжелосуглинистая, суглинистая	1,0...1,10
Дерново-подзолистая глееватая суглинистая	1,25...1,30	Дерново-подзолистая тяжелосуглинистая, суглинистая	1,10...1,20
Дерново-подзолистая супесчаная	1,30	Среднесуглинистая и тяжелосуглинистая	1,0...1,20
Дерново-глеевая суглинистая	1,10...1,20	Тяжелые и средне-суглинистые черноземы	0,9...1,10
Дерново-карбонатная щебенчатая суглинистая	1,0...1,20	<b>Подсолнечник</b>	
Чернозем южный карбонатный	1,10...1,20	Дерново-подзолистая тяжелосуглинистая	1,0...1,10
<b>Овес</b>		Дерново-подзолистая пылевато-суглинистая	1,05...1,20
Дерново-подзолистая легкосуглинистая	1,25...1,30	Обыкновенный тяжело-суглинистый чернозем	1,20...1,30

1	2	1	2
<b>Озимая рожь</b>		<b>Горох</b>	
Дерново-подзолистая среднесуглинистая	1,20...1,40	Дерново-подзолистая легкосуглинистая	1,15...1,25
Дерново-подзолистая легкосуглинистая	1,20...1,30	Дерново-подзолистая глееватая легкосуглинистая	1,10
Выщелоченный легко-суглинистый чернозем	1,30...1,50	<b>Кормовые бобы</b>	
Выщелоченный тяжело-глинистый чернозем	1,20...1,30	Дерново-подзолистая супесчаная	1,20...1,30
<b>Сахарная свекла</b>		Дерново-подзолистая тяжелосуглинистая, суглинистая	1,10...1,40
Дерново-подзолистая тяжелосуглинистая, суглинистая	1,20...1,40	Дерново-подзолистая легкосуглинистая	1,15...1,30
Дерново-подзолистая пылевато-суглинистая	1,20...1,40	Пылевато-суглинистая	1,20
Дерново-карбонатная пылевато-суглинистая	1,30	Дерново-подзолистая глееватая	1,10...1,15
Тяжелосуглинистый выщелоченный чернозем	1,20	Дерново-подзолистая легкосуглинистая	1,25...1,30
		Дерново-глеевая суглинистая	1,20
		Выщелоченный тяжело-суглинистый чернозем	1,10...1,30

В таблице 1.2 приведены обобщенные данные о естественной (равновесной) и оптимальной плотности сухой почвы (объемной массе) для зерновых и пропашных культур.

Уплотнение почвы влияет на изменение не только ее физических параметров (таблица 1.3), но и на процессы химических реакций (таблица 1.4). В таблицах 1.3 и 1.4 приведены некоторые результаты таких исследований [3].



Таблица 1.2

**Равновесная и оптимальная объемная массы почв для полевых культур, г/см<sup>3</sup>**

Почва	Механический состав	Равновесная	Оптимальная объемная масса почвы для культур	
			зерновые	пропашные
Дерново-подзолистая	Песчаная связная	1,50...1,60	-	1,40...1,50
	Супесчаная	1,30...1,40	1,20...1,35	1,10...1,45
	Суглинистая	1,35...1,50	1,10...1,30	1,00...1,20
Дерново-карбонатная	Суглинистая	1,40...1,50	1,10...1,25	1,0...1,20
	То же	1,40	1,20...1,40	-
Дерново-глееватая	То же	1,15...1,20	-	1,0...1,20
Луговая пойменная болотная	Степень разложения торфа 30-40%	0,17...0,18	-	0,23...0,25
Серая лесная	Тяжелосуглинистая	1,40	1,15...1,25	1,0...1,20
Чернозем	Суглинистая	1,0...1,30	1,20...1,30	1,0...1,30

Таблица 1.3

**Изменение водно-физических свойств почвы при уплотнении к объему почвы, %**

Показатель	Дерново-глеевая тяжелосуглинистая почва					Дерново-подзолистая суглинистая почва				
	плотность, г/см <sup>3</sup>									
	1,10	1,25	1,30	1,43	1,54	1,10	1,30	1,50	1,60	
Общая пористость	58	52	50	45	41,5	59	52	44	40	
Полевая влагоемкость	33	37	38	40	41,5	30	35	37	38	
Влага завядания	17	22	23	28	30,0	10	16	22	25	
Продуктивная влага	16	15	15	12	11,5	20	19	15	13	
Количество пор:										
- аэрации	25	15	13	5	0	26	16	6	2	
- некапиллярных	11	7	6	2	0	15	8	1	0	

Таблица 1.4

## Изменение нитрификационной способности каштановой орошаемой почвы при повышении ее плотности

Плотность, г/см <sup>3</sup>	Общая пористость, %	Пористость аэрации, %	Нитрификационная способность после компостирования почвы, мг/кг		
			N-NO <sub>3</sub>	с добавлением сульфата аммония	
				N-NO <sub>3</sub>	N-NH <sub>4</sub>
0,9	66,2	43,8	16,1	48,8	30,1
1,0	62,8	37,9	16,8	49,5	27,4
1,1	58,6	31,3	17,1	51,2	27,8
1,2	54,9	25,1	16,7	45,3	32,6
1,3	51,1	18,8	8,9	19,0	62,9
1,4	47,4	12,6	4,0	14,7	65,6
1,5	43,6	6,3	1,7	9,4	81,9
Исходное содержание в почве			3,4	11,9	79,4

Уплотнение почв зависит не только от массы движителей, но и от давления воздуха в шине. В таблице 1.5 приведены результаты по оценке влияния внутреннего давления колес трактора МТЗ-5 на урожайность пшеницы на среднесуглинистой почве.

Таблица 1.5

## Влияние внутреннего давления в шинах на урожайность пшеницы

Наименование определяемых показателей	Внутреннее давление в шинах, кгс/см <sup>2</sup>			Контроль
	33,5	11,5	0,8	
Урожай зерна, ц/га	8,30	10,65	15,80	16,15
Урожай соломы, ц/га	9,10	11,80	17,15	17,70
Абсолютный вес зерна, г	30,91	31,30	31,96	31,81
Влажность зерна, %	20,85	22,05	22,60	21,90

В таблице 1.6 приведена зависимость объемной массы ( $\rho_d$ ) от давлений  $P_{уд}$  различных тракторов на почву, в таблице 1.7 показано изменение урожая ячменя и озимой пшеницы от величины давле-

ния трактора на почву по сравнению с урожайностью в случае самоуплотнения (100%) [3].

Таблица 1.6

**Зависимость объемной массы от давления различных тракторов на почву**

Марка трактора	$P_{уд}$ , кг/см <sup>2</sup>	$\rho_d$ , г/см <sup>3</sup>
МТЗ с шинами:		
- 10-42	4,4...3,0	1,43...1,36
- 12-38	3,5...2,3	1,40...1,39
- 15-30	2,8...1,0	1,30...1,15
К-700	2,1...0,4	1,46...1,44
ДТ-75	1,5	1,41...1,37

Таблица 1.7

**Изменение урожайности при механическом давлении и самоуплотнении**

Культура	Величина давления, кг/см <sup>2</sup>	Изменение урожайности, %
Ячмень	Самоуплотнение почвы	100
	1,0	102
	1,5	95
	2,5	90
	3,5	48
Озимая пшеница	Самоуплотнение почвы	100
	1,0	112
	1,5	89
	2,5	83
	3,5	68

Следует отметить, что проблема переуплотнения почв связана не только с ростом массы машин, но и с их тягово-сцепными свойствами и агротехнической проходимостью (эти вопросы будут рассмотрены в главе III). Воздействие движителей тракторов и колес сельскохозяйственных машин проявляется на значительной глубине (до 1 метра). Установлено, что объемная масса почвы в поле на глубине 50 см значительно выше, чем на целинном участке.

В работе [4] для случая работы колесных тракторов на суглинистой почве в условиях Беларуси в качестве критерия агротехнической проходимости предлагаются параметры буксования, давления на почву и величина плотности сухой почвы (объёмной массы), которая во многих научных работах является индикатором уплотненной почвы. Установлено, что при буксовании свыше 10% происходит сдвиг почвы. При буксовании 10% получается максимальная реализация тягово-сцепных свойств трактора, т.е. оптимальный режим движения. Однако в этом случае имеет место некоторый недобор крюковой мощности, которая получается максимальной при 20...25% буксования.

Проведенные полевые и вегетационные исследования показали, что для биологической активности почвы оптимальные удельные давления не должны превышать:

- а) на увлажненной суглинистой почве  
(влажность  $W = 25...30\%$ ) –  $0,75 \text{ кгс/см}^2$ ;
- б) на спелой ( $W = 17...21\%$ ) -  $1,25 \text{ кгс/см}^2$ ;
- в) на сухой ( $W = 8...12\%$ ) -  $1,5 \text{ кгс/см}^2$ .

Применение на полях техники с высоким давлением и нагрузкой на единичный движитель приводит к значительному изменению рельефа поля, сохраняющегося до периода уборки. При переезде зерноуборочным комбайном следов колесных тракторов К-700 и К-700М вертикальные и горизонтальные колебания комбайна увеличивались в 2,05...2,17 и 1,56...1,9 раза соответственно. В то же время следы гусеничного трактора ДТ-75 практически не вызывали колебаний комбайна. Накопленный опыт исследований по данной проблеме показывает:

1) ходовые системы сельскохозяйственных тракторов и машин (системы машин) в зависимости от вида технологии воздействуют на 20...60% обрабатываемого поля, некоторые участки поля подвергаются 3...9-кратному воздействию;

2) воздействие ходовых систем на почву приводит к ухудшению её агрофизических свойств: увеличению объёмного веса почвы в 1,1...1,4 раза, твердости - в 4...5 раз, сопротивлению обработке почвы - в 1,3...1,9 раза, глыбистости - в 2...4 раза, количеству эрозивно-опасных частиц - в 5 раз и в большинстве случаев в следах

тракторов и машин снижается биологический урожай сельскохозяйственных культур на 5...20%.

Для уменьшения отрицательного влияния ходовых систем на почву в настоящее время, к сожалению, не выработаны универсальные рекомендации. Это связано с тем, что процесс взаимодействия сельскохозяйственной техники с почвой очень сложен как в плане экспериментального исследования, так и теоретического. Существующие рекомендации, связанные с уменьшением давления на почву (сдвоенные колеса, уменьшение числа проходов машинно-тракторных агрегатов (МТА) по полю путем совмещения ряда выполняемых операций, увеличение скоростей движения МТА и некоторые др.), только частично решают данную проблему. Формирование системы машин должно учитывать их взаимодействие со средой и возможные эколого-экономические последствия этого взаимодействия. Эти вопросы должны стоять на самой начальной стадии конструирования машин.

Пути совершенствования ходовых систем сельскохозяйственной техники с целью снижения давления на почву, улучшения тягово-сцепных свойств, рационального агрегатирования машинно-тракторных агрегатов, сохранения плодородия почв и равновесия агроландшафтов невозможны без знания закономерностей изменения свойств контактирующих сред, без рассмотрения кинематических и динамических параметров взаимодействия, а также разработок методологического характера формирования системы машин. Эта монография и посвящена перечисленным вопросам.

## **1.2. Структурно-механический состав почв**

Почвы относятся к средам сложной структуры, которые имеют пористый и многокомпонентный состав. В выбранном объеме почвы можно выделить четыре фазы: твердую, жидкую, газообразную и органическую. В моделировании процессов механического воздействия машин на почву органической фазой, как правило, пренебрегают и почву рассматривают как трехфазную среду [5]. Полный объем почвенного образца определяют

$$V = V_{СК} + V_B + V_G = V_{П} + V_{СК}, \quad (1.1)$$

где  $V_{СК}$  - объем твердой фазы;  $V_B$  - объем жидкой фазы;

$V_G$  - объем газообразной фазы;  $V_{П} = V_B + V_G$  - объем пор.

Структура почвы в рассматриваемом объеме определяется взаимным расположением и формой агрегатов, величиной пористости, количественным соотношением фракций.

По структуре почвы делятся на морфологические и агрономические. Морфологические почвы имеют четко выраженную структуру: зернистую, комковатую, ореховатую, столбчатую, призматическую, пластинчатую и др. Классификация структурных отдельных морфологических почв систематизирована проф. С.А. Захаровым [6, 7]. Агрономически ценной считается структура, которая обеспечивает почвенное плодородие. Почвы с такой структурой, как правило, имеют агрегаты размером от 0,25 до 10 мм. Более крупные агрегаты составляют глыбистую часть, а более мелкие относятся к распыленной части почвы. Размеры агрегатов дифференцируют почву следующим образом:

- глыбистая структура (агрегаты более 10 мм);
- комковато-зернистая макроструктура (агрегаты 10...0,25 мм);
- микроструктура (агрегаты менее 0,25 мм).

Почвы бывают связные и несвязные (сыпучие). Несвязные почвы имеют зернистую структуру двух видов: плотную и рыхлую. В связных почвах наблюдаются три структуры, которые содержатся в пахотном и подпахотном горизонтах:

- ячеистая – свойственна пылеватым почвам, илам;
- хлопьевидная – у глинистых почв;
- комковатая – в поверхностном горизонте связных почв, подвергающихся процессам почвообразования.

Известно, что одним из главных диагностических признаков свойств почв, характеризующих ее производственные стороны, является механический состав. Он связан с уровнем плодородия почв, а также с ее структурными особенностями. На основе механического состава и свойства пластичности выделяют следующие градации почв:

- песчаная – песок рассыпчатый, непластичный;
- супесчаная (супесь) – очень слабопластичная;
- легкосуглинистая – слабопластичная;
- среднесуглинистая – среднепластичная;
- тяжелосуглинистая – пластичная;
- глина – высокопластичная.

Твердая фаза почв обычно состоит из совокупности агрегатов или структурных отдельностей, соединенных друг с другом коллоидным цементом.

Под механическим составом почвы понимают соотношение частиц разной крупности в пределах непрерывного ряда определенных фракций механических элементов.

Механический состав играет важную роль в агрофизической и экологической характеристиках почв. Количество механических элементов, их размеры и форма поверхности оказывают существенное влияние на биологическую часть агроэкологической системы. В почвоведении обычно применяется классификация почв по механическому составу проф. Н.А. Качинского (табл. 1.8), согласно которой почвы делятся на легкие и тяжелые.

Таблица 1.8

**Классификация почв по механическому составу**

Название почвы	Содержание физической глины (частицы 0,01 мм), %		
	подзолистый тип почвообразования	степной тип почвообразования, красноземы и желтоземы	солонцы и сильносолонцеватые почвы
Песок рыхлый	0 ... 5	0 ... 5	0 ... 5
Песок связный	5 ... 10	5 ... 10	5 ... 10
Супесь	10...20	10...20	10...15
Суглинок легкий	20...30	20...30	15...20
Суглинок средний	30...40	30...45	20...30
Суглинок тяжелый	40...50	45...60	30...40
Глина легкая	50...65	60...75	40...50
Глина средняя	65...80	75...85	50...65
Глина тяжелая	80	85	65

Легкие почвы быстрее прогреваются, обладают хорошей водо- и воздухопроницаемостью, хорошо поддаются механической обработке. Однако они подвержены ветровой эрозии, особенно в тот период, когда лишены растительного покрова. К легким почвам относятся песчаные, супесчаные и легкосуглинистые.

К тяжелым почвам относят суглинистые и глинистые. Они содержат больше гумуса и питательных веществ, обладают высокой связностью и влагоемкостью. Однако при интенсивной обработке современной сельскохозяйственной техникой структура тяжелых почв значительно ухудшается. При увлажнении это приводит к избытку влаги в почве, следовательно, увеличению липкости, а при подсыхании - к образованию глыбистости и почвенной корки.

Наиболее оптимальное сочетание элементов и условий, определяющих плодородие, есть у среднесуглинистых почв.

Влияние механического состава почвы на удельное сопротивление и износ рабочих органов почвообрабатывающих орудий при вспашке приведено в таблице 1.9. Отметим, что в зависимости от природно-климатических условий почвы одного и того же механического состава могут иметь разные агрофизические свойства.

Таблица 1.9

**Влияние механического состава почвы на удельное сопротивление и износ рабочих органов почвообрабатывающих орудий при вспашке**

Почвы	Удельное сопротивление, кг/см <sup>2</sup>	Удельный износ лемехов, г/га
Глинистые	0,7...0,8	2...10
Суглинистые: - тяжелые	0,5...0,7	20...30
- средние	0,4...0,5	
- легкие	0,3...0,4	
Супесчаные	0,2...0,3	70...100
Песчаные каменистые	0,2	200...300

### 1.3. Физические свойства почв

Все типы почв в период обработки и поливов полей подвержены уплотнению: в меньшей степени пески и черноземы, в большей степени пылевато-иловые суглинки. Степень уплотнения почв ходовыми системами и сельскохозяйственными орудиями оценивается на основе целого ряда физических характеристик, выявляемых путем проведения опытов в полевых условиях или при испытаниях в лабораториях образцов почвы с ненарушенной структурой.



Приведем некоторые основные физические характеристики почв [5...9].

### *Плотность почвы естественной структуры*

Плотность почвы ( $\text{г/см}^3$ ) определяется как отношение массы почвенного образца  $m_{\text{п}}$  к ее объему  $V$

$$\rho = \frac{m_{\text{п}}}{V}. \quad (1.2)$$

Плотность зависит от упаковки почвенных агрегатов. Свободная упаковка характеризуется пониженной плотностью, которая присуща верхним горизонтам пахотных и целинных земель. В богатых гумусом почвах плотность верхних горизонтов колеблется от 1,0 до 1,3  $\text{г/см}^3$ . В почвах с низким содержанием гумуса она изменяется от 1,3 до 1,45  $\text{г/см}^3$ . В подпахотном уплотненном слое плотность достигает 1,5...1,6, а на глинистых почвах 1,6...1,9  $\text{г/см}^3$  [3].

Пахотный слой уплотняется под влиянием как климатического, так и механического воздействия. На рисунке 1.1 показано изменение в осенне-зимне-весенний период высоты взрыхленной почвы в зоне умеренного климата после осенней обработки почвы [8]. После осенней вспашки подъем поверхности почвы составлял около 7 см, а перед посевом – 3,5 см. Из графика следует, что осадки сильно влияют на уплотняемость почвы, а морозы могут быть причиной некоторого увеличения порозности.



**Рис. 1.1.** Изменение высоты взрыхлённой почвы в осенне-зимне-весенний период

*Плотность, до которой почва способна уплотняться под влиянием климатических условий и собственной силы тяжести, называется равновесной.* Ее значения колеблются в пределах 1,25...1,45 г/см<sup>3</sup>.

*Плотность твердых частиц почвы* определяется отношением

$$\rho_s = \frac{m_{СК}}{V_{СК}}, \quad (1.3)$$

где  $m_{СК}$  - масса твердых частиц (скелета) почвы;

$V_{СК}$  - объем твердых частиц.

Для большинства почв  $\rho_s$  меняется в пределах от 2,55 до 2,7 г/см<sup>3</sup>. В среднем плотность песчаных почв составляет 2,6, а глинистых - 2,7 г/см<sup>3</sup>.

*Плотность сухой почвы (объемная масса)* определяется из уравнения

$$\rho_d = \frac{m_{СК}}{V} = \frac{m_{СК}}{V_{СК} + V_{П}}. \quad (1.4)$$

Для расчетов плотность сухой почвы удобно вычислять в виде

$$\rho_d = \frac{\rho}{1 + 0,01w}, \quad (1.5)$$

где  $w$  – влажность почвы.

Благоприятные условия для жизнедеятельности микроорганизмов и роста растений, следовательно, получения хорошего урожая и устойчивого равновесного состояния агроэкосистем обеспечивает оптимальная плотность сухой почвы 1,1...1,3 г/см<sup>3</sup>. Это одна из важнейших физических характеристик, сказывающаяся на водном, воздушном, тепловом режимах. Знать плотность сухой почвы ненарушенного сложения необходимо для решения целого ряда практических задач: вычисления порозности, вычисления на заданной площади массы почвенных напластований, запасов воды, питательных веществ, гумуса, микроэлементов, норм полива при орошении и др. Сильно уплотненная в сухом состоянии почва оказывает большое сопротивление развитию корневой системы растений, при ее обработке требуются дополнительные затраты. В переувлажненной плотной почве вследствие занятости почти всего объема пор водой и недостатка пор аэрации создаются неблагопри-

ятные условия для растений. Плотная почва плохо или совсем не фильтрует воду. По плотности сложения верхних горизонтов судят об окультуренности почв (табл. 1.10). Поступающая на поверхность уплотненной почвы вода не проникает внутрь, а стекает, вызывая процессы водной эрозии.

Таблица 1.10

**Оценка плотности скелета (по Н.А. Качинскому)**

Плотность скелета почвы	Оценка почвы суглинистого и глинистого гранулометрического состава
<1	Почва вспушена или богата органическим веществом, например, дернина в полевых и лесных почвах, мерзлая, сырая почва в пахотном слое
1,0...1,1	Типичные величины для культурной свежевспаханной пашни
1,2	Пашня уплотнена
1,3...1,4	Пашня сильно уплотнена
1,4...1,6	Типичная величина для подпахотных горизонтов различных почв
1,6...1,8	Сильно уплотненные иллювиальные горизонты, преимущественно подзолистых почв и солодей; горизонт краснозема
1,3...1,5	Для песчаных полевых почв
1,2...1,3	Для дернового горизонта садовых и лесных почв

Плотность сухой почвы ненарушенного сложения зависит от гранулометрического состава, структуры, ее водопрочности и механической прочности, порозности, влажности. Она изменяется в пространстве и во времени, особенно в верхних горизонтах, подвергающихся постоянному воздействию климатических, биологических и антропогенных факторов.

Пахотный слой рыхлый после обработки (вспашки, культивации), постепенно уплотняется и через некоторое время, которое определяется как внешними факторами, так и свойствами данной почвы (степенью оструктуренности, механической прочностью и водопрочностью структуры), достигает определенной плотности, мало изменяющейся во времени. Такую постоянную плотность называют, как говорилось выше, равновесной. Учитывая динамичность плотности сухой почвы ненарушенного сложения во време-

ни, следует определять ее в обрабатываемом слое несколько раз за вегетационный период, а для расчетов запасов влаги, питательных веществ в данный отрезок времени использовать соответствующую этому времени величину. В профиле почвы с глубиной плотность почвы увеличивается, но практически длительное время остается постоянной для данного горизонта или слоя. Различие ее по генетическим горизонтам при однородном гранулометрическом составе обуславливается характером почвообразовательного процесса.

Определение плотности сухой почвы ненарушенного сложения нужно обязательно проводить по генетическим горизонтам. Пахотный слой характеризуется более детально (по всей глубине). Из пахотного слоя по каждой глубине образцы должны быть взяты в пятикратной повторности, для нижних горизонтов можно допустить трехкратную.

### *Пористость почвы*

Этот показатель играет одну из основных ролей в жизнедеятельности микроорганизмов и растений. Введем коэффициент пористости

$$\varepsilon = \frac{V_{II}}{V_{СК}}, \quad (1.6)$$

где  $V_{II}$  - объем пор;  $V_{СК}$  - объем скелета.

Рассмотрим единичный объем почвы. Обозначим  $V_{СК} = m$ ;  $V_{II} = n$ , тогда  $m + n = 1$  и уравнение (1.6) можно переписать

$$\varepsilon = \frac{n}{1-n}, \quad (1.7)$$

откуда

$$n = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}. \quad (1.8)$$

Если выражение (1.8) подставить в (1.6), то

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon}{m(1+\varepsilon)},$$

или

$$m = \frac{1}{1+\varepsilon}. \quad (1.9)$$

Общую порозность почв можно выразить через плотность твердых частиц  $\rho_s$  и плотность скелета почвы  $\rho_d$

$$\varepsilon_0 = \frac{\rho_s - \rho_d}{\rho_s} \cdot 100\%.$$

### **Влажность**

Исключительно большую роль в биологической активности почв играет вода. Обладая терморегулирующими свойствами, она определяет расход тепла из почвы вследствие испарения, а также из растений путем транспирации (испарения влаги через листья). Процессы миграции микробиоценоза, питательных веществ связаны с водным режимом почв. Известно также, что изменение содержания воды в почвах резко отражается на их прочностных свойствах. Урожайность большинства сельскохозяйственных культур зависит от вида влаги в почве. Согласно [7] различают следующие ее виды: кристаллизационная, твердая (лед), парообразная, прочносвязанная, свободная (стыковая, капиллярно-подвижная, сорбционно-замкнутая и др.). Для оценки влажности почвы обычно выбирается весовая или объемная влажность.

**Весовая влажность** определяется как отношение массы воды в почве  $m_B$  к массе сухой почвы  $m_{CK}$  и выражается в процентах

$$w = \frac{m_B}{m_{CK}} 100\%. \quad (1.10)$$

**Объемная влажность** определяется как отношение объема воды  $V_B$ , заключенной в почве, к объему всей почвы  $V$

$$w_v = \frac{V_B}{V} 100\%. \quad (1.11)$$

Учитывая, что плотность воды  $\rho_B \approx 1 \text{ г/см}^3$ , связь между весовой и объемной влажностью будет определяться соотношением

$$w_v = \rho_d w, \quad (1.12)$$

где  $\rho_d$  - объемная масса.

Общее содержание влаги в почве называют *абсолютной влажностью*. В практике часто используют понятие *относительной влажности* (%)

$$w_{\text{отн}} = \frac{100w}{w_{\text{OB}}}, \quad (1.13)$$

где  $w$  – влажность почвы в данный момент;  $w_{\text{OB}}$  – общая влагоемкость.

Общая (наименьшая) влагоемкость определяется количеством влаги, которую почва удерживает после увлажнения при свободном оттоке гравитационной воды. Из формулы (1.13) видно, что относительная влажность – это отношение содержания влаги в данный момент к количеству воды, насыщающей почву до ее общей (полевой) влагоемкости, т.е. характеризует степень увлажнения почвы. Разные типы почв, несмотря на различную общую влажность, могут иметь одинаковую относительную влажность. Так, супесчаная почва общей влагоемкостью 10% и при влажности 5% будет иметь

$$w_{\text{отн}} = \frac{500}{10} = 50\%.$$

У тяжелосуглинистой почвы при  $w_{\text{OB}} = 30\%$  и  $w = 15\%$  относительная влажность тоже будет равна 50%.

Введем коэффициент водонасыщенности почвы [8]

$$G_w = \frac{w}{w_{\text{max}}}, \quad (1.14)$$

где  $w_{\text{max}}$  – влажность, соответствующая полному заполнению пор в почве.

При неполном водонасыщении  $G_w < 1$ . В этом случае почва является 3-фазной средой, т.е. содержит твердую, жидкую и газообразную фазы. При  $G_w = 1$  имеем водонасыщенную почву, т.е. 2-фазную среду.

**Пластичность** – способность почвы изменять свою форму под влиянием внешней силы и сохранять приданную форму после устранения этой силы. Пластичность проявляется только при увлажнении почвы и тесно связана с ее механическим составом (глинистые почвы пластичны, песчаные почвы не пластичны). При содержании в почве натрия ее пластичность усиливается, а при насыщении кальцием – снижается. Высокое содержание гумуса уменьшает пластичность почвы.

Диапазон влажности, при которой почва будет пластичной, характеризуется числом пластичности

$$J_p = w_L - w_p, \quad (1.15)$$

где  $w_L$  - граница влажности, при которой почва переходит в текучее состояние (верхний предел пластичности);

$w_p$  - граница раскатывания, соответствует влажности, при которой почва теряет свою пластичность (нижний предел пластичности). Она приблизительно равна влажности жгута (толщиной 3 мм), сделанного из почвы и раскатываемого на бумаге до потери им пластичности.

В таблице 1.11 приведены показатели пластичности дерново-подзолистых эродированных почв, в таблице 1.12 значения коэффициентов липкости почвы с металлом для некоторых дерново-подзолистых почв, которые развиваются на лёссовидных суглинках, приведенных в работах проф. В.М. Яцухно и др. (Белорусский государственный университет).

Таблица 1.11

**Показатели пластичности дерново-подзолистых почв**

Степень эродированности	Глубина взятия проб, см	Пластичность, %		Число пластичности $J_p$
		верхняя граница $w_L$	нижняя граница $w_p$	
Неэродированная	2...12	26,8	23,8	3,0
	30...40	25,7	23,4	2,3
Слабоэродированная	2...12	26,3	21,9	4,4
	25...35	25,7	22,2	3,5
Среднеэродированная	2...12	26,6	21,5	5,1
	40...50	24,3	21,2	3,1
Сильноэродированная	2...12	28,0	21,3	6,7
	40...50	24,8	20,5	4,3

**Липкость** – способность почвы прилипать к различным поверхностям. В результате прилипания почвы к сельскохозяйственным орудиям увеличивается тяговое сопротивление и ухудшается качество обработки почвы. Липкость возрастает при увлажнении. С ней связано такое важное агрономическое свойство почвы,

как *физическая спелость*, когда почва не прилипает к орудиям и способна крошиться на комки.

Липкость можно определить по формуле  $\tau = \frac{F}{S}$ ,

где  $\tau$  - липкость почвы (кПа);  $F$  - усилие, затраченное на отрыв тела, прилипшего к почве (Н);  $S$  - площадь прилипания (см<sup>2</sup>).

Таблица 1.12

**Липкость дерново-подзолистых почв с металлом**

Степень эродированности	Глубина взятия проб, см	Весовая влажность, %	Липкость
Неэродированная	2...12	21,0	0,78
		26,0	<b>1,36</b>
		28,0	1,20
	30...40	20,5	0,85
		25,0	<b>1,20</b>
		28,0	1,10
Слабозэродированная	2...12	22,0	1,41
		25,4	<b>2,45</b>
		28,0	2,05
	25...35	20,3	1,12
		25,0	<b>1,78</b>
		26,0	1,61
Среднеэродированная	2...12	24,1	1,96
		25,3	<b>2,86</b>
		26,0	2,0
	40...50	20,4	1,51
		24,0	<b>2,30</b>
		25,0	2,0
Сильноэродированная	2...12	19,0	2,30
		27,8	<b>3,68</b>
		29,0	2,80
	40...50	20,2	2,41
		21,0	<b>3,20</b>
		26,6	2,10

В таблице жирным шрифтом приведены максимальные значения липкости для разных степеней эродированности.



**Набухание** – увеличение объема почвы при увлажнении. Вследствие набухания частицы могут быть настолько разделены пленками воды, что это приведет к разрушению структурных отдельностей. Рассматривают три вида набухания – степень набухания, влажность набухания и давление набухания.

Степень набухания определяется изменением объёма

$$R_v = \frac{v_k - v_n}{v_n} \cdot 100 (\%),$$

изменением массы

$$R_m = \frac{m_k - m_n}{v_n \rho} \cdot 100 (\%),$$

изменением высоты образца

$$R_h = \frac{h_k - h_n}{h_n} \cdot 100 (\%),$$

где  $v_n, v_k$  - первоначальный и конечный объёмы почвенного образца;  $m_n, m_k$  - первоначальная и конечная масса образца;  $h_n, h_k$  - первоначальная и конечная высота образца;  $\rho$  – плотность воды ( $\text{г/см}^3$ ).

Влажность, при которой почвенный образец перестаёт поглощать жидкость, так называемая влажность набухания, определяется формулой

$$W_n = \frac{m_b - m_s}{m_s} \cdot 100\%,$$

где  $m_b$  – масса полностью набухшего образца;  $m_s$  – масса сухого образца почвы.

Набухание образца происходит за счёт сил набухания. Если сила набухания  $F$ , а площадь образца  $S$ , то давление набухания равно

$$P = \frac{F}{S}.$$

**Усадка** – сокращение объёма пор при высыхании. Усадка зависит от тех же факторов, что и набухание. При высушивании почвы вследствие усадки появляется трещиноватость. Линейная и объёмная усадки определяются с помощью прямоугольной формочки, изготовленной из металла или из органического стекла размером  $5 \times 3 \times 2$  см. Линейная усадка рассчитывается

$$L = \frac{l_1 - l_2}{l_1} \cdot 100,$$

где  $l_1$  - длина диагоналей формочки (сырой почвы);

$l_2$  - длина диагоналей почвы после усадки.

Объёмная усадка определяется по формуле

$$V = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \cdot 100,$$

где  $V_1$  - объём формочки (сырой почвы);

$V_2$  - объём почвы после усадки.

В некоторых случаях определяют влажность усадки

$$W = \left( W_1 - \frac{(V_1 - V_2) \cdot 100 \%}{m_s} \right),$$

где  $W_1$  - влажность, соответствующая верхней границе пластичности;

$m_s$  - масса сухой почвы после усадки.

#### 1.4. Аэрационные свойства почв

Почвенный воздух отличается от атмосферного количественным и качественным составом. Так, содержание углекислого газа в нем в десятки раз больше, чем в атмосферном. Для жизнедеятельности корневой системы и микроорганизмов необходим кислород, который содержится в нужном количестве в почвенном воздухе только при нормальном газообмене. При его нарушении количество кислорода в почвенном воздухе может падать до десятых долей процента, а углекислоты - увеличиваться до 10 и более обменных процентов [7].

По физическому состоянию почвенный воздух делят на свободный, адсорбированный и растворенный.

Свободный воздух содержится в крупных капиллярных и некапиллярных порах почвы. Наиболее важное значение в жизни растений играют некапиллярные поры, заполненные воздухом. Воздух некапиллярных пор характеризуется большой подвижностью и доступностью. Поры обуславливают постоянную аэрацию почвы. При уменьшении диаметра пор подвижность воздуха снижается. В замкнутых порах, не сообщающихся с атмосферой, находится заземленный воздух, который частично обуславливает

упругие деформации почвы. Объем заземленного воздуха в почве определяется как разность между скважностью и объемом пор, занятых водой, который соответствует величине водовместимости или полной влагоемкости.

Сухие почвы способны сорбировать (поглощать) значительное количество газов, находящихся в почве. В результате поглощения происходит несколько процессов: адсорбция, абсорбция, хемосорбция. Адсорбция – это процесс сгущения газа на поверхности почвенных частиц; абсорбция – физико-химическое поглощение газов твердой и жидкой фазами почвы; хемосорбция – поглощение за счет химического взаимодействия между почвой и газом. Наибольшей поглотительной способностью среди компонентов почвы обладают гумус и полуторные окислы. В меньшей степени это относится к кварцу, извести и гипсу. Адсорбция газов достигает максимального значения в абсолютно сухих почвах.

Компоненты почвенного воздуха растворимы в воде. Растворимость газов возрастает с увеличением их парциального давления и снижением температуры. Минерализация воды уменьшает растворимость газов. При полном насыщении всех пор водой в почве будет присутствовать только растворенный воздух.

Рассмотрим физические свойства почв, которые определяют количественный и качественный составы почвенного воздуха.

**Воздухоемкость** – это способность почвы удерживать при определенном физическом состоянии то или иное количество воздуха. Максимальной воздухоемкостью обладают абсолютно сухие почвы. В общем случае воздухоемкость равна разности между общим объемом пор и объемом пор, занятых водой. Если объем пор, занятых воздухом, при общей влагоемкости меньше 10...15% объема почвы, то аэрация почвы будет недостаточной для жизнедеятельности растений, поэтому требуются агромероприятия по улучшению структуры почвы.

**Воздухопроницаемостью** – называется скорость проникновения воздуха или газа в почвенную толщу. В природных условиях воздух в почву проникает под влиянием атмосферного давления или воды, затопляющей поверхность почвы во время сильных дождей, снеготаяния и наводнения. Мерой воздухопроницаемости служит количество воздуха (в мл), прошедшего под определенным

давлением в единицу времени через площадь сечения почвы  $1 \text{ см}^2$  при толщине слоя  $1 \text{ см}$ .

Газообмен между почвой и атмосферой обусловлен многими факторами: диффузией газов, изменением температуры почвы и барометрического давления, вытеснением воздуха из почвы при выпадении осадков или орошении, направлением и силой ветра. Перечисленные факторы неодинаково, конечно, влияют на газообмен. Особый интерес представляет диффузионный процесс, который связывает обмен газов почвы и атмосферы, а также самопроизвольное проникновение и перемешивание жидкостей и твердых тел в почве.

Запишем уравнение для диффузионного газообмена. Известно, что обычной, или концентрационной диффузией называют процессы перемещения частиц газовой смеси от участков большей концентрации к меньшим. Согласно первому закону Фика, количество переносимого вещества в одномерном случае определяем [11]

$$Q = -DSt \frac{dc}{dx}, \quad (1.16)$$

где  $D$  - коэффициент диффузии, равный количеству вещества, диффундирующего через слой площадью  $1 \text{ см}^2$  и толщиной  $1 \text{ см}$  за  $1 \text{ с}$  при  $\frac{dc}{dx} = 1$  (размерность  $D$  -  $\text{см}^2/\text{с}$ );  $S$  - площадь сечения,  $\text{см}^2$ ;

$\frac{dc}{dx}$  - градиент концентрации вдоль диффузионного потока;

$c$  - концентрация;  $t$  - время.

При изучении процессов диффузии газов может быть использован и второй закон Фика. В одномерном случае

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (1.17)$$

В случае трехмерной диффузии изменение концентрации с течением времени при постоянной температуре описывается уравнением

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial c}{\partial z} \right). \quad (1.18)$$

Если коэффициент диффузии  $D$  не зависит от концентрации, то уравнение (1.18) приводится ко второму закону Фика

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\Delta c, \quad (1.19)$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа.

Скорость диффузии  $v$  часто определяют по формуле

$$v = \frac{D}{D_0}, \quad (1.20)$$

где  $D_0$  – коэффициент диффузии газа в атмосферу.

Для измерения коэффициента диффузии  $D$  используют кинетический метод, с помощью которого определяют изменение концентрации диффундирующего вещества во времени в диффузиометре [7].

## 1.5. Тепловые свойства почв

Основным источником теплоты в почве является солнечная радиация. Другими источниками служат некоторые элементы земной коры при радиоактивном распаде, биологические процессы и химические реакции, смачивание сухой почвы.

В верхние слои атмосферы поступает количество теплоты, равное  $1312 \text{ Дж/см}^2$ . Однако у самой поверхности Земли ее значительно меньше в результате отражения. Земля теряет теплоту  $I_3$  за счет излучения ее в атмосферу и приобретает теплоту, излучаемую облаками  $I_0$ .

Эффективное излучение теплоты почвой, согласно [11], можно записать

$$I_{\text{эф}} = I_3 - I_0. \quad (1.21)$$

Сумма прихода и расхода солнечной энергии называется *радиационным балансом*

$$R_{\sigma} = (Q + q)(1 - A) - I_{\text{эф}}, \quad (1.22)$$

где  $Q$  – прямая солнечная радиация;  
 $q$  – рассеянная солнечная радиация;  
 $A$  – альbedo-излучение.

Анализ формулы (1.22) показывает, что чем выше  $A$ , тем меньше нагревается поверхность почвы. Альbedo-излучение зависит от рельефа почвы, ее окраски, влажности и растительного покрова.

Радиационный баланс расходуется на испарение влаги из почвы  $\Phi$ , турбулентный обмен с атмосферой  $P$  и на нагревание почвы  $B$ , т.е.

$$R_0 = \Phi + P + B, \quad (1.23)$$

где  $\Phi = LE$ ,  $E$  – испарение, мм;

$L$  – скрытая теплота испарения, обычно  $L = 60$  кал на 1 мм.

Поток тепла в почву определяют по формуле

$$B = \frac{K_t(t_1^0 - t_2^0)}{e}, \quad (1.24)$$

где  $K_t$  – коэффициент температуропроводности почвы;  $t_1^0$  и  $t_2^0$  – соответственно температура верхней и нижней частей слоя почвы мощностью 1 см.

Выражение (1.23) называется *уравнением теплового баланса*.

Температуропроводность определяет способность почвы выравнивать свою температуру при наличии разницы нагрева в данной и соседней точках [11].

Коэффициент  $K_t$  характеризует скорость выравнивания температуры в неравномерно нагретой почве

$$K_t = \frac{\lambda}{C_v}, \quad (1.25)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $C_v$  – коэффициент объемной теплоемкости почвы.

Теплопроводность возникает при наличии градиента температуры и в одномерном стационарном случае ( $T = T(x)$ ) описывается уравнением Фурье

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dS dt, \quad (1.26)$$

где  $dQ$  – количество теплоты, переносимое за время  $dt$  через площадку  $dS$  в направлении нормали  $x$  к этой площадке в сторону

убывания температуры;  $\frac{dT}{dx}$  – градиент температуры.

Коэффициент теплопроводности  $\lambda$  равен количеству теплоты, прошедшему за 1 с через почву сечением  $1 \text{ см}^2$  при толщине слоя 1 см и температурном градиенте на концах слоя  $1^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплопроводности в системе СИ измеряется в  $\text{Вт}/\text{м}^2\cdot^\circ\text{C}$

Теплопроводность почвы зависит от теплопроводности ее твердой, жидкой и газообразной фаз. Коэффициент теплопроводности твердой фазы равен  $0,38\dots 2,43$ , жидкой –  $0,52$ , воздуха –  $0,15$ .

Теплоемкостью  $C$  ( $\text{Дж}/^\circ\text{C}$ ) почвы называется отношение элементарного количества теплоты  $Q$ , сообщенного почве, к соответствующему изменению температуры тела

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (1.27)$$

Удельной теплоемкостью массы  $C_b$  называют количество теплоты в джоулях, необходимое для нагревания 1 г абсолютно сухой почвы на  $1^\circ\text{C}$ .

Объемная удельная теплоемкость  $C_v$  - это количество теплоты, необходимое для нагревания  $1 \text{ м}^3$  сухой почвы на  $1^\circ\text{C}$ . Величины  $C_b$  и  $C_v$  связаны соотношением

$$C_v = C_b \rho, \quad (1.28)$$

где  $\rho$  - плотность твердой фазы почвы.

Объемная теплоемкость зависит от теплоемкости твердой, жидкой и газообразной фаз почвы.

Прогревание почвы вглубь прямо пропорционально ее теплопроводности и обратно пропорционально теплоемкости. Методы исследования тепловых свойств почв подробно изложены в [7].

Рассмотрим тепловой процесс, когда значения температуры меняются в каждой точке во времени. Такой процесс можно описать уравнением Фурье. В основе его лежит закон сохранения энергии: количество теплоты, введенное в элементарный объем извне за время  $d\tau$  вследствие теплопроводности, равно изменению внутренней энергии вещества, содержащегося в этом объеме.

Предположим, что почва обладает свойствами однородности и изотропности. Выделим из почвенного массива элементарный параллелепипед с гранями  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  и рассмотрим баланс теплоты в этом объеме. Очевидно, что температура будет меняться вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Будем считать, что через три грани рассматриваемого параллелепипеда в направлении трех осей будет входить количество теплоты, равное  $Q_1, Q_3, Q_5$  и, соответственно, через три противоположные грани будет входить количество теплоты, равное  $Q_2, Q_4, Q_6$ .

Уравнение теплового баланса данного объема находим [9]

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 = Q_7, \quad (1.29)$$

где  $Q_7$  - энтальпия (функция теплового состояния рассматриваемого объема).

Запишем значения составляющих теплового баланса

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= q_x dx dy d\tau; \\ Q_2 &= - \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dy dz d\tau; \\ Q_3 &= q_y dx dy d\tau; \\ Q_4 &= - \left( q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx dz d\tau; \\ Q_5 &= q_z dx dy d\tau; \\ Q_6 &= - \left( q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx dy d\tau, \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

где  $q_x, q_y, q_z$  - удельные тепловые потоки, проходящие через грани соответственно в направлении осей  $x, y, z$ ;

$\frac{\partial q_x}{\partial x}, \frac{\partial q_y}{\partial y}, \frac{\partial q_z}{\partial z}$  - изменение удельных потоков внутри выделенного объема вдоль осей  $x, y, z$ .

Учитывая, что энтальпия определяется как количество внутренней энергии (теплоты), которым обладает тело при данной температуре  $t$ , имеем

$$Q = C_b \rho V t, \quad (1.31)$$

где  $V$  - объем тела.

Для заданного объема в случае неоднородного тела энтальпия

$$Q_7 = C_b \int dx, dy, dz \frac{\partial t}{\partial \tau} \tau, \quad (1.32)$$

где  $\frac{\partial t}{\partial \tau}$  - изменение температуры  $t$  в объеме за время  $d\tau$ .



Подставляя формулы (1.32), (1.30) в (1.29), после несложных преобразований получаем

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{C_b \rho} \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right). \quad (1.33)$$

Согласно закону Фурье, удельный тепловой поток пропорционален градиенту температуры, т.е.

$$q = \lambda \frac{\partial t}{\partial n}, \quad (1.34)$$

где  $n$  - нормаль к изотермической поверхности.

Поэтому выражение (1.33) с учетом (1.34) можно переписать

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{C_b \rho} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] \quad (1.35)$$

или 
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t, \quad (1.36)$$

где  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  - оператор Лапласа;

$a = \frac{\lambda}{C_b \rho}$  - коэффициент температуропроводности.

Используя связь между прямоугольными и цилиндрическими координатами

$$x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi; z = z, \quad (1.37)$$

уравнение теплопроводности можно записать

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (1.38)$$

В случае стационарного температурного поля уравнение (1.36) имеет вид

$$\nabla^2 t = 0 \quad (1.39)$$

или 
$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \quad (1.40)$$

При стационарном режиме температурное поле не зависит от коэффициента температуропроводности  $a$  и, следовательно, от коэффициента теплопроводности.

Процесс испарения воды и таяния снега на полях сопровождается поглощением теплоты, а замерзание и занос снегом, наоборот, ее выделением. Таким образом, почва может быть как источником, так и стоком теплоты. При учете в почве источника или стока уравнение теплового баланса (1.29) дополняется еще одним членом

$$Q_8 = W dx dy dz d\tau, \quad (1.41)$$

где  $Q_8$  - количество теплоты, выделенное или поглощенное средой в объеме за время  $d\tau$ ;

$W$  - интенсивность источника или стока.

С учетом формулы (1.41) уравнение теплопроводности запишется

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{C_b \rho} W \quad (1.42)$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{1}{C_b \rho} W. \quad (1.43)$$

Если в почве наблюдается процесс стока теплоты, то перед последним слагаемым в правой части выражения (1.43) ставится знак минус.

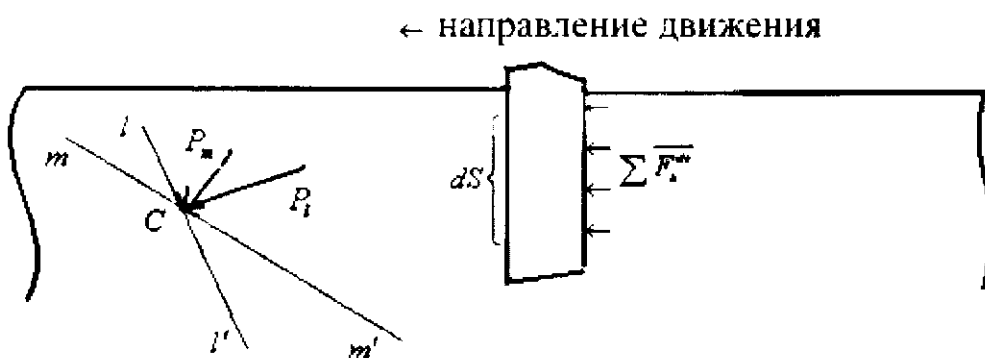
### 2.1. Напряжения и деформации в почве

Рассмотренные в предыдущей главе физические свойства почв мало пригодны для аналитического изучения их деформирования в процессе взаимодействия с сельскохозяйственной техникой, так как не входят в математико-механические уравнения, которые учитывают деформирование контактирующих тел. В этой главе кратко рассмотрены некоторые свойства тел, которые составляют реологические модели, часто используемые в изучении напряжённого и деформированного состояния не только почв, но и других сельскохозяйственных сред.

Приведём некоторые определения физических величин. Кратко остановимся на понятии тензора напряжений и деформаций. При работе на поле сельскохозяйственной техники её отдельные части колесо, плуг, культиваторная лапа и другие взаимодействуют с почвой. С их поверхности, например зуба, на почву действует сумма сил, которую можно заменить равнодействующей [8]. Определим сопротивление почвы в некоторой точке  $A$ , лежащей на поверхности данного сельскохозяйственного деформатора (СД) рисунке 2.1. Рассмотрим окрестность некоторой точки  $A$  зуба, которую обозначим через  $ds$ . На этот участок зуба будет действовать сумма сил сопротивления  $\sum \bar{F}_k$ , которая в общем случае зависит от твёрдости почвы, скорости движения, от расположения  $ds$  на рабочем органе. Запишем отношение

$$\lim_{ds \rightarrow 0} \frac{\sum \bar{F}_k}{ds} = \bar{\sigma}. \quad (2.1)$$

Величина  $\sigma$  называется напряжением в точке  $A$  [8]. Так как усилия от рабочего органа при его движении будут распространяться вглубь и вширь полупространства, то вызывает интерес определения напряжений в точках почвенного массива, например, в точке  $C$ .



**Рис. 2.1. Схема сил на рабочем органе  
и в точках почвенного массива**

Проведем через точку  $C$  плоскость  $ll'$ . В окрестности точки  $C$  возьмем малую площадку  $dL$ , принадлежащую плоскости  $ll'$ , на которую действует сумма сил  $\sum \bar{P}_k^{(dL)}$ .

Согласно формуле (2.1) напряжение, действующее на площадку  $dL$ , равно

$$\lim_{dL \rightarrow 0} \frac{\sum \bar{P}_k^{(dL)}}{dL} = \bar{\sigma}_l.$$

Если взять плоскость  $mm'$  с той же площадкой, то на нее будет действовать напряжение  $\sigma_m$ , отличное от  $\sigma_l$ . Через точку  $C$  можно провести бесконечное множество различных плоскостей и, следовательно, можно получить такое же количество действующих на эту точку напряжений. Таким образом, указанный подход нельзя использовать при определении напряжений в точке  $C$ , ибо ни число, ни вектор  $\bar{\sigma}$  не могут однозначно характеризовать напряженное состояние точки  $C$ . Поэтому здесь применим другой подход, связанный с рассмотрением элементарного куба с гранями  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , внутри которого находится точка  $C$  [12].

Усилия от рабочего органа будут действовать на все грани куба, в связи с чем, он может деформироваться, перемещаться и разрушаться. Например, на грань  $BCC'B'$  будет действовать сила  $\Delta \bar{P}$  (рис. 2.2). Силы, действующие на грани куба, можно разложить на составляющие вдоль осей координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (на рисунке не показаны). Тогда на каждую грань куба будет действовать три силы: одна перпендикулярна грани и две лежащие в её плоскости. В силу

малости куба и его равновесия силы на противоположных гранях будут равны и противоположно направлены. Деля эти усилия на площадь грани согласно уравнению (2.1), получим напряжения, направления которых будут соответствовать направлениям сил, а численные значения определяться по формуле (2.1). Так, на грань  $VCC'B'$  будут действовать от силы  $\Delta \bar{P}$  напряжение  $\bar{p}$ , а после её разложения вдоль осей  $x, y, z$  напряжения  $\sigma_y, \tau_{yx}, \tau_{yz}$ . Аналогичные рассуждения можно провести для сил, действующих на грани  $AA'C'C$  и  $A'O'B'C'$ , на которых будут действовать соответственно напряжения  $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$  и  $\sigma_y, \tau_{yx}, \tau_{zy}$ . Напряжения  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  называют нормальными напряжениями, напряжения  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$  - касательными или сдвига. В нормальных напряжениях индекс внизу показывает, параллельно какой оси действует данное напряжение. В касательных напряжениях первая буква нижнего индекса такая же, как индекс нормального напряжения на эту плоскость, а вторая буква обозначает координатную ось, которая параллельна данному напряжению сдвига.

**Рис. 2.2. Напряжения на гранях элементарного куба в некоторой точке почвенного массива**

Нормальное напряжение обычно считается положительным, если оно вызывает растяжение почвенного элемента, и отрицательным, если сжатие. Сдвигающие напряжения также положительны и направлены в сторону отрицательных направлений соответствующих осей координат, если внешняя нормаль к площадке совпадает с отрицательным направлением координатной оси.

Компоненты напряжений можно записать в виде матрицы

$$T_{ii} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

которую называют тензором напряжений.

Приведём некоторые свойства матрицы напряжений:

- 1) числовые значения компонент матрицы зависят от выбора системы координат;
- 2) матрица симметрична относительно компонент главной диагонали

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}; \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}; \quad (2.3)$$

3) матрицу всегда можно записать в осях главных напряжений 1, 2, 3, в направлении которых действуют соответствующие главные напряжения:  $\sigma_1$  – наибольшее главное напряжение,  $\sigma_2$  – среднее главное напряжение,  $\sigma_3$  – наименьшее главное напряжение. В этом случае касательные напряжения равны нулю и матрица напряжений имеет вид

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Записанная матрица в силу своей простоты наиболее удобна для определения напряжения в точке, и ею всегда пользуются, если известны направления главных осей. Например, для ведущего колеса трактора без тяговой нагрузки [8] под центром колеса главные оси расположены как показано на рисунке 2.3.

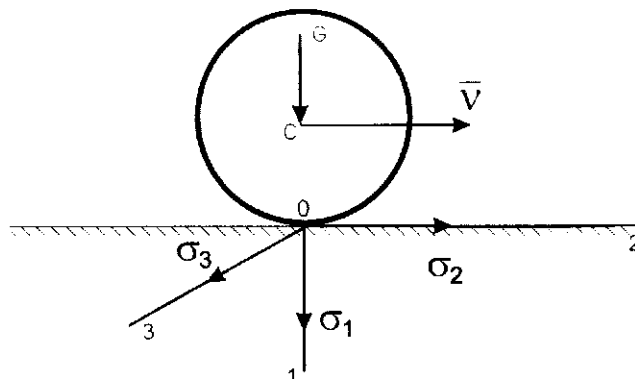


Рис. 2.3. Распределение главных напряжений под ведущим колесом

В зависимости от осевой нагрузки  $G$  главные напряжения  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  могут принимать различные значения. Если, например,  $\sigma_1 = 300$  кПа,  $\sigma_2 = 150$  кПа,  $\sigma_3 = 100$  кПа, тогда можно записать

$$T_n = \begin{pmatrix} 300 & 0 & 0 \\ 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}, \text{ (кПа)}.$$

В случае  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  имеет случай гидростатического давления, и все грани куба испытывают одинаковые нормальные напряжения, а касательные напряжения равны нулю.

Компоненты матрицы напряжений удовлетворяют трём инвариантам

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3;$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{yz}^2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3; \quad (2.5)$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{xz} \tau_{yz} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3.$$

Рассмотрим осевое сжатие почвы в цилиндре небольших размеров. В этом случае почвенный цилиндрический образец будет нагружен с торцов нормальными напряжениями  $\sigma_1$  и на боковой поверхности в направлении главных осей 2 и 3 напряжениями  $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_m$ . Напряженное состояние в каждой точке будет определяться тензором напряжений

$$T_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 = \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 = \sigma_m \end{bmatrix}.$$

Если почвенный образец формы шара испытывает всестороннее сжатие или растяжение, то напряжение в каждой точке образца будет определяться

$$T_n = \begin{bmatrix} \sigma_1 = \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 = \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 = \sigma_m \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

## Уравнения движения точек почвенного массива

Известно, что для составления уравнений движения абсолютно твердого тела необходимо и достаточно приравнять к нулю главный вектор и главный момент действующих на него внешних сил и сил инерции.

Для составления уравнений движения деформированного тела необходимо и достаточно приравнять к нулю главный вектор, главный момент сил и момент сил инерции, приложенных к любой части тела, которую можно мысленно из него выделить [13].

Выделим в почвенном массиве некоторый произвольный объем  $V$ , ограниченный поверхностью  $S$  (в частности, это может быть и рассматриваемый нами куб). Пусть со стороны сельскохозяйственного органа на элемент  $dS$  поверхности выделенного объема действует сила  $d\bar{P}$ , тогда вектор [13]

$$\bar{\Phi}_n = \frac{d\bar{P}}{dS} \quad (2.7)$$

представляет собой силу, отнесенную к единице площади поверхности тела. Главный вектор и главный момент поверхностных сил, приложенных ко всей поверхности  $S$ , будут определяться соответственно

$$\bar{R} = \int \bar{\Phi}_n dS, \quad (2.8)$$

$$\bar{L} = \int_S (\bar{r} \times \bar{\Phi}_n) dS, \quad (2.9)$$

где  $\bar{r}$  – радиус-вектор точки приложения силы относительно начала координат.

Если  $\rho$  – плотность почвы, то масса элементарного объема  $dV$  равна  $dm = \rho dV$ . Пусть на эту массу действует сила  $d\bar{Q}$ , тогда вектор  $\bar{F} = d\bar{Q}/dm$  представляет собой силу, отнесенную к единице массы в данной точке. Определённые таким образом силы называются массовыми силами. Кроме поверхностных сил  $\bar{\Phi}_n$  и массовых  $\bar{F}$  существуют объемные силы

$$\bar{F}_v = \frac{d\bar{Q}}{dV} = \rho \frac{d\bar{Q}}{dm} = \rho \bar{F}. \quad (2.10)$$



Главный вектор и главный момент объемных сил, приложенных ко всему объему, выразим из уравнения

$$\bar{R} = \int_V \rho \bar{F} dV \quad (2.11)$$

$$\bar{L} = \int_V \rho (\bar{r} \times \bar{F}) dV. \quad (2.12)$$

Для составления уравнения движения рассматриваемого почвенного элемента объемом  $V$  запишем уравнения

$$\int_V \rho (\bar{F} - \bar{a}) dV + \int_S \bar{\Phi}_n dS = 0, \quad (2.13)$$

$$\int_V [\bar{r} \times \rho (\bar{F} - \bar{a})] dV + \int_S (\bar{r} \times \bar{\Phi}_n) dS = 0, \quad (2.14)$$

где  $\bar{a}$  — ускорение почвенного элемента. Уравнение (2.13) в левой части представляет собой главный вектор объемных, поверхностных сил и сил инерции  $\rho \bar{a} dV$ . Левая часть уравнения (2.14) представляет главный момент объемных, поверхностных сил и сил инерции. Следует отметить, что присутствие сил инерции в уравнениях (2.13), (2.14) надо учитывать только с динамическим воздействием сельскохозяйственной техники на почвенный элемент. Из уравнений (2.13; 2.14) рядом преобразований [13] относительно координатных осей ортогональной декартовой системы координат  $x_1, x_2, x_3$  можно записать уравнения движения в виде, в котором они часто используются в задачах механики деформируемых тел

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} + \rho F_1 &= \rho a_1 \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} + \rho F_2 &= \rho a_2 \\ \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + \rho F_3 &= \rho a_3 \end{aligned} \right\}, \quad (2.15)$$

где компоненты напряжений составляют матрицу

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}.$$

Компоненты, стоящие на главной диагонали, называются нормальными напряжениями, остальные – касательными. Вышеперечисленные свойства тензора напряжений распространяются и на тензор напряжений, записанный через компоненты  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ). Приняв обычное условие суммирования по повторяющимся индексам, уравнения равновесия (2.15) запишутся

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho F_i = \rho a_i. \quad (2.16)$$

Если рассматриваемый элемент почвенной среды находится в равновесии, то силы инерции равны нулю и (2.16) принимает вид

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \rho F_i = 0. \quad (2.17)$$

При отсутствии массовых сил  $F_i$  уравнения равновесия принимают совсем простой вид

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0 \quad \text{или} \quad \sigma_{ij, i} = 0. \quad (2.18)$$

Из условия равенства нулю главного момента всех сил, действующих на элементарный объем, и сил инерции следует [13], что тензор напряжения симметричен

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}. \quad (2.19)$$

Главные напряжения  $\sigma_1 = \sigma_{11}, \sigma_2 = \sigma_{22}, \sigma_3 = \sigma_{33}$  являются действительными корнями кубического уравнения

$$|\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}| = 0, \quad (2.20)$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{при } i = j \\ 0, & \text{при } i \neq j. \end{cases}$$

В развернутом виде уравнение (2.20) записывается как [8, 12, 13]

$$\sigma^3 - J_1(T_{ii})\sigma^2 - J_2(T_{ii})\sigma - J_3(T_{ii}) = 0. \quad (2.21)$$

Коэффициенты  $J_1, J_2, J_3$  являются инвариантами тензора напряжений  $T_{ii}$ . Первый инвариант представляет собой сумму нормальных напряжений

$$J_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_{ii} \quad (2.22)$$

и определяет среднее (гидростатическое) напряжение в точке

$$\sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma_{ii} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}. \quad (2.23)$$

Второй инвариант имеет вид

$$J_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 = \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \sigma_{ij} - \sigma_{ii} \sigma_{ij}). \quad (2.24)$$

Третий инвариант записывается так

$$J_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 = |\sigma_{ij}|. \quad (2.25)$$

При установлении связи между напряжениями и деформациями важную роль играет девиатор напряжений, компоненты которого определяются из соотношения (подробнее см. в параграфе 2.2)

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \delta_{ij}. \quad (2.26)$$

Инварианты девиатора тензора напряжений будут иметь вид

$$J_1(S) = S_{11} + S_{22} + S_{33} = 0; \quad (2.27)$$

$$J_2(S) = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_{11} & S_{13} \\ S_{31} & S_{23} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_{22} & S_{32} \\ S_{23} & S_{33} \end{vmatrix}; \quad (2.28)$$

$$J_3(S) = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{vmatrix}. \quad (2.29)$$

В некоторых случаях инварианты могут принимать нулевые значения. Например, если  $J_3 = 0$ , то один из корней уравнения (2.20) также равен нулю, и тело находится в плоском (двухосном) состоянии. В частности, при чистом сдвиге осуществляется плоское напряженное состояние

$$\sigma_1 = -\sigma_3, \quad \sigma_2 = 0.$$

Если  $J_2 = J_3 = 0$ , то уравнение (2.23) имеет два нулевых корня и только одно из главных напряжений отлично от нуля. В этом случае напряженное состояние называется одноосным.

Рассмотрим некоторые элементы теории деформации. Аналогично напряжениям рассматривают нормальные деформации и деформации сдвига. Если грань рассмотренного ранее куба почвен-

ного образца до деформирования имела длину  $l$ , а после деформации  $l + \Delta l$ , то  $\Delta l$  будет абсолютной деформацией, а отношение

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (2.30)$$

называется нормальной относительной деформацией рассматриваемого элемента.

До деформации грань куба имеет прямые углы, после деформации углы изменятся. Если в результате деформации горизонтальная сторона грани смещается на малый угол  $\alpha$  против часовой стрелки, вертикальная сторона смещается на малый угол  $\beta$  по часовой, то деформация сдвига прямого угла грани куба составит угол  $\gamma = \alpha + \beta$ . В матричном исчислении деформацию сдвига удобнее принимать за  $0,5(\alpha + \beta)$ .

Таким образом, при деформировании сторон элементарного куба он превращается в параллелепипед с изменением длин сторон и углов. Нормальная относительная деформация грани куба в направлении оси  $x$  обозначается  $\varepsilon_x$ . Нормальная относительная деформация грани куба в направлении оси  $y$  обозначается  $\varepsilon_y$ . Нормальная относительная деформация грани куба в направлении оси  $z$  обозначается  $\varepsilon_z$ . Деформация сдвига сторон грани элементарного куба между направлениями  $x$  и  $y$  обозначается  $\varepsilon_{xy}$ . Деформация сдвига сторон грани элементарного куба между направлениями  $x$  и  $z$  обозначается  $\varepsilon_{xz}$ . Деформация сдвига сторон грани элементарного куба между направлениями  $y$  и  $z$  обозначается  $\varepsilon_{yz}$ .

Из шести компонентов деформаций можно составить симметричную матрицу тензора деформаций

$$T_d = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

где  $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$ ;  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}$ ;  $\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy}$ .

Аналогично тензору напряжений нормальные деформации обозначим как  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{33}$ , а деформации сдвига  $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}$ ;  $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{31}$ ;  $\varepsilon_{23} = \varepsilon_{32}$ .

Тогда тензор деформации примет вид

$$T_d = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

компоненты тензора деформации можно представлять в виде  $\varepsilon_{ij}$ , которые симметричны относительно главной диагонали, т.е.  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ).

Если положение системы координат выбрать таким, чтобы все деформации сдвига были равны нулю, то среди нормальных деформаций можно выбрать наибольшее значение, среднее и наименьшее, которые будут называться главными деформациями и обозначаться  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  соответственно. Направления главных деформаций совпадают с главными направлениями осей координат, следовательно, и главными напряжениями. В этом случае тензор деформации имеет вид

$$T_d = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

где  $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3$ .

По аналогии с теорией напряженного состояния главные деформации являются действительными корнями кубического уравнения

$$|\varepsilon_{ij} - \varepsilon \delta_{ij}| = 0; \quad (\varepsilon = \varepsilon_{ij} \delta_{ij}). \quad (2.34)$$

В развернутом виде кубическое уравнение запишем в форме

$$\varepsilon^3 - J_1(\varepsilon)\varepsilon^2 + J_2(\varepsilon)\varepsilon - J_3 = 0, \quad (2.35)$$

где  $J_1(\varepsilon) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ ;

$$J_2(\varepsilon) = \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1;$$

$$J_3(\varepsilon) = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3.$$

Значения  $\varepsilon_i$ , как главные удлинения, не зависят от выбора осей координат, поэтому величины  $J_1(\varepsilon), J_2(\varepsilon), J_3(\varepsilon)$  являются инвариантами тензора деформаций относительно поворота осей координат.

Одной из основных задач при исследовании напряженно-деформированного состояния почвенного элемента является задача об установлении функциональной зависимости между  $\sigma$  и  $\varepsilon$ .

В зависимости от внешних усилий и физических свойств почва будет деформироваться меньше или больше. Так, если почва характеризуется повышенной твердостью, то даже большие напряжения вызовут лишь небольшие деформации, тогда как деформация рыхлой почвы значительна и при небольших напряжениях.

Поэтому каждому конкретному состоянию почвы будет соответствовать определенная связь между тензором напряжений и тензором деформаций

$$T_n = f(T_{II}). \quad (2.36)$$

Почвы относятся к моделям деформируемых тел, свойства которых могут быть самыми разнообразными. Это вызывает необходимость идеализировать и упрощать их, создавая модели, которые описывали бы основные, определяющие свойства. Такими являются модели упругого тела, вязкой жидкости, пластического тела. Рассмотрим указанные модели.

## 2.2. Упругое тело

В сильно переуплотненных почвах, например, после неоднократных проездов колес трактора по одному и тому же следу, а также в некоторых точках подпахотного слоя, связь между напряжениями и деформациями можно считать линейной и выразить ее в виде закона Гука. Часто предполагается, что почва однородна, но, в общем случае, может обладать различными упругими свойствами в разных направлениях. Тело, упругие свойства которого неодинаковы в различных направлениях, называется анизотропным. Если же упругие свойства в любых направлениях одинаковы, то такое тело называется изотропным.

В анизотропном теле связь между напряжениями и деформациями записывается в виде линейных уравнений [13]

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + \dots + a_{16}\tau_{xy}; \\ \varepsilon_y &= a_{21}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + \dots + a_{26}\tau_{xy}; \\ \varepsilon_z &= a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + \dots + a_{36}\tau_{xy}; \\ \gamma_{yz} &= a_{41}\sigma_x + \dots + a_{46}\tau_{xy}; \\ \gamma_{zx} &= a_{51}\sigma_x + \dots + a_{56}\tau_{xy}; \\ \gamma_{xy} &= a_{61}\sigma_x + \dots + a_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

Коэффициенты  $a_{ij}$  характеризуют податливость упругого тела. Чем они больше, тем больше деформации при одних и тех же напряжениях. Из 36 упругих постоянных  $a_{ij}$  независимыми являются только 21. Матрица коэффициентов  $a_{ij}$  симметрична относительно главной диагонали  $a_{ij} = a_{ji}$ .

Тело, обладающее тремя взаимно перпендикулярными плоскостями симметрии упругих свойств, называют ортогонально ортотропным или просто ортотропным. Для ортотропного тела число упругих постоянных снижается до 9 и уравнения обобщенного закона Гука принимают следующий вид

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z; \\ \varepsilon_y &= a_{21}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z; \\ \varepsilon_z &= a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + a_{33}\sigma_z; \\ \gamma_{yz} &= a_{44}\tau_{yz}; \gamma_{zx} = a_{55}\tau_{zx}; \gamma_{xy} = a_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 1/E_1; \quad a_{22} = 1/E_2; \quad a_{33} = 1/E_3; \\ a_{12} &= a_{21} = -\nu_{21}/E_2 = -\nu_{12}/E_1; \\ a_{23} &= a_{32} = -\nu_{32}/E_3 = -\nu_{23}/E_2; \\ a_{44} &= 1/G_{23}; \quad a_{55} = 1/G_{13}; \quad a_{66} = 1/G_{12}. \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

где  $E_1, E_2, E_3$  - модули упругости в направлении координатных осей  $x, y, z$  соответственно;  $\nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{13}, \nu_{31}, \nu_{23}, \nu_{32}$  - коэффициенты Пуассона. Например, коэффициент  $\nu_{12}$  характеризует величину поперечной деформации в направлении оси  $y$  от напряжений  $\sigma_x$ , а  $\nu_{21}$  - величину деформаций в направлении оси  $x$  от напряжений  $\sigma_y$ .

В силу симметричности  $a_{ij} = a_{ji}$ , коэффициенты Пуассона и модули упругости  $E_i, E_j$  связаны равенствами

$$\nu_{ij}E_j = \nu_{ji}E_i. \quad (2.40)$$

В формулах (2.39)  $G_{12}, G_{13}$  обозначают модули сдвига в соответствующих плоскостях. В случае изотропного тела количество упругих постоянных уменьшается до модуля упругости  $E$  (модуль Юнга), модуля сдвига  $G$  и коэффициента Пуассона  $\nu$ . Указанные свойства тела связаны зависимостью

$$G = E/[2(1 + \nu)]. \quad (2.41)$$

Для изотропного тела обобщенный закон Гука имеет следующий вид

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]; \varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]; \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}; \gamma_{yz} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{yz}; \\ \gamma_{zx} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{zx}. \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

Именно в таком виде часто используют закон Гука для описания упругих свойств почв.

Введем объемную деформацию  $\Delta$  как отношение изменения бесконечно малого объема тела  $\Delta dV$ , вызванного деформацией, к первоначальному объему  $dV$ , т.е.  $\Delta = \Delta dV / dV$ . Пренебрегая бесконечно малыми величинами более высокого порядка, получим

$$\Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z,$$

т.е. выражение первого инварианта тензора деформации.

Суммируя первые три уравнения системы (2.42), имеем

$$\Delta = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z). \quad (2.43)$$

Если уравнения (2.42) решить относительно нормальных напряжений  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ , то получим иную форму записи (обобщенного) закона Гука. С учетом выражения (2.43) можно записать

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2G\varepsilon_x + \lambda\Delta; & \tau_{xy} &= G\lambda_{xy}; \\ \sigma_y &= 2G\varepsilon_y + \lambda\Delta; & \tau_{yz} &= G\lambda_{yz}; \\ \sigma_z &= 2G\varepsilon_z + \lambda\Delta; & \tau_{zx} &= G\lambda_{zx}. \end{aligned} \right\}, \quad (2.44)$$

где  $\lambda = 2\nu G / (1 - 2\nu)$ . Коэффициенты  $G$  и  $\lambda$  обычно называют параметрами Лямэ, а уравнения (2.44) - обобщенным законом Гука в форме Лямэ.

В одномерном случае закон Гука имеет совсем простой вид

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2.45)$$

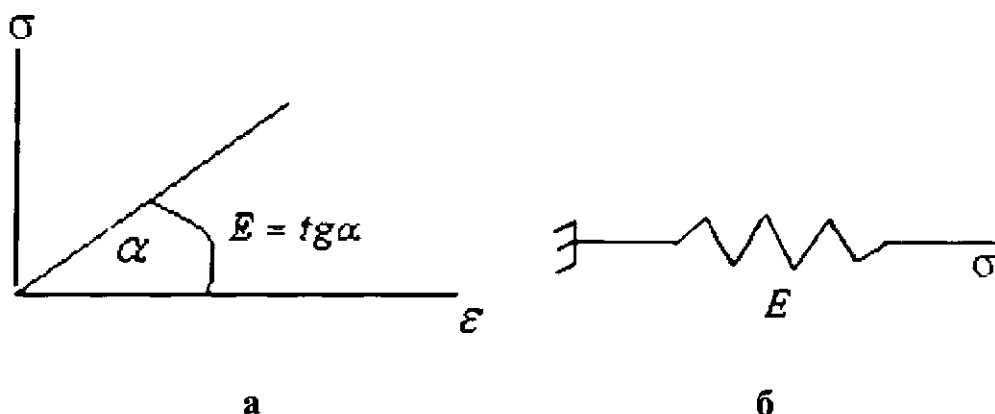
Здесь  $\sigma$  нормальное напряжение, а  $\varepsilon$  нормальная относительная деформация.



$$\text{При чистом сдвиге } (\sigma = 0) \quad \tau = G\gamma, \quad (2.46)$$

где  $\tau$  - касательное напряжение, а  $\gamma$  - деформация сдвига.

Графическая интерпретация закона Гука показана на рисунке 2.4.



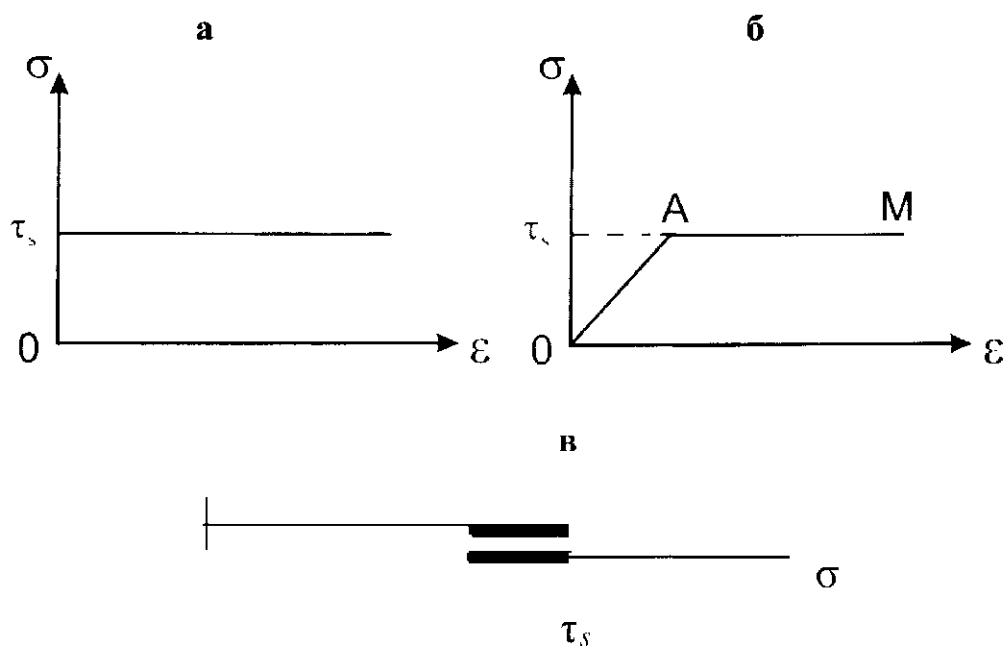
*Рис. 2.4. Графическая интерпретация закона Гука: а - диаграмма зависимости напряжения  $\sigma$  от относительной деформации  $\varepsilon$  в упругом теле; б - механический элемент упругого тела*

Тело Гука в математико-механических моделях можно проиллюстрировать с помощью механического элемента упругой пружины (рис. 2.4, б).

### 2.3. Пластичное тело

Образование колеи связано с пластическим свойством почвы. Пластичностью называют свойство тел, способных необратимо изменять, не разрушаясь, свою форму под действием внешних сил. Эксперименты показывают, что пластичность - общее свойство твердых деформируемых тел. Пластичное состояние твердого тела обычно наступает тогда, когда максимальное касательное напряжение достигает некоторого определенного значения  $\tau_s$ , называемого пределом текучести на сдвиг. При этом принимается, что в пластичном состоянии материал несжимаем.

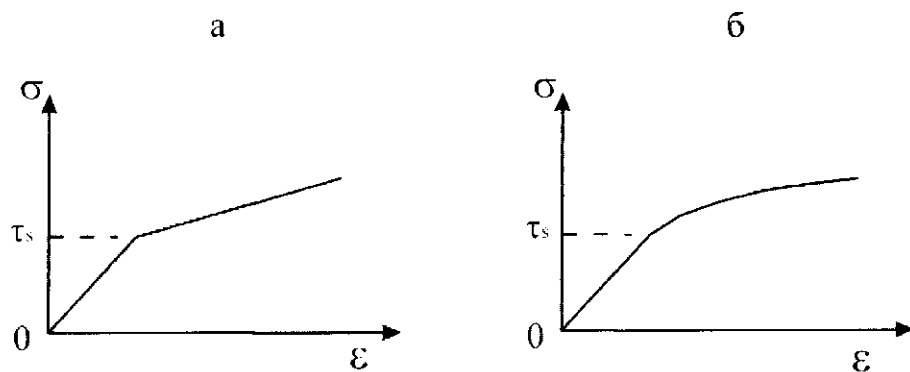
В случае идеально пластического материала (тело Сен-Венана) упругие деформации равны нулю, а при  $\sigma = \tau_s$  в теле развиваются неограниченные пластические деформации. На рисунке 2.5, а приведена диаграмма идеально пластической среды.



*Рис. 2.5.* Диаграмма сжатия-растяжения: **а** - идеально пластической среды; **б** - упругопластической среды без упрочнения; **в** - механический элемент пластичности

На рисунке 2.5, б изображена зависимость между напряжением и деформацией для упругопластической среды. При напряжениях ниже предела текучести  $\sigma < \tau_s$ , тело деформируется упруго по закону Гука (отрезок ОА), а при  $\sigma = \tau_s$  тело деформируется пластически (отрезок АМ). Среда, подчиняющаяся такому закону деформирования, называется упругопластическим телом Прандтля. Механический элемент пластического деформирования представлен на рисунке 2.5, в.

На рисунке 2.6 показаны зависимости  $\sigma - \epsilon$  для материалов с линейным (рис. 2.6, а) и нелинейным (рис. 2.6, б) упрочнениями.



*Рис. 2.6.* Диаграмма упругопластической модели: **а** - с линейным упрочнением; **б** - с нелинейным упрочнением

При  $\sigma < \tau_s$  имеют место упругие деформации, а при  $\sigma > \tau_s$  - пластические. При одноосном растяжении (сжатии) граница между упругим и пластическим состоянием определяется напряжением  $\sigma = \tau_s$  и деформацией  $\varepsilon_s$ . В теории пластичности большую роль играют девиаторы напряжений и деформаций.

Представим тензор напряжения  $T_{ii}$  в виде суммы двух тензоров

$$T_{ii} = T_{\sigma} + S_{\sigma}, \quad (2.47)$$

где

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{vmatrix} \quad (2.48)$$

называется шаровой тензор.

А тензор

$$S_{\sigma} = \begin{vmatrix} (\sigma_x - \sigma_0) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - \sigma_0) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z - \sigma_0) \end{vmatrix} \quad (2.49)$$

- девиатором напряжений.

Напряжение  $\sigma_0$  обуславливается всесторонним растяжением (сжатием) и определяется уравнением (2.23)

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z).$$

Это напряжение изменяет только объем, но не форму почвенного образца.

Напряженное состояние, характеризуемое девиатором напряжений  $S_{\sigma}$ , напротив, не изменяет величины объема, но изменяет форму выделенного из почвы элемента.

Опытным путем установлено, что тело может испытывать очень большое равностороннее сжатие и оставаться при этом в упругом состоянии. Из этого следует, что за переход из упругого состояния в пластическое ответствен девиатор напряжений. Инварианты тензора девиаторной части (2.27) - (2.28) в главных осях запишутся в виде

$$I_1(S) = (\sigma_1 - \sigma_0) + (\sigma_2 - \sigma_0) + (\sigma_3 - \sigma_0); \quad (2.50)$$

$$I_2(S) = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]; \quad (2.51)$$

$$I_3(S) = (\sigma_1 - \sigma_0)(\sigma_2 - \sigma_0)(\sigma_3 - \sigma_0), \quad (2.52)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - главные напряжения.

В исследовании пластического деформирования часто используются интенсивности нормальных и касательных напряжений. Интенсивностью нормальных напряжений называют величину, пропорциональную второму инварианту девиатора напряжений

$$\sigma_i = \sqrt{3I_2(S)}, \text{ т.е.}$$

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Интенсивностью касательных напряжений называют величину, равную корню квадратному из второго инварианта девиатора напряжений

$$\tau_i = \sqrt{I_2(S)} \text{ или}$$

$$\begin{aligned} \tau_i &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Связь между интенсивностью нормальных напряжений  $\sigma_i$  и интенсивностью касательных напряжений  $\tau_i$  выражается зависимостью

$$\sigma_i = \sqrt{3} \tau_i. \quad (2.55)$$

Построение условий пластичности основывается на сравнении касательных напряжений с предельными напряжениями  $\sigma_T$ . Условие пластичности Треска-Сен-Венана определяет переход из упругого состояния в пластическое в окрестности точки в тот момент, когда максимальное касательное напряжение в этой точке достигает некоторого постоянного значения, характерного для данного материала [12]

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_T}{2} \quad \text{или} \quad \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T. \quad (2.56)$$

Этот критерий пластичности соответствует теории прочности наибольших касательных напряжений.

Условие пластичности Губера-Мизеса определяет переход из упругого состояния в пластичное в окрестности точки, когда

$$\sigma_i = \sigma_T \quad (2.57)$$

или

$$\sigma_T = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (2.58)$$

Критерий пластичности Губера-Мизеса соответствует условию энергетической теории прочности.

Отметим, что результаты, получающиеся по этим двум критериям пластичности, достаточно близки. Однако для плоского напряженного состояния экспериментальные результаты лучше согласуются с критерием пластичности Губера-Мизеса. На переход из упругого в пластичное состояние не оказывает влияния величина всестороннего давления (среднее напряжение  $\sigma_0$ ). Переход в пластическое состояние зависит от девиатора напряжений, а так как этот процесс не может зависеть от выбора осей координат, то, следовательно, условие пластичности есть некоторая функция от инвариантов девиатора напряжений.

В случае критерия пластичности Губера-Мизеса уравнение (2.28)  $f[I_2(S)] = 0$  или

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_T^2. \quad (2.59)$$

Полученное уравнение в осях  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - есть уравнение цилиндра, ось которого равно наклонена к осям  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  (рис. 2.7).

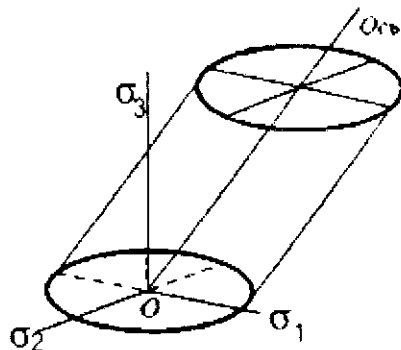


Рис. 2.7. Поверхность текучести Губера-Мизеса

Если рассечь цилиндр плоскостью  $\sigma_3 = 0$ , то из (2.59) получим в сечении эллипс, уравнение которого запишем  $\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_T^2$ .

Таким образом, критерию пластичности Губера-Мизеса соответствует поверхность текучести в форме кругового цилиндра, радиус которого в плоскости, перпендикулярной к оси, равен  $\sigma_T / \sqrt{2}$  [12].

В случае критерия Треска-Сен-Венана,  $(\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T)$  и выполнении условий  $\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\sigma_T$ ,  $\sigma_2 - \sigma_3 = \pm\sigma_T$ ,  $\sigma_1 - \sigma_2 = \pm\sigma_T$  поверхность текучести в осях  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  представляется в виде шестигранной призмы с осью, равнонаклоненной к осям  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  (рис. 2.8, а). Эту призму называют призмой Кулона. Оси цилиндра Губера-Мизеса и призмы Кулона совпадают, и уравнение этой оси равно  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ . Призма Кулона оказывается вписанной в цилиндр Губера-Мизеса (рис. 2.8, б).

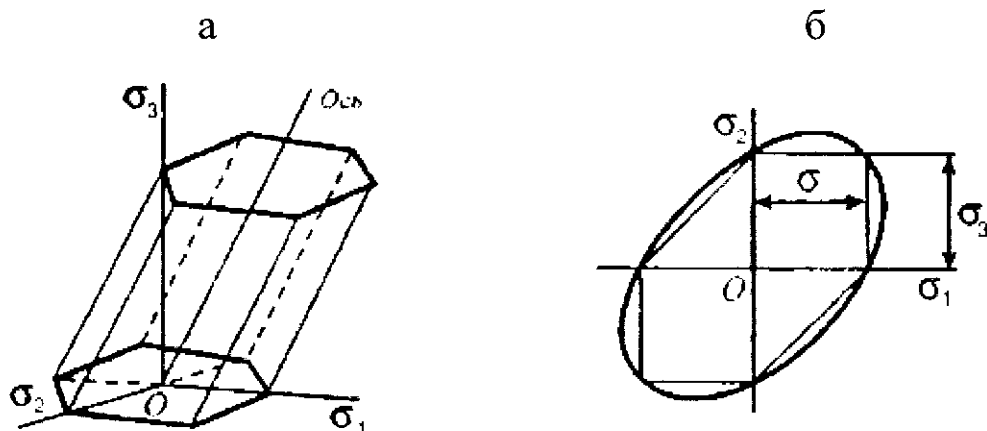


Рис. 2.8. Поверхность текучести Треска-Сен-Венана

Для того чтобы воспользоваться условием пластичности Треска-Сен-Венана, необходимо заранее знать, какое из главных напряжений является максимальным, а какое - минимальным. Например, в случае с ведущим колесом (рис. 2.3) главные напряжения известны и из формулы (2.59) предельное напряжение будет равно 150 кПа. В случае применения условия пластичности Мизеса определять главные напряжения вообще не нужно. Используя формулу (2.53), условие  $\sigma_i = \sigma_T$  можно записать в виде

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2\sigma_T^2. \quad (2.60)$$

Поэтому в решении практических задач условие пластичности Губера-Мизеса более удобно, чем условие Треска-Сен-Венана.

## 2.4. Вязкость и ползучесть

Вязкость почвы трактуется аналогично свойству вязкой жидкости [14]. Известно, что вязкая жидкость характеризуется прямой пропорциональностью между напряжениями и скоростью деформации, которая определяется законом Ньютона. В одномерном случае имеем

$$\sigma = \mu \dot{\epsilon}, \quad (2.61)$$

где  $\dot{\epsilon} = d\epsilon / dt$ ;  $t$  - время;  $\mu$  - коэффициент вязкости (Па·с), который часто называют динамическим коэффициентом вязкости. Существует также кинематическая вязкость  $\nu = \mu / \rho$  ( $\text{м}^2/\text{с}$ ), где  $\rho$  - плотность жидкости или газа.

В (2.61) напряжение зависит не от деформации, а от ее скорости. Модель ньютоновской жидкости представляет собой поршень с отверстиями, который двигается в цилиндре с жидкостью, обладающей постоянной вязкостью (внутримолекулярным трением). При движении поршня жидкость протекает через отверстие и создает сопротивление, которое растет пропорционально скорости движения. Закон зависимости напряжений от деформации в вязком теле может иметь линейный и нелинейный характер (рис. 2.9, а).

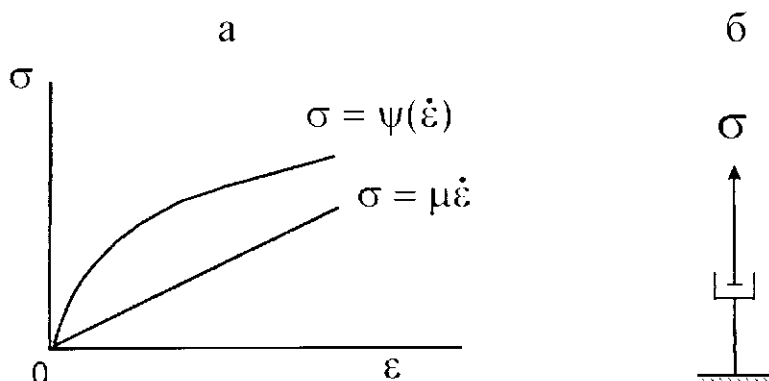


Рис. 2.9. Зависимость напряжений от деформаций в вязком теле: а - диаграммы деформирования вязких тел; б - механический элемент вязкости

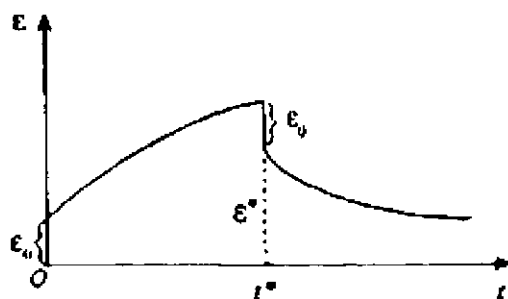
Вязкий механический элемент Ньютона ( $\sigma = \mu (d\epsilon / dt)$ ) изображается поршнем,двигающимся в цилиндре с вязкой жидкостью (рис. 2.9, б).

В теории пластичности, как и в теории упругости, при определении напряжений и деформаций фактор времени не учитывается. Поэтому напряженное и деформированное состояние

тела, находящегося под действием постоянной внешней нагрузки, не изменяется со временем. Однако все реальные тела обладают свойством длительного деформирования (ползучестью). Это означает, что связь между напряжениями и деформациями зависит от скорости приложения и длительности действия нагрузки. Ползучесть - одно из основных свойств реальных тел. При ползучести происходит деформирование как объема, так и формы тела. Следует отметить, что если деформация формы у всех материалов выражена довольно четко, то деформация объемного сжатия у одних материалов существенна (грунты, почвы и иные пористые материалы), а у других пренебрежимо мала (металлы). Если теория пластичности устанавливает функциональную связь между напряжениями и деформациями, то теория ползучести эту связь делает дифференциальной или интегральной во времени.

Как уже говорилось выше, ползучесть означает изменение во времени напряжений и деформаций. Изменение деформаций во времени называют последствием, а изменение напряжений - релаксацией. Рассмотрим некоторые частные случаи.

Пусть почвенный образец нагружен за очень короткое время до напряжения  $\sigma_0$ . При этом он испытывает деформацию  $\varepsilon_0$ , которая может быть упругой, а может состоять из упругой и пластической частей. Если приложенная нагрузка постоянна, то деформация образца будет увеличиваться со временем. К концу испытания дополнительная деформация будет равна  $\varepsilon^*$ , а полная деформация образца  $\varepsilon_0 + \varepsilon^*$ . После мгновенного снятия нагрузки упругая деформация исчезает, а деформация последствия остается. Если  $\varepsilon_0$  - упругая деформация, то при разгрузке остаточная деформация образца стремится к нулю (рис. 2.10).



*Рис. 2.10. Изменение деформаций во времени в теле с упругими, вязкими и пластическими свойствами*



Если начальная деформация  $\sigma_0$  была упругопластической, то после разгрузки исчезает только упругая ее часть. Остаточная деформация образца равна  $\varepsilon^*$ .

Свойство ползучести почв характеризуется семействами кривых ползучести (рис. 2.11) [14]. Они получаются для данного физико-механического состояния почвы при испытании серии образцов-близнецов под действием различных по величине постоянных напряжений. Кривая 1 соответствует малым нагрузкам, 2 - средним, 3 - большим, при которых почвенный образец может разрушаться.

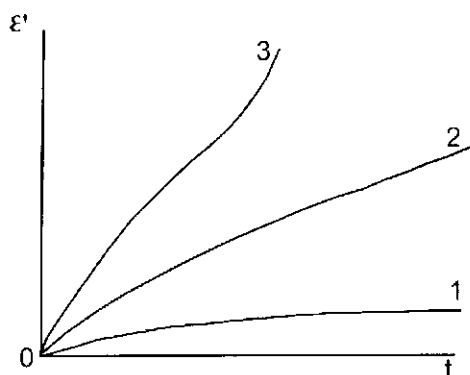


Рис. 2.11. Кривые ползучести для разных по величине постоянных напряжений

Релаксация напряжений почвенных образцов обусловлена перераспределением во времени упругих  $\varepsilon^e$  и ползучих  $\varepsilon'$  деформаций.

Если полная деформация равна

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon' = \text{const}, \quad (2.62)$$

то данное выражение с учетом закона Гука можно переписать в виде [12]

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon' = \text{const}. \quad (2.63)$$

Так как в процессе ползучести  $\varepsilon'$  растет, то  $\sigma$  должно уменьшаться ( $E = \text{const}$ ).

## 2.5. Тело Кельвина-Фойхта

Упругость является характерным свойством твердых тел, вязкость - жидких. Тела, обладающие обоими этими свойствами, называют упруго-вязкими. Если же у тела с течением времени развиваются не только восстанавливающиеся (упругие), но и остаточные (пластические) деформации, то оно называется упруго-вязкопластическим.

Уравнения состояния реологических сред обычно иллюстрируются при помощи простых механических моделей. Комбинируя эти простые модели, можно исследовать различные сложные среды. Рассмотрим некоторые из них.

В модели, изображенной на рисунке 2.12, пружина и поршень связаны параллельно. Зависимость между напряжением и деформацией имеет вид

$$\sigma = E\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon}. \quad (2.64)$$

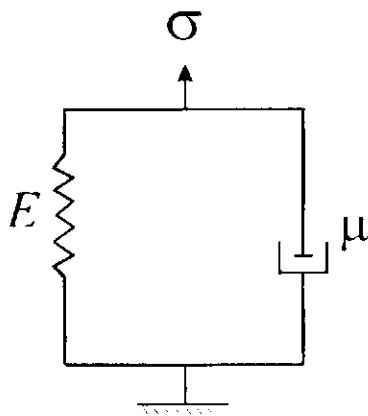


Рис. 2.12. Механическая модель Кельвина-Фойхта

Это уравнение можно получить, если учесть, что полное напряжение в среде будет складываться из напряжения, соответствующего упругой деформации, и напряжения, вызываемого вязким сопротивлением. Упруго-вязкая среда в состоянии покоя ( $\varepsilon = 0$ ) ведет себя как упругая. Напряжение в почве растет вместе с увеличением скорости деформации. Если имеем постоянную деформацию, то в материале будет постоянное напряжение  $\sigma = E\varepsilon$ . Если же тело грузить постоянным напряжением

$\sigma = \text{const}$ , то при  $t = 0$ ,  $\varepsilon_0 = 0$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - e^{-\frac{E}{\mu} t} \right), \quad (2.65)$$

т.е. деформация при  $t \rightarrow \infty$  постепенно нарастает, стремясь к постоянной величине  $\sigma_0/E$ .

Примером тела Кельвина-Фойхта является упругая пористая среда, поры которой заполнены вязкой жидкостью. Эта модель отражает предпосылки, положенные в основу теории фильтрационной консолидации глинистых грунтов Терцаги-Герсеванова.

## 2.6. Тело Максвелла

В этой модели пружина и поршень соединены последовательно (рис. 2.13).

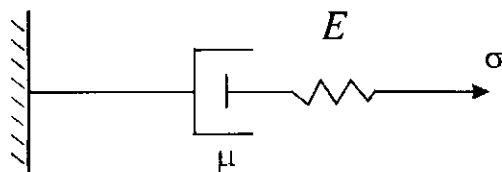


Рис. 2.13. Механическая модель Максвелла

В данном случае складываются скорости деформации, отвечающие одному и тому же напряжению. Закон деформирования записывается в виде

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\mu} \quad (2.66)$$

Если напряжение  $\sigma = \text{const}$ , то почва деформируется с постоянной скоростью. В случае зафиксированной деформации  $\varepsilon = \text{const}$  имеем

$$\frac{1}{E} \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\mu} = 0; \quad (2.67)$$

$$\sigma = \sigma_0 e^{-t/T_p}, \quad (2.68)$$

где  $\sigma_0$  - начальное напряжение;  $T_p$  - время (период) релаксации ( $T_p = \frac{\mu}{E}$ ).

Из соотношения (2.68) видно, что напряжение уменьшается с течением времени по экспоненциальному закону, стремясь к нулю (рис. 2.14).

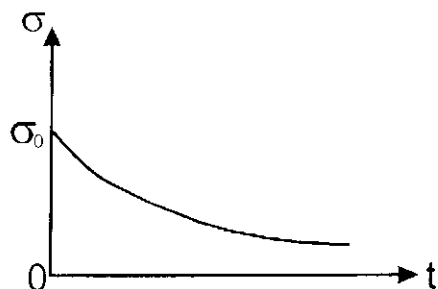


Рис. 2.14. Диаграмма релаксации напряжений

Данной моделью можно описывать процессы разуплотнения почв, т.е. их состояние, когда связи между частицами почвы ослабляются и увеличиваются поры.

## 2.7. Вязкопластические тела

Вязкопластические свойства тел моделируются составлением схемы вязких и пластических элементов. При параллельном соединении двух элементов - вязкого и пластического (рис. 2.15) закон деформации имеет вид [14]

$$\sigma = k + \mu \dot{\varepsilon} \quad \text{при } \sigma \geq k, \text{ где } k - \text{предел текучести.}$$

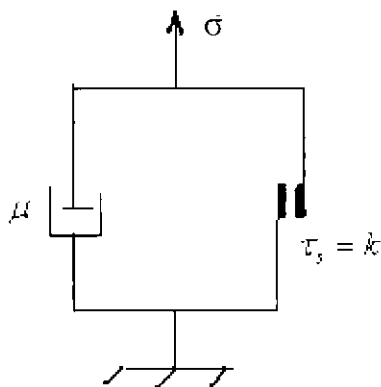


Рис. 2.15. Механическая модель вязкопластического тела Бингама

Если  $\sigma < k$ , то тело не деформируется. Рассмотренная среда называется телом Бингама.

При последовательном соединении вязкого и пластического элементов среда ведет себя как ползуче-пластичное тело (рис. 2.16).

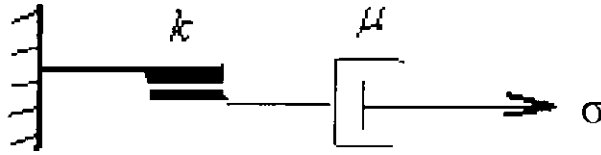


Рис. 2.16. Механическая модель вязкопластического тела при последовательном соединении

Если  $\sigma > k$ , то среда ведет себя как вязкая жидкость, следующая закону вязкости Ньютона  $\sigma = \mu d\varepsilon / dt$ . Если  $\sigma = k$ , то среда течет подобно идеально пластическому телу.

## 2.8. Упруго-вязкопластические тела

Рассмотрим механическую модель, изображенную на рисунке 2.17.

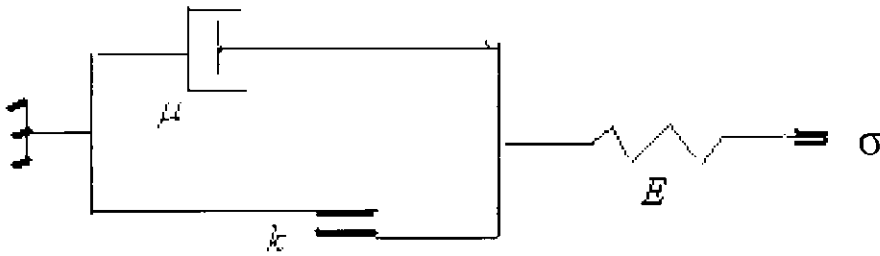


Рис. 2.17. Модель упруго-вязкопластической среды

Уравнения состояния среды записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon^e & (\sigma < k) \\ \sigma &= k + \mu\dot{\varepsilon}^p & (\sigma > k) \end{aligned} \right\}, \quad (2.70)$$

где  $\varepsilon^e$  - упругая деформация;  $\dot{\varepsilon}^p$  - скорость пластической деформации. Полная деформация

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p. \quad (2.71)$$

Если  $\sigma < k$ , то тело деформируется только упруго, при  $\sigma > k$  тело деформируется с постоянной скоростью пластической деформации в случае постоянной пластической вязкости.

На рисунке 2.18 показана реологическая модель тела Шведова.

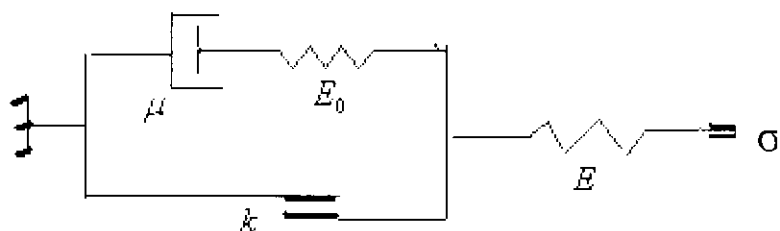


Рис. 2.18. Реологическая модель тела Шведова

Уравнение состояния модели

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma - k}{\mu} + \frac{\dot{\sigma}}{E}, \quad (2.72)$$

где  $(\sigma - k)/\mu$  — скорость вязкого течения;

$\dot{\sigma}/E$  — скорость упругой деформации.

При  $\sigma = const$  уравнение (2.72) переходит в (2.70). Так как (2.70) — частный случай (2.72), то тело Бингама часто называют также телом Бингама-Шведова, закон релаксации которого имеет следующий вид

$$\sigma = k + (\sigma_0 - k)e^{-t/T_p}, \quad (2.73)$$

где  $\sigma_0$  — начальное напряжение. Если  $k = 0$ , то формула (2.72) превращается в (2.66), а (2.73) в (2.68), т.е. тело Шведова переходит в тело Максвелла.

## 2.9. К определению реологических свойств почв

В этом параграфе приведём некоторые подходы для определения свойств почв. Рассмотрим упруго-вязкопластическую среду (рис. 2.17), свойства которой в реальных условиях являются случайными величинами [5]. Для получения статистических характеристик (математического ожидания, дисперсии) надо знать функцию распределения плотностей вероятностей параметров почвы, которая обычно строится по опытным данным или на основании теоретических предпосылок. В данной модели вязкие и пластические свойства будем определять совместным законом распределения. Предположим, что в результате экспериментального определения модуль упругости почвы  $E_0$  до прохода движителя изменялся в пределах 29...37 кПа и гистограмма, построенная для

величины  $E_0$ , получила треугольное распределение закона, который имеет вид [5]

$$F(E_0) = \begin{cases} 0 & E_0 < 29, \\ \frac{2(E_0 - 29)^2}{64} & 29 < E_0 \leq 33, \\ \frac{2(37 - E_0)^2}{64} & 33 < E_0 < 37, \\ 0 & E_0 \geq 37. \end{cases} \quad (2.74)$$

Плотность распределения равна

$$f(E_0) = \begin{cases} 0 & E_0 < 29, \\ \frac{(E_0 - 29)}{16} & 29 < E_0 \leq 33, \\ \frac{(37 - E_0)}{16} & 33 < E_0 < 37, \\ 0 & E_0 \geq 37. \end{cases} \quad (2.75)$$

При указанном законе распределения математическое ожидание и дисперсия модуля упругости равны

$$\langle E_0 \rangle = 33 \text{ кПа}; \quad D_{E_0} = 2,66 \text{ кПа}. \quad (2.76)$$

Угловые скобки обозначают математическое ожидание.

Модуль упругости  $\langle E \rangle$  зависит от концентрации твердых частиц  $\langle \alpha \rangle$ , которая изменяется при механическом воздействии на почву. В дифференциальной форме изменение модуля упругости в зависимости от концентрации твердых частиц почвы запишем в виде

$$d \langle E \rangle = A \langle E_0 \rangle d \langle \alpha \rangle, \quad (2.77)$$

откуда

$$\langle E \rangle = \langle E_0 \rangle [1 + A(\langle \alpha \rangle - \langle \alpha_0 \rangle)], \quad (2.78)$$

где  $\langle \alpha_0 \rangle$  - концентрация частиц, соответствующая состоянию почвы с модулем упругости, равным  $\langle E_0 \rangle$ ,  $A$  - коэффициент пропорциональности (безразмерный параметр), который зависит от твердости почвы. Для твердой почвы  $A < 1$ .

Формула (2.78) может быть использована при исследовании уплотнения почвы только когда  $\langle \alpha \rangle$  больше  $\langle \alpha_0 \rangle$ . Можно предположить, что скорость изменения концентрации твёрдых

частиц пропорциональна нагрузке  $P$ . Составим дифференциальное уравнение

$$\frac{d \langle \alpha \rangle}{dt} = BP \langle \alpha \rangle, \quad (2.79)$$

где  $B$  - размерный параметр,  $t$  - время действия нагрузки.

Из формулы (2.79) получим

$$\langle \alpha \rangle = \langle \alpha_0 \rangle e^{\int PB dt}. \quad (2.80)$$

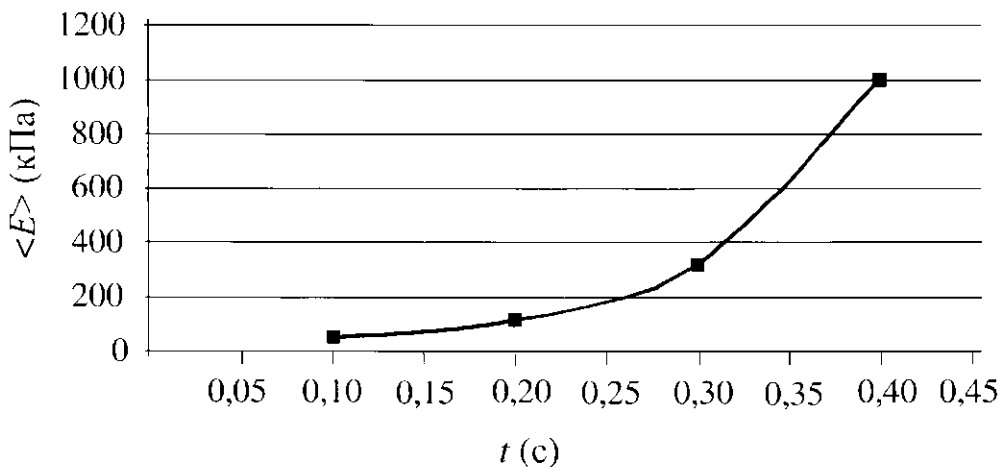
Тогда изменение среднего модуля упругости примет вид

$$\langle E \rangle = \langle E_0 \rangle \left[ 1 + A \langle \alpha_0 \rangle \left( e^{\int PB dt} - 1 \right) \right]. \quad (2.81)$$

При постоянных значениях  $P$  и  $B$  имеем

$$\langle E \rangle = \langle E_0 \rangle \left[ 1 + A \langle \alpha_0 \rangle (e^{PBt} - 1) \right]. \quad (2.82)$$

Таким образом, модуль упругости при уплотнении почвы будет зависеть от модуля упругости  $\langle E_0 \rangle$  и концентрации твёрдых частиц почвы  $\langle \alpha_0 \rangle$  до уплотнения, величины механической нагрузки на почву  $P$  и времени воздействия нагрузки. Постоянные  $A, B$  должны определяться из физических соображений. Вместо концентрации твёрдых частиц можно рассматривать пористость почвы. На рисунке 2.19 представлен график изменения среднего модуля упругости почвы в зависимости от времени действия внешней нагрузки  $P$  со стороны сельскохозяйственной техники.



**Рис. 2.19. Изменение модуля упругости почвы в зависимости от времени действия нагрузки**

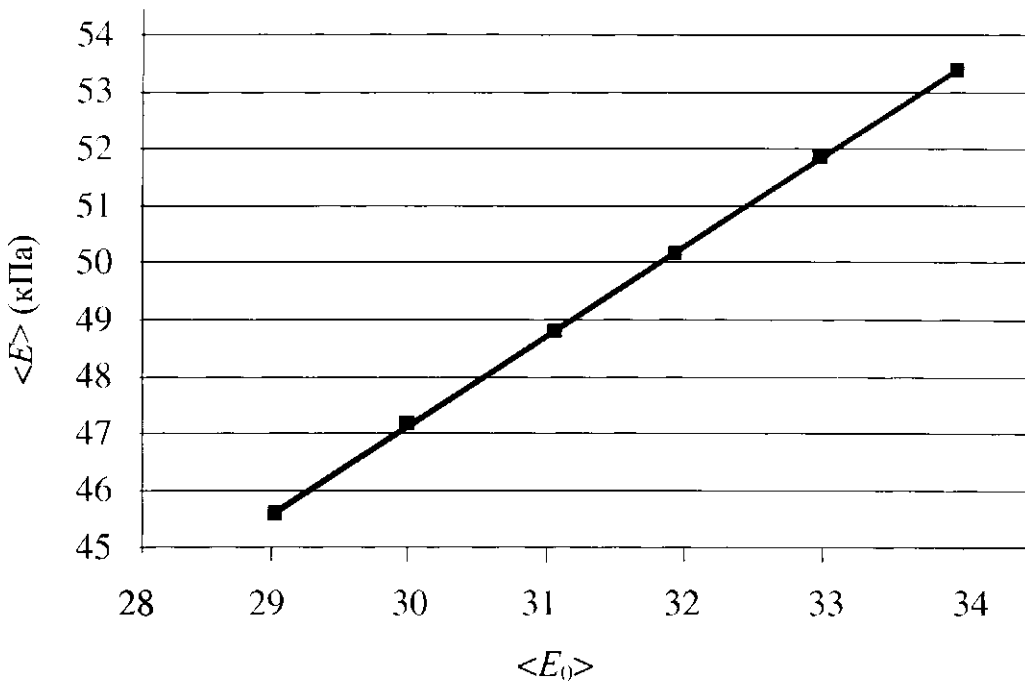


В формуле (2.82) были приняты следующие значения

$$\langle E_0 \rangle = 33 \text{ (кПа)}, A = 0,5, P = 8 \text{ (кН)}, B = 1,5 \left( \frac{1}{\text{кН} \cdot \text{с}} \right), a_0 = 0,5.$$

На рисунке 2.20 приведены значения среднего модуля упругости под воздействием постоянной силы  $P$  в зависимости от начальных упругих свойств почвы. График получен при следующих параметрах формулы (2.82)

$$t = 0,1 \text{ (с)}, A = 0,5, P = 8 \text{ (кН)}, B = 1,5 \left( \frac{1}{\text{кН} \cdot \text{с}} \right), a_0 = 0,5.$$



*Рис. 2.20.* Изменение модуля упругости под воздействием постоянной силы  $P = 8$  кН в зависимости от начальных (до приложения нагрузки) упругих свойств почвы

На рисунке 2.21 показано влияние концентрации твердых частиц почвы на значения ее модуля упругости при

$$\langle E_0 \rangle = 33 \text{ (кПа)}, A = 0,5, P = 8 \text{ (кН)}, B = 1,5 \left( \frac{1}{\text{кН} \cdot \text{с}} \right), t = 0,1 \text{ (с)}.$$

Здесь учитывается, что объем почвы при деформировании уменьшается, в результате чего увеличивается концентрация твердых частиц, которая определяется как отношение объема занимаемого твердыми частицами к рассматриваемому объему почвы.

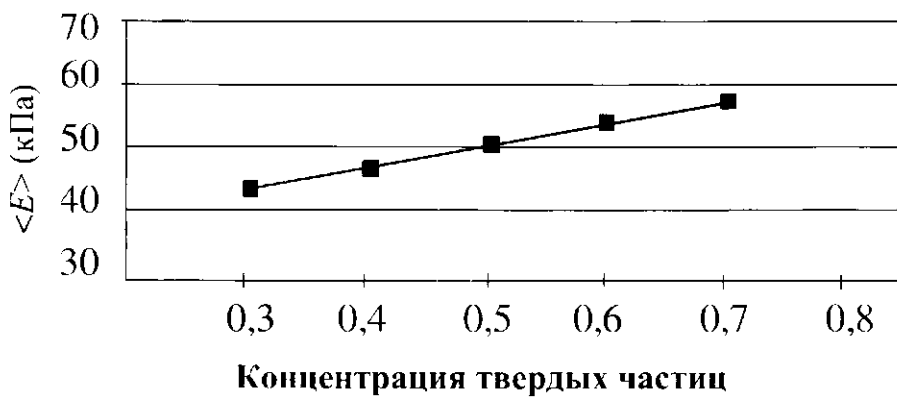


Рис. 2.21. Значения модуля упругости в зависимости от концентрации твердых частиц в рассматриваемом объеме

Деформация (остаточная) согласно модели (рис. 2.17) зависит от значений двух случайных величин: пластичности и вязкости. Поэтому остаточную деформацию можно трактовать как двумерную случайную величину, которая геометрически интерпретируется как случайная точка с координатами  $(\eta, k)$  на плоскости  $\eta \cdot k$ . Отметим, что свойство вязкости проявляется после достижения напряжением предела пластичности  $k = \sigma$ . Для определения статистических характеристик коэффициентов пластичности  $k$  и вязкости  $\eta$  примем для простоты, что плотность их совместного распределения будет удовлетворять одному и тому же гармоническому закону [5]

$$f(\eta, k) = \begin{cases} a \sin(\eta + k) & \text{при } 0 \leq \eta \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq k \leq \frac{\pi}{2}; \\ 0 & \text{при любых значениях } \eta \text{ и } k \end{cases} \quad (2.83)$$

Здесь  $a$  неизвестная постоянная величина. На основании свойства плотности вероятности запишем

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} a \sin(\eta + k) d\eta dk = 1,$$

Откуда

$$a = \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\eta + k) d\eta dk \right)^{-1} = \left( \int_0^{\pi/2} [-\cos(\eta + k)]_0^{\pi/2} dx \right)^{-1} = \frac{1}{2}.$$

Функция распределения системы согласно (2.83) запишется

$$F(\eta, k) = \begin{cases} 0 & \eta \leq 0; k \leq 0 \\ \frac{1}{2} [\sin \eta + \sin k - \sin(\eta + k)] & 0 < \eta < \frac{\pi}{2}; 0 < k < \frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{2} (1 + \sin \eta - \cos \eta) & 0 < \eta < \frac{\pi}{2}; k \geq \frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{2} (1 + \sin k - \cos k) & \eta \geq \frac{\pi}{2}; 0 < k < \frac{\pi}{2} \\ 1 & \eta \geq \frac{\pi}{2}; k \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

Найдём математическое ожидание и дисперсию случайных величин вязкости и пластичности. Математическое ожидание случайной величины модуля вязкости равно

$$\langle \eta \rangle = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \eta \sin(\eta + k) d\eta dk = \frac{\pi}{4} = 0,785. \quad (2.84)$$

Определим дисперсию

$$D_{\eta} = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \eta^2 \sin(\eta + k) d\eta dk - \langle \eta \rangle^2 = \frac{\pi^2}{16} + \frac{\pi}{2} - 2 = 0,186.$$

В силу симметрии плотности вероятности можно записать

$$\langle \eta \rangle = \langle k \rangle = 0,785$$

$$D_{\eta} = D_k = 0,186.$$

Если в результате опыта получим другой вид функции распределения вероятностей, то и значения математического ожидания и дисперсии будут иными. Вышепредложенная методика получения выражений математических ожиданий и дисперсий случайных величин может использоваться в задачах взаимодействия движителя с почвой.

## 2.10. Распределение напряжений в зернистой среде от сосредоточенных сил

### *Распределение напряжений от вертикальной нагрузки*

Почву будем рассматривать как зернистую среду, предложенную Р.А. Муллером [14], в которой твердые частицы располагаются послойно таким образом, что передача усилий от каждой частицы одного ряда осуществляется в среднем на две частицы следующего ряда. Будем считать, что рассматриваемый почвенный массив состоит из средних размеров частиц, что делает данную среду однородной. Предположим, что в процессе деформирования почвенного массива частица почвы перемещается вдоль одной прямой вверх или вниз (уплотнение или разуплотнение) с одинаковой вероятностью, равной 0,5 [15]. Такое движение частица почвы может осуществлять во время технологических операций или изменения погодных условий. При рассмотрении такой модели уплотнение почвы сопровождается увеличением трения между частицами, которое зависит от укладки среды, а точнее говоря, от действия бокового распора. Чем меньше плотность твердых частиц почвы в рассматриваемом объеме, тем выше величина бокового распора. Поэтому сильно уплотненную почву можно считать безраспорной.

В безраспорной среде средние величины вертикальных напряжений в точке  $M(x, z)$  равны [15]

$$\sigma_z = P\lambda \sqrt{\frac{2}{az\pi}} e^{-\frac{2(\lambda x)^2}{az}}, \quad (2.85)$$

а в распорной среде

$$\sigma_z = \frac{2P}{z} \sqrt{\frac{\nu}{\pi}} e^{-4\nu\left(\frac{x}{z}\right)^2}, \quad (2.86)$$

где  $P$  - величина сосредоточенной вертикальной случайной нагрузки на частицу почвы;  $a$  - средний размер частиц почвы;

$\lambda$  - коэффициент неравномерности передачи усилий по слоям почвы;

$\nu$  - коэффициент распределительной способности почвы;

$x, z$  - координаты частицы  $M$ .

Решение задачи (2.85) сводится к решению дифференциальных уравнений параболического типа.

В случае безраспорной среды:

- для плоской задачи

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{a}{8\lambda^2} \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial x^2}. \quad (2.87)$$

В случае распорной среды решение задачи (2.86) сводится к решению дифференциальных уравнений параболического типа:

- для плоской задачи

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{z}{8\nu} \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial x^2}. \quad (2.88)$$

На границе будут выполняться условия

$$\sigma_z \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \pm \infty, y \rightarrow \pm \infty$$

при  $z = 0$ :  $\sigma_z = P$  - в точке приложения нагрузки;  $\sigma_z = 0$  - во всех остальных точках почвенного слоя.

Отметим, что при рассмотрении других нагрузок на почву будут меняться граничные условия. Следуя рассуждениям [15], можно записать для плоского случая выражения для касательного напряжения

$$\tau_{xy} = -\frac{z}{8\nu} \cdot \frac{\partial \sigma_z}{\partial x} \quad (2.89)$$

и нормального

$$\sigma_x = \frac{1}{8\nu} \sigma_z + \frac{z^2}{64\nu^2} \cdot \frac{\partial^2 \sigma_z}{\partial x^2}. \quad (2.90)$$

Напряжения  $\tau_{xy}$ ,  $\sigma_x$  зависят от вертикального напряжения, коэффициента распределительной способности среды  $\nu$  и координаты  $x$ .

Если  $\sigma_z = const$ , т.е. не зависит от  $x$ , то  $\tau_{xy} = 0$ , а из формулы (2.90) получим

$$\sigma_x = \frac{1}{8\nu} \sigma_z = \xi \sigma_z, \quad (2.91)$$

где  $\xi$  называют коэффициентом бокового распора почвы.

## Распределение напряжений от горизонтальных нагрузок

Рассмотрим действие сосредоточенной горизонтальной силы  $T$  на почвенный массив. В данном случае, как показано в работе [15], решение задачи для двумерного случая распорной среды будет сводиться к решению уравнений, зависящих от двух координат  $x$  и  $z$ . При  $x > 0$  напряжения вдоль оси  $x$  будут определяться из уравнения

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{x}{8\nu_1} \cdot \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial z^2}, \quad (2.92)$$

а при  $x < 0$  имеем уравнение

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{|x|}{8\nu_2} \cdot \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial z^2}, \quad (2.93)$$

где  $\nu_1$  - коэффициент, характеризующий распределительную способность среды при передаче напряжений сжатия;  $\nu_2$  - коэффициент, характеризующий распределительную способность среды при передаче напряжений растяжения.

Граничные условия для уравнений (2.92) и (2.93) запишутся  $\sigma_x \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow +\infty$  и  $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0$  при  $z = 0$ .

Для уравнения (2.92) при  $x = 0$ :  $\sigma_x = \frac{T}{2}$  в точке приложения сосредоточенной силы;  $\sigma_x = 0$  - во всех остальных точках оси  $z$ .

Для уравнения (2.93) при  $x = 0$ :  $\sigma_x = -\frac{T}{2}$  в точке приложения сосредоточенной силы;  $\sigma_x = 0$  - во всех остальных точках оси  $z$ .

Аналогичные рассуждения можно провести и для безраспорной среды.

Решая эти уравнения, получим выражения для горизонтальных напряжений.

В случае распорной среды:

а) для плоской задачи

$$\sigma_x = \frac{2T}{x} \sqrt{\frac{\nu}{\pi}} e^{-\frac{4\nu z^2}{x^2}}; \quad (2.94)$$

б) для пространственной задачи

$$\sigma_x = \pm \frac{4T}{\pi} \cdot \frac{\nu}{x^2} \cdot e^{-\frac{4\nu(z^2+y^2)}{x^2}}. \quad (2.95)$$

Выражения для напряжений в вертикальном направлении и касательных напряжений можно получить из условий равновесия среды. Для распорной среды для плоской задачи получим следующие выражения

$$\sigma_z = \frac{z^2}{x^2} \sigma_x; \quad (2.96)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{z}{x} \sigma_x. \quad (2.97)$$

Таким образом могут быть определены напряжения в почвенном массиве от поверхностных вертикальных и горизонтальных нагрузок сельскохозяйственных машин и орудий не детерминированного характера.

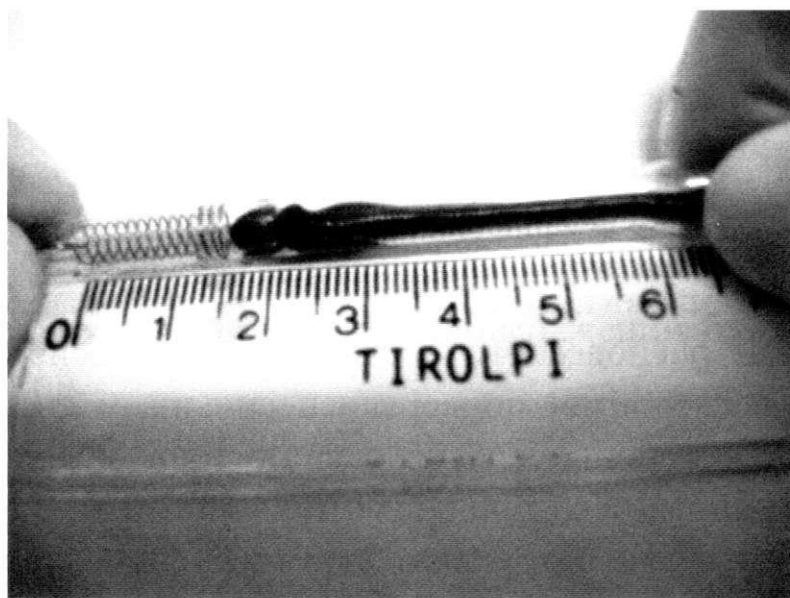
## 2.11. Механобиологические модели почв

Почва, как открытая агрономическая система, связана с биосферой, поэтому активно участвует в циклическом круговороте веществ – биологическом и геологическом. Состояние биосферы определяет степень глобального экологического кризиса планеты. Устойчивое состояние биосферы характеризуется сохранением постоянных циклов и периодов круговорота веществ между литосферой, атмосферой и гидросферой.

Изменение биологических циклов и периодов может быть связано с потерей равновесного состояния агроэкосистем, которые в последние десятилетия подверглись сильному антропогенному воздействию со стороны сельскохозяйственной техники. Тяжелые тракторы и машины, несовершенные технологии и низкая культура земледелия не только разрушили структуру почвы, но и оказали сильное негативное влияние на жизнь биоценоза, значительно обеднив его популяции, а в некоторых случаях уничтожив их.

Современные модели взаимодействия сельскохозяйственной техники с агрономической системой и, в частности, с почвой не дают пока достоверного ответа на конструирование движителей с допустимым давлением на почву, которое бы сохраняло биоценоз и устойчивое состояние агроэкосистем. К тому же очень мало моделей, оценивающих состояние биоценоза почвы при её механическом деформировании от сельскохозяйственной техники. Проблема заключается в определении критического напряжения (давления) на почву, в результате которого происходят невосполнимые потери популяций биоценоза, зооценоза и микробиоценоза агроэкосистем. Предлагается подход в определении возможной внутренней энергии дождевого червя (ДЧ), необходимой для его передвижения в почве, а также определение напряжений, которые действуют на ДЧ от сельскохозяйственной техники [16, 17].

Процесс перемещения ДЧ связан с его внутренними силами и внешними условиями, которые определяются физическими свойствами почв. В Щецинской сельскохозяйственной академии (Польша) были проведены опыты по определению возможной максимальной силы ДЧ. В стеклянной пробирке устанавливалась пружина, один конец которой был жёстко закреплён, а на другой свободный конец давил ДЧ, помещённый в пробирку и не имевший возможности выбраться из пробирки через свободный выход (рис. 2.22) [16, 17].



*Рис. 2.22. Сжатие пружины дождевым червем*



В данном эксперименте работа дождевого червя при сжатии пружины определялась из уравнения

$$A = \frac{1}{2} c \Delta l^2, \quad (2.98)$$

где  $F = c \Delta l$  - сила ДЧ;

$\Delta l$  - перемещение свободного конца пружины в пробирке;

$c$  - жёсткость пружины.

Дождевой червь, передвигаясь в почве, расходует свою энергию не только на перемещение, но и на расширение пор и проталкивание твёрдых частиц почвы, освобождая для себя поровое пространство. Поэтому в нашем эксперименте пружина играет роль физических свойств почвы, и в частности, плотности, чем жестче пружина, тем выше она обуславливает плотность почвы. В реальных условиях замыкание пор происходит от воздействия на поверхность почвы сельскохозяйственной техники. Это давление может быть не безопасным и для ДЧ, которое может попросту раздавить его. Рассмотрим в плоскости  $xу$  модель контакта колеса с почвой (рис. 2.23).

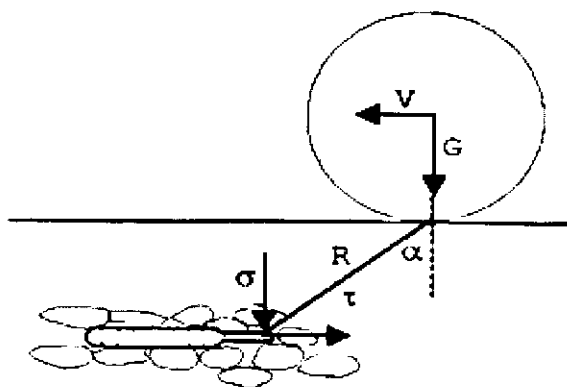


Рис. 2.23. Система сил, действующих на почву и дождевого червя от колеса

Действие на почву сосредоточенной силы выражает равнодействующая сил, действующих в зоне контакта колеса с почвой.

Вертикальное напряжение на частицу почвы, пору или ДЧ можно определить по формуле Буссинеска [9]

$$\sigma = \frac{3}{2} \cdot \frac{G \cos^2 \alpha}{\pi R}. \quad (2.99)$$

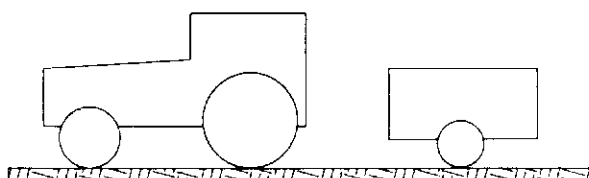
Параметры, входящие в формулу (2.99), показаны на рисунке 2.23. Если знать критическое напряжение  $\sigma_k$ , которое является не безопасным для жизни ДЧ, то можно из формулы (2.99) определить критическую нагрузку на почву со стороны колеса  $G_k$ , критическое расстояние от этой нагрузки до ДЧ  $R_k$  или критический угол  $\alpha_k$ , под которым будет действовать нагрузка на ДЧ. В то же время напряжение со стороны ДЧ для проталкивания частицы почвы через пору или её расширение можно определить исходя из отношения

$$\tau = c + \frac{3f G \cos^2}{2 \Pi R^2}, \quad (2.100)$$

где  $\tau$  – напряжение на частицу почвы или пору со стороны дождевого червя (напряжение сдвига);  $c$  и  $f$  – коэффициенты сцепления и внутреннего трения почвы соответственно.

Задачу, рассмотренную выше, запишем для полупространства. В реальных условиях на ДЧ и поры почвы действует не одна нагрузка (рис. 2.23), а несколько (рис. 2.24).

а)



б)

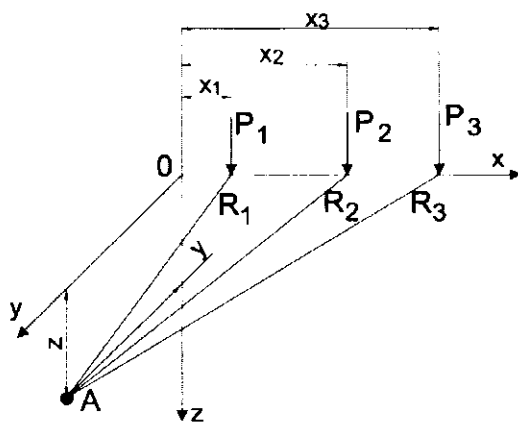


Рис. 2.24. Схема сил, действующих на точки полупространства от сельскохозяйственных агрегатов

Вначале определим напряжение в точках полупространства от одной вертикальной силы (рис. 2.25).

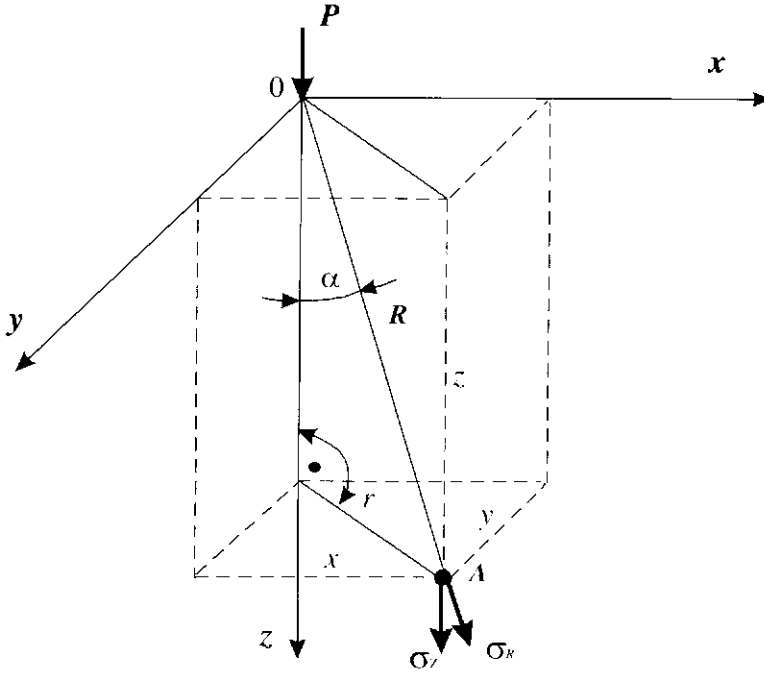


Рис. 2.25. Действие вертикальной силы на полупространство

В этом случае имеем [9, 16]

$$\sigma_z = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi R^2} \cos^3 \alpha \quad , \quad (2.101)$$

где  $\alpha$  - угол между осью  $z$  и  $R$ , ( $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ).

Подставим вместо  $\cos \alpha$  отношение  $z/R$  в формулу (2.101), тогда с учётом  $R^2 = z^2 + r^2$ , получим

$$\sigma_z = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi z^2} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}} = \frac{k P}{z^2} \quad , \quad (2.102)$$

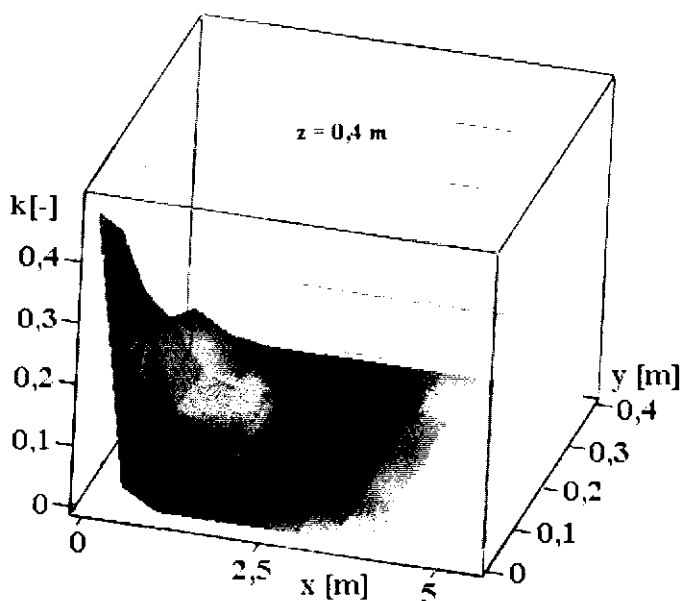
где

$$k = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}; \quad r^2 = x^2 + y^2.$$

Величина коэффициента  $k$  зависит от отношения  $r/z$ . В случае системы машин, показанной на рисунках 2.24, а и 2.24, б, напряжение на точку полупространства или на ДЧ определяется

$$\sigma_z = k_1 \frac{P_1}{z^2} + k_2 \frac{P_2}{z^2} + k_3 \frac{P_3}{z^2}. \quad (2.103)$$

На рисунке 2.26 показана зависимость коэффициента  $k$  от координат полупространства.



*Рис. 2.26.* Изменение величины коэффициента  $k$  для точки  $A(0, y, z)$  в зависимости от точки приложения нагрузки

Давление дождевого червя на пору, необходимое для его перемещения от данной системы машин равно

$$\tau = c + f\left(k_1 \frac{P_1}{z^2} + k_2 \frac{P_2}{z^2} + k_3 \frac{P_3}{z^2}\right). \quad (2.104)$$

Таким образом, построенная модель определяет силовые характеристики дождевого червя, необходимые ему для перемещения в почве не только от единичной нагрузки, но и от системы машин.

## Глава 3

# ПАРАМЕТРЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МОДЕЛЯХ «МАШИНА-СРЕДА»

### 3.1. Кинематические характеристики опорных колес сельскохозяйственных машин

В основе создания и прогнозирования системы машин необходимо учитывать их взаимодействие с внешней средой. С одной стороны среда и её состояние влияют на работу машин, а, с другой стороны, машина влияет на изменение физического состояния среды. Такое взаимовлияние вызывает необходимость рассматривать задачи взаимодействия среды и машины. В сельскохозяйственных средах особую актуальность имеют решения задач трибологии, в том числе задачи о контакте колеса (гусеницы, плуга и других деформаторов) с почвой, задачи износа орудий.

Не будет преувеличением сказать, что в сельскохозяйственном производстве среди всевозможных схем взаимодействия “машина-среда” главной является “машина-почва”. Схема “машина-почва” базируется на моделях взаимодействия колеса (гусеницы, плуга и др.) с почвой. В механическом расчете данной модели взаимодействия существует два главных фактора – воздействие на почву со стороны сельскохозяйственных машин и сопротивление со стороны почвы. Существует несколько подходов в данном направлении. Чем точнее изучен процесс взаимодействия, тем эффективней могут быть рекомендации по созданию системы машин, мероприятия по почвоопадающим воздействиям на почву, следовательно, и охране окружающей среды.

Наибольший вред почве, с точки зрения разрушения её структуры, ускорения эрозийных процессов, наносят тяжёлые колёсные движители и сельскохозяйственные орудия, опорной поверхностью которых является колесо. К сожалению, до сих пор нет строгой математической теории взаимодействия колеса с почвой, с помощью которой можно было бы решить проблему переуплотнения почв колесными системами машин. Это, в первую очередь, связано с большими математическими трудностями, так как в моделях взаимодействия необходимо учитывать большое количество переменных параметров. Теория взаимодействия сельскохозяйственного

деформатора с почвой основывается на теории качения, теории контактного взаимодействия, реологических свойствах, теории информации. Приведём некоторые основные понятия и расчёты теории качения колеса, которые могут быть использованы при конструировании новых машин и агрегатов, а также полезны в формировании и прогнозировании системы машин в случае обработки почвы и охране окружающей среды. Ведущее и ведомое колесо характеризуются разными системами приложенных сил.

Для ведущего колеса крутящий момент  $M_k$ , приложенный к ступице от силовой передачи, направлен в сторону вращения (рис. 3.1, а).  $G$  и  $F_T$  - составляющие силы реакции связей от корпуса машины [18, 19].

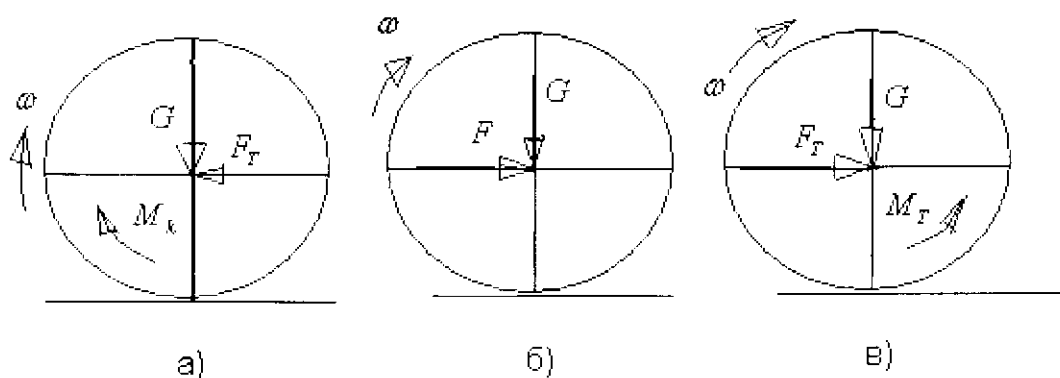


Рис. 3.1. Схема приложения сил и моментов к колесу

Колесо будет ведомым, когда момент  $M_k$  равен нулю (рис. 3.1, б). В этом случае к оси колеса будет приложено от корпуса машины толкающее усилие  $F > 0$ . Если колесо тормозится, то к его ступице прикладывается тормозной момент  $M_T$ , направленный в противоположную сторону движения (рис. 3.1, в).

Рассмотрим кинематику качения жёсткого колеса радиуса  $r$  по недеформируемой поверхности. Такая модель взаимодействия может быть исследована в случае движения колесных агрегатов по твердому грунтовому основанию или сильно пересушенной почве. В этом случае можно считать, что контакт колеса с основанием проходит по линии (мгновенная ось вращения), а в вертикальной плоскости точкой контакта является точка  $O_1$  - мгновенный центр скоростей (рис. 3.2). В точке  $O_1$  скорость  $V_{O_1} = 0$ . Скорость центра колеса равна  $V_O = \omega \cdot r$ .

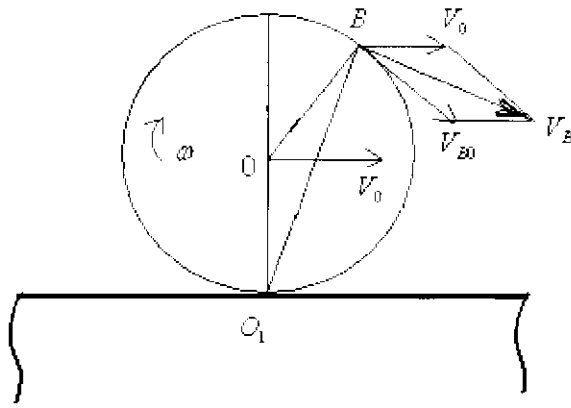


Рис. 3.2. Кинематика качения жёсткого колеса

Выберем на ободе колеса произвольную точку  $B$ .

Так как  $\omega = \frac{V_B}{BO_1} = \frac{V_O}{OO_1}$ , то  $V_B = \frac{V_O BO_1}{OO_1}$ .

Учитывая, что  $OO_1 = r$ ,  $BO_1 = 2r \cos \frac{\alpha}{2}$  ( $\alpha = \omega t$ ).

Следовательно  $V_B = 2\omega \cdot r \cos \frac{\alpha}{2}$ .

Скорость точки  $A$  находим (рис. 3.3)

$$V_A = 2\omega \cdot r.$$

Запишем уравнение движения точки  $B$  обода колеса относительно плоской системы координат  $Ax$   $y$  (рис. 3.3).

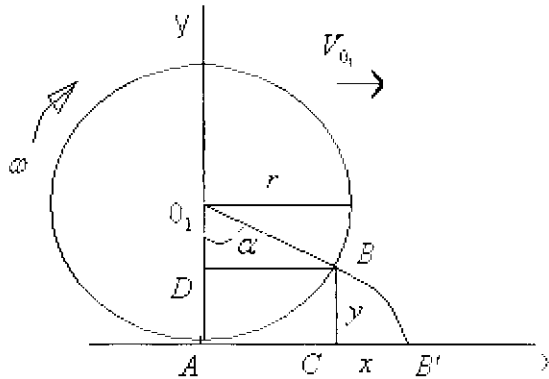


Рис. 3.3. Траектория точки на ободе жесткого колеса при качении

При повороте колеса на угол  $\alpha$  его ось переместится, и точка  $B$  колеса займёт положение  $B'$ . Координата  $x$  точки  $B$  может быть представлена в виде [18]

$$x = AB' - AC.$$

При отсутствии скольжения и буксования  $AB = AB' = \alpha \cdot r$ , а расстояние  $AC = r \sin \alpha$  ( $AC = DB$ ).

Координату  $y$  точки  $B$  представим в виде

$$y = CB = AD = AO_1 - DO_1,$$

где  $AO_1 = r$ ;  $DO_1 = r \cos \alpha$ .

Тогда уравнения движения точки  $B$  запишем

$$x = r\alpha - r \sin \alpha = r(\alpha - \sin \alpha); \quad (3.1)$$

$$y = r - r \cos \alpha = r(1 - \cos \alpha). \quad (3.2)$$

Уравнения (3.1) – (3.2) описывают циклоиду. При равномерном вращении колеса имеем  $\omega = const$ . Тогда проекции скорости точки  $B$  вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно равны

$$V_x = r\omega(1 - \cos \alpha), \quad (3.3)$$

$$V_y = r\omega \sin \alpha. \quad (3.4)$$

Проекция ускорения точки колеса вдоль оси  $x$  равна

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = r\omega^2 \sin \alpha. \quad (3.5)$$

Проекция ускорения точки колеса вдоль оси  $y$

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = r\omega^2 \cos \alpha. \quad (3.6)$$

Результирующее ускорение точки  $B$  определяется

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \text{ т.е. } a = r\omega^2. \quad (3.7)$$

Результирующее ускорение по модулю в данном случае равно центростремительному ускорению относительного движения точек обода колеса.

### **3.2. Определение сил сопротивления почвы под ободом жёсткого колеса**

Жесткие колеса сконструированы на многих сельскохозяйственных агрегатах, поэтому следует учитывать их влияние на тягово-сцепные свойства трактора и изменение физических свойств почвы.



Частица почвы под ободом колеса, например точка  $A$ , в прямоугольной системе координат будет перемещаться согласно уравнениям (рис. 3.4)

$$x = l_0 - r(\alpha - \sin\alpha); \quad (3.8)$$

$$y = r(1 - \cos\alpha), \quad (3.9)$$

где  $l_0 = r\alpha_0$  - постоянная величина,  $\alpha_0$  - угол, соответствующий начальному положению выбранной точки  $A$  на ободу колеса,  $\alpha$  - текущий угол, связанный с перемещением точки  $A$ . Уравнения (3.8) и (3.9) определяют циклоиду. Изменение координат точки  $A$  в зависимости от угла  $\alpha$  может быть представлено уравнениями [18]

$$\frac{dx}{d\alpha} = -r + r \cos\alpha = r(\cos\alpha - 1), \quad (3.10)$$

$$\frac{dy}{d\alpha} = r \sin\alpha. \quad (3.11)$$

При повороте колеса на элементарный угол  $d\alpha$  частицы почвы под его ободом переместятся из положения  $A$  в положение  $A'$  по отрезку циклоиды  $AA' = ds$ .

Можно положить

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}. \quad (3.12)$$

С учётом (3.10) и (3.11) запишем

$$ds = \sqrt{[(\cos\alpha - 1)r d\alpha]^2 + (r \sin\alpha d\alpha)^2}. \quad (3.13)$$

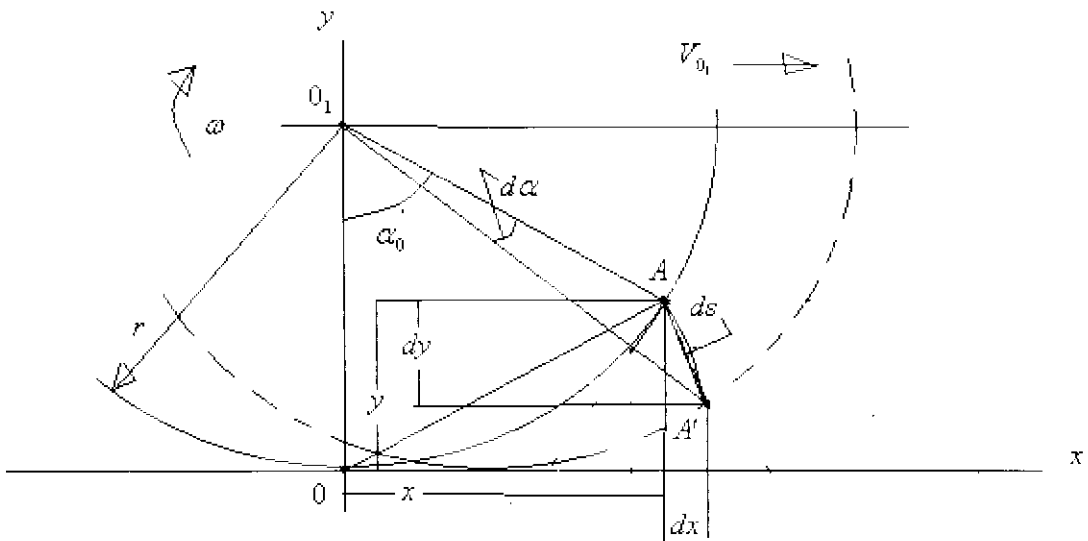


Рис. 3.4. Кинематика перемещения частиц почвы под ободом колеса

Так как  $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ , то уравнение (3.13) примет вид [16]

$$s = \int_{\alpha}^{\alpha_0} 2r \sin \frac{\alpha}{2} d\alpha = 4r \left( \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha_0}{2} \right). \quad (3.14)$$

Частица почвы  $A$  под ободом колеса проходит путь  $s$ , опускаясь на глубину  $y$ . Если точка  $A$  одновременно принадлежит поверхности почвы и ободу колеса, то пройдя путь  $s$ , она опустится на глубину колеи колеса. Пусть глубине колеи  $h$  соответствует угол  $\alpha_0$ , т.е. при  $\alpha = \alpha_0$ , из (3.14) следует, что  $s = 0$ , следовательно,  $h = 0$ .

При  $\alpha = 0$  следует, что  $s = 4r[1 - \cos(\alpha_0/2)] = 8r \sin(\alpha_0/4)$  и глубина колеи отлична от нуля, т.е. равна  $h$ .

Согласно работе [18] будем считать, что к элементарной площадке обода колеса  $dA = br \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha$  приложена элементарная реакция грунта  $dR$ , пропорциональная радиальному напряжению  $\sigma_R$ , ширине колеса  $b$  и длине дуги  $AA' = s$ , т.е. можно записать (рис. 3.5)

$$dR = \sigma_R dA = \sigma_R br \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha. \quad (3.15)$$

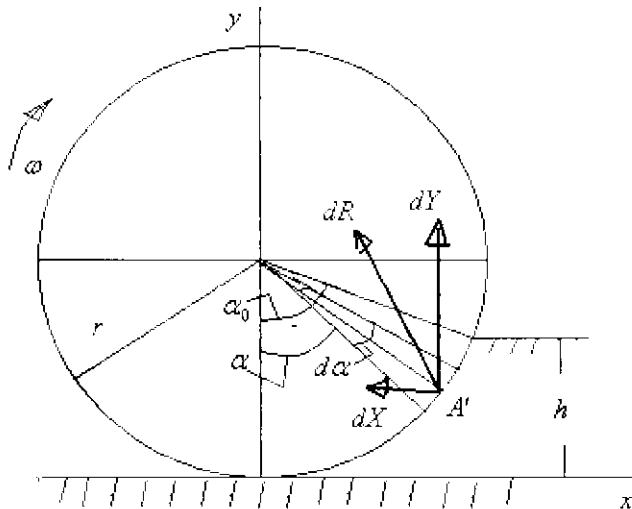


Рис. 3.5. Схема сил, действующих на ведомое колесо с жестким ободом при качении по деформируемому грунту

Реакцию почвы  $dR$  разложим на две составляющие по осям  $x$  и  $y$  соответственно

$$dX = -\sigma_R br \cos \frac{\alpha}{2} \sin \alpha d\alpha = -\tau br \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha, \quad (3.16)$$

$$dY = \sigma_R br \cos \alpha \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha = \sigma br \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha. \quad (3.17)$$

Принято, что  $\tau = \sigma_R \sin \alpha$ , есть напряжение сдвига точки, а  $\sigma = \sigma_R \cos \alpha$ , есть нормальное напряжение. Связь между этими напряжениями выражается формулой Кулона

$$\tau = c_0 + \sigma \operatorname{tg} \varphi, \quad (3.18)$$

где  $c_0$  - коэффициент сцепления, зависящий от прочности структурных связей почвы;  $\operatorname{tg} \varphi$  - коэффициент внутреннего трения почвы;  $\varphi$  - угол внутреннего трения.

Уравнения (3.16) и (3.17) преобразуются к виду

$$X = F_{\text{сnp}} = - \int_0^{\alpha_0} \tau br \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha, \quad (3.19)$$

$$Y = G = \int_0^{\alpha_0} \sigma br \cos \frac{\alpha}{2} d\alpha. \quad (3.20)$$

В общем случае величина  $\sigma_R$ , а, следовательно,  $\tau$  и  $\sigma$  зависят от угла  $\alpha$  или от траектории движения точки  $s$ .

Если  $\alpha_0$  угол малый (глубина колеи небольшая), то  $\tau$  и  $\sigma$  можно считать постоянными. В этом случае имеем

$$F_{\text{сnp}} = -2\tau br \sin \frac{\alpha_0}{2}. \quad (3.21)$$

$$G = 2\sigma br \sin \frac{\alpha_0}{2}. \quad (3.22)$$

Из уравнения (3.22) можно найти  $\sigma$ , подставив которое в формулу (3.1), получим выражение для касательного напряжения

$$\tau = c_0 + \frac{G \cdot \operatorname{tg} \varphi}{2br \sin \frac{\alpha_0}{2}}. \quad (3.23)$$

Тогда, подставив (3.21) в (3.22), получим силу сопротивления

$$F_{\text{сnp}} = -(2br c_0 \sin \frac{\alpha_0}{2} + G \cdot \operatorname{tg} \varphi). \quad (3.24)$$

Рассмотрим частный случай. На практике для определения радиального нормального напряжения часто применяют формулу В.В. Кацыгина [20], которая в применении к данному случаю имеет вид [18]

$$\sigma_R = \sigma_0 th \frac{k_0}{\sigma_0} s, \quad (3.25)$$

где  $s$  определяют по формуле (3.14);  $\sigma_0$  – предел несущей способности почвы;  $k_0$  – коэффициент объемного смятия почвы.

Элементарная реакция почвы в точках  $A'$  из (3.15) и (3.25) равна

$$dR = br \cos \frac{\alpha}{2} \sigma_0 th \left[ \frac{4k_0 r}{\sigma_0} \left( \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha_0}{2} \right) \right] d\alpha \quad (3.26)$$

и ее составляющие по осям  $X$  и  $Y$

$$-dX = br \cos \frac{\alpha}{2} \sigma_0 th \left[ \frac{4k_0 r}{\sigma_0} \left( \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha_0}{2} \right) \right] \sin \alpha d\alpha, \quad (3.27)$$

$$dY = br \cos \frac{\alpha}{2} \sigma_0 th \left[ \frac{4k_0 r}{\sigma_0} \left( \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha_0}{2} \right) \right] \cos \alpha d\alpha. \quad (3.28)$$

Проекция реакции почвы на ось  $X$  представляет собой силу сопротивления качению  $F_{cnp}$ , т.е.

$$F_{cnp} = X = \int_0^{\alpha_0} br \cos \frac{\alpha}{2} \sigma_0 th \left[ \frac{4k_0 r}{\sigma_0} \left( \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha_0}{2} \right) \right] \sin \alpha d\alpha. \quad (3.29)$$

Проекция  $R$  на ось  $Y$  равна вертикальной нагрузке  $G$

$$G = Y = \int_0^{\alpha_0} br \cos \frac{\alpha}{2} \sigma_0 th \left[ \frac{4k_0 r}{\sigma_0} \left( \cos \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha_0}{2} \right) \right] \cos \alpha d\alpha. \quad (3.30)$$

Для определения  $F_{cnp}$  перейдем к пределам интегрирования от 0 до  $h$ . Так как

$$\cos \alpha = \frac{r - y}{r} \quad (\alpha = \omega t, y = y(t)),$$

то, дифференцируя это выражение, получаем

$$\sin \alpha d\alpha = \frac{dy}{r}.$$

Выражение  $\sin \alpha$  запишем следующим образом

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{r-y}{r}\right)^2} = \frac{1}{r} \sqrt{2ry - y^2},$$

следовательно

$$d\alpha = \frac{dy}{\sqrt{2ry - y^2}}.$$

Выразим через новые переменные

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{r-y}{r}}{2}} = \sqrt{\frac{2r-y}{2r}};$$

аналогично

$$\cos \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{2r-h}{2r}}.$$

Тогда, уравнение для определения силы сопротивления качению запишем

$$F_{сnp} = b\sigma_0 \int_0^h \sqrt{\frac{2r-y}{2r}} th \left[ \frac{4k_0 r}{\sigma_0} \left( \sqrt{\frac{2r-y}{2r}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}} \right) \right] dy. \quad (3.31)$$

Для определения глубины  $h$  преобразуем (3.30).

Так как  $\sin \alpha = \frac{x}{r}$ , после дифференцирования имеем:

$$\cos \alpha = \frac{dx}{r d\alpha}, \quad \text{так как } \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2}, \quad \text{то } d\alpha = \frac{dx}{r \sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2}}$$

Из формулы

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

получим:

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}}; \quad \cos \frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{2r-h}{2r}}. \quad (3.32)$$

После преобразования (3.30) с учетом (3.32) получим уравнение для определения  $h$

$$G = b\sigma_0 \int_0^{\sqrt{2rh-h^2}} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}} th \left[ \frac{4k_0r}{\sigma_0} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}} \right) \right] dx. \quad (3.33)$$

Формулы (3.31) и (3.33) показывают, что сила  $F_{cnp}$  и глубина  $h$  колеи зависят от вертикальной нагрузки  $G$  на колесо, радиуса  $r$  и ширины обода  $b$  колеса, а также от физико-механических свойств почвы - предельной несущей способности  $\sigma_0$  и коэффициента объёмного смятия  $k_0$ .

Положение результирующей реакции  $R$  почвы определяется координатами: расстоянием  $s$  и динамическим радиусом  $r_D$ . Запишем выражения для определения данных величин  $s, r_D$  в случае принятия закона между радиальным напряжением и абсолютной деформацией в виде гиперболического тангенса.

Согласно [18] значения сил  $G$  и  $F_{cnp}$ , как функций переменных  $x$  и  $y$ , можно записать, используя формулы (3.31) и (3.33) в виде

$$f(x) = b\sigma_0 \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}} th \left[ \frac{4k_0r}{\sigma_0} \left( \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}} \right) \right], \quad (3.34)$$

$$f(y) = b\sigma_0 \sqrt{\frac{2r-y}{y}} th \left[ \frac{4k_0r}{\sigma_0} \left( \sqrt{\frac{2r-y}{y}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}} \right) \right]. \quad (3.35)$$

Тогда, момент силы  $F_{cnp}$  равен (рис. 3.6)

$$F_{cnp}e = \int f(x)xdx, \quad (3.36)$$

где  $e = r - r_D$ .

Выразим

$$r - r_D = \frac{\int f(x)xdx}{F_{cnp}} \quad \text{или}$$

$$r_D = r - \frac{b\sigma_0 \int_0^{\sqrt{2rh-R^2}} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}} th \left[ \frac{4k_0r}{\sigma_0} \left( \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}} \right) \right] xdx}{F_{cnp}}. \quad (3.37)$$

Момент силы  $G$  (рис. 3.6)

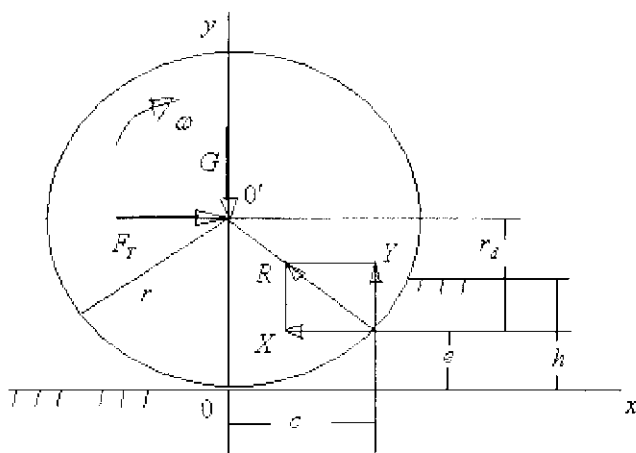
$$Gc = \int f(y) y dy . \quad (3.38)$$

Откуда коэффициент трения качения  $c$  равен

$$c = \int f(y) y dy / G$$

или

$$c = \frac{b\sigma_0 \int_0^h \sqrt{\frac{2r-y}{2r}} th \left[ \frac{4k_0 r}{\sigma_0} \left( \sqrt{\frac{2r-y}{2r}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}} \right) \right] y dy}{G} . \quad (3.39)$$



**Рис. 3.6. Взаимодействие ведомого жесткого колеса с уплотняемой почвой**

Если глубина колеи  $h$  мала по сравнению с радиусом колеса  $r$ , то используют приближенные формулы для определения глубины колеи и силы сопротивления [18]

$$h = \sqrt[3]{\frac{G^2}{k_0^2 b^2 D}} , \quad (3.40)$$

$$F_{сnp} = 0,5G \sqrt{\frac{G}{k_0 b D^2}} . \quad (3.41)$$

Как следует из формулы (3.40) и (3.41) глубина колеи и сила сопротивления качению зависят от вертикальной нагрузки, ширины и диаметра колеса и коэффициента объемного смятия почвы. Из формулы (3.41) видно, что для уменьшения сопротивления качения целесообразнее увеличивать диаметр колеса, а не его ширину.

### 3.3. Скольжение и буксование

При недостаточной связи обода колеса с поверхностью почвы колесо начинает проскальзывать. В этом случае путь, пройденный осью колеса при повороте его на угол  $\Delta\alpha$ , больше дуги вращения (рис. 3.7). Мысленно реальное колесо радиуса  $r$  (рис. 3.7, а) заменим колесом радиуса  $r_k$  ( $r_k > r$ ), которое катится без скольжения по некоторой поверхности. Тогда, для колеса радиуса  $r_k$  мгновенный центр вращения оси проходит через точку  $O_{ck}$ .

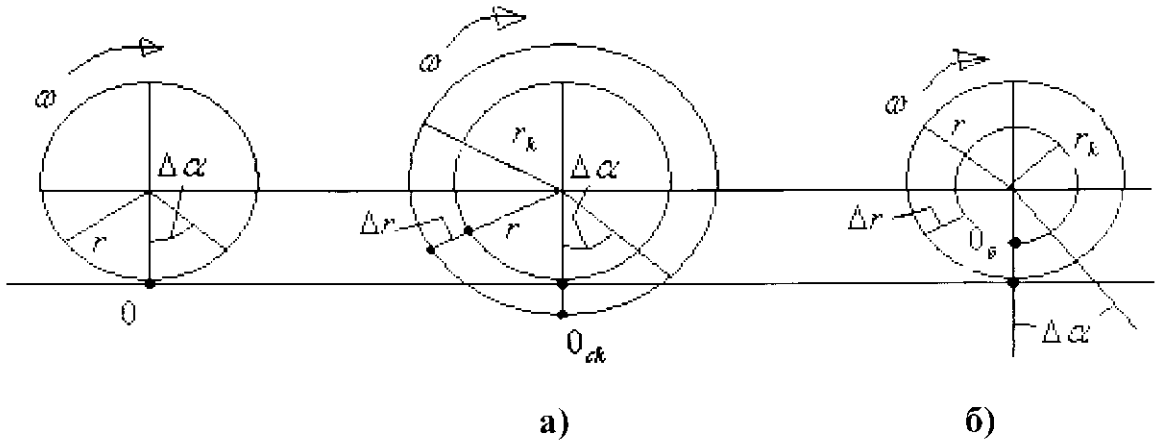


Рис. 3.7. Кинематика качения жесткого колеса со скольжением и буксованием

Ось воображаемого колеса при скольжении пройдет путь

$$\Delta S = (r + \Delta r)\Delta\alpha; (\Delta r = r_k - r).$$

Разность путей, пройденных осью воображаемого и реального колес, при проскальзывании находим  $\Delta S - r\Delta\alpha = \Delta r\Delta\alpha$ .

Коэффициент скольжения определяется выражением

$$v = \frac{\Delta r}{r}; (\Delta r = r_k - r). \quad (3.42)$$

Откуда можно получить

$$r_k = r(1 + v).$$

Если  $r_k = r$ , то  $v = 0$  и колесо катится без скольжения.

При  $r_k \rightarrow \infty$  или  $\Delta r \rightarrow \infty$  коэффициент скольжения будет неограниченно возрастать

$$\lim_{r_k \rightarrow \infty} v = \frac{\Delta r \rightarrow \infty}{r} = \infty.$$



В этом случае колесо полностью заторможено и скользит по поверхности.

При аналогичных условиях движения с учётом приложенного к колесу ведущего момента и недостаточном сцеплении обода с поверхностью движения колесо начинает пробуксовывать. В этом случае дуга поворота колеса становится больше пути, проходимого осью колеса при повороте его на угол  $\Delta\alpha$ , и мгновенная ось вращения перемещается в точку  $O_{\text{вжк}}$  (рис. 3.7, б).

В случае буксования реальное колесо заменим колесом меньшего радиуса  $r - \Delta r = r_k$ , которое катится без буксования, при этом мгновенный центр вращения переносится в точку  $O_{\text{вжк}}$ .

Путь, пройденный осью воображаемого колеса при повороте его на угол  $\Delta\alpha$ , при буксовании определяем  $\Delta S = (r - \Delta r)\Delta\alpha$ .

Откуда можно записать  $r\Delta\alpha - \Delta S = (r - r_k)\Delta\alpha = \Delta r\Delta\alpha$ .

Коэффициент буксования определяется отношением

$$\delta = \frac{(r - r_k)\Delta\alpha}{r\Delta\alpha} = 1 - \frac{r_k}{r} = \frac{\Delta r}{r}. \quad (3.43)$$

Откуда  $r_k = r(1 - \delta)$ .

Если  $r_k = r$ , т.е.  $\Delta r = 0$ , то  $\delta = 0$ , и колесо катится без буксования.

Если  $r_k \rightarrow 0$ , то  $\Delta r \rightarrow r$ , следовательно в предельном случае

$$\lim_{r_k \rightarrow 0} \delta = 1 - \frac{r_k \rightarrow 0}{r} = \frac{\Delta r \rightarrow r}{r} = 1.$$

Колесо полностью буксует, и скорость оси реального колеса равна 0.

Как следует из вышеприведённых рассуждений, коэффициент скольжения изменяется в пределах от 0 до  $\infty$ , а коэффициент буксования от 0 до 1.

При скольжении или буксовании колеса его точки описывают траектории, которые определяются следующими уравнениями

$$\begin{aligned} x &= r(\alpha - \lambda \sin \alpha), \\ y &= r(1 - \lambda \cos \alpha), \end{aligned}$$

где  $\lambda$  - отношение радиусов воображаемого колеса к реальному, т.е.  $\lambda = r_k / r$ .

При **скольжении**, как было установлено ранее, имеем

$$\lambda = r_k / r = 1 + \nu, (\lambda > 1), \quad (3.44)$$

и уравнения точек обода колеса запишем

$$x = r[\alpha - (1 + \nu) \sin \alpha], \quad (3.45)$$

$$y = r[1 - (1 + \nu) \cos \alpha]. \quad (3.46)$$

Скорости точек обода колеса при скольжении вдоль осей  $x, y$  соответственно равны

$$\dot{x} = r\omega[1 - (1 + \nu) \cos \alpha], \quad (3.47)$$

$$\dot{y} = r\omega(1 + \nu) \sin \alpha. \quad (3.48)$$

При  $\nu = 0$  приходим к уравнениям (3.3) и (3.4).

При **буксовании**

$$\lambda = r_k / r = 1 - \delta, (\lambda < 1). \quad (3.49)$$

Уравнения точек обода колеса запишутся

$$x = r[\alpha - (1 - \delta) \sin \alpha], \quad (3.50)$$

$$y = r[1 - (1 - \delta) \cos \alpha]. \quad (3.51)$$

Скорости точек обода колеса вдоль осей при буксовании запишем

$$\dot{x} = r\omega[1 - (1 - \delta) \cos \alpha], \quad (3.52)$$

$$\dot{y} = r\omega(1 - \delta) \sin \alpha. \quad (3.53)$$

При  $\delta = 0$  получим выражения для скоростей (3.3) и (3.4).

Точки оси колеса движутся поступательно и значения их линейных скоростей  $V_D = r_k \omega$  в этом движении будут зависеть от процессов скольжения или буксования.

В случае скольжения имеем

$$V_D = r_k \omega = r\omega(1 + \nu).$$

При  $\nu = 0$  скорость  $V_D$  оси колеса равна так называемой теоретической скорости  $V_T = V_D = r\omega$ . Любое увеличение коэффициента скольжения приводит к уменьшению угловой скорости, т.е. при  $\nu \rightarrow \infty$  угловая скорость  $\omega \rightarrow 0$ .

В случае буксования

$$V_D = r_k \omega = r\omega(1 - \delta).$$

При  $\delta = 0$ ,  $V_D = V_T = r\omega$ .

При  $\delta = 1$  следует, что скорость оси колеса  $V_D = 0$ .

### 3.4. Деформирование шин

Опорные колёса многих сельскохозяйственных машин оборудованы пневматической шиной, которые в процессе взаимодействия с почвой испытывают деформацию. Колёса, оборудованные шинами, при движении будут иметь переменный радиус, который зависит от нагрузки на ось, механических свойств контактирующих материалов (шины и почвы) и давления воздуха в шине.

Если к оси колеса приложена вертикальная нагрузка  $G$  (рис. 3.8), то связь между нормальной деформацией шины  $h_{ш}$  и нагрузкой  $G$  носит нелинейный характер (рис. 3.9, кривая 1). По мере возрастания нагрузки увеличение деформации замедляется.

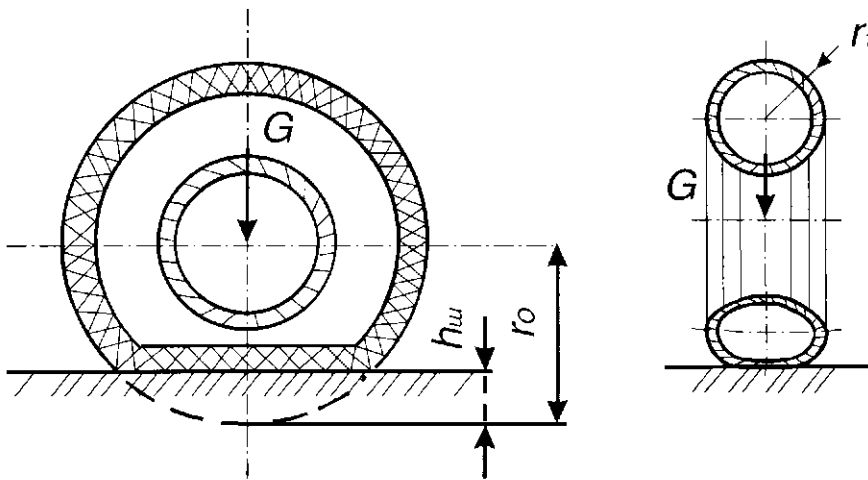


Рис. 3.8. Деформация шины под действием нормальной нагрузки

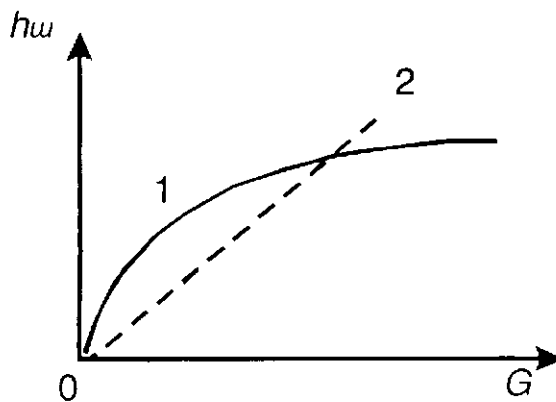


Рис. 3.9. Влияние нормальной нагрузки на деформацию шины:

1 - реальная зависимость  $h_{ш}$  от  $G$ ; 2 - приближенная зависимость  $h_{ш}$  от  $G$

На практике с достаточной степенью точности используют линейную зависимость между  $G$  и  $h_{ш}$  (рис. 3.9, пунктирная линия 2), которая описывается формулой Хейдекеля [18]

$$h_{ш} = \frac{G}{2\pi p_{ш} \sqrt{r_o r_c}}, \quad (3.54)$$

где  $p_{ш}$  – давление воздуха в шине, МПа;  $r_o$  – свободный радиус ненагруженного колеса, м;  $r_c$  – радиус сечения шины, м.

Выражение  $2\pi p_{ш} \sqrt{r_o r_c} = \lambda$  называют коэффициентом жесткости. Тогда  $h_{ш} = \frac{G}{\lambda_n}$ .

Выделяют четыре деформации шины: нормальную (радиальную), тангенциальную (окружную), поперечную (боковую) и угловую.

*Статическим радиусом*  $r_{ст}$  называют расстояние от оси неподвижного колеса, нагруженного нормальной силой, до плоскости его опоры. Обычно статический радиус колеса измеряют на твердой поверхности. С увеличением нормальной нагрузки и снижением давления воздуха в шине статический радиус колеса уменьшается.

*Динамическим (силовым) радиусом*  $r_D$  движущегося колеса называют расстояние от оси колеса до горизонтальной составляющей равнодействующей реакции грунта, приложенной к колесу. Когда колесо перемещается с малой скоростью по твердой дороге или по асфальту, динамический радиус примерно равен статическому.

*Радиусом качения*  $r_k$  называют радиус такого воображаемого колеса, которое, двигаясь без скольжения и буксования, имеет такую же поступательную скорость, как реальное колесо. Кинематический радиус определяет путь, проходимый колесом за один оборот.

Кинематический радиус в первом приближении определяется формулами:

- в режиме ведомого колеса

$$r_k = (r_o - G / \lambda_n)(1 + \nu); \quad (3.55)$$

- в режиме ведущего колеса

$$r_k = (r_o - \frac{G}{\lambda_n} - \xi \frac{M_k}{\lambda_\tau})(1 - \delta); \quad (3.56)$$

- в режиме тормозного колеса

$$r_k = \left( r_o - \frac{G}{\lambda_{\tau}} - \xi \frac{M_{\tau}}{\lambda_{\tau}} \right) (1 + \nu), \quad (3.57)$$

где  $\lambda_{\tau}$  - жесткость шины в тангенциальном направлении;  $M_k$  - крутящий момент, приложенный к колесу,  $\xi$  - коэффициент, показывающий увеличение осадки шины при приложении крутящего момента,  $M_{\tau}$  - тормозной момент.

### 3.5. Общий случай действия системы сил при контактном взаимодействии

Рассмотрим движение колеса сельскохозяйственной машины по горизонтальной деформируемой поверхности. Отметим, что большинство сельхозмашин и агрегатов сконструированы с ведомыми колесами (культиваторы, сеялки, опрыскиватели и т.д.), на которые будет действовать система сил, показанная на рисунке 3.10, где  $F_{\tau}$  - сила со стороны остова машины (трактора, агрегата) направлена в сторону движения колеса;  $G$  - вертикальная нагрузка на ось колеса;  $F_{ин} = ma$  - сила инерции переносного движения ( $m = \frac{G}{g}$  - масса,  $a = \frac{dV}{dt}$  - ускорение оси колеса,  $g$  - ускорение свободного падения);  $M_{ин} = J\varepsilon$  - момент качения сил инерции в относительном движении ( $J$  - момент инерции,  $\varepsilon$  - угловое ускорение). В случае равномерного переносного и относительного движения  $F_{ин} = 0$  и  $M_{ин} = 0$ .

Разложим равнодействующую реакций грунта  $R$  в точке  $O_1$  на горизонтальную и вертикальную составляющие  $X$  и  $Y$ . Отметим, что при равномерном движении направление равнодействующей реакции почвы проходит через центр колеса  $O$ . В случае ускоренного движения равнодействующая реакции проходит выше, а замедленного ниже оси вращения  $O$ .

Составим уравнения равновесия

$$\Sigma X = 0; F_{\tau} = X + F_{ин}, \quad (3.58)$$

$$\Sigma Y = 0; Y = G, \quad (3.59)$$

$$\Sigma M_0 = 0; Xr_D = Yc + M_{ин}, \quad (3.60)$$

где  $r_D$  - динамический радиус;

$c$  - коэффициент трения (сопротивления) качения.

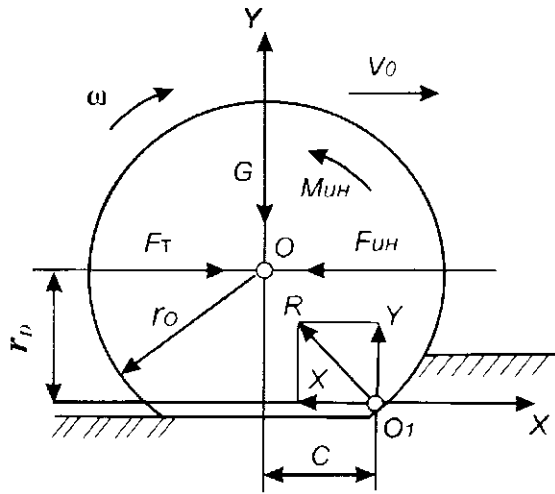


Рис. 3.10. Схема сил, действующих на ведомое колесо, оборудованное шиной

Величина  $Yc = Gc$  есть момент сил сопротивления качению колеса по поверхности грунта  $Yc = Gc = M_{сnp}$ .

При равномерном движении колеса  $a = 0$ ,  $\varepsilon = 0$  и уравнение моментов имеет вид

$$Xr_D = F_T r_D = M_{сnp} \quad (Yc = M_{сnp}). \quad (3.61)$$

Отношение

$$M_{сnp} / r_D = F_{сnp} \quad (3.62)$$

называется силой сопротивления качению. При установившемся режиме  $F_{сnp} = X$ .

Отношение толкающей силы  $F_T$  к нагрузке  $G$  при равномерном качении ведомого колеса называют коэффициентом качения

$$\frac{F_T}{G} = f. \quad (3.63)$$

Умножив числитель и знаменатель на  $r_D$ , получим

$$f = \frac{F_T r_D}{G r_D} = \frac{M_{сnp}}{G r_D} = \frac{Gc}{G r_D} = \frac{c}{r_D}. \quad (3.64)$$

Таким образом, коэффициент качения ведомого колеса равен отношению коэффициента трения качения к динамическому радиусу колеса.

Умножив обе части (3.60) на угловую скорость вращения  $\omega$  и учитывая (3.58), получим уравнение, определяющее баланс мощности, затрачиваемый на деформирование почвы и движение колеса

$$F_T r_D \omega = M_{сnp} \omega + M_{ин} \omega + F_{ин} \omega \cdot r_D. \quad (3.65)$$

При отсутствии скольжения и буксования можно считать, что  $r_D \omega = V_T$ , тогда уравнение баланса мощности запишем

$$F_T V_T = M_{сnp} \omega + M_{ин} \omega + F_{ин} V_T, \quad (3.66)$$

где  $F_T V_T$  - мощность, подводимая к колесу;

$M_{сnp} \omega$  - мощность, затраченная на деформацию почвы, шины и на преодоление трения между колесом и почвой;

$M_{ин} \omega$  - мощность моментов касательных сил инерции колеса;

$F_{ин} V_T$  - мощность сил инерции поступательного движения оси колеса.

При равномерном движении колеса мощность, подводимая к колесу, затрачивается на деформацию почвы, т.е.

$$F_T V_T = M_{сnp} \omega. \quad (3.67)$$

Данному выражению можно придать другой вид

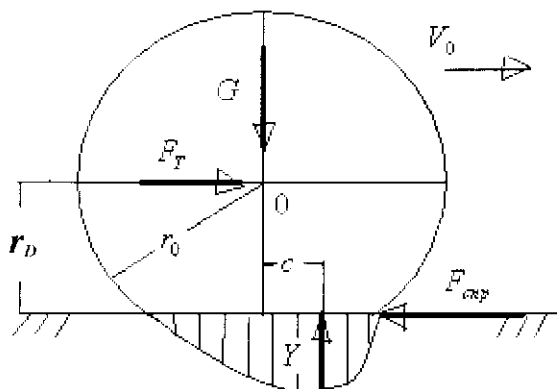
$$X r_D \omega = F_{сnp} r_D \omega. \quad (3.68)$$

### **3.6. Определение сил сопротивления качению ведомого эластичного колеса на недеформируемой поверхности**

Пусть эластичное колесо, нагруженное вертикальной силой  $G$  и толкающей силой  $F_T$ , равномерно перемещается по горизонтальной недеформируемой поверхности (рассматривается случай установившегося движения).

Передние элементы шины, вступающие в контакт с поверхностью почвы, нагружаются и деформируются, а задние выходят из контакта, разгружаются и восстанавливают форму. В случае идеальной эластичности шины энергия, затраченная на деформацию

в зоне загрузки, полностью возвращалась бы к колесу в зоне разгрузки. В действительности, часть энергии, затраченной на деформацию шины, обратно не возвращается и переходит в теплоту. Схема сил, действующих на эластичное колесо, и эпюра нормальных реакций недеформируемого основания показаны на рисунке 3.11.



**Рис. 3.11. Качение эластичного колеса по недеформируемой поверхности**

Для практических расчётов силы сопротивления качению эластичного колеса по недеформируемой поверхности при установившемся режиме часто определяют из формулы [21]

$$F_{ссп} = \frac{\gamma_{ш} u_{ш} \lambda_H h_{ш}^2}{4\pi \cdot r_D}, \quad (3.69)$$

где  $h_{ш}$  - нормальная деформация шины;  $\gamma_{ш}$  - коэффициент пропорциональности, зависящий от давления воздуха в шине, например, при давлении воздуха  $p_{ш} = (80...250)$  кПа соответственно  $\gamma_{ш} = 0,12...0,15$ ;  $u_{ш}$  - коэффициент, определяющийся соотношением

$$u_{ш} = \frac{\pi \cdot h_{ш} (2r_0 - h_{ш})}{r_0^2 \left( \frac{\pi \cdot d}{180^\circ} - \sin \alpha \right)};$$

$$\alpha = 2 \arccos \frac{r_0 - h_{ш}}{r_0};$$

$\lambda_H$  - жесткость шины, которая при давлении  $p_{ш} = (80...250)$  кПа принимает значения  $\lambda_H = (17...38) \cdot 10^4$  Н/м.



С учётом формулы Хейдекеля выражение (3.69) можно записать

$$F_{сnp} = \gamma_{ш} \frac{G^3}{4\rho_{ш}^2 r_c^3 \pi \left( \frac{\pi\alpha}{180^\circ} - \sin\alpha \right)}. \quad (3.70)$$

Из выражения (3.70) видно, что сопротивление качению эластичного колеса по недеформируемой поверхности зависит от нормальной нагрузки, внутреннего давления и радиуса сечения шины.

### 3.7. Случай взаимодействия эластичного ведомого колеса с деформируемой поверхностью

Примерно установлено, что затраты мощности на деформацию шины составляют не более 5...6% общей мощности, затрачиваемой на качение эластичного колеса по почве. Поэтому пневматическое колесо можно условно заменить жестким, имеющим увеличенный диаметр. В этом случае для определения глубины колеи и сопротивления качению эластичного колеса можно воспользоваться формулами (3.40) и (3.41) или формулами (3.31) и (3.33), подставив в них вместо  $D$  или  $r$ , приведенные к эластичному колесу, диаметр жесткого колеса  $D_{np}$  и его радиус  $r_{np}$ . Приравняем длину отрезка  $AB$ , записанную для эластичного и эквивалентного ему жесткого колеса (рис. 3.12)

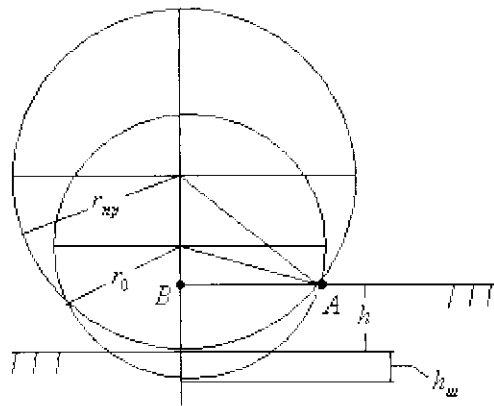


Рис. 3.12. Схема определения приведенного к жесткому колесу диаметра эластичного колеса

$$AB = \sqrt{r_0^2 - (r_0 - h - h_{ш})^2} = \sqrt{r_{np}^2 - (r_{np} - h)^2}$$

ИЛИ

$$D_0(h + h_{ш}) - (h + h_{ш})^2 = D_{np}h.$$

Откуда

$$D_{np} = \frac{D_0(h + h_{ин}) - h_{ин}(2h + h_{ин})}{h} = D_0 + \frac{h_{ин}}{h}(D_0 - 2h - h_{ин}), \quad (3.71)$$

где  $r_0, D_0$  радиус и диаметр эластичного колеса.

Так как  $D_0 > 2h + h_{ин}$ , то  $D_{np} > D_0$ .

При уменьшении деформации колеса, т.е. при  $h_{ин} \rightarrow 0$  эластичное колесо приближается к жесткому.

Для жесткого колеса по формулам (3.40) и (3.41) определяют силу сопротивления качению и глубину колеи. Для эластичного колеса прогиб шины и приведенный радиус (диаметр) определяют по формуле Хейдекеля и формуле (3.71), а силу сопротивления качению и глубину колеи определяют по формулам (3.40) и (3.41) с учетом замены  $D$  на  $D_{np}$ . Анализ формулы (3.41) показывает, что для снижения затрат энергии на колееобразование в некоторых пределах целесообразно увеличить диаметр колеса и уменьшить давление воздуха в шине, обеспечив тем самым боковую жесткость и грузоподъемность.

Установлено, что по сравнению с жестким, эластичное колесо одинакового с ним размеров образует более мелкую колею и в 1,4...1,7 раза меньшую силу сопротивления качению.

### **3.8. Взаимодействие ведущего деформируемого колеса с почвой**

В случае ведущего колеса его качение вызывается ведущим моментом  $M_k$  (рис. 3.13), приложенным к его оси, реактивной силой  $F_T$  и вертикальной нагрузкой  $G$ . Реактивные силы, действующие со стороны почвы на колесо, представлены равнодействующей  $R$  колеса или ее составляющими  $X$  и  $Y$ . Сила  $X$  в этом случае направлена по движению колеса и играет роль силы тяги.

При неравномерном относительном вращении колеса возникает момент касательных сил инерции  $M_{ин} = J\varepsilon$ .

При неравномерном переносном движении к оси колеса прикладывается параллельно горизонтальной оси сила инерции  $F_{ин} = ma$ . Уравнения равновесия данной системы сил запишутся



Действительная скорость движения колеса с учетом коэффициента буксования  $\delta$  равна

$$V_{\text{д}} = V_{\text{т}}(1 - \delta),$$

$V_{\text{т}}$  - теоретическая скорость движения. Иногда в выражении теоретической скорости заменяют кинематический радиус динамическим, т.е.  $V_{\text{т}} = \omega \cdot r_{\text{д}}$  и тогда

$$V_{\text{д}} = \omega \cdot r_{\text{д}}(1 - \delta).$$

С учетом того, что  $X = F_{\text{т}} + F_{\text{ин}}$  и  $\omega = V_{\text{т}} / r_{\text{д}}$  в уравнении (3.75) добавим и отнимем выражение

$$\left( F_{\text{т}} + F_{\text{ин}} + \frac{M_{\text{сnp}}}{r_{\text{д}}} \right) V_{\text{д}},$$

получим уравнение баланса мощности в виде

$$M_{\text{к}}\omega = \left( F_{\text{т}} + F_{\text{ин}} + \frac{M_{\text{сnp}}}{r_{\text{д}}} \right) (V_{\text{т}} - V_{\text{д}}) + M_{\text{сnp}}\omega(1 - \delta) + F_{\text{ин}}V_{\text{д}} + M_{\text{ин}}\omega + F_{\text{т}}V_{\text{д}}. \quad (3.77)$$

Правая часть уравнения (3.77) равна сумме следующих мощностей:

- 1)  $\left( F_{\text{т}} + F_{\text{ин}} + \frac{M_{\text{сnp}}}{r_{\text{д}}} \right) (V_{\text{т}} - V_{\text{д}})$  - мощность, теряемая на буксование колеса;
- 2)  $M_{\text{сnp}}\omega(1 - \delta)$  - мощность, расходуемая на образование колеи и упругий гистерезис шины;
- 3)  $F_{\text{ин}}V_{\text{д}}$  - мощность кинетической энергии переносного поступательного движения оси колеса;
- 4)  $M_{\text{ин}}\omega$  - мощность кинетической энергии вращательного движения колеса;
- 5)  $F_{\text{т}}V_{\text{д}}$  - мощность, передаваемая остову трактора.

При установившемся движении инерционные силы будут равны нулю и баланс мощности можно записать в виде

$$M_{\text{к}}\omega = F_{\text{к}}(V_{\text{т}} - V_{\text{д}}) + M_{\text{сnp}}\omega(1 - \delta) + F_{\text{т}}V_{\text{д}}, \quad (3.78)$$

где  $F_{\text{к}} = F_{\text{т}} + M_{\text{сnp}} / r_{\text{д}}$ .

Отношение мощностей  $\frac{F_T V_D}{M_K \omega}$  определяет коэффициент полезного действия колеса  $\eta_K$  (КПД)

$$\eta_K = \frac{F_T V_D}{M_K \omega}. \quad (3.79)$$

При установившемся движении  $M_K = F_K r_D$ . Следовательно,

$$\eta_K = \frac{F_T V_D}{F_K V_T}. \quad (3.80)$$

Отношение

$$F_T / F_K = \eta_{K.cnp} \quad (3.81)$$

есть КПД, учитывающий потери на качение колеса вследствие образования колеи, а отношение

$$V_D / V_T = \eta_{K\delta} \quad (3.82)$$

есть КПД, учитывающий потери на буксование. Следовательно, общий КПД ведущего колеса равен

$$\eta_K = \eta_{K.cnp} \eta_{K\delta}. \quad (3.83)$$

Между величиной буксования  $\delta$  и КПД  $\eta_{K\delta}$  имеется зависимость

$$\eta_{K\delta} = \frac{V_D}{V_T} = \frac{\omega r_D (1 - \delta)}{\omega r_D} = 1 - \delta. \quad (3.84)$$

### 3.9. Влияние грунтозацепов на взаимодействие ведущего колеса с почвой

Рассмотрим влияние грунтозацепов на взаимодействие колеса с почвой. На рисунке 3.14 показано типовое расположение грунтозацепов для ведущего колеса [18]. При установившемся режиме касательная сила тяги колеса  $F_k$  равна сумме тангенциальных реакций почвы, направленных в сторону движения.

Силы взаимодействия ведущего колеса с почвой можно разделить на следующие:

- трения между опорной поверхностью шины и почвой;
- возникающие при упоре грунтозацепов шины в почву;

- возникающие при срезе почвенного кирпича боковыми гранями грунтозацепов. При движении ведущего колеса грунтозацепы, сдвигаясь, срезают почву в направлении обратном движению.

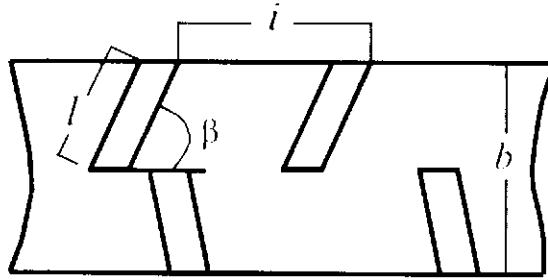


Рис. 3.14. Расположение грунтозацепов на беговой дорожке шины

При установившемся движении колеса сдвиг и срез почвенных кирпичей происходит в основном в периоды выхода последнего грунтозацепа из почвы (рис. 3.15). Все грунтозацепы сдвигаются и срезают почву на одинаковую величину  $\Delta_i$ . При этом первый сдвигает почву на  $\Delta_i$ , второй на  $2\Delta_i$ , третий на  $3\Delta_i$  и т. д. Если  $n$  - число грунтозацепов в зацеплении опорной поверхности колеса с почвой, то в результате зацепления от входа в почву до выхода из неё грунтозацеп срежет почву на величину  $\Delta_{\max} = n\Delta_i$ .

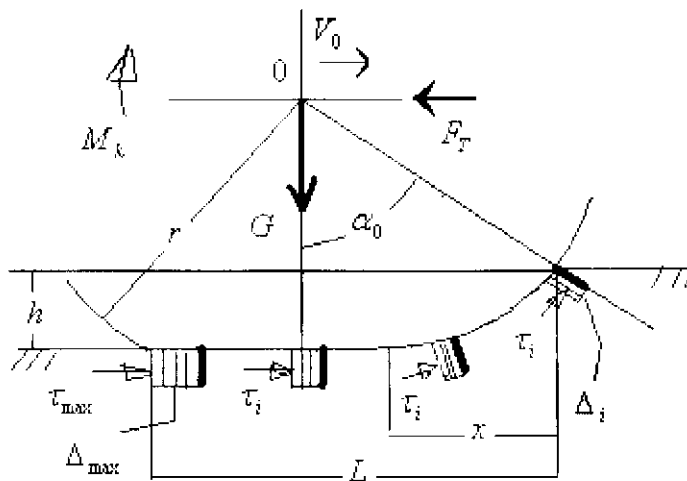


Рис. 3.15. Взаимодействие грунтозацепов эластичного колеса с почвой

Если  $L = r\alpha_0 + \sqrt{2rh}$  длина опорной поверхности колеса (рис. 3.15), то наибольший сдвиг и срез почвы можно также записать через коэффициент буксования в виде

$$\Delta_{\max} = \delta L.$$

Откуда коэффициент буксования запишем

$$\delta = \frac{n\Delta_i}{L}. \quad (3.85)$$

Определим касательную силу тяги колеса при сдвиге почвы [18].

Суммарная деформация грунтозацепов с учетом буксования, равная в начале зацепления нулю, в конце достигнет значения,  $\Delta_{max} = \delta L$ . Касательная сила тяги колеса, необходимая для преодоления сдвига грунта,

$$F_{ke} = \int_0^L \tau_k dA = \int_0^L b\tau_k dx, \quad (3.86)$$

где  $dA$  - элементарная площадка опорной поверхности колеса, равная  $dA = bdx$ ;  $b$  - ширина грунтозацепа колеса ( $b = 2l \sin\beta$ ,  $l$  - длина боковой грани грунтозацепа;  $\beta$  - угол, характеризующий положение грунтозацепа на колесе (рис. 3.14));  $dx$  - длина элементарной площадки вдоль опорной поверхности  $L$ .

В общем случае  $\tau_k = c_0 + \sigma_k \operatorname{tg}\varphi$ ,

где  $c_0$  - коэффициент сцепления почвы;  $\operatorname{tg}\varphi$  - коэффициент внутреннего трения почвы;  $\sigma_k$  - нормальное напряжение, действующее со стороны колеса в зоне действия касательных напряжений  $\tau_k$ .

Можно считать, что  $c_0, \operatorname{tg}\varphi$  для рассматриваемого состояния постоянные величины, тогда для  $\sigma_k$  надо выбрать закон изменения нормального напряжения от  $x$  вдоль линии контакта

$$F_{ke} = \int_0^L b\tau_k dx = bc_0L + bt\operatorname{tg}\varphi \int_0^L \sigma_k dx. \quad (3.87)$$

Таким образом, касательная сила тяги колеса будет зависеть от свойств почвы, длины контакта колеса с почвой, ширины грунтозацепа и нормального напряжения в зоне среза почвы, которое будет зависеть от  $x$ . Конкретный вид касательной силы тяги зависит от закона распределения нормального напряжения  $\sigma_k$ , который может быть определен на основании теоретических или экспериментальных данных.

Установлено, что чем больше нагрузка на колесо, тем меньшее буксование можно допустить. Следовательно, для более тяжелых тракторов допустимое буксование должно быть меньше, чем для легких.

### 3.10. Определение энергетического баланса работы комбайна

Вышесприведенные расчёты теории качения можно использовать при оценке энергетических показателей сельскохозяйственных машин в процессе их взаимодействия с почвой. Например, работа трактора, машины и другой техники в самом простом варианте характеризуется суммой энергетических показателей

$$Q = Q_1 + Q_2, \quad (3.88)$$

где  $Q_1$  - энергия сил, затрачиваемых на технологический процесс;

$Q_2$  - энергия сил, затрачиваемых на перемещение.

Технологический процесс, например у комбайна, в основном связан с молотильным устройством и поэтому зависит от крутящего момента на валу барабана в молотильном устройстве и его угловой скорости [22]

$$Q_1 = M_b \omega_b \eta, \quad (3.89)$$

где  $M_b$  - крутящий момент на валу барабана;  $\omega_b$  - угловая скорость барабана;  $\eta$  - коэффициент, учитывающий затраты энергии рабочими органами комбайна ( $\eta > 1$ ).

Мощность, затрачиваемая в переносном движении на поступательный ход комбайна при установившемся движении, равна

$$Q_2 = (G_k + G_z + G_n + G_t + G_c) V_p^2 c / t, \quad (3.90)$$

где  $G_k$  - масса комбайна;  $G_z$  - масса зерна в бункере;  $G_n$  - масса устройств и механизмов для уборки незерновой части на комбайне;  $G_t$  - запас топлива на комбайне;  $G_c$  - масса соломы на комбайне;  $V_p$  - рабочая скорость комбайна (переносная скорость колес комбайна);  $c$  - коэффициент трения качения ведущего колеса;  $t$  - время работы.

Рабочую скорость комбайна представим

$$V_p = V_T (1 - \delta), \quad \text{где } V_T - \text{теоретическая скорость.}$$

Тогда, выражением (3.90) определяем мощность с учетом буксования

$$Q_2 = (G_k + G_z + G_n + G_t + G_c) V_T^2 (1 - \delta)^2 c / t. \quad (3.91)$$



Уравнение баланса мощности сил, действующих на ведущее колесо комбайна при установившемся движении, можно записать

$$M_k \omega = F_k (V_T - V_p) + M_{сnp} \omega (1 - \delta) + F_T V_p. \quad (3.92)$$

С учетом, что  $F_k = \varphi_{сц} G$ ;  $M_{сnp} = Gc$ ;

$G = G'_k + G'_z + G'_n + G'_t + G'_c$  - вертикальная нагрузка на ось колеса, представляющая собой соответствующую часть от общей суммы масс комбайна  $G_k + G_z + G_n + G_t + G_c$ , будем иметь

$$M_k \omega = g(G_k + G_z + G_n + G_t + G_c)[\varphi_{сц}(V_T - V_p) + c\omega(1 - \delta)] + F_T V_p, \quad (3.93)$$

где  $g$  - ускорение свободного падения.

Из (3.93) можно определить крутящий момент  $M_k$ , необходимый для перемещения колеса в зависимости от  $G_k, G_z, G_n, G_t, G_c, c, \varphi_{сц}$  - коэффициента сцепления колеса с почвой,  $\delta$  - коэффициента буксования,  $F_T V_p$  - мощности, передаваемой на остов комбайна, угловой  $\omega$  и линейных скоростей колеса  $V_T, V_p$ .

КПД ведущих колес комбайна определим отношением

$$\eta_k = \frac{F_T V_p}{M_k \omega} = \frac{F_T V_p}{F_k V_T} \quad (M_k = F_k r_D), \quad (3.94)$$

где

$\frac{F_T}{F_k} = \eta_{к.сnp}$  - КПД, учитывающий потери на сопротивление качению,

а отношение  $\frac{V_p}{V_T} = \eta_{к\delta}$  - КПД, учитывающий потери на буксование.

Так как  $F_p = \omega r_D (1 - \delta)$ , а  $V_T = \omega r_D$ , то общий КПД равен

$$\eta_k = \eta_{к.сnp} \eta_{к\delta} = \eta_{к.сnp} (1 - \delta). \quad (3.95)$$

### 3.11. Проходимость систем машин на агроландшафтах (опорная проходимость гусеничных тракторов)

Под проходимостью понимают способность машин передвигаться по местности с заданной полезной силой тяги при наибольшем общем или тяговом КПД. Обычно проходимость делят на опорную и геометрическую (профильную). Опорная проходимость определяет движение по грунтам и почвам с малой несущей способностью, т.е. сильно уплотняемым поверхностям. Геометрическая проходимость определяет возможность двигаться по местности со сложным рельефом (рвы, ямы и т.п.) [18]. К проходимости сельскохозяйственных тракторов дополнительно предъявляются специальные агротехнические требования (агротехническая проходимость), связанные с проходимостью в междурядьях пропашных культур, кустарников, деревьев и под их кронами. Общие вопросы проходимости связаны с опорными и тягово-сцепными свойствами трактора, маневренностью и конфигурацией межгусеничного или межколесного пространства.

Опорные свойства гусеничного трактора определяются тремя показателями:

- 1) средним давлением гусениц на почву  $p_{cp}$ ;
- 2) коэффициентом смещения центра давления по отношению к центру опорной поверхности

$$v = \frac{X_D}{L}, \quad (3.96)$$

где  $L$  - длина опорной ветви,  $X_D$  - координата смещения центра масс от центра опорной поверхности.

При  $X_D = 0$  эпюра распределения давления вдоль опорной части движителя имеет примерно симметричный вид. Если  $X_D \neq 0$  область максимального давления смещается к передней или задней части опорной поверхности;

- 3) отношением шага катков  $l_0$  к шагу звеньев гусениц  $t_r \left( \frac{l_0}{t_r} \right)$ .

Данное отношение влияет на величину давлений под катками. Обычно это отношение для тракторов, работающих на почвах со слабой несущей способностью, составляет 1,7...3,5.

Согласно [22] максимальное давление определяется по формуле

$$P_{\max} = \frac{p_{\text{ср}} L}{L - 3X_D}. \quad (3.97)$$

Из формулы видно, что значение максимального давления зависит от смещения  $X_D$ , т.е. расстояния центра масс от центра опорной поверхности.

Пусть связь между напряжениями и абсолютными деформациями в почве под гусеницей трактора определяется формулой В.В. Кацыгина [20]

$$\sigma = \sigma_0 th \frac{k}{\sigma_0} h.$$

Для максимальной глубины  $h = h_{\max}$ , имеем

$$P_{\max} = \sigma_0 th \frac{k}{\sigma_0} h_{\max},$$

где  $\sigma_0$  - предельная несущая способность почвы,  $th$  - коэффициент объемного смятия почвы,  $h$  - глубина колеи (абсолютная деформация) почвы.

Откуда максимальная глубина колеи с учетом (3.97) равна

$$h_{\max} = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arcth} \frac{P_{\max}}{\sigma_0} = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arcth} \frac{P_{\text{ср}}}{\sigma_0} \left( \frac{L}{L - 3X_D} \right)$$

или

$$h_{\max} = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arcth} \frac{P_{\text{ср}}}{\sigma_0} \left( \frac{1}{1 - 3\nu} \right), \quad (3.98)$$

где  $\nu = X_D / L$ .

Очевидно, что чем меньше глубина колеи, тем выше проходимость. Поэтому для повышения проходимости следует уменьшить среднее давление гусеницы на почву и стремиться к тому, чтобы нормальная реакция почвогрунтов располагалась около центра опорной поверхности, то есть  $X_D$  должно стремиться к нулю, а следовательно, и  $\nu \rightarrow 0$ . Отметим, что среднее давление многих гусеничных тракторов составляет 20...34 кПа. У специальных мелиоративных тракторов и вездеходных тягочей оно колеблется в пределах 5...8 кПа. Для системы сил, представленной на рисунке 3.16, можно записать уравнение моментов относительно

центра давления  $D$ . Моменты сил  $F_k$  (касательная сила тяги) и  $F_{сnp}$  (сила сопротивления движению) в силу их малости считаем равными нулю. Из полученного уравнения найдем координату центра давления

$$X_D = \frac{F_{kp}[h_{kp} + (\hat{c} + 0,5L)\text{tg}\gamma] - Ga_0}{F_{kp}\text{tg}\gamma + G}, \quad (3.99)$$

где  $a_0$  – продольное смещение центра тяжести относительно центра опорной поверхности;  $\hat{c}$  – продольная координата точки приложения равнодействующей сопротивлений агрегатируемой машины.

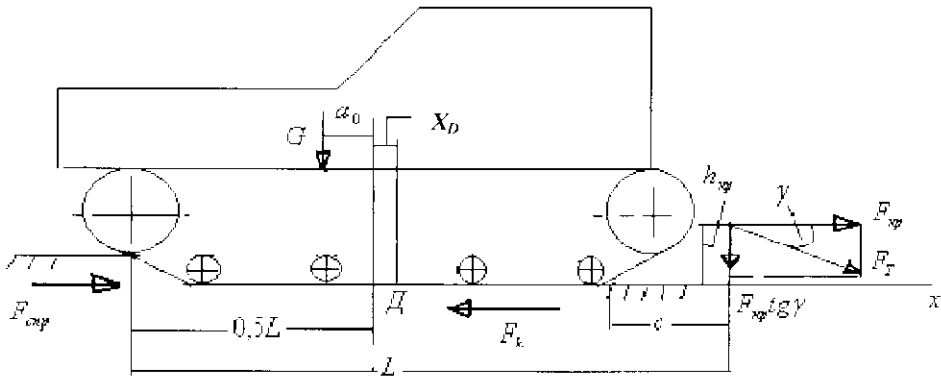


Рис. 3.16. Схема сил, действующих по длине опорной части движителя:  $F_{сnp}$  – сила сопротивления движению;  $F_k$  – касательная сила тяги;  $G$  – сила тяжести трактора;  $F_T$  – тяговое сопротивление агрегатируемой машины;  $F_{kp}$  – горизонтальная составляющая силы  $F_T$ ;  $F_{kp}\text{tg}\gamma$  – вертикальная составляющая  $F_T$

Найдем  $a_0$  для случая  $X_D = 0$ , т.е. для оптимального расположения центра масс

$$a_0 = \frac{F_{kp}[h_{kp} + (\hat{c} + 0,5L)\text{tg}\gamma]}{G}. \quad (3.100)$$

Для равномерного распределения давления на почву создаются специальные тракторы с автоматическим перемещением центров масс частей трактора. Так, например, силовой агрегат с кабиной перемещается вдоль рамы машины по направляющим в продольной плоскости в зависимости от изменения свойств почвы, тем самым обеспечивая равномерное распределение давления на поверхность основания.

### 3.12. Проходимость колесных тракторов

Проходимость колесных тракторов на почвах с низкой несущей способностью можно оценить по коэффициенту запаса проходимости. Запас проходимости  $\Pi$  представляет отношение касательной силы тяги по сцеплению с почвой  $F_k = \varphi_{сц\max}G$  к сумме сил сопротивления перекачиванию  $F_{ср} = fG$  и тягового усилия на крюке  $F_{кр}$

$$\Pi = \frac{F_k}{F_{кр} + F_{ср}} = \frac{\varphi_{\max}G}{F_{кр} + fG}, \quad (3.101)$$

где  $\varphi_{сц\max}$  - максимальный коэффициент сцепления;  $f$  - коэффициент качения. Если  $F_{кр} = 0$ , имеем запас проходимости на холостом ходу. Если запас проходимости  $\Pi = 1$ , то имеем равномерное движение трактора по горизонтали с максимальной нагрузкой на крюке для данных агрофизических условий.

### 3.13. Агротехническая проходимость

Под *агротехнической проходимостью* понимают способность трактора двигаться в междурядьях без повреждения растений с экологической безопасностью для агроэкосистем. Проходимость в междурядьях определяется абрисом проходимости, а экологическая безопасность агроэкосистем определяется допустимым механическим воздействием на почву со стороны сельскохозяйственной техники.

*Абрис проходимости* - часть контура поверхности трактора в проекции на вертикальную поперечную плоскость, которым трактор вписывается между растениями. Для прохождения трактора в междурядьях пропашных культур абрис имеет большое значение. Например, для тракторов, возделывающих чай, рекомендуется абрис проходимости (рис. 3.17), представляющий собой дугу окружности радиусом 1 м, расположенную выпуклостью вверх, симметрично по отношению к ряду. Такой абрис примерно соответствует профилю чайной шпалеры.

Для оценки *горизонтальной проходимости* в междурядьях используют защитные зоны. Защитная зона - это расстояние по горизонтали от середины ряда до ближайших частей движителя трактора.

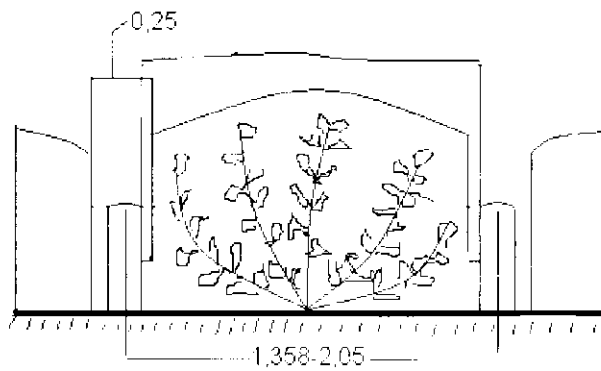


Рис. 3.17. Абрис проходимости для тракторов, возделывающих чайные насаждения

В междурядьях пропашных культур возможны три схемы прохода трактора:

- 1) над растениями проходимость зависит от размера защитных зон и абриса проходимости;
- 2) между растениями, когда проходимость зависит от размера защитных зон;
- 3) под растениями, в этом случае проходимость зависит в основном от абриса проходимости.

Вертикальную проходимость определяют замером агротехнического просвета на горизонтальной площадке: у гусеничного трактора с учетом погружения грунтозацепов, у колесного - на плотной почве.

Внутренняя защитная зона (рис. 3.18) определяется из формулы [18]

$$y = \frac{(B - b) - s(n - 1)}{2} = \frac{(s - b) + (B - sn)}{2}; \quad (3.102)$$

внешняя защитная зона

$$x = \frac{s(n + 1) - (B + b)}{2} = \frac{(s - b) - (B - sn)}{2}, \quad (3.103)$$

где  $B$  – ширина колеи;  $b$  – ширина движителя;  $s$  – размер междурядья;  $n$  – число рядков, проходящих под трактором.

Оптимальные размеры защитных зон получим в том случае, когда

$$x = y = \frac{s - b}{2}, \quad (3.104)$$

т.е.  $B = sn$ .

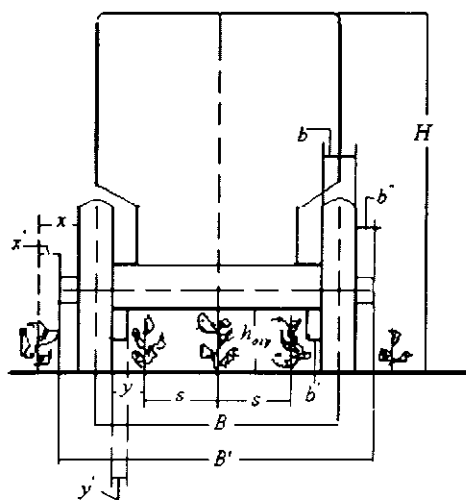


Рис. 3.18. Параметры защитных зон колесного трактора

В случае, если отдельные части выступают из контура движителя внутрь на величину  $b'$  или наружу на величину  $b''$ . В таких случаях защитные зоны определяют

$$y' = \frac{(s - b) + (B - sn)}{2} - b'; \quad (3.105)$$

$$x' = \frac{(s - b) - (B - sn)}{2} - b''. \quad (3.106)$$

Междурядья зависят от вида культуры и природно-климатических условий. Часто встречаются следующие размеры междурядий: сахарная свекла, просо – 0,45...0,60 м; картофель, кукуруза, подсолнечник – 0,60...0,70 м.

Так как пропашные тракторы предназначены для обработки междурядий различных размеров, то предусмотрены следующие способы изменения размеров колеи:

- перемещение колеса по полуосям;
- перестановка колес при несимметричной их конструкции;
- изменение положения обода относительно ступицы;
- раздвижение рукава моста.

Для увеличения диапазона изменения колеи задних колес на большинстве тракторов применяют одновременно два или три перечисленных способа.

Пропашные культуры, над рядами которых проходит трактор, могут быть разделены на низкостебельные и высокостебельные. Здесь учитывается агротехническая, т.е. наибольшая высота, при которой производят последние операции междурядной обработки.

Агротехнический просвет должен быть рассчитан на многократный проход трактора над растениями без их повреждения. Для возделывания низкостебельных культур применяют тракторы с просветом 0,4...0,5 м; для высокостебельных - тракторы с просветом 0,8...1,0 м и более. При возделывании культур, высота которых достигает 2 м, применяют порталные гусеничные тракторы, у которых движители левого и правого борта соединены аркой и каждый имеет свой двигатель. Агротехнический просвет этих тракторов достигает 2 м и более.

### 3.14. Некоторые методы оценки агротехнической проходимости

Коротко остановимся на практическом определении некоторых основных параметров тягово-цепных и экологобезопасных агротехнических свойствах взаимодействия движителя с почвой [23]. В качестве основных параметров принимаются следующие:  $h$  - глубина следа;  $\Delta\rho$  - изменение плотности почвы;  $\eta_k$  - коэффициент полезного действия движителей;  $f$  - коэффициент сопротивления качению;  $k_p$  - коэффициент использования сценного веса агрегата.

Степень повреждения растений определяется методом наложения рамки, ширина которой равна ширине захвата машины, а длина 0,5 м. Рамка накладывается на поверхность поля и в её площади подсчитывается общее число растений и растений, которые были повреждены (погибшие). Если  $N_{ов}$  - количество поврежденных растений;  $N_{овс}$  - общее количество растений до прохода машины, то степень повреждения растений

$$y = \frac{N_{ов}}{N_{овс}}. \quad (3.107)$$

Измерения по оценке повреждаемости растений следует производить в трёхкратной повторности на каждой рабочей скорости агрегата.

Глубину следа или абсолютную деформацию почвы под движителем находят из выражения

$$h = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m h_{ij}}{nm}, \quad (3.108)$$



где  $h_{ij}$  - значение  $j$ -го измерения ординаты глубины следа в  $i$ -ом сечении, м;  $n$  - количество сечений вдоль следа;  $m$  - количество измерений ординат в  $i$ -ом сечении.

Прирост уплотнения почвы в разных слоях от воздействия движителя определяют по формуле

$$\Delta \rho_i = \rho_{ki} - \rho_{0i}, \quad (3.109)$$

где  $\rho_{ki}$  - плотность почвы в  $i$ -ом слое следа движителя, г/см<sup>3</sup>;  $\rho_{0i}$  - плотность почвы в  $i$ -ом слое вне следа, г/см<sup>3</sup>. Если известна относительная деформация почвы  $\varepsilon$  данного слоя, то для определения плотности  $\rho$  после прохода движителя можно использовать формулу

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 - \varepsilon},$$

где  $\rho_0$  - плотность почвы данного слоя до прохода движителя.

Учитывая, что уплотнение почвы некоторыми движителями доходит до глубины одного метра, плотность почвы обычно определяют до глубины 0,3...0,4 м и более, разбивая её на 5-сантиметровые слои.

Коэффициент сопротивления качению определяют при холостом переезде по формуле

$$f = \frac{\sum \frac{M_k}{\mathcal{C}_k}}{qm}, \quad (3.110)$$

где  $M_k$  - момент сопротивления качению, замеренный на ведущих колесах движителя, Нм;  $\mathcal{C}_k$  - рабочий радиус ведущего колеса или звездочки, м;  $m$  - эксплуатационная масса агрегата, кг;  $q$  - ускорение свободного падения ( $q = 9,8 \text{ м/с}^2$ ).

Если известна сила сопротивления качения агрегата  $F_f = \sum \frac{M_k}{\mathcal{C}_k}$ , то коэффициент сопротивления качению определяют из формулы

$$f = \frac{F_f}{qm}. \quad (3.111)$$

Коэффициент использования сцепного веса  $\varphi_k$  определяется в технологическом процессе при проходе машинно-тракторного агрегата (МТА) с тяговой нагрузкой, когда крутящие моменты ведущих органов движителей измеряются непосредственно

$$\varphi_k \frac{F_k}{q m_c}, \quad (3.112)$$

где  $m_c$  - сцепная масса агрегата, кг;  $F_k$  - касательная сила тяги.

Буксование движителей находим из выражения

$$\delta = \left( 1 - \frac{n'_{kx} + n''_{kx}}{n'_{kp} + n''_{kp}} \cdot \frac{n_{sx}}{n_{sp}} \right) \cdot 100\%, \quad (3.113)$$

где  $n'_{kx}, n''_{kx}, n'_{kp}, n''_{kp}$  - число оборотов (отметок) правого и левого ведущих колес (звёздочек) на холостом (индекс  $x$ ) и рабочем (индекс  $p$ ) ходу;  $n_{sx}, n_{sp}$  - число оборотов (отметок) путем измерительного колеса соответственно на холостом и рабочем ходу.

Коэффициент полезного действия колесных движителей, учитывая пробуксовку, определяют из формулы

$$\eta_k = \left( 1 - \frac{F_f}{F_k} \right) (1 - \delta) = \frac{F_{kp}}{M_k} \eta_k (1 - \delta), \quad (3.114)$$

где  $F_{kp}$  - тяговое усилие.

В случае гусеничного трактора коэффициент полезного действия определяют по формуле

$$\eta_k = \left( 1 - \frac{F_f}{F_k} \right) (1 - \delta) \eta_r = \frac{F_{kp}}{M_k} \eta_k (1 - \delta) \eta_r, \quad (3.114 \text{ a})$$

где  $\eta_r$  - КПД с учётом механических потерь в гусеничном движителе.

Часто в оценке тяговых свойств используют коэффициент запаса тягово-сцепных усилий

$$K_3 = \varphi \frac{m_c}{m_3} - f = \varphi k_\varphi - f, \quad (3.115)$$

$\varphi \frac{F_{kmax}}{q m_c}$ , где  $F_{kmax}$  - максимальное значение касательной силы тяги;  $\varphi$  - коэффициент сцепления движителя с почвой;  $\varphi_c$  - коэффициент сцепного веса.

Показатель эффективности блокировки дифференциала определяют из формулы

$$\varepsilon_{\text{бл}} = \frac{1 - \delta_{\text{бл}}}{1 - \delta}, \quad (3.116)$$

где  $\delta_{\text{бл}}$  - значения буксования движителей с заблокированным дифференциалом;  $\delta$  - значения буксования при работе с разблокированным дифференциалом в одних и тех же почвенных и климатических условиях.

Оценки агротехнической проходимости включают в себя и производительность МТА

$$W = 0,36 \cdot b \cdot v \quad (\text{га/ч}), \quad (3.117)$$

где  $b$  - средняя ширина захвата агрегата, м;  $v$  - рабочая скорость движения агрегата, м/с.

При одних и тех же почвенных условиях производительность агрегата зависит от ширины захвата и от скорости МТА. Максимальная производительность соответствует максимальной (теоретической) скорости. Потери производительности труда определяют из формулы

$$\Delta W = \left( 1 - \frac{W}{W_{\text{max}}} \right) \cdot 100\%. \quad (3.118)$$

### 4.1. Подходы в прогнозировании машинных технологий

Системы машин прогнозируются и комплектуются под определённую технологию. Понятие технологии является совокупным и включает в себя несколько характеристик: умение, мастерство, опыт, которые реализуются в целенаправленном действии для подготовки и получения материалов, сырья, изделий, урожая и другое. Каждая технология имеет специфические стороны, присущие только ей. Любое производство, как правило, использует несколько технологий. Реализация технологий осуществляется техникой. В сельском хозяйстве в роли техники выступают машины, орудия, тракторы и другое сельскохозяйственное оборудование. Часто в технологиях задействованы комплексы машин, орудий, тракторов, препаратов. На основе комплексов машин строится система машин, которая формируется с учётом конкретной цели под ту или иную технологию.

Современные технологии производства предусматривают роботизированные технологические комплексы [1], несколько их уровней показаны на рисунке 4.1.

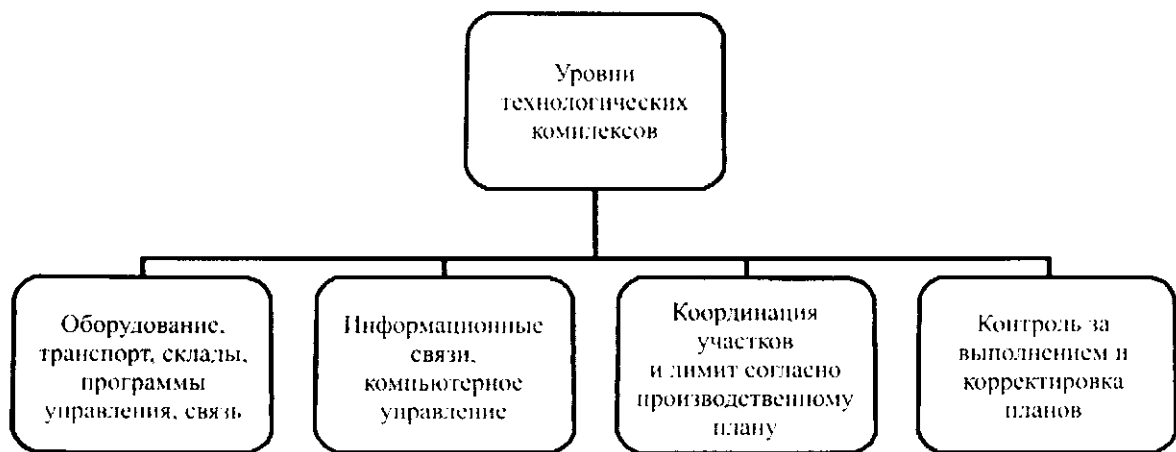


Рис. 4.1. Схема уровней технологических комплексов

Совершенствование современных технологий связано с заменой ручного труда машинным. Промышленные технологии базируются на природных и искусственно созданных ресурсах. Технологии в сфере сельского хозяйства, горного дела, рыболовства и других распределены в самой природной среде.

70...80 годы прошлого столетия характеризовались для сельского хозяйства существенными изменениями в технологическом оснащении: возросли энергетические мощности силовых и рабочих машин, оборудования, механизированных транспортных средств. Основные полевые работы (вспашка, сев зерновых и технических культур, уборка зерновых и силосных культур) почти на 100% были механизированы. Однако именно современные технологии сельскохозяйственного производства требуют создания системы машин. Так, для выполнения конкретной технологии необходимо сразу разрабатывать замкнутую систему машин. Например, при разработке новой модели трактора к нему должны подбираться сельскохозяйственные орудия с учётом тех сельскохозяйственных технологий, для которых трактор будет предназначен.

В проблеме создания систем машин для сельскохозяйственного производства решается ряд достаточно сложных научно-технических задач. Одной из главных задач в предполагаемой технологии является задача о взаимодействии системы машин со средой и человеком, с учетом экологических проблем. Трудность решения данной задачи заключается в том, что при её решении необходимо учитывать закономерности поведения сельскохозяйственных сред под воздействием тех или иных механических и химических нагрузок. В случае с технологией, связанной с обработкой почвы, необходимо выбирать сельскохозяйственные деформаторы (тракторы, орудия и др.), которые бы уплотняли почву в допустимых пределах, не разрушая её структуру, сохраняя плодородие и до минимума уменьшая эрозионные процессы, влияющие на экологию агросистем. Следует также учитывать социальные изменения объектов, постоянно оценивать их демографическую и экологическую безопасность.

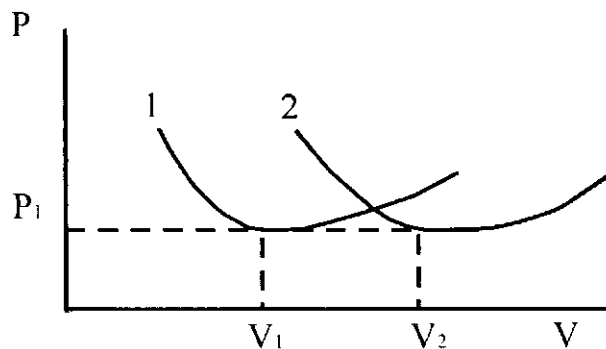
Появляются также дополнительные задачи, связанные с рациональным распределением и комплектацией машин, разработкой системных требований к проектированию различного рода машин, оценкой состояния среды и выработкой критериев её равновесия [33].

Сельскохозяйственные технологии охватывают разные отрасли промышленности: машиностроение, химическую, строительную и другие. Современные сельскохозяйственные технологии приводят к усилению взаимодействий различных сфер деятельности,

развитию средств коммуникаций: связи, радио, телевидения, космических навигационных систем и т.д.

В настоящее время космические навигационные системы успешно разрабатываются и используются в сельскохозяйственном производстве США, России и некоторых других развитых странах. В Республике Беларусь также активно изучаются подходы применения её в технологиях точного земледелия.

В настоящее время известны два основных направления в развитии прогрессивных технологий. Первое связано с организацией рабочей среды (обработка полей, строительство дорог и др.) и второе - с построением адаптивного управления техническими средствами: тракторами, машинами, орудиями и другими. Выбор того или иного направления связан с экономическими и экологическими вопросами о выгодном вложении денежных средств. Интенсификация производства по выращиванию сельскохозяйственной продукции направлена на увеличение урожая при снижении затрат на единицу получаемой продукции. Общая закономерность изменения стоимости продукции  $P$  при росте её объёма  $V$  показана на рисунке 4.2 (кривая 1) [1]. На данной кривой точка  $(P_1, V_1)$  является оптимальной при расчёте объёма продукции и снижении её стоимости. При дальнейшем увеличении объёмов производства  $V > V_1$  будет расти стоимость, что экономически не выгодно, в связи с чем необходимо изменить организацию рабочей среды (например, улучшить агрофизическое состояние поля за счет глубокого чизелевания почвы), чтобы сместить точку оптимума вправо (кривая 2).



*Рис. 4.2. Изменение стоимости единицы продукции  $P$  при возрастании объема выпуска  $V$*

В основе эффективности создания технологии или модернизации старой лежит модель прогноза целесообразности затрат. Мате-

математическая модель прогноза эффективности  $E$  в зависимости от затрат  $p$  выражается в виде функции

$$E = f(p). \quad (4.1)$$

Явный вид функции (4.1) зависит от конкретно решаемой задачи. Связь между  $E$  и  $p$  можно представить в виде дифференциального соотношения

$$\frac{dE}{dp} = \frac{1}{\lambda T}, \quad (4.2)$$

где  $T$  - срок окупаемости затрат;  $\lambda$  - положительный параметр, который выбирается с учетом технологии.

Решение (4.2) при  $T = const$ ,  $\lambda = const$  имеет вид

$$E = \frac{1}{\lambda T} p. \quad (4.3)$$

Из данной формулы при заданной эффективности от предполагаемых затратах и времени окупаемости найдем параметр  $\lambda$

$$\lambda = \frac{p}{ET}. \quad (4.4)$$

Любая технология в той или иной степени связана с производственными потерями, а в сельском хозяйстве потери урожая могут быть вызваны также климатическими условиями. Можно положить зависимость между производственными потерями  $a$  и затратами  $p$  в виде  $a = \varphi(p)$ .

Очевидно, что при  $a \rightarrow 0$  эффективность  $E$  должна быть максимальной  $E = E_{max}$ , а затраты минимальны. Можно принять [1]

$$E = E_{max} \left( 1 - e^{-aW\{P\}} \right)^{\lambda T}, \quad (4.5)$$

где выражение  $e^{-aW\{P\}}$  считается функцией неупорядочности производственного процесса, а  $W(p) > 0$  называется функцией изменения эффективности от затрат.

Из практики функцию  $W(p)$  принимают

$$W(p) = p^n, \text{ где } 1,5 \leq n \leq 3. \quad (4.6)$$

При начальных нулевых затратах, следуя рассуждениям [1], можно получить выражение для прогноза эффективности

$$E = E_{max} \left( 1 - e^{-(1-\gamma)p^2} \right)^3, \quad (4.7)$$

где  $\gamma = a_1 e^{-p}$ ;  $a_1$  - уровень затрат на первичном этапе.

Уравнению (4.7) соответствует S-образная кривая (рис. 4.3), которая используется в оценке эффективности техники и технологий. Подобная кривая получается при исследовании биологических систем (кривая Перла). Из графика видно, что зависимость  $E = f(p)$  имеет три характерных участка.

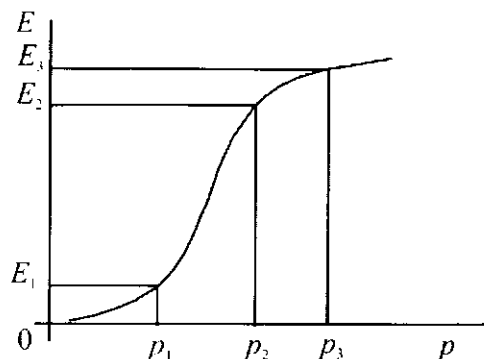


Рис. 4.3. Зависимость эффективности  $E$  от затрат  $p$

Участок  $[0; p_1]$  характеризуется малыми затратами и соответственно медленным наращиванием эффективности. Участок  $[p_1; p_2]$  - резким возрастанием эффективности. Затраты выше  $p_2$  на участке  $[p_2; p_3]$  нецелесообразны, т.к. не приводят к существенному увеличению эффективности.

## 4.2. Построение имитационной модели для выбора технологий

Сделаем подход по оценке двух технологий: отвальной обработке почвы с глубоким рыхлением и отвальной обработке почвы без глубокого рыхления. Глубокое чизелевание давно является перспективным приемом обработки почвы, однако, во многих хозяйствах, в основном по финансовым причинам, его не применяют.

Глубокое рыхление, как дополнительная операция, применяется по отвальным и безотвальным фонам после отвальных плугов или плоскорезов с целью разрушения плужной подошвы и увеличения мощности корнеобитаемого слоя почвы. Чем короче ротация севооборота, тем чаще применяют чизелевание почвы. Глубокое чизелевание почвы также связывают с улучшением агрофизических свойств почвы, сохранением и увеличением её плодородия, повышением урожая сельскохозяйственных культур, снижением вносимых доз минеральных и органических удобрений [24].



В силу неоднородности почвы по физическим свойствам, в частности по плотности, встаёт вопрос о дифференцированном глубоком чизелевании почвы, т.е. о глубоком рыхлении только в тех местах, где плотность почвы по глубине превосходит оптимальную. Такая рациональная технология глубокого рыхления позволит значительно уменьшить расходы на топливо и снизить износ чизельных орудий.

Пусть имеем два опытных поля с одинаковыми физическими свойствами, находящихся в одних и тех же климатических условиях. Построим математические модели эффективности технологий при отвальной обработке почвы с применением глубокого рыхления на одном поле и без него на другом. Попытаемся приближенно описать эффективность данных технологий. В понятие эффективности технологии закладываем поэтапно развитие растений в вегетационный период, который заканчивается сбором урожая. Фактический урожай сельскохозяйственных культур можно определять соотношением [6]

$$Y_f = Y_b + S_p \Delta Y, \quad (4.8)$$

где  $Y_b$  - биологический урожай;  $S_p$  - площадь поля, на котором произошла потеря урожая (производственные потери) по причине плохого агрофизического состояния почвы, связанного с её переуплотнением, или другими причинами.

Потери урожая в следах сельскохозяйственной техники определяем из выражения

$$\Delta Y = Y - Y_y, \quad (4.9)$$

где  $Y$  - урожай культуры вне следов;  $Y_y$  - урожай культуры в следе.

Биологический урожай определяется соотношением

$$Y_b = Y \cdot S, \quad (4.10)$$

где  $S = L \cdot l$  - площадь поля;  $L$  - длина поля;  $l$  - ширина поля.

Коэффициент потерь урожая в следах

$$k = 1 - \frac{Y_y}{Y}. \quad (4.11)$$

Доля потерь биологического урожая в следах

$$D = 1 - \frac{Y_f}{Y_b}. \quad (4.12)$$

Тогда фактический урожай находим

$$Y_f = Y \cdot L \cdot l(1 - D). \quad (4.13)$$

Эффективность технологии оценивается сбором фактического урожая, т.е. если две технологии дают один и тот же результат по сбору урожая, то их эффективность одинакова. Эффективность технологии отвальной обработки почвы без глубокого рыхления в зависимости от вложенных финансовых затрат описывается линейным законом [25]

$$E_{ng}(p) = a + mp, \quad (4.14)$$

где  $m$  – коэффициент пропорциональности, определяемый эмпирическим путём;  $a$  – агрономическая эффективность опытного поля при нуле затрат. Графическая иллюстрация данного закона при  $a = 0$  – прямая 1 (рис. 4.4).

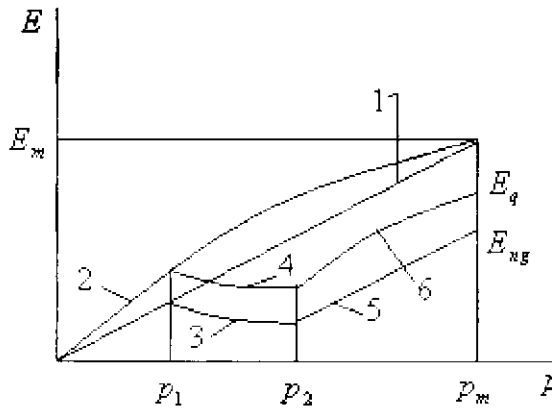


Рис. 4.4. Зависимости эффективности  $E$  от вложенных затрат  $p$  с учётом производственных потерь

Эффективность отвальной обработки почвы с применением глубокого рыхления в зависимости от затрат будем описывать функцией

$$E_g(p) = b + h\sqrt{p}, \quad (4.15)$$

где  $h$  – параметр, определяемый опытным путем;  $b$  – агрономическая эффективность второго опытного поля при нулевых затратах.

Выбор данной функции учитывает, что агрофизические свойства почвы с технологией глубокого рыхления будут лучше способствовать развитию растений в вегетационный период, чем в технологии без глубокого рыхления. График данной функции при  $b = 0$  – кривая 2.

Эффективность технологии от затрат определяется значениями  $0 \leq E \leq 1$ . Если итог (фактический урожай) каждой технологии при одних и тех же затратах соответствует одному и тому же значению эффективности, например  $E_m$ , то из рисунка 4.4 видно, что эффективность от поэтапных, одинаково вкладываемых средств в каждую технологию, будет выше для технологии  $E_g$ , так как при глубоком рыхлении в лучшую сторону изменяются агрофизические свойства почвы. В сельскохозяйственных технологиях в период вегетации растений всегда надо учитывать непредвиденные расходы, связанные с производственными потерями, вызванные либо изменением климатических условий, либо стихийными бедствиями, либо другими причинами. Эти потери можно описывать функцией неупорядоченности производства. Можно предположить, что производственные потери будут описываться функциями с одной и той же математической структурой, которую в данном случае примем в виде

$$E_F(p) = \frac{q}{p}. \quad (4.16)$$

Здесь параметр  $q$  характеризует финансовые потери и в каждой технологии имеет своё значение.

Предположим, что производственные потери возникают при уже вложенных затратах  $p_1$ . Дальнейшее вложение средств до  $p_2$  связано с устранением производственных потерь, следовательно, снижением эффективности данных технологий - кривые 3 и 4 (рис. 4.4). После устранения производственных потерь будет наблюдаться рост эффективности каждой технологии по тем же законам (4.14) и (4.15), что и в начале процесса - линии 5 и 6. В этом случае конечная эффективность каждой технологии будет различна при одних и тех же вложенных затратах. Рассмотренная модель эффективности технологий является сильно упрощенной, однако, данный подход удобен в разработке новой сельскохозяйственной технологии или совершенствовании старой, а также в рациональном выборе одной из технологий, как это было рассмотрено выше на начальном этапе планирования. Модель носит общий характер и требует наполнения и уточнения параметров, связанных с конкретной технологией. Однако сам процесс зависимости эффективности от вложенных затрат отличает данную модель от аналогич-

ных [1, 2], так как реально учитывает эффективность технологии в случае производственных потерь.

Данный подход представляет общий случай построения имитационной модели прогноза технологии и поэтому может быть использован в других сельскохозяйственных технологических операциях.

### 4.3. Информационная модель Айзенсона-Хартмана

Рассмотрим некоторые аналитические модели технологического прогнозирования на основе информационных потоков, которые могут быть использованы в сельскохозяйственном производстве [26-32].

Считается, что усовершенствование производственных технологий связано с процессом накопления информации. Объем информации относительно конкретного технологического решения зависит от количества источников новой информации. Под источниками информации будем понимать количество институтов, научных сотрудников, научные статьи, производственные предприятия и отдельные хозяйства (фермеры) и т.д., которые участвуют в разработке и апробации данной технологии. Очевидно, что успешное решение научно-производственной проблемы будет зависеть от объема поступающей информации, а попросту от объема знаний в данной области. Модель изменения текущего объема информации можно выразить уравнением [27, 28]

$$\frac{dI}{dt} = KIN, \quad (4.17)$$

где  $I$  - текущий объем информации;  $N$  - число источников новой информации;  $K$  - коэффициент пропорциональности или функция пропорциональности;  $t$  - время.

Решение уравнения (4.17), когда  $K$  и  $N$  постоянные величины при условии, что в момент времени  $t = 0$  объем информации по разработке данной технологии соответствовал  $I = I_0$ , можно записать в виде  $I = I_0 e^{KNt}$ .

Из данного соотношения следует, что чем больше источников информации, тем больше её объем, следовательно, ближе к решению поставленной задачи на заданном интервале времени. Рассмотрим случай, когда  $K$  является функцией информации. Будем

считать, что  $L$  есть максимально возможное количество (объем) информации в вопросе разработки данной технологии, получаемой из научных публикаций и опытных данных от производственных предприятий и частных хозяйств. Представим коэффициент пропорциональности в виде

$$K = \left( \frac{L - I}{L} \right) K_1 \quad (K_1 = \text{const}).$$

Уравнение (4.17) перепишем

$$\frac{dI}{dt} = \left( 1 - \frac{I}{L} \right) K_1 IN \quad (4.18)$$

или

$$\frac{dI}{I \left( 1 - \frac{I}{L} \right)} = K_1 N dt.$$

Решая уравнение, получаем выражение для информации

$$I = \frac{L}{1 + \left( \frac{L}{I_0} - 1 \right) e^{-K_1 N t}}. \quad (4.19)$$

Данное уравнение по математической структуре совпадает с уравнением для описания роста популяций и описывает кривую Перла [28], которая часто используется в прогнозировании технического развития. При выборе другого выражения для  $K$  получили бы кривую другого вида.

В моделях (4.17) и (4.18) неявно считается, что вся текущая информация доступна для работников, занимающихся данной проблемой. В действительности обмен (взаимодействие) имеющейся информацией научных и производственных работников происходит в большей степени случайно. Учитывая сказанное, в модель (4.18) введём вероятностную величину

$$\frac{dI}{dt} = p I \hat{K} N \left( 1 - \frac{I}{L} \right),$$

где  $I$ ,  $L$  и  $N$  имеют прежние значения, а  $p$  – вероятность взаимодействия с имеющимся запасом информации ( $0 \leq p \leq 1$ ),  $\hat{K}$  – функция, которая показывает скорость выработки новой информации при

наличии её обмена (взаимодействия) между работниками. Решение данного уравнения также приводит к кривой Перла, но уже с вероятностью обмена, которая, в частности, может задаваться заранее

$$I = \frac{L}{1 + \left( \frac{L}{-I_0} - 1 \right) e^{-pKNt}}.$$

Рассмотрим модификацию модели (4.18), построенной на ограничении независимых источников информации [28]. Если в области исследования занято  $N$  работников, то между ними возможен  $N(N-1)/2$  обмен информацией за единицу времени. Пусть  $\gamma$  число таких обменов или контактов,  $m$  – число независимых работников, не получающих информации в рассматриваемой области исследований из других источников. Тогда уравнение (4.18) темпа роста информации запишем

$$\frac{dI}{dt} = K \left( 1 - \frac{I}{L} \right) \left( N + m\gamma \frac{N(N-1)}{2} \right). \quad (4.20)$$

Если  $N$  намного больше единицы, что справедливо для сельскохозяйственного производства, то данное выражение можно упростить, пренебрегая значениями  $N$  первого порядка

$$\frac{dI}{dt} = K \left( 1 - \frac{I}{L} \right) \left( \frac{m\gamma N^2}{2} \right). \quad (4.21)$$

Решая уравнение при  $N = const$ , получаем

$$I = L - (L - I_0) e^{-\frac{Km\gamma N^2}{2L} t}. \quad (4.22)$$

Уравнение (4.20) можно упростить, если считать отношение  $I/L$  достаточно малым, так что им можно пренебречь. Тогда можно записать формулу (4.20) в виде

$$\frac{dI}{dt} = \frac{1}{2} Km\gamma N^2.$$

Если рост числа работников, получающих информацию в данной области, происходит по экспоненте  $N = N_0 e^{ct}$  ( $c = const$ ), то имеем

$$\frac{dI}{dt} = \frac{1}{2} Km\gamma N_0^2 e^{2ct},$$

что можно записать

$$\ln\left(\frac{dI}{dt}\right) = \ln\left(\frac{1}{2} Km\gamma N_o^2\right) + 2ct.$$

Полученную формулу можно использовать, когда измерение информации определяется по числу проведённых экспериментов и опубликованных работ, монографий, связанных с развитием данной технологии.

Отметим, что могут быть другие преобразования модели Айзенсона-Хартмана на основе выбора иных форм взаимодействия источников информации друг с другом.

#### 4.4. Модель Флойда

Оценим технический уровень рассматриваемой технологии на данный момент времени некоторым параметром  $f_0$  (например, в качестве величин  $f_0$  могут быть выбраны параметры агротехнической проходимости, контактного взаимодействия, скоростные характеристики трактора при обработке почвы и другие). Пусть для данной технологии имеется  $M$  возможных способов технического улучшения значения параметра  $f_0$  до некоторой величины  $F$ , т.е. имеется  $M$  путей совершенствования параметра в данной технологии, а точнее её модернизации, из которых только  $X$  ( $X \leq M$ ) могут быть успешными. Очевидно, что  $f_0$  является функцией успешных способов, т.е.  $f_0 = f_0(X)$ .

А.Флойд [28-30] предлагает зависимость между успешными попытками  $X$  и уровнем состояния  $f_0$  в виде дифференциального уравнения

$$-\frac{1}{k(M-X)} = \frac{df_0}{dX} \quad (k\text{-постоянная}), \quad (4.23)$$

которое перепишем

$$\int_X^0 \frac{dX}{M-X} = -k \int_{f_0}^F df. \quad (4.24)$$

Интегрируя обе части соотношения, получаем

$$\frac{X}{M} = 1 - e^{-k(F-f_0)}. \quad (4.25)$$

Из (4.25) вытекает, что при  $X \rightarrow 0$ , т.е. с уменьшением реализации успешных способов совершенствования рассматриваемой технологии уровень улучшения функциональных характеристик стремится к своему пределу, т.е.  $f_0 \rightarrow F$ . С другой стороны, если  $X$  изначально мало (отсутствие идей, финансов, научных коллективов и др.), то и разница между  $F$  и  $f_0$  должна быть тоже мала, т.е. при отсутствии возможности модернизации выбранных параметров рассматриваемой технологии она остается на старом уровне развития (застойный период). На практике очень трудно определить  $X$  и  $M$ , следовательно, и использовать формулу (4.25).

Построим вероятностную оценку данного процесса. Отношение  $X/M$  может изменяться от 0 до 1, т.е. принимать значения вероятности. Предположим, что при модернизации данной технологии вероятность в ней возрастания технического уровня  $f_0$  за счет исследований одного научного сотрудника в заданную единицу времени равна

$$P(f_0, 1) = \frac{X}{M}. \quad (4.26)$$

Пусть в модернизации данной технологии исследованиями занято  $N$  сотрудников, производительность каждого из них в единицу времени оценивается величиной  $W$ . Вероятность того, что все сотрудники не поднимут выше установленный уровень  $f_0$  данной технологии в течение времени  $\Delta t$ , т.е. не усовершенствуют её, равна [25, 27]

$$R = \left(1 - \frac{X}{M}\right)^{WN\Delta t}.$$

Вероятность же улучшения достижений уровня  $f_0$  в модернизации данной технологии теми же работниками в течение времени  $\Delta t$

$$P(f_0, \Delta t) = 1 - R \quad \text{или} \quad P(f_0, \Delta t) = 1 - \left(1 - \frac{X}{M}\right)^{NW\Delta t}. \quad (4.27)$$

В уравнение (4.27) можно подставить выражение (4.25), получим

$$P(f_0, \Delta t) = 1 - e^{-(F - f_0)kNW\Delta t}. \quad (4.28)$$



В (4.28) выразили вероятность улучшения достижения уровня  $f_0$  показателями, которые можно измерить или оценить (за исключением  $k$ ), т.е. исключили из соотношения неизмеримые величины  $X$  и  $M$ .

Если  $\Delta t$  разделён на промежутки времени  $\Delta_i t$ , то вероятность улучшения достижения уровня  $f_0$  в  $i$ -том интервале

$$P(f_0, \Delta_i t) = 1 - e^{-(F-f_0)k_i N_i W_i \Delta_i t}. \quad (4.29)$$

Выражения  $k_i$ ,  $N_i$  и  $W_i$  принимают значения соответствующим промежуткам времени. В течение длительного периода времени вероятность улучшения достижения уровня  $f_0$  будет

$$P(f_0, t) = 1 - e^{-\sum_i (F-f_0)k_i N_i W_i \Delta_i t}. \quad (4.30)$$

Можно заменить суммирование интегрированием

$$P(f_0, t) = 1 - e^{-(F-f_0) \int_0^t kNW dt}. \quad (4.31)$$

Данное уравнение можно оценивать с заданной вероятностью, например, для  $P(f_0, t)$  равным 0,5 имеем

$$0,5 = 1 - e^{-(F-f_0) \int_0^t kNW dt}$$

или

$$\ln(2) = (F - f_0) \int_0^t kNW dt. \quad (4.32)$$

Если величины, входящие под знак интеграла являются постоянными, то решение (4.32) имеет простой вид, из которого можно определить разницу между текущим уровнем достижений  $f_0$  и прогнозируемым уровнем модернизации  $F$  в зависимости от числа сотрудников, их производительности и времени

$$F - f_0 = \frac{\ln 2}{kNWt}.$$

Рассмотренные модели прогнозирования технологий являются приближенными и несут в себе только некоторые количественные показатели.

### 5.1. Связь между организацией среды и машиной

Каждая машина имеет цикл и период своего существования, которые зависят от технологии и физических свойств среды, в которых машина работает. Цикл - это измеряемая продолжительность жизни сельскохозяйственной техники, которая, согласно её конструкторской разработке, предназначена для определённой производственной технологии или нескольких технологий с учётом климатических условий и агрофизических свойств рабочей среды.

Период - это промежуток времени выполнения машиной (трактором) той или иной технологии (например обработки почвы, сева и др.), фиксирующий повторения с определённым интервалом. Наряду с циклами использования производственных ресурсов существуют циклы производства продукции, эксплуатации оборудования, превращения исходных материалов в полуфабрикаты и готовую продукцию. В производстве обычно выделяют длительность производственного цикла технологических процессов и операций.

За цикл жизни машины в производстве [1], как правило, происходит наращивание объёмов их выпуска до максимума  $V_{шт.}$ . Затем происходит некоторая стабилизация объёма выпуска в течение более или менее продолжительного периода времени  $t, г.$  и, наконец, происходит спад объёмов выпуска до полного прекращения их производства (рис. 5.1). Пропорционально темпам роста объёма выпуска изменяются параметры машины, объём потребляемых на её создание материалов, технические характеристики, затраты на производство.

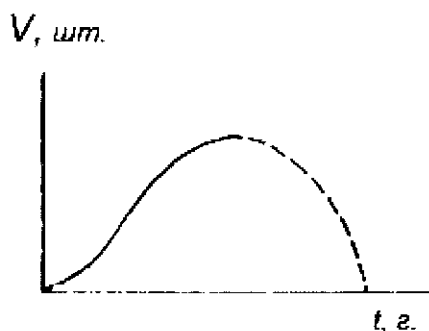
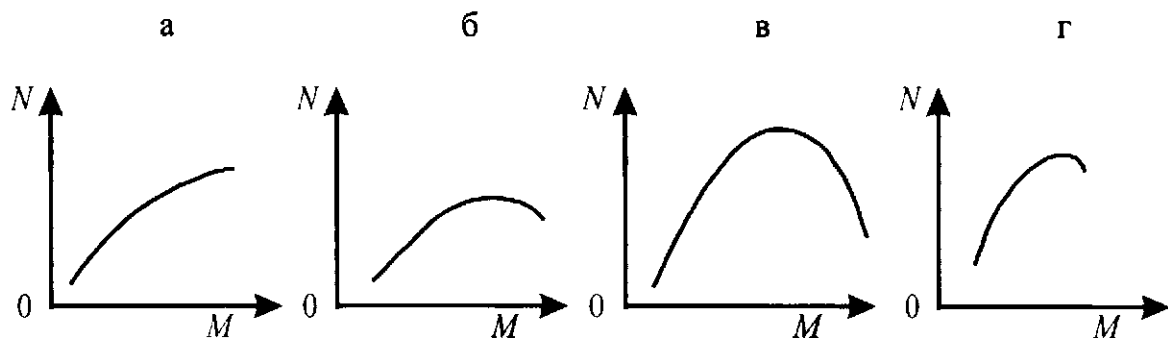


Рис. 5.1. Объём выпуска изделий в производстве в зависимости от времени:  $V, шт.$  - объём выпуска в штуках,  $t, г.$  - время в годах

Цикл жизни машины тесно связан с экономикой производства. Экономические циклы жизни машин оказывают существенное воздействие на организацию среды. В экономике производства одновременно с циклами жизни новых промышленных изделий рассматривают циклы жизни промышленных корпораций, которые включают четыре важнейшие функции: финансовую, маркетинг, производственную и управленческую. Благодаря использованию теории цикла жизни промышленных корпораций прогнозируется долгосрочное их развитие.

Развитие и разработка новых машинных технологий производства должны учитывать параметры циклов и периодов жизни машин. Процесс взаимодействия с внешней средой функционирования машины происходит непрерывно, дискретно или циклически. В то же время функционирование машины с конкретной средой (поле, дорога) происходит по своим внутренним циклам. Внутренние циклы имеют общие закономерности. Известны циклы Карно в двигателях внутреннего сгорания, электромагнитные переходные и установившиеся процессы в электрических машинах, цикличность вычислительных операций.

Механические характеристики двигателей имеют достаточно общие закономерности изменения скорости и мощности  $N$  на валу двигателей в зависимости от момента нагрузки  $M$  (рис. 5.2) [31]. В установившихся режимах внутренний цикл жизни машин в общем виде можно охарактеризовать тремя фазами: восходящим, стабильным и нисходящим.

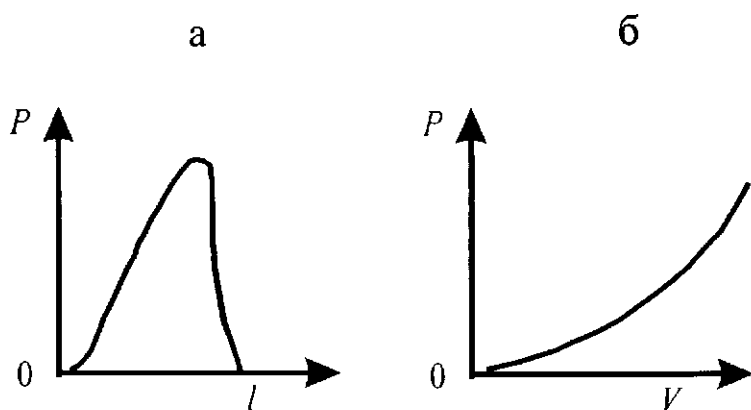


**Рис. 5.2. Механические характеристики внутреннего цикла машин:**  
**а - электродвигатель постоянного тока с последовательной обмоткой возбуждения; б - асинхронный короткозамкнутый двигатель с повышенным скольжением; в - поршневой паровой двигатель; г - поршневой двигатель внутреннего сгорания**

Средами функционирования, где осуществляется преобразовательная функция машин, являются технологическая, организационная и природная. В них на машины оказывают действие силы сопротивления, которые могут иметь как полезное, так и отрицательное влияние. Связь между параметрами взаимодействия машины и среды достаточно часто имеет вид парабол или экспонент. Например, на рисунке 5.3 показаны графики изменения: 1) силы дробления горных пород щековой дробилкой в зависимости от перемещения дробильной плиты (рис. 5.3, а); 2) силы сопротивления движению тел в жидкости в зависимости от скорости движения тела, скорости движения винта судна при различных условиях (рис. 5.3, б) [1].

Машины, взаимодействуя со средой, переводят среду в различные состояния (фазы). Например, при уплотнении почвогрунтов при первой фазе происходит уплотнение за счёт уменьшения пор, во второй - образуется устойчивый равноупругий массив, прекращается колебание частиц и, наконец, в третьей фазе образуются остаточные деформации.

Первая фаза сред может быть, например, описана моделями процессов диффузии, вторая - моделями волновых процессов, третья - моделями остаточных деформаций, возникающих в средах [1]. Для третьей фазы, в случае почв, необходимо предусмотреть средства управления, связанные с выбором техники, удовлетворяющей почвообрабатывающим технологиям.



*Рис. 5.3. Зависимость: а) силы  $P$  дробления горных пород щековой дробилкой от перемещения  $l$  дробильной плиты; б) силы  $P$  сопротивления движению тел в жидкости от скорости движения  $V$*

Рациональный выбор системы машин основывается на их циклах и периодах, внедрении средств автоматизации, совершенствовании механизмов координации [1], управления и организации труда, экологической безопасности среды.

Создание системы машин обычно базируется на определённых концепциях. Приведём некоторые из них:

1) система машин должны рассматриваться как процесс согласованного взаимодействия техники, персонала и среды эксплуатации в процессе выполнения современных технологий;

2) система машин предусматривает повышение эффективности производства;

3) система машин должна учитывать энергетические, информационные, конструктивные и экологические свойства современных сред эксплуатации;

4) система машин должна функционировать в условиях соблюдения определённого соотношения между уровнем организованности среды (например, прокладка постоянной колеи для сохранения и улучшения плодородия почв) и конструктивно-функциональными возможностями машин (в частности, с учетом экологически безопасного воздействия на почву).

Взаимодействие системы машин со средой осуществляется за счёт двух процессов: энергетического и информационного. Величина энергии  $W$  измеряется совокупностью видов энергии [1]

$$W = \sum_{i=0}^N W_i, \quad (5.1)$$

где  $i$  - вид энергии;

$N$  - число видов энергии;  $W_i$  - величина  $i$ -го вида энергии.

Организация работы системы машин связана с формами управления на основе информационных потоков. Совокупность потоков информации можно представить как сумму потоков

$$I = \sum_{j=0}^m J_j, \quad (5.2)$$

где  $j$  - вид информации;  $m$  - число видов информации, циркулирующей в системе;  $J_j$  - количество информации  $j$ -го вида ( $j = 0, m$ ).

Изменение информации  $\Delta J_t$  можно представить как функцию проделанного объёма работ от  $\bar{V}_0$  до  $\bar{V}_t$  за определенный промежуток времени

$$\Delta J_t = b (\ln \bar{V}_0 - \ln \bar{V}_t) = b \ln (\bar{V}_0 / \bar{V}_t), \quad (5.3)$$

где  $b$  - некоторая постоянная;  $t$  - фиксированное значение времени.

Системы машин обычно функционируют в открытых или закрытых естественных или искусственных экосистемах. Например, в системе сельскохозяйственного производства открытой системой могут быть почвы или агроландшафты. Изменение энтропии такой системы выражается суммой энтропии, производимой внутри системы  $d\varepsilon_i$ , и энтропии, поступающей извне, или уходящей во внешнюю среду  $d\varepsilon_e$

$$d\varepsilon = d\varepsilon_i + d\varepsilon_e. \quad (5.4)$$

Величина  $d\varepsilon_i$  производится за счёт внутренних химических и физических реакций и является положительной при отсутствии внешнего воздействия. Если  $d\varepsilon_e = 0$ , то энтропия в почве может только возрастать. Знак  $d\varepsilon_e$  зависит от конкретных условий воздействия на открытую систему. В стационарном случае  $d\varepsilon = 0$  и, следовательно

$$d\varepsilon_e = -d\varepsilon_i < 0. \quad (5.5)$$

Общее изменение энтропии в изолированной системе, например, трактора в поле, согласно второму закону термодинамики положительно, т.е.

$$d\varepsilon = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 > 0, \quad (5.6)$$

где  $d\varepsilon_1$  - изменение энтропии трактора;

$d\varepsilon_2$  - изменение энтропии поля.

Очевидно, что модель изолированной системы „трактор – поле” носит очень приближённый характер. Кроме этого, каждое из рассматриваемых тел можно считать изолированной системой, состоящей из биологического объекта и окружающей среды. Например, „тракторист - кабина трактора”, „дождевой червь - почва”.

Известно, что энтропия зависит от информационных потоков

$$\varepsilon = -k \sum_j p_j \ln p_j \quad (5.7)$$

или

$$\varepsilon = -kJ \left( J = \sum_j p_j \ln p_j \right), \quad (5.7a)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана;  $p$  - вероятность появления  $j$ -го вида информации.

Энтропия системы машин зависит от её цикла и удовлетворяет условию

$$0 < \frac{d\varepsilon}{dt} < a \text{ при } 0 \leq t \leq t_{цж},$$

где  $a$  - некоторая постоянная;  $t_{цж}$  - цикл жизни системы машин.

Если почву рассматривать как биологический объект, который содержит микробиоценоз, зооценоз, фитоценоз, то энтропия живых субъектов будет выражаться

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \leq 0 \text{ при } 0 < t < t_p; \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = 0 \text{ при } t_p < t < t_s;$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} < a \text{ при } t_s < t < t_{цж};$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} > a \text{ при } t > t_{цж} \text{ (} t_{цж} \text{ - цикл жизни биологической системы),}$$

где  $t_p$  - время роста;  $t_s$  - время зрелости.

Энтропию используют для оценки трех её количественных показателей: эффективности, сложности и организованности. Энтропийные представления о системе позволяют рассматривать её эффективность с точки зрения упорядоченности. С возрастанием энтропии возрастает неупорядоченность системы, что приводит к уменьшению эффективности её функционирования и неустойчивости.

Энтропия и эффективность производства  $\varepsilon$  связаны зависимостью

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

В работах [1, 27] предлагается оценивать эффективность

$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} [1 - f(B)],$$

где  $\varepsilon_{\max}$  - эффективность идеально работающего комплекса;

$f(B)$  - некоторая функция параметров энтропии и информации.

Машина проектируется в двух направлениях. Первое направление связано с требованиями к системе машин, второе - со средой, где планируется эксплуатация машин. В [1] приведена общая схема (рис. 5.4) формирования концепций машин на основе учёта процесса взаимодействия между основными классификационными признаками.

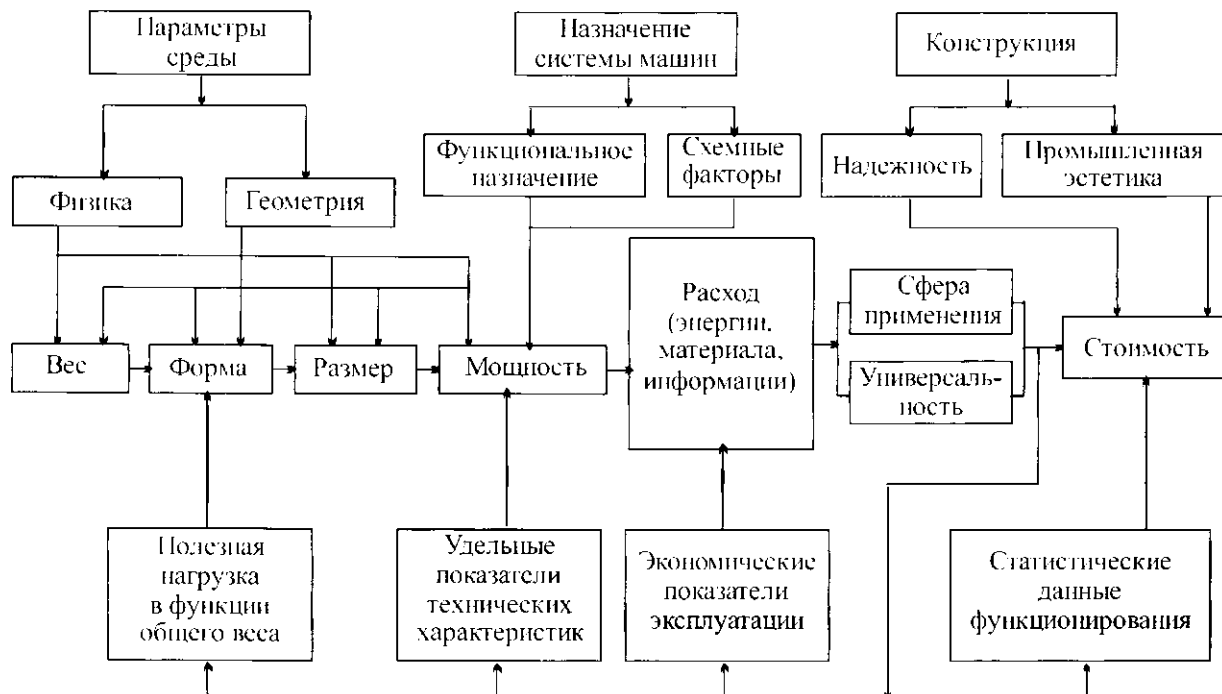


Рис. 5.4. Схема формирования концепции машин

Из схемы видно, что среда влияет на технические показатели машины (вес, форму, размер, мощность). Схема замыкается оценкой эффективности и целесообразности, т.е. стоимостью. Системный подход в определении функциональной роли современной машины увеличивает и цикл её жизни.

Сельскохозяйственная технология предъявляет определённые требования к техническим данным машины (скорости, проходимости и маневренности), а так же к организации среды, например, агротехническому состоянию почвы. Организацию среды оценивают уровнем информации. С.Я. Френкель в работе [31] сформулировал соотношение между уровнем информации среды и степенью сложности технологических операций, выполняемых машиной

$$IK_T = const, \quad (5.8)$$

где  $I$  - уровень структурной (или конфигурационной) информации среды;  $K_T$  - параметр, характеризующий технический уровень



машины для выполнения данной технологии. Из данного соотношения следует, что при возрастании информации (растет уровень организации среды) сложность технологии, выполняемой машиной, снижается, и наоборот.

Рассмотрим два предельных случая. Если в среде  $I \rightarrow 0$ , т.е. практически отсутствует организация среды, то все техническое совершенство сосредотачивается в машине. В этом случае будет  $K_T \rightarrow \infty$ . Этот случай связан с бесконечным совершенствованием машины, которая бы могла выполнять любую сложную технологическую работу. Если  $I \rightarrow \infty$ , тогда  $K_T \rightarrow 0$ , следовательно, машинная технология фактически отсутствует и информация бесконечно сосредотачивается в организации среды.

В практике предельные случаи могут иметь катастрофический характер, особенно в плане экологии. Поэтому должен быть определен баланс равновесия между средой и машиной. Иными словами, постоянно следует искать компромисс между вложениями ресурсов в организацию среды и в создание высокоадаптивной машины. Например, для решения вопроса о быстрой доставке урожая с поля на склад по пересеченной местности в предельном случае можно либо проложить дорогу высокого уровня и тем самым организовать среду, либо создать высокоадаптивную и высокопроходимую шагающую машину. Однако компромиссное решение будет более рациональным.

## **5.2. Подбор основных параметров технических средств систем машин**

Сельскохозяйственные среды, в частности почва, обладают большим количеством физических свойств, которые постоянно изменяются. Многообразие свойств сельскохозяйственных сред, разновидностей сельскохозяйственных машин и тракторов и способов их применения в различных технологиях не позволяют свести качественные и энергетические показатели их работы к некоторой постоянной функциональной зависимости, которая бы однозначно решала вопрос о выборе оптимальных параметров систем машин, обеспечивающих одновременно производство необходимой продукции и сохранение экологии агроландшафтов. Так, качественные требования, предъявляемые к машине, могут полностью удовле-

творяться в одних технологиях, в то время как в других работах могут удовлетворять только частично. При расчете оптимальных энергетических затрат надо учитывать удельную энергоёмкость процесса, которая реализуется при обоснованно выбранных параметрах машин. Обычно машину, следовательно, и её параметры оценивают по четырем независимым критериям (оценочным требованиям). Критериями являются: энергетический ( $\mathcal{E}$ ), производительный ( $\Pi$ ), трудовой ( $T$ ) и стоимостный ( $C$ ). Очевидно, что один и тот же параметр машины, определяемый в рамках каждого из указанных критериев, будет иметь четыре различных значения. Вообще в каждом конкретном случае будет столько частных оптимальных решений, сколько независимых критериев принято при выборе параметров машины. Очевидно, что для оценки параметров машины необходим комплексный подход, включающий в себя оптимальные значения оценочных показателей. Пусть нас интересует в оценке машины два её показателя - ширина захвата  $B$  и скорость движения  $V$ . Для каждого из четырёх критериев ( $\mathcal{E}$ ), ( $\Pi$ ), ( $T$ ), ( $C$ ) в этом случае определятся свои оценочные параметры, которые будут разными [32]

$$B_{\mathcal{E}} \neq B_{\Pi} \neq B_T \neq B_C \text{ и } V_{\mathcal{E}} \neq V_{\Pi} \neq V_T \neq V_C.$$

В каждом конкретном случае будет столько частных оптимальных решений, сколько независимых критериев принято при выборе параметров.

Пусть оптимальные параметры  $B_0$  и  $V_0$  некоторой машины находятся из условий максимального удовлетворения  $n$  требований (количество оценочных критериев равно  $n$ ). В этом случае принципиально возможно получить решение в виде совокупности  $n$  числа сочетаний параметров машины  $B_i V_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), каждое из которых удовлетворяет частному критерию.

Общее оптимальное решение, т.е. определение  $B_0$  и  $V_0$ , зависит от учета важности каждого отдельно взятого требования по сравнению с остальными. При этом возможны следующие случаи:

1. Один из критериев, например, снижение стоимости работы  $C$ , имеет для данного процесса по сравнению с другими критериями настолько важное значение, что остальными можно пренебречь. В данном случае общие оптимальные параметры совпадут с частными значениями, найденными по критерию  $C$ .

2. Значение каждого отдельно взятого критерия пренебрежимо мало по сравнению с суммарной важностью всех критериев.

Если при выборе общих оптимальных параметров существенно важно учесть значение каждого критерия, то необходимо установить их «удельный вес», т.е. привести к сравнимым эквивалентным величинам. Пусть каждый из критериев оценивается четырьмя значениями, т.е. имеем  $\mathcal{E}_i, \Pi_i, T_i, C_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

Допустим, что параметрам  $B_1, V_1$  соответствует минимум энергоемкости -  $\mathcal{E}_1$ , параметрам  $B_2, V_2$  - максимум производительности  $\Pi_2$ ; параметрам  $B_3, V_3$  - минимум трудовых затрат  $T_3$ ; параметрам  $B_4, V_4$  - минимум стоимости работы  $C_4$ .

При отсутствии технических и агротехнических ограничений наилучшее решение то, которое удовлетворит требованию минимальной стоимости работы  $C_4$ . Однако при этом условии машина может иметь настолько малую производительность  $\Pi$  (требование дешевизны машины), что для проведения работ потребуются либо растянуть их сроки, что скажется на снижении урожая, либо увеличить в хозяйстве парк машин и специализированных тракторов, использование которых не экономично на других работах.

Аналогичная зависимость имеет место и между остальными критериями. Так, минимум трудовых затрат может привести к повышенной стоимости работ, а снижение энергоемкости машины при достаточной производительности ухудшит качество обработки сельскохозяйственной среды и, следовательно, приведет к снижению урожая.

Допустим, что для некоторого процесса можно установить эквивалентные соотношения между критериями, т.е. найти переходные коэффициенты  $k_1, k_2, k_3, k_4$ , произведение которых на соответствующие критерии даст эффективность  $D_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), выраженную в денежном исчислении или энергетическом эквиваленте. Оптимальные параметры в этом случае определим из соотношений [32]

$$B_0 = \frac{\sum_{i=1}^4 D_i B_i}{\sum_{i=1}^4 D_i}; \quad V_0 = \frac{\sum_{i=1}^4 D_i V_i}{\sum_{i=1}^4 D_i}, \quad (5.9)$$

где  $D_1 = k_1 \mathcal{E}_1; D_2 = k_2 \Pi_2; D_3 = k_3 T_3; D_4 = k_4 C_4$ .

Если отсутствуют данные, необходимые для сравнения степени важности соблюдения каждого отдельного требования, то определить общее оптимальное решение не представляется возможным. Можно лишь утверждать, что точка, соответствующая общему оптимальному решению, находится в пределах выпуклого многоугольника (или выпуклого многогранника), вершины которого соответствуют частным оптимальным решениям.

Выбор параметров машины ограничивается техническими и технологическими возможностями. Так, повышение рабочих скоростей до оптимальных значений сдерживается резким ухудшением условий труда тракториста (аналогия с соотношением С.Я. Френкеля (5.8)). Возникающие при передвижении машин с большой скоростью по неровной поверхности полей вибрации толчки снижают ее долговечность и увеличивают плотность почвы. Кроме того, иногда снижается и качество полевых работ. Увеличение рабочих захватов машины также может сдерживаться как качественными показателями работы, так и ее прочностью. Таким образом, увеличение рабочей скорости и ширины захвата машины нельзя рассматривать как чисто количественный процесс. Повышение рабочих скоростей требует качественного изменения рабочих органов машины, внедрения элементов автоматизации управления, регулирования и контроля работы.

На выбор параметров сельскохозяйственных машин влияют конфигурация и размеры участков, объемы работ и агротехнические сроки их проведения. В связи с тем, что значения этих факторов для каждой почвенно-климатической зоны имеют различные диапазоны, сельскому хозяйству нужен определенный типоразмерный ряд машин. Поэтому необходимо теоретически решить задачу оптимального сочетания параметров и количественного соотношения различных машин одного назначения, применительно к заданным почвенно-климатическим и производственным условиям. При этом критерии эффективности конкретно взятой машины могут быть самого различного характера, что является следствием как технологического процесса (качество, агротехнические сроки), так и дефицитности того или иного средства производства (металлоемкость, энергоемкость, трудовые затраты и т.д.).

При таком подходе весомость затрат материально-энергетических ресурсов характеризует их дефицитность, других эксплуатационных факторов - степень прогресса, достигнутого в производстве или использовании сельскохозяйственной техники.

Оптимальная ширина захвата орудия и рабочая скорость могут быть представлены в виде средних геометрических значений отдельных критериев [32]

$$B_0 = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n B_{0i}^{\beta_i}} ; V_0 = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n V_{0i}^{\beta_i}} , \quad (5.10)$$

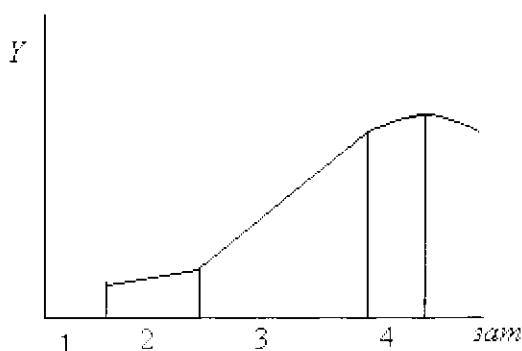
где  $B_{0i}, V_{0i}$  - оптимальные по  $i$ -му критерию значения ширины захвата и скорости движения агрегатов;  $n$  - количество учитываемых частных критериев;  $\beta_i$  - весовые коэффициенты.

### **5.3. Механизированные технологии – основа формирования системы машин**

Экономическая нестабильность 90-х годов прошлого столетия вызвала резкий спад производства (в 2...3 раза) и переход к примитивному ведению земледелия, экологические последствия которого столь же отрицательны, как и последствия интенсификации. По этой причине, применяемые сейчас технологии возделывания основных культур по существу в большинстве случаев являются низкозатратными, стабилизация производства произошла на низшем уровне с тенденцией к снижению, а отрицательные экологические последствия не только не прекратились, но и продолжают нарастать.

Известно, что интенсивная технология в растениеводстве - это взаимосвязанная последовательность механизированных работ по выращиванию, уборке и послеуборочной обработке урожая, качество которого регламентируется стандартами. С научной точки зрения такая технология может быть рассмотрена как сложная аграрно-техническая система. Сложность системы определяет включение в ее состав частей различной физической природы, взаимодействующих для получения запланированного результата, а также то, что ею нельзя управлять динамически как трактором, а можно лишь изменять ее параметры - схемы размещения растений, нормы высева семян, нормы внесения химикатов и полива, сроки начала и продолжительности уборки.

Наиболее часто агротехнология классифицируется по экономическому принципу, т.е. по уровню затрат на единицу производственной площади. Общеизвестная зависимость урожайность - затраты показана на рисунке 5.5, где ось *ординат* - урожайность, а ось *абсцисс* - затраты.



**Рис. 5.5. Зависимость урожайности от затрат при использовании агротехнологий**

Участок 1 характеризует уровень затрат, при котором никакая технология не возможна, пока не будет в наличии минимально необходимая сумма на приобретение семян, обработку почвы, посев и уборку урожая. Дальнейшее повышение затрат от минимально необходимого уровня до некоторой величины мало влияет на урожайность (участок 2), а затем урожайность начинает значительно возрастать. Урожайность на участке 2 определяется не столько затратами, сколько биологическим потенциалом сорта и природными условиями. Поэтому участок 2 - это область *экстенсивных технологий*. На участке 3 зависимость между урожайностью и затратами приближается к линейной. Эта область *интенсивных технологий*, при которых затраты на единицу площади возрастают, а на единицу продукции почти не изменяются.

Выбор уровня урожайности на участке 3 определяется соотношением *затраты - цена продукции*: чем выше закупочные цены, тем выше может быть максимальная прибыль. На участке 4 прибавка урожайности на единицу затрат постепенно сокращается, достигая нуля при максимальной урожайности, а затем урожайность падает, т.е. дальнейшее повышение затрат нецелесообразно. Участок 4 - это область высокоинтенсивных (суперинтенсивных) технологий. Максимум урожайности при тех же затратах можно достичь применением наукоемких инновационных приемов и

средств. Научноёмкие или высокие технологии позволят при условии получения необходимого количества продукции восстановить и укрепить экологическое равновесие между человеком и природой, нарушенное интенсификацией производства.

Диспаритет цен между расходуемыми ресурсами и производимой с их помощью продукцией, существующий в настоящее время, приводит к тому, что в зависимости от итогов года лишь 20...25 % хозяйств располагают необходимыми для воспроизводства в следующем сезоне ресурсами. Следует отметить, что в последнее время их стоимость возросла еще в 3...5 раз. Наибольший расход ресурсов предусмотрен в интенсивных технологиях, которые благодаря комплексному применению всех известных факторов интенсификации обеспечивают получение максимально возможной урожайности. Разновидностью интенсивных технологий являются индустриальные, сокращающие затраты труда и денежные средства, благодаря использованию нового технологического комплекса машин. Уменьшение числа рентабельных хозяйств требует создания технологий и технических средств, обеспечивающих экономию расходуемых ресурсов.

Так, в свекловодстве разработана энергосберегающая технология, в которой обработка почвы при уходе за посевами сводится к минимуму путем посева семян сверхмалыми нормами, дробного внесения малых доз гербицидов по всходам сорняков и междурядной обработки посевов с минимальными (6...10 см) защитными зонами. В настоящее время разрабатываются ресурсосберегающие технологии с комплексной экономией расходуемых ресурсов, их эффективность можно оценить (табл. 5.1) по энергетическому эквиваленту затрат ресурсов и труда.

Сравнение технологий показывает, что больше всего расходуется ресурсов на 1 га при возделывании сахарной свеклы по интенсивной технологии. Ресурсосберегающая технология может быть сформирована на базе любой технологии, применяемой в хозяйстве, путем рационализации и минимизации затрат, расходуемых ресурсов без снижения продуктивности культуры.

Системный анализ перечисленных технологий, используемых на практике, показывает, что в их составе можно выделить два вида частей (подсистем) - функциональные и структурные. Первая группа подсистем в совокупности составляет способ возделывания

культуры и включает систему обработки почвы, способ закладки насаждения, схему расположения растений на поле, способ применения удобрений, наличие и способ полива, систему защиты культур от болезней, вредителей и сорняков, способ уборки урожая.

Таблица 5.1

**Сравнительная эффективность технологий возделывания сахарной свеклы**

Технология	Затраты ресурсов, МДж		Затраты труда, ч	
	на 1 га	на 1 т	на 1 га	на 1 т
Интенсивная	16372	409	117	2,9
Энергосберегающая	15528	345	31	0,7
Безгербицидная	13615	389	58	1,6
Ресурсосберегающая	13295	332	57	1,4

По структурному принципу, ориентируясь на пропашные культуры, технологию можно расчленить по границам наименьших связей между ее частями на следующие подсистемы-комплексы:

- осенний почвообрабатывающе-удобрительный, машинный;
- осенне-зимний мелиоративный, машинный;
- зимний, естественный;
- весенний, почвообрабатывающе-защитный, машинный;
- весенний, естественный;
- почвообрабатывающе-посевной, машинный;
- вегетационный, естественный;
- вегетационный защитный, машинный;
- вегетационный почвообрабатывающий (или почвообрабатывающе-оросительный), машинно-естественный;
- уборочно-транспортно-обрабатывающий, машинный.

Каждая подсистема обеих групп состоит из технологических операций, выполняемых одиночными машинно-тракторными агрегатами (или самоходными машинами), их однотипными и комплексными (сложными) группами.

Системный подход к рассмотрению технологий в растениеводстве существенно облегчает их формирование (разработку, проектирование), которое должно проводиться на основании так назы-



ваемых системообразующих признаков. Основные из них: целевое назначение технологии; характеристика сортов (гибридов), соответствующих целям технологии; почвенно-климатическая характеристика зоны, хозяйства, поля; социально-экономическая характеристика хозяйства; финансовые возможности производителя; наличие у производителя техники и расходуемых ресурсов. При формировании технологии необходимо держать в поле зрения всю совокупность системообразующих признаков.

При этом по значимости следует начинать с функциональных подсистем. При рассмотрении подсистем любой технологии необходимо иметь в виду одновременно решение двух задач: создание условий для повышения продуктивности культуры и снижения при этом расхода всех ресурсов на ее возделывание и уборку.

Среди функциональных подсистем принятая схема обработки почвы обеспечивает благоприятную для растений плотность почвы, стимулирование в ней процессов минерализации, накопления влаги и уничтожения сорных растений, а также благоприятную фитосанитарную обстановку. Для ресурсосберегающей технологии особое внимание необходимо обратить на системные меры уничтожения сорной растительности и сокращение расхода топлива путем рационального сочетания применения отвальных и безотвальных орудий при условии выполнения агротехнических требований к обработке почвы. Взамен отвальных плугов и дисковых орудий можно полностью или частично применить чизельные (рыхлящие) или плоскорезные.

Технологическими критериями системы обработки почвы являются - количество сорных семян в слое почвы до 10 см и затраты топлива на обработку 1 га.

Норма высева семян служит технологическим показателем и зависит от посевных качеств семян. Схема расположения растений на поле является основополагающей подсистемой технологии, так как образует фотосинтезирующую систему, производящую урожай, а также служит основой при формировании комплекса машин для возделывания данной культуры.

Важными технологическими параметрами являются нормы внесения минеральных удобрений и способ их применения как одного из наиболее дорогостоящих ресурсов, а также способ полива

(оросительная норма за вегетацию и поливная норма одного полива) при его необходимости.

В системе защиты полевых культур от болезней, вредителей и сорняков все большее значение приобретает выращивание устойчивых сортов и гибридов. Важное значение имеет предварительное обеззараживание семенных зачатков, на которое затрачивается небольшое количество препаратов, при этом сокращается необходимость обработки посевов.

Значительная часть урожая теряется при уборке (до 30 % и более). Снижение потерь при уборке может быть достигнуто тремя путями: выбором более совершенной уборочной техники и правильной ее регулировкой; выбором рационального способа уборки; определением оптимальных сроков начала и продолжительности уборочных работ.

Формирование структурных подсистем-комплексов, из которых складывается собственно технология, ведется с учетом выбранных функциональных подсистем и их технологических параметров таким образом, чтобы сочетание технологических операций и подбор машин для них по каждому комплексу обеспечивали наименьшие затраты расходных ресурсов при высоком качестве работ и проведении их в наиболее благоприятные и короткие сроки.

Для максимального приспособления ресурсосберегающих технологий возделывания сельскохозяйственных культур к условиям их применения нужна точность принятия решений, которая затруднительна по результатам полевых опытов. Эти результаты необходимо дополнить компьютерными технологиями, предназначенными для решения двух классов задач: формирование технологий на основе системообразующих признаков, характеризующих условия их применения; адаптация технологий к условиям поля и хозяйства для их непосредственного применения. Компьютеризация принятия решений при разработке и применении новых технологий в растениеводстве обеспечит, с одной стороны, максимальный учет местных природных условий для получения гарантированного урожая и, с другой стороны, сведет к минимуму вредные экологические последствия внедрения новой технологии.

Важнейшим показателем конкурентоспособности сельскохозяйственной техники является экономия трудовых и материально-

технических ресурсов, достигаемая при выполнении технологических процессов.

По показателям удельной конструкционной массы около 30% сельскохозяйственных машин отечественного производства уступают зарубежным аналогам. Это объясняется низким объемом применяемых прогрессивных материалов. Например, доля низколегированных и легированных сталей в общем объеме потребления проката Беларуси составляет 6,1 % против 18...20% в зарубежном сельскохозяйственном машиностроении. Аналогичное положение и с пластмассами (0,4% общего объема в наших машинах и около 2% в зарубежных). Расчеты показывают, что снижение металлоемкости отечественной сельскохозяйственной техники до уровня лучших мировых аналогов дало бы сокращение годовой потребности в металле не менее 25 тыс. т [34].

Большая экономия ресурсов может быть достигнута за счет сокращения номенклатуры технических средств на основе совершенствования типоразмерных рядов средств механизации и структуры машинно-тракторного парка в целом, повышения доли комбинированных и универсальных машин, в том числе с использованием модульного принципа их создания, а также модернизации существующего парка машин, дооборудования машин новыми рабочими органами с приданием им дополнительных функций.

При ресурсном анализе, кроме энергоносителей, необходимо учитывать также расход трудовых ресурсов и материалоемкость.

Если все материальные ресурсы, расходуемые на производство продукции растениеводства и животноводства (нефтепродукты, металл, удобрения, химикаты и др.), перевести в условное топливо, то совокупные затраты энергоресурсов на получение 1 ц зерна в настоящее время составляют 28...30 кг у.т., картофеля - 9...12, сахарной свеклы - 6...8, говядины - 460...530, свинины - 465...512, молока - 83...93 кг у.т. Эти показатели при всей условности сравнения в 3...4 раза превышают уровень ресурсоемкости продукции сельского хозяйства США [34].

С учетом сложившихся в Республике Беларусь масштабов производства продукции расход материальных ресурсов в растениеводстве по совокупным энергозатратам (без затрат труда) распределяется следующим образом: зерновые - 36,2%, картофель - 26,8%, однолетние и многолетние травы - 17,7%, естественные

сенокосы - 7,3%, кукуруза на силос - 5,6%, остальные сельскохозяйственные культуры - 6,4%. Наибольшие затраты трудовых ресурсов приходятся на производство картофеля - 28,4%, далее (в порядке убывания) следуют: зерновые - 19%, однолетние и многолетние травы - 14,9%, естественные сенокосы - 14%, кормовые корнеплоды - 10,1%, кукуруза на силос - 4,9%, сахарная свекла - 4,0%, остальные культуры - 4,7%.

Получение урожаев и достижение продуктивности животных на уровне передовых хозяйств требуют увеличения расхода всех видов ресурсов в 1,5...2 раза по сравнению со средними показателями. Этот путь неприемлем. Развивать сельское хозяйство можно только за счет широкомасштабного освоения ресурсов и энергосберегающих технологий на основе коренной модернизации средств механизации.

Вместе с тем, имеющиеся экономические возможности требуют формирования приоритетности подхода к реализации мероприятий по ресурсосбережению.

При использовании новой техники во многих случаях одновременно со снижением затрат отдельных видов производственных ресурсов на конкретной операции увеличивается объем продукции за счет роста урожайности (продуктивности животных) либо сокращения потерь, а это существенным образом сказывается на ресурсоемкости продукции в целом.

Таким образом, чтобы оценить полезность технического средства с позиций системного подхода, следует учесть, на сколько оно повышает урожайность сельскохозяйственных культур (продуктивность животных), сокращает потери продукции, определить, как это сказывается на снижении ресурсоемкости производства всех видов продукции, получаемых с его применением.

В общем случае экономия затрат  $r$ -го ресурса с учетом масштабного фактора

$$\mathcal{E}_r = \sum_{l=1}^n \left[ Y_{brl}^0 - Y_{nrl}^0 + \Delta Y_{rl}^n \right] F_l, \quad (5.11)$$

где  $r, l$  - индексы видов ресурса и продукции;

$Y_{brl}^0, Y_{nrl}^0$  - ресурсоемкость операции по базовому и новому вариантам на единицу объема работ (га, гол.), чел.-ч, кг, кВт·ч;

$F$  - площадь, га (поголовье животных, гол.);

$\Delta Y_{rl}^n$  - снижение удельных затрат ресурсов в целом по технологии за счет роста урожайности (продуктивности животных), чел.-ч, кг, кВт.ч.

Уменьшение ресурсоемкости единицы продукции

$$\Delta Y_{rl}^n = (Y_{brl}^n - Y_{nrl}^n) U_l, \quad (5.12)$$

где  $Y_{brl}^n, Y_{nrl}^n$  - ресурсоемкость продукции по базовому и новому вариантам, чел.-ч/ц, кг/ц, кВт ч/ц;

$U_l$  - урожайность, ц/га (продуктивность, ц/гол.).

С учетом (5.12) получим

$$\mathcal{E}_r = \sum_{l=1}^n [Y_{brl}^0 - Y_{nrl}^0 + (Y_{brl}^n - Y_{nrl}^n) U_l] F_l. \quad (5.13)$$

Для установления зависимости влияния урожайности на ресурсоемкость продукции по разработанному алгоритму [35] выполнена оптимизация машинно-тракторного парка модельных хозяйств и определены затраты производственных ресурсов для широких диапазонов изменения урожайности. Установлено, что ресурсоемкость продукции с ростом урожайности изменяется по гиперболической зависимости

$$Y_{rl} = a_l + \frac{b_l}{U_l}, \quad (5.14)$$

где  $a_l, b_l$  - постоянные величины, численные значения которых приведены в таблице 5.2.

В качестве примера, определим суммарную экономию затрат производственных ресурсов при замене машины для внесения минеральных удобрений МВУ-0,5 штанговым распределителем РШУ-12, агрегируемых трактором МТЗ-80 при возделывании зерновых культур на площади 2700 тыс. га.

#### Исходные данные

Вид техники	Урожайность, ц/га	Расход ресурсов		
		труд, чел.ч/га	топливо, кг/га	металл, кг/га
МВУ-0,5	25,0	0,15	0,89	0,17
РШУ-12	27,0	0,19	1,18	0,39

Таблица 5.2

## Коэффициенты для определения затрат производственных ресурсов

Вид продукции	Изменение урожайности, ц/га (продуктивности, ц/гол.)	Значения коэффициентов							
		затраты труда		автотракторное топливо		металл		электроэнергия	
		$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$
Зерновые	25...50	0,18	4,4	2,62	74,5	0,62	17,0	1,05	2,1
Картофель	150...300	0,20	34,2	0,36	212,8	0,15	67,7	0,34	21,7
Сахарная свекла	300...500	0,09	105,4	0,60	151,4	0,11	52,7	-	-
Кормовые корнеплоды	600...900	0,06	103,1	0,33	159,5	0,07	53,4	-	-
Лён (треста)	24...40	0,09	0,6	1,63	38,9	0,52	10,8	0,001	1,0
Кукуруза на силос	300...500	0,01	14,9	0,20	193,2	0,05	52,8	-	-
Сеяные травы: - зеленая масса сенаж, силос	170...260	0,03	1,9	0,20	29,0	0,07	6,8	-	-
- сено прессованное	95...145	0,08	1,3	0,69	25,0	0,23	3,8	0,29	4,1
Молоко	20...30	0,25	69,8	0,07	20,0	0,12	29,4	5,07	228,7
Говядина	2,0...3,5	1,02	27,0	0,79	24,4	0,68	18,4	3,49	95,2
Свинина	1,0...1,6	0,86	4,2	0,33	1,6	1,45	7,2	43,90	218,5

Используя зависимости (5.13), (5.14) и данные таблицы 5.2, определим экономию производственных ресурсов (табл. 5.3).

Таблица 5.3

## Снижение затрат производственных ресурсов с учетом объема применения РШУ-12

Ресурсы	Экономия ресурсов		
	на операции	с учетом увеличения урожайности	всего
Труд, тыс. чел.-ч.	-108	948	840
Топливо, тонн	-783	16038	15255
Металл, тонн	-594	3649	3051

Как видно из приведенных в таблице 5.3 данных, РШУ-12 уступает МВУ-О,5 по всем показателям затрат производственных ресурсов на выполнении технологической операции. Однако, с учетом повышения урожайности (2 ц/га) за счет более равномерного внесения удобрений, применение штангового распределителя обеспечивает существенную экономию ресурсов.

#### 5.4. Методы оптимизации состава технических средств

Различные средства механизации обеспечивают разный уровень энерго- и ресурсопотребления с учетом масштабного фактора их производства и применения. Приоритетность создания новой техники зависит не только от ее эффективности по сравнению с базовым вариантом, но и от значимости этого эффекта в общих расходах производства в целом.

С позиций технологии производства сельскохозяйственной продукции сокращение ресурсопотребления на 10...15% на одной операции может быть значительно весомее, чем в 3...4 раза на другой. Поэтому реальная эффективность того или иного технического средства или комплекса машин должна определяться даже не в рамках технологии, а в целом по парку.

Существующие методики оптимизации параметров технических средств и состава МТП по способу решения задачи можно разделить на две группы:

- с использованием методов линейного программирования;
- основанные на методах нелинейного и эвристического моделирования.

Из методик, использующих методы линейного программирования, заслуживает внимания методика, разработанная СибИМЭ совместно с Институтом математики СО АН СССР. Математическая модель задачи имеет следующий вид

$$\sum_{j=1}^J \sum_{t=t_0}^{t_1} \sum_{s=1}^S C_{jt}^S X_{jt}^S + E \sum_{i=1}^I C_i Z_i \rightarrow \min.$$

При ограничениях

$$\sum_{t=t_0}^{t_1} \sum_{s=1}^S W_j^S X_{jt}^S = F_j;$$

$$\sum_{j=1}^J X_{jt}^S - Z_i \leq 0, \text{ при этом } X_{jt}^S \geq 0, Z_i \geq 0,$$

где  $X_{jt}^S$  - искомая интенсивность использования машин на  $j$ -ой работе в  $i$ -ый период;

$F_j$  - объем работы  $j$ -го вида;

$W_j^S$  - производительность агрегатов  $S$ -го типа на  $j$ -й работе;

$Z_i$  - общее количество машин  $i$ -го типа в парке;

$C_{jt}^S$  - стоимость выполнения  $j$ -й работы  $S$ -м агрегатом;

$C_i$  - стоимость  $i$ -й машины;

$E$  - коэффициент эффективности капиталовложений.

Алгоритмы, основанные на методах линейного программирования, обеспечивают высокую скорость сходимости, однако дают нецелочисленные значения искомых величин. Их округление до целых чисел не позволяет получить оптимального решения. Если этот недостаток является не очень существенным при достаточно большом количестве машин в парке (что характерно для крупных коллективных хозяйств), то при малом их количестве (в случае мелкотоварного производства) округление ведет к значительной погрешности полученных результатов.

Широкое применение в практике проведения расчетов по оптимизации состава МТП нашла методика, предложенная Р.Ш. Хабатовым [36]. Оптимизация осуществляется по одному из критериев:

- минимум приведенных затрат

$$\sum_{ijk} X_{ijk} C_{ijk} t_k + \sum_S X_S (d_S + E) C_S \rightarrow \min,$$

- минимум эксплуатационных затрат

$$\sum_{ijk} X_{ijk} C_{ijk} t_k + \sum_S X_S d_S C_S \rightarrow \min,$$

- минимум капиталовложений

$$\sum_S X_S C_S \rightarrow \min,$$

- минимум затрат труда

$$\sum_{ijk} X_{ijk} d_{ijk} t_k \rightarrow \min.$$



При ограничениях:

- выполнение работ в агротехнические сроки

$$\sum_{ijk} X_{ijk} W_{ijk} \geq a_{ik} ,$$

- обеспеченность кадрами механизаторов

$$\max \sum_{ijk} X_{ijk} p_{ik} \leq p ,$$

- общий расход топлива

$$\sum_{ijk} X_{ijk} l_{ijk} t_k \leq Q ,$$

- взаимосвязь состава МТП и плана его использования

$$\sum_{ijk} X_{ijk} \lambda_{ij}^S \geq X_S ,$$

- неотрицательность переменных  $X_{ijk} \geq 0$ .

Приятые обозначения:  $i, j, k, S$  - индексы операции, энергетического средства, календарного периода, машины;  $W, d, p, a, l, t, \lambda, Q$  - соответственно производительность, объем работ, количество механизаторов на агрегате, количество обслуживающего персонала, сменный расход топлива, годовой объем поставки топлива, число машин в агрегате, общее количество механизаторов. Для решения задачи используется градиентный метод в сочетании с методом статистических испытаний Монте-Карло.

Поскольку решение, оптимальное по одному критерию, не является оптимальным относительно других, для оптимизации состава парка был предложен векторный критерий. К недостаткам такого подхода следует отнести необходимость выбора предпочтения критериев и «уступок», а также большую трудоемкость этих методов. Процедура решения задач векторной оптимизации является интерактивной, а назначение приоритетов для локальных критериев почти всегда вырастает в самостоятельную задачу, решаемую с помощью экспертных оценок.

Прогрессирующий в течение ряда последних лет рост номенклатуры технических средств для механизации сельского хозяйства

не всегда был вызван практической целесообразностью и зачастую являлся следствием недостатков существующих принятому порядку постановки машин на производство. Сложившееся положение обусловлено многими причинами, одной из которых является отсутствие четких критериев, однозначно отражающих все многообразие требований, предъявляемых к включаемым в систему машин техническим средствам и их комплексам.

Наиболее часто на практике применяют оценку прямых эксплуатационных затрат на единицу наработки, руб.

$$C = Z + \Gamma + P + A + \Phi, \quad (5.15)$$

где  $Z$  – затраты на оплату труда обслуживающего персонала;

$\Gamma$  - затраты на горюче-смазочные материалы и электроэнергию;

$P$  - затраты на техническое обслуживание, текущий и капитальный ремонт;

$A$  - затраты на реновацию;

$\Phi$  - прочие прямые затраты на основные и вспомогательные материалы.

Приведем формулы для определения составляющих слагаемых выражения (5.15).

Затраты на оплату труда обслуживающего персонала

$$Z = \frac{1}{W_{cm}} \sum_j \lambda_j \tau_j K_g,$$

где  $W_{cm}$  - производительность агрегата за 1 ч сменного времени, ед. наработки/ч;

$\lambda_j$  - количество  $j$ -го обслуживающего персонала, чел;

$\tau_j$  - часовая тарифная ставка оплаты труда обслуживающего персонала по  $j$ -му разряду, руб./чел.-ч;

$K_g$  - коэффициент, учитывающий доплаты по расчету за продукцию, премии, надбавки за классность и стаж работы, квалификацию, оплату отпусков и начисления по социальному страхованию.

Затраты на горюче-смазочные материалы и электроэнергию

$$\Gamma = qЦ,$$

где  $q$  - расход горюче-смазочных материалов, кг/ед. наработки;

$Ц$  - комплексная цена 1 кг топлива, руб./кг.

Затраты на техническое обслуживание, текущий и капитальный ремонты

$$P = \frac{B(\tau_T + \tau_K)}{W_{ЭК} T_{Г}},$$

где  $B$  - балансовая стоимость машины, руб.;

$\tau_T$  - коэффициент отчислений на текущий ремонт и техническое обслуживание;

$\tau_K$  - коэффициент отчислений на капитальный ремонт;

$W_{ЭК}$  - производительность агрегата за 1 ч эксплуатационного времени, ед. наработки;

$T_{Г}$  - годовая загрузка, ч.

Затраты на реновацию

$$A = \frac{Ba}{T_{Г} W_{ЭК}},$$

где  $a$  - коэффициент отчислений на реновацию машины.

Прочие прямые затраты на основные и вспомогательные материалы

$$\Phi = \sum_i C_{Mi} h_i,$$

где  $C_{Mi}$  - оптовая цена  $i$ -го вида расходуемого материала, руб.;

$h_i$  - удельный (на ед. наработки) расход  $i$ -го вида материала.

Удельные капиталовложения определяют по формуле

$$K = \frac{B}{T_{Г} W_{ЭК}}.$$

Недостатком таких критериев, как минимум приведенных, эксплуатационных затрат и капиталовложений, является то, что в условиях инфляции и экономической нестабильности они не отражают общественно необходимых издержек производства. В настоящее время на первый план выдвигается задача экономить материальные и энергетические ресурсы не столько в денежном, сколько в натуральном выражении.

Общим недостатком существующих методик оптимизации состава МТП является то, что стоимость выполнения работ тем или иным техническим средством определяется исходя из предварительно задаваемой нормативной годовой загрузки. Рассчитанный

таким образом состав МТП не является оптимальным, поскольку сама годовая загрузка машин может быть получена только после решения задачи. Попытка учесть это обстоятельство была сделана авторами методики СибИМЭ и ИМ СО АН СССР. Однако в силу того, что задача решалась в разрезе отдельных сезонов, а не в целом по годовому объему работ, существенных результатов достичь не удалось.

Нужна всесторонняя экономическая оценка агрегатов с учетом современного состояния и перспектив дальнейшего развития сельскохозяйственной техники. При этом оценка экономической эффективности новой техники по единому обобщающему стоимостному критерию не должна исключать возможности использования частных показателей, позволяющих более полно раскрыть эффект новой техники по элементам затрат.

Применительно к оценке эффективности сельскохозяйственной техники необходимо учитывать несколько критериев, из которых наиболее часто употребляемыми являются: минимум времени выполнения работ (или максимум производительности), минимум капитальных затрат (балансовой стоимости техники), минимум энергомашины, минимум прямых эксплуатационных издержек и балансовой стоимости покупаемых машин, минимальные затраты живого труда, минимумы металлоемкости, расхода горючего и других факторов. Нередко при оценке применяют не один общий критерий, а целую систему натуральных и стоимостных показателей.

Не задаваясь целью детального анализа этих критериев, следует отметить, что большинство из них являются частными оценочными показателями, ввиду чего они не могут быть использованы в качестве самостоятельных критериев, однозначно определяющих эффективность сельскохозяйственной техники, не говоря о том, что некоторые из них противоречивы.

Показатель производительности (экономии) живого труда, несмотря на его важность в современных условиях, не может со всей полнотой оценить рост производительности совокупного труда при использовании новой техники, так как в нем не отражены затраты овеществленного труда.

Показатель минимума приведенных затрат, являясь стоимостным критерием, комплексно характеризует эксплуатационные издержки на производство продукции (работы) и капиталовложения с учетом их нормативной эффективности, но он предполагает наиболее эффективное использование только одного ресурса производства - техники и недостаточно учитывает другие, в частности: потребность в механизаторских кадрах, их годовую загрузку, а также издержки, обусловленные подготовкой механизаторов и созданием требуемой социально-бытовой инфраструктуры.

Поскольку в основе определения экономической эффективности техники лежит сопоставление не любых, а общественно необходимых затрат, выбранный метод и критерий оценки должны отражать издержки производства, связанные с расходом не только капиталовложений, но и всех других важнейших народнохозяйственных ресурсов, включая кадры.

Называя затраты, измеряющие общественно необходимый труд, дифференциальными, известный советский экономист, лауреат Ленинской премии, доктор экономических наук В.В. Новожилов отмечал, что формула приведенных затрат была бы достаточна лишь в том случае, если бы в народном хозяйстве были лимитированы только капиталовложения. В действительности же ограничены не только капиталовложения, но также и лучшие природные ресурсы. Поэтому, наряду с учетом эффективности вложений, потребуются учет эффективности использования природных ресурсов. Значит в формулу дифференциальных затрат нужно ввести, кроме норматива эффективности вложения, еще нормативы эффективности природных ресурсов.

Ряд авторов, развивая положение, высказанное В.В. Новожиловым, предлагают при экономической оценке сельскохозяйственной техники, помимо затрат живого и овеществленного труда, непосредственно связанных с производством продукции, учитывать также расходование важнейших ограниченных ресурсов и их нормативную эффективность. К числу таких ресурсов В.И. Мининзон [37], в частности, относит рабочую силу, некоторые дефицитные средства механизации и потери сельскохозяйственной продукции. Ю.К. Киртбая [38], решая проблему оптимизации состава машинно-тракторного парка как единую экстремальную задачу совместной оптимизации потребности хозяйств в технике и механизатор-

ских кадрах, в формулу приведенных затрат вводит издержки производства, связанные с отвлечением трудовых ресурсов.

К.И. Жукевич указывал на необходимость при определении эффективности новой сельскохозяйственной техники и технологии, наряду с капиталовложениями и трудовыми ресурсами, учитывать также потребление металла и топлива (энергии) для производства и эксплуатации технических средств и оборудования.

Факторы, влияющие на условия и эффективность средств механизации, можно разделить на пять основных групп: агротехнические, технико-эксплуатационные, ресурсные, экологические и экономические. Чтобы совместно рассматривать показатели, характеризующие производственные факторы с различной размерностью и диапазоном изменения, необходимо преобразовать их в безразмерные величины.

По каждой из выделенных групп для нахождения комплексной оценки целесообразно определять среднее геометрическое частных оценок рассматриваемых факторов с учетом их весомости. При использовании среднего геометрического приоритет, в отличие от других средних, отдается техническому средству или комплексу машин с меньшей дисперсией оцениваемых показателей [39].

Комплексная оценка

$$D_j = \sum_{i=1}^{n_{ij}} \beta_{ij} \sqrt[n_{ij}]{\prod_{j=1}^{n_{ij}} d_{ij}^{\beta_{ij}}}, \quad (5.16)$$

$$d_{ij} = \begin{cases} d_{ij \max} + (d_{ij \min} - d_{ij \max}) \frac{y_{ij} - y_{ij \max}}{y_{ij \min} - y_{ij \max}}, & y_{ij \max} \Leftrightarrow d_{ij \max} \\ d_{ij \max} + (d_{ij \min} - d_{ij \max}) \frac{y_{ij} - y_{ij \min}}{y_{ij \min} - y_{ij \min}}, & y_{ij \max} \Leftrightarrow d_{ij \min} \end{cases},$$

где  $d_{ij}$  – оценка  $i$ -го фактора  $j$ -й группы;

$n_{ij}$  – количество  $j$ -х факторов действующих одновременно;

$\beta_{ij}$  – весомость оцениваемых факторов;

$y_{ij}, y_{ij \max}, y_{ij \min}$  – текущее, максимальное и минимальное значения оцениваемого показателя.

Если отдельные факторы, характеризующие работу агрегатов, сами по себе оцениваются несколькими показателями, то численные значения их оценок также находят по формуле (5.16). Одним

из таких факторов в группе технико-эксплуатационных, например, являются условия труда обслуживающего персонала.

Весомость оцениваемых производственных факторов целесообразно определять исходя из достигнутого в сельском хозяйстве уровня характеризующих их показателей или соответствия требованиям нормативно-технической документации. Тогда весовые коэффициенты

$$B_i = \frac{K_{0i}}{K_i},$$

где  $K_{0i}, K_i$  - планируемый (нормативный) и среднестатистический (достигнутый) уровень показателя в соответствующих единицах измерения.

В случае, когда улучшению показателя соответствует уменьшение его численного значения (затраты труда, капиталовложения, материалоемкость и др.), принимается обратная величина.

При таком подходе весомость затрат материально-энергетических ресурсов характеризует их дефицитность, других эксплуатационных факторов - степень прогресса, достигнутого в производстве или использовании сельскохозяйственной техники (табл. 5.4).

Обобщенная оценка эффективности агрегата при равенстве весомостей групп факторов определяется

$$D = \sqrt[n_j]{\prod_{j=1}^{n_j} D_j},$$

где  $D_j$  - комплексная оценка  $j$ -й группы факторов;  $n_j$  - количество одновременно оцениваемых групп факторов ( $1 < j < 5$ ).

Примеры обобщенной оценки машин и технологий по изложенной методике применительно к работе почвообрабатывающе-посевных агрегатов и охладителей молока различных марок приведены в таблицах 5.5 и 5.6 ( $F$  - площадь участка;  $W$  - производительность;  $Z_m$  - затраты труда;  $q$  - расход энергии;  $M_m$  - расход металла;  $Pr$  - эксплуатационные затраты;  $D$  - балльная оценка) [32].

При оценке использованы укрупненные значения весовых коэффициентов производственных факторов (табл. 5.5) [32]. Как видно из этих таблиц, методика дает возможность определить рейтинговый приоритет видов техники. Отметим, что денежные единицы здесь и далее приводятся на момент 2003 г. Республики Беларусь.

Таблица 5.4

## Укрупненные весовые коэффициенты производственных факторов

Учитываемые факторы	Условные обозначения	Размерность	Весовые коэффициенты
<b>Агротехнические:</b>	$D_a$		
Прибавка урожая	$d_y$	ц/га	2,0
Потеря урожая	$d_n$	ц/га	2,0
Повышение качества продукции	$d_k$	%	1,5
Потребность в технологическом материале	$d_m$	кг/га	2,0
<b>Технико-эксплуатационные:</b>	$D_{mэ}$		
Качество выполнения технологического процесса	$d_{km}$	В зависимости от факторов	1,5
Унификация	$d_{ун}$	%	1,1
Универсальность	$d_{унв}$	%	1,1
Комбинированность	$d_{кмб}$	%	1,2
Наработка на отказ	$d_{но}$	ч	1,5
Уровень автоматизации технологического процесса	$d_a$	%	1,1
Условия труда	$d_{ум}$	В зависимости от факторов	1,4
<b>Ресурсные:</b>	$D_p$		
Затраты труда	$d_{зт}$	чел.-ч/га	1,3
Расход энергоресурсов	$d_э$	кг у.т./га кВт ч/га	1,7
Материалоёмкость	$d_m$	кг/га	
<b>Экономические:</b>	$D_э$		
Удельные капиталовложения	$d_{ук}$	руб./га	1,4
Эксплуатационные затраты	$d_{эз}$	руб./га	1,4
<b>Экологические:</b>	$D_e$		
Выделение вредных веществ в окружающую среду	$d_v$	%	1,1
Водная и ветровая эрозии	$d_{вэ}$	т/га	1,1
Уплотнение почвы	$d_{ег}$	МПа, %	1,2



Таблица 5.5

**Сравнительная оценка типоразмеров исходного ряда  
почвообрабатывающе-посевных агрегатов**

Состав агрегата		F, га	З <sub>м</sub> , чел.- ч/га	q, кВт·ч/ га	M <sub>м</sub> , кг/га	Пр, тыс.руб./ га	D, балл	Ранг, место
трактор	машина							
MT3-82	АПП-3,0	2	1,00	8,3	3,2	328,8	2,67	19
MT3-82	АПП-3,0	3	0,79	7,0	2,6	262,3	3,62	16
MT3-82	АПП-3,0	6	0,67	6,4	2,2	222,9	4,13	13
MT3-82	АПП-3,0	12	0,63	6,0	2,0	208,5	4,34	11
MT3-82	АПП-3,0	24	0,60	5,9	1,9	199,5	4,44	9
MT3-82	АПП-3,0	60	0,58	5,8	1,9	190,5	4,54	8
MT3-82	АПП-3,0	140	0,57	5,7	1,8	188,9	4,58	7
MT3-1221	АПП-4,5	2	0,77	9,4	3,8	392,4	2,55	20
MT3-1221	АПП-4,5	3	0,63	8,0	3,1	319,0	3,38	17
MT3-1221	АПП-4,5	6	0,54	7,1	2,6	269,5	3,93	14
MT3-1221	АПП-4,5	12	0,44	6,3	2,2	224,3	4,33	10
MT3-1221	АПП-4,5	24	0,39	5,8	1,9	201,0	4,71	5
MT3-1221	АПП-4,5	60	0,36	5,6	1,8	188,5	4,84	4
MT3-1221	АПП-4,5	140	0,36	5,5	1,8	185,1	4,88	3
T-150K	АПП-6,0	2	0,68	10,2	4,6	439,1	1,93	21
T-150K	АПП-6,0	3	0,53	8,6	3,6	341,1	3,06	18
T-150K	АПП-6,0	6	0,43	7,8	2,9	280,6	3,73	15
T-150K	АПП-6,0	12	0,38	6,7	2,6	248,1	4,15	12
T-150K	АПП-6,0	24	0,32	6,1	2,1	206,5	4,61	6
T-150K	АПП-6,0	60	0,27	5,5	1,8	177,0	4,94	2
T-150K	АПП-6,0	140	0,26	5,4	1,8	172,5	5,00	1

Таблица 5.6

**Комплексная оценка агрегатов для охлаждения молока  
(молочно-товарная ферма на 200 голов)**

Комплект оборудования	W, т/ч	з, чел.-ч/т	q, кг/т	M, кг/т	П <sub>p</sub> , тыс. руб./т	D, балл	Ранг, место
МКА-2000Л-2А	0,17	5,88	34,6	0,07	80,7	4,74	1
СЛ-1600	0,07	14,3	41,4	0,11	129,0	4,38	2
2РПО-2,5+0МС-12+ТХУ-37	0,42	2,38	22,8	0,20	135,0	4,34	3
РПО-Ф-0.5	0,03	3,33	24,1	0,17	157,8	4,33	4
РПО-2,5+ТХУ-14	0,21	4,76	40,9	0,13	104,6	4,29	5
3РПО-1,6+0НС-12+ТХУ-37	0,39	2,56	24,7	0,19	150,0	4,29	6
ТОМ-2А	0,16	6,25	43,0	0,19	87,5	4,28	7

Предлагаемый алгоритм оптимизации состава средств механизации основан на методах эвристического моделирования и предусматривает следующую последовательность решения задачи:

1. Выполняем комплексную оценку возможных вариантов механизации всех технологических операций при условии нормативной загрузки агрегатов и формируем опорный план состава МТП

$$X_{sjk}^p = \left\{ X_{sjk}^p = \sum_i \frac{B_{jk}}{W_{ijk} t_{ijk} T_{gjk}} \lambda_{is}; D_{xijk} \rightarrow \max \right\}, X_{sk}^p = \sum_j X_{sjk}^p,$$

$$X_{sk} = \begin{cases} 1, X_{sk}^p < 1; \\ \left[ \left[ X_{sk}^p \right] + \frac{X_{sk}^p}{\left[ X_{sk}^p \right]} - 0,01\gamma \right], X_{sk}^p \geq 1. \end{cases}$$

$$X_{sk} = \max_k X_{sk},$$

где  $j, i, k, s$  - индексы операции, агрегата, периода, машины;

$B, W, X, A$  - объем работ, производительность агрегата, количество машин в парке, количество машин в агрегате;

$T_g, t, y$  - дневная продолжительность работы, время выполнения операции, допустимая погрешность в обеспеченности техникой;

$D$  - обобщенный оценочный показатель;

$[ ]$  - целая часть числа.

2. Определяем годовую загрузку машин

$$T_{rs} = \frac{1}{X_s} \sum_{jk} X_{sjk}^p t_{jk} T_{gsjk}.$$

3. С учетом рассчитанных годовых загрузок уточняем амортизационные отчисления и затраты средств на ремонт и техническое обслуживание, технико-экономические показатели (затраты труда, расход топлива, металла, электроэнергии и др.).

4. Улучшаем опорный план путем исключения дорогостоящих и мало загруженных тракторов, поочередно выводя из состава парка тракторы с наибольшим отношением балансовой стоимости к годовой наработке.

5. Для скорректированного варианта парка уточняем количество машин, их годовую загрузку, амортизационные отчисления и затраты средств на ремонт и техническое обслуживание, технико-экономические показатели, и выполняем сравнительную оценку планов по обобщенному показателю. Корректировка состава парка заканчивается, если она не приводит к увеличению обобщенного показателя более чем на 3%.

В итоге получаем оптимальный состав парка

$$X_s = \left\{ X_s^m; D_{X_s^m} > D_{X_s^{m-1}} \right\},$$

где  $m$  - вариант состава парка.

## 5.5. Методические аспекты определения приоритетов технического оснащения сельского хозяйства в современных условиях

Существующие методы обоснования системы машин основаны на оптимизации машинно-тракторного парка модельных (типичных) хозяйств. Исследования, выполненные в этой области, направлены в основном на определение структуры и состава парка без учета его фактического состояния. Большого внимания, на наш взгляд, заслуживает разработка научно-методического обеспечения стратегии оптимального доукомплектования машинно-тракторного парка хозяйств с учетом ограничений по ресурсам.

В качестве основного методологического требования стратегии формирования средств механизации логично принять достижение максимального объема валовой продукции при ограниченных ресурсах

$$\max_i \sum_i V_i(S_i), \text{ при } \sum_i S_i = R, \text{ и } S_i \geq 0,$$

где  $V_i$  - объем валовой продукции  $i$ -го вида в денежном выражении;

$S_i$  - средства для приобретения машин, применяемых при производстве продукции данного вида;

$R$  - имеющиеся денежные средства для приобретения техники.

При определении объема продукции необходимо учитывать потери урожая, связанные с нарушением агротехнических сроков и качества проведения полевых работ.

М.А. Кадыров [40] приводит следующие данные о потерях урожая от несоблюдения регламента технологий возделывания зерновых при базовой урожайности 23 ц/га (рис. 5.6). Сумма не спорных потерь достигает 27,5 ц/га, что больше, чем собранный урожай. При этом доля техногенных потерь от недостатка или низкого качества применения средств механизации составляет 54,3%, или 14,94 ц/га.

Такая оценка, безусловно, заслуживает внимания, так как любые потери урожая ведут к недобору продукции, следовательно, к увеличению непроизводительных затрат.

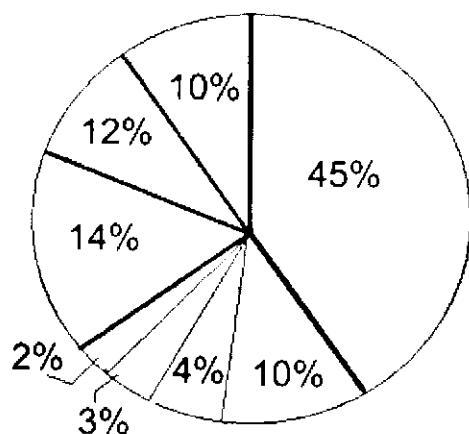


Рис. 5.6. Расчетные потери зерна при урожайности 23 ц/га:

**45%** - фактический сбор зерна; по **10%** - дефицит удобрений и потери при уборке; **4%** - неоптимальный предшественник; **3%** - некачественная заделка семян; **2%** - семена низких репродукций; **14%** - неудовлетворительная защита растений; **12%** - несоблюдение сроков обработки почвы и ухода за посевами

В связи с этим при экономической оценке целесообразно заведомо закладывать в расчеты недобор урожая, вызванный нарушением сроков проведения работ. Это относится и к повышению урожайности, если оно обусловлено применением того или иного технического средства. В частности, на необходимость учета убытков из-за несвоевременного выполнения работ при решении задач доукомплектования машинно-тракторного парка указывается в работах ученых США [41].

Сбор продукции с единицы площади в зависимости от срока выполнения технологического процесса для большинства сельскохозяйственных работ описывается функцией

$$U(t) = U_0(1 - K|t - \tau|^n),$$

где  $U_0$  - ожидаемая (без потерь) урожайность;

$K$  - коэффициент потерь продукции (в долях) при изменении срока на сутки;

$\tau$  - значение промежутка времени, соответствующее максимальной урожайности.

При продолжительности выполнения работ от оптимального момента до 20 суток можно принять  $n=1$  [38]. Кроме того, поскольку потери продукции за оптимальный срок незначительны,

ими можно пренебречь. С учетом принятых допущений объем урожая (стоимость)  $i$ -культуры с площади  $F_i$

$$V_i = U_{0j} F_i C_m \left[ 1 - \frac{K_{ni}}{T_{0i} + T_{yi}} \int_{T_{ai}}^{T_{ai} + T_{yi}} (t - T_{0i}) dt \right] = U_{0j} F_i C_i \left[ 1 - \frac{K_{ni} T_{yi}^2}{2(T_{0i} + T_{yi})} \right],$$

где  $C_i$  - цена продукции, руб./т;

$T_{ai}$  - оптимальная продолжительность выполнения работы;

$T_{yi}$  - продолжительность выполнения работы сверх оптимального срока, сут.

Увеличение срока выполнения процесса равноценно снижению уровня технической оснащенности и, следовательно, адекватно уменьшению капиталовложений в машинный парк

$$\frac{T_{ai}}{T_{ai} + T_{yi}} = \frac{S_{\phi i}}{S_{ni}} = \frac{m_{\phi i}}{m_{ni}},$$

где  $S_{\phi i}, S_{ni}$  - фактический и требуемый (нормативный) объемы капиталовложений;

$m_{\phi i}, m_{ni}$  - фактическое и требуемое (нормативное) количество технических средств.

В случае приобретения средств механизации для выполнения  $i$ -й работы на сумму  $S_i$

$$\frac{T_{ai}}{T_{ai} + T_{yi}} = \frac{S_{\phi i} + S_i}{S_{ni}}. \quad (5.17)$$

С учетом (5.17) и условия, что с применением новой техники может измениться как количество, так и качество получаемой продукции выражение для урожая можно представить

$$V_i = a_i U_{0i} F_i C_{ni} \beta_i \left[ 1 - 0,5 K_{ni} T_{0i} \left( \frac{S_{ni}}{S_{\phi i} + S_i} + \frac{S_{\phi i} + S_i}{S_{ni}} - 2 \right) \right], \quad (5.18)$$

где  $\alpha_i, \beta_i$  - соответственно коэффициенты увеличения урожайности и закупочной цены продукции на применении новой техники.

Обозначим

$$A_i = a_i U_{0i} F_i C_{ni} \beta_i;$$

$$B_i = 0,5A_iK_{ni}T_{ai};$$

$$\varepsilon_i = \frac{S_{\phi i}}{S_{ni}}.$$

Тогда, (5.18) запишется

$$V_i = A_i - B_i \left[ \left( \frac{S_{ni}}{\varepsilon_i(S_{\phi i} + S_i)} + \frac{\varepsilon_i(S_{\phi i} + S_i)}{S_{\phi i}} - 2 \right) \right]. \quad (5.19)$$

Анализ данной зависимости показывает, что прирост продукции будет больше в том случае, если ограниченные ресурсы использовать для обеспечения техникой той из  $i$ -ой работ, для которой  $B_i$  имеет большее значение. Назовем этот показатель коэффициентом приоритета. Попробуем найти оптимальное распределение средств (находим  $S_1, S_2, S_3, \dots$ ). Выражение (5.19) продифференцируем по параметру  $S_i$ , получим

$$\frac{\partial V_i}{\partial S_i} = B_i \left[ \frac{S_{\phi i}}{\varepsilon_i(S_{\phi i} + S_i)^2} + \frac{\varepsilon_i}{S_{\phi i}} \right].$$

Приравняв левую часть к нулю, найдем параметр, удовлетворяющий максимальному значению урожая

$$S_i = S_{\phi i} \left( \frac{1}{\varepsilon_i} - 1 \right). \quad (5.20)$$

Поскольку имеющиеся средства ограничены, то в первую очередь следует приобретать те машины, которые будут использованы при выполнении технологических процессов с наибольшим коэффициентом приоритета. На основе изложенного построен следующий алгоритм распределения капитальных вложений.

1. Для каждого технологического процесса рассчитываем коэффициент приоритета

$$B_i = 0,5a_iU_{0i}F_iC_{ni}K_{ni}T_{ni}\beta_i. \quad (5.21)$$

2. Технологические процессы располагаем в порядке убывания коэффициента приоритета

$$B_1 \geq B_2 \geq \dots \geq B_n. \quad (5.22)$$

3. Определяем для  $i = 1, 2, \dots, n$  значения

$$F_r = \sum_{k=1}^n S_{\phi k} \left( \frac{1}{\varepsilon_k} - 1 \right). \quad (5.23)$$

4. Находим такое значение индекса  $i = q$ , для которого

$$P_n \geq R. \quad (5.24)$$

5. Определяем распределение средств, максимизирующих величину валовой продукции

$$S = \begin{cases} S_{\phi i} \left( \frac{1}{\varepsilon_i} - 1 \right), i < q \\ R - \sum_{i=1}^{q-1} S_i, i = q \\ 0, i > q \end{cases}.$$

В качестве примера распределим средства на приобретение техники по трем технологическим процессам (посев яровых, уборка зерновых культур и картофеля) с различной обеспеченностью техникой (табл. 5.7).

Таблица 5.7

Данные для расчета средств на приобретение техники

Технологические процессы	$F_i$ , га	$U_i$ , т/га	$T_{ai}$ , сут	$S_{\phi i}$ , млрд. руб.	$\varepsilon_i$	$K_{ni}$	$C_{ni}$ , тыс. руб./т
Посев яровых	900	-	8	30	0,9	0,015	-
Уборка зерновых культур	1500	4	10	500	0,8	0,03	150
Уборка картофеля	200	25	15	100	0,7	0,009	200

Примем урожайность яровых 4 т/га, закупочную цену 150 млн руб. за 1 т (в ценах Республики Беларусь на 2012 г.). С целью упрощения расчетов принимаем  $\alpha_i = \beta_i = 1$ .



Тогда коэффициенты приоритета согласно формуле (5.21) и с учетом условия (5.22) получим: для уборки зерновых культур  $B_1 = 135$ , для уборки картофеля  $B_2 = 67,5$  и для посева яровых  $B_3 = 32,4$  млн руб.

Пусть на приобретение средств механизации имеется 150 млрд. руб. Используя формулы (5.23) и (5.24) получим

$$P_1 = P_2 = 167,9 > 150.$$

Таким образом, на приобретение зерноуборочной техники необходимо выделить

$$S_1 = 500 \left( \frac{1}{0,8} - 1 \right) = 125 \text{ млрд. руб.},$$

картофелеуборочной

$$S_2 = 150 - 125 = 25 \text{ млрд. руб.}$$

Технику для посева зерновых из-за ограниченности ресурсов приобретать не следует.

## Литература

1. Игнатъев М.Б., Ильевский Б.З., Клауз Л.П. Моделирование системы машин. Ленинград: Машиностроение, 1986. 304 с.
2. Шаров Н.М. Эксплуатационные свойства машинно-тракторных агрегатов. М.: Колос, 1981. 243 с.
3. Русанов В.А. Проблема переуплотнения почв движителями и эффективные пути решения. М.: ВИМ, 1998. 367 с.
4. Кононов А.М. Исследование реализации тягово-сцепных качеств и агротехнической проходимости колесных тракторов на суглинистой почве Беларуси: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Горки: БСХА, 1974. 41 с.
5. Чигарев Ю.В., Синкевич П.Н. Математические основы механики почв. Мн.: УП "Технопринт", 2004. 163 с.
6. Цуриков А.Т. Почвоведение. М.: Агропромиздат, 1986. 287 с.
7. Вадюнина А.Ф. Корчагина З.А. Методы исследования физических свойств почв. М.: Агропромиздат, 1986. 416 с.
8. Куллен Л., Куперс Х. Современная земледельческая механика. М.: Агропромиздат, 1986. 349 с.
9. Цитович П.А. Механика грунтов. М.: Высшая школа, 1983. 288 с.
10. Винников С.Д., Проскуряков Б.В. Гидрофизика. Л.: Гидрометеоздат, 1988. 248 с.
11. Теребушко О.И. Основы теории упругости и пластичности. М.: Наука, 1984. 319 с.
12. Амэнзаде Ю.А. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1976. 272 с.
13. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. М.: Высшая школа, 1978. 447 с.
14. Муллер Р.А. К статистической теории распределения напряжений в зернистом грунтовом основании. Основания, фундаменты и механика грунтов. 1962. № 4. 31 с.
15. Чигарев Ю.В., Давидовский Б., Нововойский Р. Механобиологические модели почв: Материалы Междун. конф. «Опыт. Проблемы и перспективы развития технического сервиса в АПК». Ч. 2. Минск, 2009. С. 180-186.
16. Chigarev Yu., Jan B. Dawidowski, R. Nowowiejski. Opracowanie modelu agrokosystemu z uwzględnieniem żywnych i nieżywnych składników gleby. Inżynieria Rolnicza. 3(63). Kraków, 2005. S. 111-117.

17. Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е., Бочаров П.Ф., Ксенвич И.П., Солонский А.С. Тракторы теория. М.: Машиностроение, 1988. 375 с.
18. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин. М.: Машиностроение, 1990. 351 с.
19. Кацыгин В.В. О закономерности сопротивления почв сжатию //Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства. Мн., 1962. Т. 13. С. 15-17.
20. Гуськов В.В. Тракторы. Ч. 2. Теория. Мн.: Вышэйша школа, 1977. 384 с.
21. Липкович Э.И. Аналитические основы системы машин. Ростов: Кн. изд-во, 1983. 112 с.
22. Беляк К.Т., Бохан Н.И., Крук И.С., Костюченко А.В. Оценка проходимости машинно-тракторных агрегатов // Инженерный Вестник. 2007. №1 (23). С. 18-21.
23. Труфанов В.В. Глубокое чизелевание почвы. М.: ВО «Агропромиздат», 1989. 140 с.
24. Chigarev Yu. Model prognozowania efektywności rolniczych technologii. XII Międz. Konf. Naukowa „Problemy intensyfikacji produkcji zwierzęcej z uwzględnieniem ochrony środowiska i standartów UE. IBMER. Warszawa, 2006. S. 297-301.
25. Hatrman L.M. Technological Forecasting. В: Multinational Corporate Planning, G.A. Steiner, W. Cannon, Eds. New York, Crowell-Collier. 1966.
26. Назаров Н.И. Прогностика упорядочения производств. Донецк: Норд-Пресс, 2008. 216 с.
27. Мартино Дж. Технологическое прогнозирование. М.: Прогресс, 1977. 591 с.
28. Лисичкин В.А. Отраслевое научно-техническое прогнозирование. М.: Экономика, 1971. 231 с.
29. Floyd A.L. A Methodology for Trend-Forecasting of Figures of Merit Technological Forecasting for Industry and Government. I.R. Bright. Ed. Englewood Cliffs , Prentice-Hall, 1968.
30. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин. М.: Машиностроение, 1969. 294 с.
31. Френкель С.Я. Физика, химия и проблема биологической целесообразности. Л.: Наука, 1970. 276 с.
32. Шило И.Н., Дашков В.Н. Ресурсосберегающие технологии сельскохозяйственного производства. Мн.: БГАТУ, 2003. 183 с.

33. Сысуев В.А., Мухамадьяров Ф.Ф. Методы повышения агробиоэнергетической эффективности растениеводства. Киров: НИИСХ Северо-Востока, 2001. 216 с.
34. Шило И.Н. Основные проблемы механизации сельского хозяйства и направления ресурсосбережения в современных условиях // Агропанорама. 1997. № 3. С. 7-10.
35. Активное вентилирование сельскохозяйственных продуктов /В.М. Любарский, В.И. Пятрушявичюс и др. М.: Колос, 1972. 151 с.
36. Методика определения оптимальной структуры и организации использования машинно-тракторного парка / ВЦ ГОСПЛАНА УССР, Киев, 1966. 68 с.
37. Мининзон В.И. Критерии оптимальности перспективной системы машин: Труды ВИМ. М., 1968. Т. 45. С. 13-20.
38. Киртбая Ю.К. Резервы в использовании машинно-тракторного парка. - М.: Колос, 1976. 256 с.
39. Шило И.Н. Методологические аспекты совершенствования системы машин для сельского хозяйства // Весці ААН РБ. 1998. № 3. С. 84-88.
40. Кадыров М.А. О земледелии, селекции и рациональном хозяйствовании. Мн.: Несси, 2001. 163 с.
41. Использование машинно-тракторного парка в сельскохозяйственном производстве США. М.: Колос, 1970. 87 с.

# Содержание

<b>Введение</b> .....	3
<b>Глава 1</b>	
<b>Влияние системы машин на свойства сельскохозяйственных сред</b>	
1.1. Изменение агрофизических свойств почв при механическом воздействии .....	5
1.2. Структурно-механический состав почв.....	13
1.3. Физические свойства почв.....	16
1.4. Аэрационные свойства почв.....	26
1.5. Тепловые свойства почв.....	29
<b>Глава 2</b>	
<b>Математико-механические модели сельскохозяйственных сред</b>	
2.1. Напряжения и деформации в почве.....	35
2.2. Упругое тело.....	46
2.3. Пластичное тело.....	49
2.4. Вязкость и ползучесть.....	55
2.5. Тело Кельвина–Фойхта.....	58
2.6. Тело Максвелла.....	59
2.7. Вязкопластические тела.....	60
2.8. Упруго-вязкопластические тела.....	61
2.9. К определению реологических свойств почвы.....	62
2.10. Распределение напряжений в зернистой среде от сосредоточенных сил.....	68
2.11. Механобиологические модели почв.....	71
<b>Глава 3</b>	
<b>Параметры взаимодействия в моделях «машина – среда»</b>	
3.1. Кинематические характеристики опорных колес сельскохозяйственных машин.....	77
3.2. Определение сил сопротивления почвы под ободом жёсткого колеса.....	80
3.3. Скольжение и буксование.....	88
3.4. Деформирование шин.....	91
3.5. Общий случай действия системы сил при контактном взаимодействии.....	93

3.6.	Определение сил сопротивления качению ведомого эластичного колеса на недеформируемой поверхности.....	95
3.7.	Случай взаимодействия эластичного ведомого колеса с деформируемой поверхностью.....	97
3.8.	Взаимодействие ведущего деформируемого колеса с почвой.....	98
3.9.	Влияние грунтозацепов на взаимодействие ведущего колеса с почвой.....	101
3.10.	Определение энергетического баланса работы комбайна.....	104
3.11.	Проходимость систем машин на агроландшафтах (опорная проходимость гусеничных тракторов).....	106
3.12.	Проходимость колесных тракторов.....	109
3.13.	Агротехническая проходимость.....	109
3.14.	Некоторые методы оценки агротехнической проходимости...	112

#### **Глава 4**

##### **Моделирование технологических процессов**

4.1.	Подходы в прогнозировании машинных технологий.....	116
4.2.	Построение имитационной модели для выбора технологий.....	120
4.3.	Информационная модель Айзенсона-Хартмана.....	124
4.4.	Модель Флойда.....	127

#### **Глава 5**

##### **Методы формирования системы машин**

5.1.	Связь между организацией среды и машиной.....	130
5.2.	Подбор основных параметров технических средств систем машин.....	137
5.3.	Механизированные технологии – основа формирования системы машин.....	141
5.4.	Методы оптимизации состава технических средств.....	151
5.5.	Методические аспекты определения приоритетов технического оснащения сельского хозяйства в современных условиях.....	164

<b>Литература.....</b>	<b>170</b>
------------------------	------------

**Юрий Власович Чигарев  
Иван Николаевич Шило  
Вацлав Романюк  
Василий Алексеевич Сысуев  
Петр Алексеевич Савиных**

**МЕТОДОЛОГИЯ  
РАЗРАБОТКИ ТЕОРИИ СИСТЕМЫ  
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ  
МАШИН**

Тех. редактор,  
компьютерная верстка  
И.В. Кодочигова

Подписано в печать 10 декабря 2014 г.  
Формат 60x84<sup>1/16</sup>. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,23.  
Тираж 500 экз. Заказ 67.

Издано ФГБНУ «НИИСХ Северо-Востока»  
610007, г. Киров, ул. Ленина, 166,а