КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ ПЕРВОГО РОДА НА КОНФОРМНО И ПРОЕКТИВНО ПЛОСКИХ МНОГООБРАЗИЯХ

Г.В. Грушевская[1], Н.Г. Крылова[1,2]

[1]Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
[2]Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Беларусь

Наблюдения космического микроволнового фона свидетельствуют о малом, но конечном значения так-называемого "отношения тензор-скаляр" r, что указывает на необходимость построения космологических моделей, основанных на расширении Стандартной Модели. Стремление of r к нулю не требуется при a first-order phase transition в отсутствие кроссовера. Простейшая возможность расширения теории с включением космологических вакуумных переходов 1-го рода состоит в добавлении в модель вещественного скалярного поля, которое будет давать дополнительное слагаемое в лагранжиан Стандартной модели [1]. Согласно представлениям современной космологии, фазовый переход произошел на временном масштабе электрослабого нарушения барионной симметрии [2] вследствие спонтанного нарушения симметрии этого скалярного поля. Геометротермодинамический подход был предложен в [3] для описания некоторых свойств гравитирующих систем. В нем предполагается, что существует соответствие между анти де Ситтеровскими моделями и конформной теорией поля, при этом космологические модели анализируются как термодинамические объекты с энтропией Бекенштейна–Хокинга и температурой Хокинга [4, 5]. Термодинамические модели космологических фазовых переходов основываются на метриках Фридмана–Леметтра–Робертсона–Уолкера, которые учитывают эффекты ненулевого тензора Вейля посредством введения параметра вязкости и времени релаксации (коэффициент, обратный коэффициенту расширения) [6]. Аксиально-симметричные метрики типа Ньюмана–Унти–Тамбурино (НУТ) также перспективны для описания космологических фазовых переходов. Хотя некоторые термодинамические особенности этих метрик исследовались, вследствие сложности этих метрик их геометротермодинамические модели до сих пор не построены. Развитие геометро-термодинамических подходов в космологии требует создания более реалистичных моделей фазовых переходов первого рода.

В данной работе мы развиваем геометродинамическую космологических вакуумных фазовых переходов первого рода и исследуем симметрийные свойства проективных тензоров кривизны Вейля и Дугласа метрик соответствующих псевдофинслеровых статистических многообразий.

Ранее [7-8] было получено действие dl на статистическом многообразии фазового перехода первого рода на межфазной границе с электрокапиллярным механизмом диссипации энергии с учетом распределения времен релаксации зародышей новой фазы:

$$dl = L(\vec{r},\dot{\vec{r}},\dot{\xi})ds = \left(-p|V|r^5 e^{\frac{2|V|k}{r}}\frac{\dot{\xi}^2}{\dot{r}} + U(\xi,r)\dot{\xi} + m\frac{(\dot{r}^2+r^2\dot{\varphi}^2)}{2\dot{\xi}}\right)ds, \quad (1)$$

Из требования экстремальности действия квадрат метрической функции F^2 должен быть пропорционален дифференциалу действия (1):

$$F^2 = L(\vec{r},\dot{\vec{r}},\dot{\xi})\dot{\xi} \equiv A\frac{\dot{\xi}^3}{\dot{r}} + B_i\dot{\xi}^2 - m\frac{(\dot{r}^2+r^2\dot{\varphi}^2)}{2}. \quad (2)$$

Из вида метрики (2), конфигурационное пространство фазового перехода является финслеровым.

Показано, что посредством поворота Вика на действии (1) можно построить сферически-симметричную метрику 4D-гиперповерхности, вложенной в контактное 5D-многообразие с аксиально-симметричной обобщенной НУТ-метрикой [3]:

$$dl^2 = \Phi(R)\left(dx^0 + 4n\sin^2(\theta/2)d\varphi\right)^2 - \frac{dR^2}{\Phi(R)} - \frac{R^2}{\Phi(R)}(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2), \quad (3)$$

где $\Phi(r) = 1 - \frac{1}{3}\Lambda\left(r^2+5n^2\right) + \frac{q_e^2+q_m^2}{n^2+r^2} - \frac{1}{n^2+r^2}\left(rr_g - \frac{8\Lambda n^4}{3} + 2n^2\right)$, $\Lambda(\Lambda<0)$ - космологическая постоянная, $r_g = 2G^*M/c^2$ - гравитационный параметр, q_e и q_m - электрический и магнитный заряды, соответственно [3, 8].

Необходимым и достаточным признаком конформно плоских многообразий является обращение в нуль тензора Вейля:

$$W^i_{jkl} = R^i_{jkl} - \frac{1}{n-2}\left(g^i_k R_{jl} - g^i_l R_{jk} + R^i_k g_{jl} - R^i_l R_{jk}\right) -$$
$$-\frac{1}{(n-1)(n-2)}\left(g^i_l g_{jk} - g^i_k g_{jl}\right),$$

где R^i_{jkl}, $R_{jl} = R^k_{jkl}$ - тензоры кривизны Римана-Кристоффеля и тензор Риччи, соответственно. The обобщенная НУТ-метрика (3) является конформно плоской: $W^i_{jkl} = 0$ в подпространстве $\theta = 2\pi k,\ k \in N$.

Проективные преобразования сохраняют проективный тензор кривизны:

$$\tilde{W}^i_k = H^i_k - H\delta^i_k - \frac{1}{n+1}\left(\frac{\partial H^j_k}{\partial y^j} - \frac{\partial H}{\partial y^k}\right)y^i$$

и ассоциированный с ним обобщенный тензор кривизны Вейля:

$$\tilde{W}^i_{jkl} = \frac{1}{3}\left(\frac{\partial^2 W^i_k}{\partial y^j\partial y^l} - \frac{\partial^2 W^i_l}{\partial y^j\partial y^k}\right),$$

где

$$H_k^i = 2\frac{\partial G^i}{\partial x^k} - \frac{\partial^2 G^i}{\partial x^h \partial y^k} y^h + 2G_{kl}^i G^l - \frac{\partial G^i}{\partial y^l}\frac{\partial G^l}{\partial y^k}, \quad H = \frac{1}{n-1} H_i^i.$$

Прямой расчет компонент тензора кривизны Вейля и обобщенного тензора Вейля для финслеровой метрики (2) даёт сложные для анализа выражения. Поэтому мы разложили компоненты в ряд вблизи точки $\xi = 0$ и оставляли только главный член разложения. Показано, что при выборе метрического параметра $B(r,\xi)$ в виде

$$B(r,\xi) = \left(f_1(\xi) r + f_2(\xi)\right)^2, \tag{4}$$

конформно-инвариантный тензор Вейля обращается в нуль на подпространстве путей $\dot{\varphi} = 0$. Это означает, что подпространство путей вида $\dot{\varphi} = 0$ вблизи $\xi = 0$ локально конформно плоское.

Прямой расчет проективно инвариантного обобщенного тензора кривизны Вейля $\tilde{W}^i_{jkl}$ для обобщенной НУТ метрики (3) в подпространстве $\theta = 2\pi k$, $k \in N$ дает 12 ненулевых компонент:

$$\tilde{W}^1_{212} = \tilde{W}^3_{223} = -\tilde{W}^1_{221} = -\tilde{W}^3_{232} = \frac{1}{2\Phi^2 r}\left[-r\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)^2 + \Phi\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} + 2r\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}\right)\right],$$

$$\tilde{W}^1_{313} = \tilde{W}^2_{332} = -\tilde{W}^1_{331} = -\tilde{W}^2_{323} = \frac{r}{8\Phi^2}\left[3r\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)^2 - 2\Phi\left(2\frac{\partial \Phi}{\partial r} + r\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}\right)\right],$$

$$\tilde{W}^2_{112} = \tilde{W}^3_{131} = -\tilde{W}^2_{121} = -\tilde{W}^3_{113} = \frac{1}{8r}\left[r\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)^2 + 2\Phi\left(-\frac{\partial \Phi}{\partial r} + r\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}\right)\right].$$

Для метрики фазового перехода первого рода (2) на подпространстве путей $\dot{\varphi} = 0$, при условии (4) и дополнительных условиях, налагаемых на метрические параметры:

$$A(r,\xi) = f_3(\xi)\left(f_1(\xi) r + f_2(\xi)\right)^3 + f_4(\xi)\left(f_1(\xi) r + f_2(\xi)\right)^4,$$

$$f_1^2\left(27 f_3^2 - 16\right) - 6 f_2 f_4 \frac{\partial f_1}{\partial \xi} + 6 f_1\left(f_4 \frac{\partial f_2}{\partial \xi} + \frac{\partial f_3}{\partial \xi}\right) = 0,$$

ненулевыми остаются 12 компонент проективно-инвариантного тензора Вейля:

$$\tilde{W}^1_{313} = \tilde{W}^2_{332} = -\tilde{W}^1_{331} = -\tilde{W}^2_{323} = \frac{f_1 r}{2\left(f_1 r + f_2\right)}$$

$$\tilde{W}^2_{331} = -\tilde{W}^2_{313} = \frac{3}{4} f_2\left(f_3 + f_4\left(f_1 r + f_2\right)\right)$$

$$\tilde{W}^{1}_{332} = -\tilde{W}^{1}_{323} = -\frac{3\dot{\xi}^2}{4\dot{r}^2}\left(f_1 r + f_2\right)\left[2f_3 + f_4\left(f_1 r + 2f_2\right)\right]$$

$$\tilde{W}^{2}_{112} = \tilde{W}^{3}_{131} = -\tilde{W}^{2}_{121} = -\tilde{W}^{3}_{113} = \frac{f_1 f_2}{r}$$

Уравнения геодезических остаются неизменными при проективном преобразовании параметра s: $t = t(s)$, таком что $\bar{G}^i\left(x^i, y^j\right) = G^i\left(x^i, y^j\right) - P\left(x^i, y^j\right)y^i$, где $P\left(x^i, y^j\right)$ – произвольная скалярная функция, положительно однородная первой степени по y^i. Необходимым и достаточным условием того, чтобы общее пространство путей сводилось проективным преобразованием к пространству путей ограниченного типа, состоит в том, чтобы тензор Дугласа B^i_{jkl} тождественно обращался в нуль:

$$B^j_{klh} = G^j_{klh} - \tfrac{1}{n+1}\left[\delta^j_l G^r_{rkh} + \delta^j_k G^r_{rlh} + \delta^j_h G^r_{rlk}\right] - \tfrac{y^j}{n+1}G^r_{rlkh} = 0,$$
$$G^j_{klh} = \tfrac{\partial^3 G^j}{\partial y^k \partial y^l \partial y^h}, \quad G^j_{klhr} = \tfrac{\partial G^j_{klh}}{\partial y^r}.$$

Прямые вычисления компонентов тензора Дугласа для метрики (2) также дают слишком сложные выражения. Вблизи точки $\dot{\xi} = 0$ на подпространстве путей $\dot{\varphi} = 0$ остаются ненулевыми следующие 18 компонент:

$$B^1_{111} = \frac{3\dot{\xi}}{B\dot{r}^2}\left(2B\frac{\partial A}{\partial r} - 3A\frac{\partial B}{\partial r}\right),$$

$$B^1_{133} = B^1_{313} = B^1_{331} = \frac{15r\dot{\xi}^4 A^2}{8B^4\dot{r}^5}\left(14B^3 - 27A^2\right),$$

$$B^1_{233} = B^1_{323} = B^1_{332} = \frac{6r\dot{\xi}^4 A}{\dot{r}^5},$$

$$B^2_{233} = B^2_{323} = B^2_{332} = \frac{3r\dot{\xi}^3 A}{2B^3\dot{r}^4}\left(7B^3 - 27A^2\right),$$

$$B^2_{111} = \frac{3}{4B^4\dot{r}}\left(10B^4\frac{\partial A}{\partial r} + 108A^3\frac{\partial B}{\partial r} + AB^2\left(-21B\frac{\partial B}{\partial r} + 12\frac{\partial A}{\partial \xi}\right) - \right.$$
$$\left. -18A^2B\left(3\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial B}{\partial \xi}\right)\right),$$

$$B^2_{133} = -\frac{3r\dot{\xi}^2 A}{2B^3\dot{r}^3}\left(7B^3 - 27A^2\right),$$

$$B^2_{313} = B^2_{331} = -\frac{135r\dot{\xi}^4 A^3}{4B^5\dot{r}^5}\left(8B^3 - 27A^2\right),$$

$$B^3_{311} = B^3_{131} = B^3_{113} = \frac{1}{8B^3\dot{r}}\left(-54A^2\frac{\partial B}{\partial r} - 6B^2\frac{\partial A}{\partial \xi} + 9AB\left(3\frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial B}{\partial \xi}\right)\right),$$

$$B^3_{333} = \frac{9r\dot{\xi}^3 A}{2B^3 r^4}\left(B^3 - 9A^2\right)$$

Невозможно выбрать такие функции A и B, зависящие от радиальной координаты r, чтобы все компоненты тензора Дугласа B^i_{jkl} тождественно обращались в нуль. Следовательно, в общем случае пространство с метрикой (2) не инвариантно пространству путей ограниченного типа, то есть не является проективно-плоским. В то же время, локально (при $\dot{\xi} = 0$) пространство будет проективно-плоским (все компоненты тензора Дугласа обращаются в ноль), если параметры A и B не зависят от r и соотносятся как $A(\xi)^2 = c_1 B(\xi)^3$, где c_1 - произвольная постоянная. В случае, если функции A и B определяются выражениями:

$$A(r,\xi) = \frac{p(r)^4}{q(\xi)^3}, \qquad B(r,\xi) = \frac{p(r)^2}{q(\xi)^2},$$

где $p(r)$ и $q(\xi)$ - произвольные функции указанных координат, в точке $\dot{\xi} = 0$ ненулевое значение принимает только одна компонента тензора Дугласа

$$B^2_{111} = -\frac{3}{2\dot{r}}\frac{p^4}{q^3}\frac{\partial p}{\partial r}.$$

Итак, анализ свойств тензоров Вейля и Дугласа показал, что существуют конформно и проективно плоские контактные статистические многообразия с псевдофинслеровой метрикой. Такие многообразия могут описывать космологические фазовые переходы первого рода в пространстве-времени с аксиально-симметричной обобщенной НУТ-метрикой.

Литература

[1] Anderson, G.W. Electroweak phase transition and baryogenesis / G.W. Anderson, L.J. Hall. // Phys. Rev. D. - 1992. - Vol. 45(8). - P. 2685–2698.

[2] Gogberashvili, M. Electroweak phase transitions in Einstein's static universe / M. Gogberashvili // J. Advances in High Energy Physics. - 2018. - Vol. 2018. - Paper 4653202.

[3] Bravetti, A. Representation invariant Geometrothermodynamics: Applications to ordinary thermodynamic systems/ A.Bravetti, C.S. Lopez-Monsalvo, F. Nettel, H. Quevedo // J. Geom. Phys. - 2014. - Vol. 81. - P. 1 - 9.

[4] Cvetic, M. Phases of R-charged black holes, spinning branes and strongly coupled gauge theories / M. Cvetic, S.S. Gubser // JHEP. - 1999. - Vol. 1999. - Paper 04.

[5] Chaturvedi, P. Thermodynamic Geometry and Phase Transitions of Dyonic Charged AdS Black Holes / P. Chaturvedi, A. Das, G. Sengupta // Eur. Phys. J. - 2017. - Vol. C 77. - P. 110.

[6] Bittencourt, E. Cosmological perturbations and the Weyl tensor / E. Bittencourt, J. Salim, G.B. dos Santos // J. Nonlinear Phenomena in Complex Systems. – 2014. – Vol. 17. – P. 352–354.

[7] Balan, V. Multiple-Relaxation-Time Finsler-Lagrange Dynamics in a Compressed Langmuir Monolayer / V. Balan, H. Grushevskaya, N. Krylova, M. Neagu // J. Nonlin. Phen. in Complex Sys. - 2016. - Vol. 19, no. 3. - P. 223-253.

[8] Grushevskaya, H.V. Geometrothermodynamics of gravitating system with axially symmetric metric / H.V. Grushevskaya, N.G. Krylova // J. of Phys. CS. - 2018. - Vol. 1051. - P. 012013.