

8. Клочков, А.В. Перспективы совершенствования парка зерноуборочных комбайнов в Республике Беларусь / А.В. Клочков, П.-Л. Штоц // Вестник БГСХА. – 2007. – № 3. – С. 101–105.

9. Клочков, А.В. Сравнительная оценка зерноуборочных комбайнов по удельным энергетическим показателям / А.В. Клочков // Вестник БГСХА. – 2006. – № 2. – С. 112–115.

УДК 631.333.001.4

**Ф.Д. САПОЖНИКОВ, И.С. КРУК, О.О. ЖЕЛЕЗНЯК, В.С. СЕРГЕЕВ**  
**АЭРОГРАВИТАЦИОННЫЙ ТРАНСПОРТ ПЫЛЕВИДНЫХ СРЕДСТВ ХИМИЗАЦИИ**

*(Поступила в редакцию 29.09.11)*

*Проанализированы разработанные экспериментальным путем параметры аэрожелобов для транспортирования пылевидных материалов, а также проведены теоретические исследования по оптимизации параметров аэрожелобов. Полученные зависимости могут быть применены при практических расчетах аэрожелобов. Приведенные формулы являются приближенными, выведенными для турбулентного течения в автомоделном режиме; в действительности в конце нижней и начале верхней части каждого аэрожелоба имеется участок с ламинарным течением воздуха. Однако эти упрощения не оказывают значительного влияния на результаты расчетов и позволяют применять вышеприведенные формулы при практических расчетах аэрожелобов.*

*We have analyzed the parameters of airslide conveyors for transporting dust-type materials, developed experimentally, and conducted theoretical research into optimization of airslide conveyors parameters. Obtained dependences can be applied for practical calculations of airslide conveyors. The formulae are approximate, calculated for turbulent flow in auto-model regime; in reality at the end of each lower and beginning of upper part of each airslide conveyor there is a sector with laminar flow of air. However, these simplifications do not have any significant influence on the results of calculations and allow applying the above-mentioned formulae for practical calculations of airslide conveyors.*

**Введение**

Ввиду опасности загрязнения окружающей среды пылевидными средствами химизации применение сжатого воздуха для их перемещения нецелесообразно. Для этих целей следует использовать аэрогравитационный транспорт, например, аэрожелоба.

Работа аэрожелобов основана на свойстве пылевидного материала приобретать текучесть в массе воздуха. Это позволяет использовать потенциальную энергию транспортируемого материала (составляющую силы тяжести, действующую в направлении движения материала) для его перемещения под уклон.

**Анализ источников**

Для транспортировки и внесения пылевидных минеральных удобрений используют разбрасыватели РУП–8, РУП–10, РУП–14, АРУП–8 [1]. Рассев материала по полю производят одно-, двух-, трех-рожковыми распылителями. С целью увеличения ширины захвата к распыляющему устройству подается сжатый воздух. В результате прямого выдува пылевидного материала в атмосферу под действием высокого давления возникает большое облако пыли, при этом неравномерность внесения достигает 52% и в большей степени зависит от направления и скорости ветра. Значительное количество удобрений уносится за пределы обрабатываемой площади. Опыт использования штангового рабочего органа, который представляет собой стальную трубу с отверстиями, показал, что штанга зачастую забивается материалом. Такое явление объясняется тем, что для устойчивого перемещения удобрений в штанге необходимо, чтобы скорость воздуха в трубе была не ниже критической, значение которой в конце трубы обуславливается расходом воздуха через крайние отверстия, вследствие чего при случайном нарушении подачи материала в штангу процесс залегания на ее дно начинает распространяться от конца штанги до середины.

Для устранения перечисленных недостатков возникла необходимость в разработке разбрасывающего рабочего органа, который мог бы равномерно и направленно распределять по полю удобрения с минимальными потерями из-за сноса ветром. Анализ показал, что в наилучшей степени этим условиям отвечают штанговые рабочие органы, принцип действия которых основан на применении явления аэрации материала [2].

**Методы исследования**

Основные параметры аэрожелобов для каждого материала устанавливаются экспериментально. В связи с тем что исследования по пневматическому транспортированию пылевидных средств химизации в аэрожелобах отсутствуют, возникла необходимость обосновать их параметры. Это вызвало необходимость проведения данных исследований. Для исследований использовался аэрожелоб (рисунок). Материал через загрузочную воронку 1 поступает в грузовой канал 2, который отделен от воздушного канала 5 пористой перегородкой 3. Воздух из вентилятора подается в воздухораспределитель, откуда через пористую перегородку проходит сквозь материал и выходит в конце желоба, а материал перемещается по наклонному желобу вниз (рис. 1).

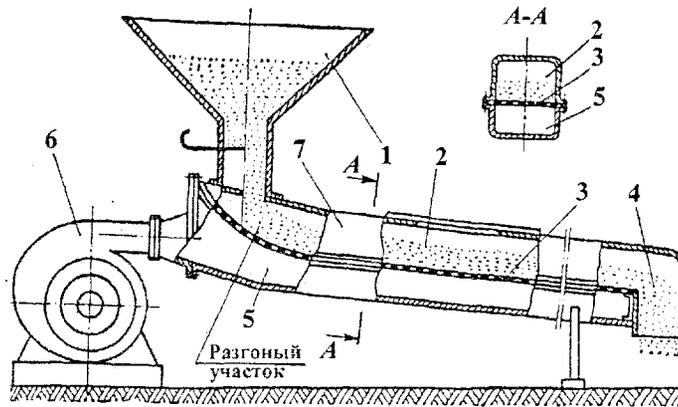


Рис. 1. Схема аэрожелоба: 1 – воронка загрузочная; 2 – канал грузовой; 3 – перегородка пористая; 4 – патрубок выгрузной; 5 – канал воздушный; 6 – вентилятор; 7 – желоб в сборе

### Основная часть

Скорость фильтрации по всей длине аэрожелоба должна быть не ниже критической, при которой прекращается аэрация материала, а следовательно, и его перемещение. Ввиду малых относительных перепадов давления движение воздуха будем рассматривать как движение несжимаемой жидкости и воспользуемся дифференциальным уравнением движения такой жидкости с переменной массой, полученным Г. А. Петровым [2]. В случае отделения частиц жидкости от основного потока оно имеет следующий вид:

$$\frac{\alpha_0}{g} \left( g \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \right) + \frac{d}{dx} \left( \frac{P}{\gamma_v} + z \right) + i_f + \frac{\vartheta}{g} \left( \frac{\partial \alpha_0}{\partial x} g + \frac{\partial \alpha_0}{\partial t} \right) + \frac{\alpha_0 (\vartheta - c)}{g Q} \left( \frac{\partial Q}{\partial x} g + \frac{\partial Q}{\partial t} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $\alpha_0$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения скоростей по живому сечению для случая применения закона количества движения;  $\vartheta$  – скорость воздуха в аэрожелобе, м/с;  $P$  – давление воздуха в аэрожелобе, Па;  $\gamma_v$  – объемный вес воздуха, Н/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $i_f$  – градиент гидравлических сопротивлений, Па/м;  $c$  – проекция скорости частиц, отделяющихся от потока, на направление скорости основного потока, м/с;  $Q_x$  – расход воздуха в сечении A-A, м<sup>3</sup>/с.

При установившемся движении и  $\alpha_0 = const$ :

$$d \left( \frac{\alpha_0 \vartheta^2}{2g} \right) + \frac{dP}{\gamma_v} + dz + i_f dx + \frac{\alpha_0 (\vartheta - c)}{g} \times \frac{\vartheta dQ}{Q} = 0. \quad (2)$$

Последние два члена уравнения (2) характеризуют величину изменения энергии при движении потока. После преобразования уравнения:

$$\frac{x_0}{gS} d \left( \frac{Q^2}{S} \right) + \frac{dP}{\gamma_v} + dz + i_f dx - \frac{\alpha_0 c}{gS} dQ = 0, \quad (3)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения потока, м<sup>2</sup>.

Для  $c = 0$ ;  $z = const$

$$\frac{\alpha_0}{gS} d \left( \frac{Q^2}{S} \right) + \frac{dP}{\gamma_v} + i_f dx = 0. \quad (4)$$

Градиент аэродинамических сопротивлений:

$$i_f = \lambda \gamma_v \frac{1}{4R} \times \frac{\vartheta^2}{2g}, \quad (5)$$

где  $R$  – гидравлический радиус, м;  $\lambda$  – коэффициент сопротивления трению.

Выразим градиент гидравлических сопротивлений:

$$i_f = \lambda \gamma_v \frac{1}{8R} \times \frac{Q^2}{S^2 g} = A Q^2, \quad (5a)$$

где  $A = \gamma_b \lambda \frac{1}{8RS^2g}$ .

Учитывая уравнение (5а) и  $\omega = \text{const}$ :

$$\gamma_b \frac{\alpha_0}{gS^2} d(Q^2) + dP + A Q^2 dx = 0. \quad (6)$$

Обозначив  $\gamma_b \frac{\alpha_0}{gS^2} = D$  и произведя интегрирование, получим:

$$P_0 - P_x = D(Q_0^2 - Q_x^2) + \int_0^x Q^2 dx, \quad (7)$$

где  $P_0$  и  $Q_0$  – соответственно давление и расход воздуха в начале воздухопровода.

Из уравнения (2) имеем:

$$dh_w = i_f dx + \frac{\gamma_b \alpha_0 \vartheta^2}{g} \times \frac{dQ}{Q}. \quad (8)$$

Первый член правой части формулы (8) характеризует потери на трение, а второй учитывает изменение массы потока.

Подставив  $i_f = A Q^2$  и  $\vartheta = \frac{Q}{S}$  после интегрирования уравнения (8) в пределах от нуля до  $X$ , получим:

$$h_w = \frac{D}{2} (Q_0^2 - Q_x^2) + A \int_x^0 Q^2 dx. \quad (8a)$$

Для приведения уравнений (7) и (8а) к конечному виду необходимо знать закон изменения расхода по длине пути  $X$ .

Уравнение (6) можно представить в виде:

$$-\frac{dP_1}{dx} = D_1 Q_1 \frac{dQ_1}{dx} + A_1 Q_1^2, \quad (9)$$

где  $P_1$  – давление воздуха, Па.

В дальнейшем все, относящееся к нижней части аэрожелоба величины будем обозначать индексом 1, а к верхней – 2.

С другой стороны,

$$-dQ_1 = Bb(P_1 - \gamma_0 h_c - P_2) dx, \quad (10)$$

где  $B$  – коэффициент пропорциональности, учитывающий свойства пористой перегородки;

$b$  – ширина желоба, м;  $h_c$  – высота слоя, м;  $\gamma_0$  – объемный вес материала в аэрированном состоянии, Н/м<sup>3</sup>;  $P_2$  – давление в верхней части желоба, Па.

В формуле (10) вместо параболической [3] принята линейная зависимость аэродинамического сопротивления пористой перегородки от скорости фильтрации. Это не оказывает существенного влияния на определяемые параметры, так как показатель степени скорости фильтрации для пылевидных материалов малы и изменяются в незначительных пределах по всей длине желоба. Так, для шестислойного хлопчатобумажного приводного ремня максимальная ошибка не превышает 2%.

С целью исключения  $P_1$  из уравнений (9) и (10) дифференцируем уравнение (10) по  $X$ , учитывая, что  $\gamma_0 h_c = \text{const}$ , получим:

$$\frac{d^2 Q_1}{dx^2} = -Bb \left( \frac{dP_1}{dx} - \frac{dP_2}{dx} \right). \quad (11)$$

Подставив отношение  $\frac{dP_1}{dx}$ , согласно выражению (9), в уравнение (11), обозначив  $bB = E$ , получим:

$$\frac{d^2 Q_1}{dx^2} = E \left( D_1 Q_1 \frac{dQ_1}{dx} + A_1 Q_1^2 + \frac{dP_2}{dx} \right). \quad (12)$$

Уравнение (9) для верхней части желоба имеет вид:

$$-\frac{dP_2}{dx} = D_2 Q_2 \frac{dQ_2}{dx} + A_2 Q_2^2. \quad (13)$$

Но:

$$Q_2 = Q_0 - Q_1, \quad (13a)$$

поэтому:

$$-\frac{dP_2}{dx} = D_2 \left[ (Q_0 - Q_1) \left( -\frac{dQ_1}{dx} \right) \right] + A_2 (Q_0 - Q_1)^2.$$

Подставив это выражение в уравнение (12), получим:

$$\frac{d^2 Q_1}{dx^2} - (ED_1 - ED_2) Q_1 \frac{dQ_1}{dx} - ED_2 Q_0 \frac{dQ_1}{dx} - 2EA_2 Q_0 Q_1 - (EA_1 - EA_2) Q_1^2 + EA_2 Q_0^2 = 0. \quad (14)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Верхняя крышка желоба отсутствует, т. е. коэффициенты с индексом 2 равны нулю. Уравнение (14) примет вид:

$$\frac{d^2 Q_1}{dx^2} - ED_1 Q_1 \frac{dQ_1}{dx} - EA_1 Q_1^2 = 0. \quad (15)$$

Если проанализировать уже разработанные экспериментальным путем параметры аэрожелобов для транспортирования пылевидных материалов [3, 4], то очевидно, что динамическое давление в начале воздухопровода составляет 4% статического. Поэтому вторым членом левой части уравнения (15) можно пренебречь, что хотя и дает некоторую погрешность, но позволяет решить уравнение (15):

$$\frac{d^2 Q_1}{dx^2} = M_1 Q_1^2, \quad (16)$$

где  $EA_1 = M$ .

Уравнение (16) приводим к виду:

$$Z \frac{dZ}{dQ_1} = M_1 Q_1^2, \quad (17)$$

где  $Z = \frac{dQ_1}{dx}$ .

Разделяем переменные и интегрируем:

$$Z^2 = \frac{2}{3} M_1 Q_1^3 + c_1, \quad (18)$$

откуда:

$$\frac{dQ_1}{dx} = Z = -\sqrt{c_1 + \frac{2}{3} M_1 Q_1^3}; \quad (19)$$

$$-\int \frac{dQ_1}{\sqrt{c_1 + \frac{2}{3} M_1 Q_1^3}} = x + c_2. \quad (20)$$

Для нахождения постоянных значений интегрирования  $c_1$  и  $c_2$  определим граничные условия:

1) в начале воздухопровода дана величина расхода воздуха, т. е.

$$Q_1 = Q_0 \quad (\text{для } x = 0); \quad (21)$$

2) дана величина давления воздуха, т. е.  $P_1 = P_{01}$  для  $x = 0$ .

Отсюда:

$$\frac{dQ_1}{dx} = -Bb(P_{01} - \gamma_0 h_c) \quad (\text{для } x = 0) \quad (22)$$

$$\text{и } c_1 = E^2 (P_{01} - \gamma_0 h_c)^2 - \frac{2}{3} M_1 Q_0^3. \quad (23)$$

Принимая во внимание первое граничное условие, запишем уравнение (20) в следующем виде:

$$x = \int_{Q_0}^{Q_1} \frac{dQ_1}{\sqrt{c_1 + \frac{2}{3} M_1 Q_1^3}}, \quad (24)$$

из которого определим значение расхода как функцию переменного  $x$  с помощью функции Вейерштрасса  $\wp x$ .

Обозначим:

$$-g_3 = \frac{6c_1}{M_1}, \quad (25)$$

тогда уравнение (24) приводится к виду:

$$x\sqrt{\frac{M_1}{6}} = \int_{Q_1}^{Q_0} \frac{dQ_1}{\sqrt{4Q_1^3 - g_3}}. \quad (26)$$

Но:

$$\int_{Q_1}^{Q_0} \frac{dQ_1}{\sqrt{4Q_1^3 - g_3}} = \int_{Q_1}^{\infty} \frac{dQ_1}{\sqrt{4Q_1^3 - g_3}} - \int_{Q_0}^{\infty} \frac{dQ_1}{\sqrt{4Q_1^3 - g_3}}, \quad (27)$$

поэтому:

$$x\sqrt{\frac{M_1}{6}} + c_2 = \int_{Q_1}^{\infty} \frac{dQ_1}{\sqrt{4Q_1^3 - g_3}}, \quad (28)$$

$$\text{где } c_2 = \int_{Q_0}^{\infty} \frac{dQ_1}{\sqrt{4Q_1^3 - g_3}}. \quad (29)$$

Согласно определению Вейерштрасса [5], если:

$$U = \int \frac{dZ}{z\sqrt{4Z^3 - g_2Z - g_3}}, \quad (30)$$

$$\text{то } Z = \wp U, \quad (31)$$

где  $g_2$  и  $g_3$  – инварианты дwoякопериодической функции.

На основании выражения (30) имеем:

$$Q_1 = \wp \left( x\sqrt{\frac{M_1}{6}} + c_2 \right) \quad (32)$$

и для  $x = 0$

$$Q_0 = \wp \cdot c_2, \quad (33)$$

что позволяет по таблице [6] вычислить  $c_2$ . Вычисления облегчаются тем, что здесь имеет место эквиангармонический случай вейерштрассовых функций, когда первый инвариант  $g_2$  обращается в нуль.

Применяя формулу однородности [5], запишем:

$$\wp(z; 0; g_3) = \sqrt[3]{g_3} \cdot \wp(z\sqrt[6]{g_3}; 0, 1), \quad (34)$$

а для функции  $\wp(z; 0, 1)$  составлены таблицы для вычисления ее значения и значений ее первой производной [6].

Определяем скорость фильтрации:

$$\mathfrak{Q}_\phi = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{M_1}{6}} \wp \left( x\sqrt{\frac{M_1}{6}} + c_2 \right). \quad (35)$$

Из уравнения (10) определяем статическое давление:

$$P_1 = \gamma_0 h_c - \frac{1}{E} \sqrt{\frac{M_1}{6}} \wp \left( x\sqrt{\frac{M_1}{6}} + c_2 \right). \quad (36)$$

Как и для турбулентного, в случае ламинарного течения воздуха:

$$\frac{d^2 Q_1}{dx^2} = d_1 Q_1; \quad (37)$$

$$d_1 = \gamma_B \frac{A_3 B b v}{32 g R_1^2 S},$$

где  $V$  – коэффициент кинематической вязкости воздуха,  $m^2/c$ ;  $A_3$  – коэффициент формы.

Уравнение (37) интегрируется в показательных функциях. Воспользуемся гиперболическими функциями и проинтегрируем уравнение (37):

$$Q_1 = c_1 ch(x\sqrt{d_1}) + c_2 sh(x\sqrt{d_1}). \quad (38)$$

Внесем в первое начальное условие (21):

$$Q_0 = c_1. \quad (39)$$

Дифференцируя выражение (38) и внося во второе начальное условие, получаем:

$$-E(P_{01} - \gamma_0 h_c) = c_2 \sqrt{d_1},$$

откуда:

$$c_2 = -\frac{E(P_{01} - \gamma_0 h_c)}{\sqrt{d_1}}. \quad (40)$$

Подставив значения  $c_1$  и  $c_2$  в уравнение (38), будем иметь:

$$Q_1 = Q_0 ch(x\sqrt{d_1}) - \frac{E(P_{01} - \gamma_0 h_c)}{\sqrt{d_1}} sh(x\sqrt{d_1}) \quad (41)$$

и для скорости фильтрации получим:

$$\vartheta_\phi = B(P_{01} - \gamma_0 h_c) ch(x\sqrt{d_1}) - \frac{Q_0 \sqrt{d_1}}{b} sh(x\sqrt{d_1}). \quad (42)$$

Давление:

$$P_1 = \gamma_0 h_c + (P_{01} - \gamma_0 h_c) ch(x\sqrt{d_1}) - \frac{Q_0}{E} \sqrt{d_1} sh(x\sqrt{d_1}). \quad (43)$$

2.  $P_1 = \text{const}$ . Рядом авторов [3, 4] установлено соотношение:

$$a_2 > a_1.$$

где  $\alpha_1$  – высота нижней части желоба, м;  $\alpha_2$  – расстояние от верхней крышки желоба до материала при таких параметрах пневмотранспортных желобов, когда статическое давление в воздухо-распределителе практически постоянно, м.

В этом случае скорость фильтрации:

$$\vartheta_\phi = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{M_2}{6}} \wp(c_2 + x\sqrt{\frac{M_2}{6}}). \quad (44)$$

Давление:

$$P_2 = P_1 - \gamma_0 h_c - \frac{1}{E} \sqrt{\frac{M_2}{6}} \wp(c_2 + x\sqrt{\frac{M_2}{6}}), \quad (45)$$

где  $L$  – длина аэрожелоба, м;

$$Q_0 = \wp(c_2 + L\sqrt{\frac{M_2}{6}}).$$

При ламинарном течении воздуха в верхней части желоба скорость фильтрации и давление соответственно:

$$\vartheta_\phi = B(P_1 - \gamma_0 h_c) ch[(L-x)\sqrt{d_2}] - \frac{Q_0 \sqrt{d_2}}{b} sh[(L-x)\sqrt{d_2}]. \quad (46)$$

$$P_2 = P_1 - \gamma_0 h_c - (P_1 - \gamma_0 h_c) ch[(L-x)\sqrt{d_2}] + \frac{Q_0 \sqrt{d_2}}{E} sh[(L-x)\sqrt{d_2}]. \quad (47)$$

Рассмотрим общий случай. Уравнение (14) без членов, учитывающих изменение статического напора за счет динамического:

$$\frac{d^2 Q_1}{dx^2} - 2EA_2 Q_0 Q_1 - (EA_1 - EA_2) Q_1^2 + EA_2 Q_0^2 = 0. \quad (48)$$

Обозначив:  $2EA_2 Q_0 = N$ ;  $EA_2 Q_0^2 = P$ ;  $EA_1 - EA_2 = T$ ;  $\frac{dQ_1}{dx} = z$ , разделяем переменные и интегрируем:

$$\frac{dQ_1}{dx} = -\sqrt{\frac{2}{3} T Q_1^3 + N Q_1^2 - 2 P Q_1 + c_3}. \quad (49)$$

Постоянную  $c_3$  определяем из граничных условий. Проинтегрируем уравнение (13) от  $x = 0$  до  $x = L$ . Учитывая, что статическое давление в верхней части в конце желоба равно нулю, получаем:

$$P_{02} = \int_0^L A_2 Q_2^2 dx. \quad (50)$$

Подставляем уравнение (13а) в выражение (50), будем иметь:

$$P_{02} = A_2 Q_2^2 L - 2A_2 Q_0 \int_0^L Q_1 dx + A_2 \int_0^L Q_1^2 dx. \quad (51)$$

Скорость фильтрации при  $x = 0$ :

$$\vartheta_{\phi 0} = B(P_{01} - \gamma_0 h_c - P_{02}) = B(P_{01} - \gamma_0 h_c - A_2 Q_2^2 L + 2A_2 Q_0 \int_0^L Q_1 dx + A_2 \int_0^L Q_1^2 dx), \quad (52)$$

так как при  $x = 0$

$$\frac{1}{b} \cdot \frac{dQ_1}{dx} = \vartheta_{\phi},$$

из уравнения (49)

$$c_3 = b^2 \vartheta_{\phi}^2 - \frac{2}{3} T Q_0^3.$$

Скорость фильтрации:

$$\vartheta_{\phi} = \frac{1}{b} \sqrt{\pm \frac{2}{3} T Q_1^3 + N Q_1^2 - 2P Q_1 + b^2 \vartheta_{\phi}^2 \mp \frac{2}{3} T Q_0^3}. \quad (53)$$

Члены  $(+\frac{2}{3} T Q_1^3)$  и  $(-\frac{2}{3} T Q_0^3)$  берутся с указанными знаками при  $A_1 > A_2 (a_2 > a_1)$ , при  $A_2 > A_1 (a_1 > a_2)$  знаки следует поменять на обратные. Определение значения  $c_3$  затруднено, так как необходимо вычислять определенные интегралы  $\int_0^L Q_1 dx$  и  $\int_0^L Q_1^2 dx$ , где закон изменения  $Q_1$  вдоль  $x$  еще неизвестен.

Для определения  $c_3$  в уравнении (50) заменим  $Q_2 = qx_1$ , ( $q = \frac{Q_0}{L}$  — расход воздуха на единице длины желоба). В результате такой замены значение  $\vartheta_{\phi 0}$  будет ниже действительного, что, однако, приемлемо для расчета.

После подстановки:

$$P_{02} = A_2 \int_0^L \frac{Q_0^2}{L^2} x^2 dx = \frac{1}{3} A_2 Q_0^2 L. \quad (54)$$

Пользуясь формулами (54) и (52), определяем скорость фильтрации в начале воздухораспределителя:

$$\vartheta_{\phi} = B(P_{01} - \gamma_0 h_c - \frac{1}{3} A_2 Q_0^2)^2 - \frac{2}{3} T Q_0^3. \quad (55)$$

Из формулы (49) имеем:

$$c_3 = b^2 B^2 (P_{01} - \gamma_0 h_c - \frac{1}{3} A_2 Q_0^2 L)^2 - \frac{2}{3} T Q_0^3. \quad (56)$$

Разделяем переменные уравнения (49) и интегрируем:

$$x = - \int_{Q_1}^{\frac{Q_0}{b}} \frac{dQ_1}{\sqrt{\frac{2}{3} T Q_1^3 + N Q_1^2 - 2P Q_1 + c_3}}. \quad (57)$$

Приведем интеграл (57) к эллиптическому интегралу первого рода в нормальной форме Вейерштрасса путем подстановки:

$$\begin{aligned} Q_1 &= mz + n; & z &= \frac{Q_1 - n}{m}; & n &= -\frac{N}{2T}; \\ dQ_1 &= mdz; & m &= \sqrt{\frac{6}{T}}. \end{aligned}$$

Тогда:

$$x = \int_{z_0}^{z_0} \frac{m dz}{z \sqrt{4z^3 - g_2 z - g_3}}, \quad (58)$$

где  $g_2 = \sqrt[3]{\frac{6}{T} \left( \frac{N^2}{2T} + 2P \right)}$ ;  $g_3 = -\frac{N^3}{6T^2} - \frac{PN}{T} - c_3$  – инварианты эллиптической функции, действительные числа.

Представим интеграл (58) в виде:

$$\frac{1}{m} x + c_4 = \int_{z_0}^{\infty} \frac{dz}{z \sqrt{4z^3 - g_2 z - g_3}}, \quad (59)$$

где  $c_4 = \int_{z_0}^{\infty} \frac{dz}{z \sqrt{4z^3 - g_2 z - g_3}}$  и  $z_0 = \wp(c_4; g_2, g_3)$ .

Так как подынтегральное выражение (59) имеет особые точки (точки разветвления  $(l_1; l_2; l_3)$ ), то интеграл не является однозначной функцией от нижнего предела  $z$ : его значение зависит от пути интегрирования, ведущего от точки  $z$  к  $\infty$ .

Определим значение дискриминанта  $\Delta = g_2^3 - 27g_3^2$ .

Вычисление  $\Delta$  в общем виде громоздко, поэтому, подставив данные [3], найдем, что  $g_2^3$  намного порядков меньше  $27g_3^2$ , откуда  $\Delta < 0$ .

Значит, многочлен  $(4z^3 - g_2 z - g_3)$  имеет два сопряженных и один вещественный корень. Обозначая вещественный корень через  $l_2$  для мнимых корней, будем иметь:

$$l_1 = \alpha + \beta \cdot i; \quad l_1 = \alpha - \beta \cdot i.$$

Известно, что многочлен принимает положительные значения только если  $z > l_2$ .

Вычисление аргумента  $c_4$ , когда дано  $\wp(c_4; g_2, g_3)$ , при  $\Delta < 0$ ,  $z_0 > l_2$  производится по формуле [6]:

$$\wp \cdot c_4 = l_2 + H \frac{1 + \text{cn}(2c_4 \sqrt{H})}{1 - \text{cn}(2c_4 \sqrt{H})}, \quad (60)$$

где  $H = \sqrt{9\alpha^2 + \beta^2}$ ,  $\text{cn}(2c_4 \sqrt{H})$  – эллиптическая функция Якоби в обозначении Гудермана. Из уравнения (60) имеем:

$$\text{cn}(2c_4 \sqrt{H}) = \frac{z_0 - l_2 - H}{z_0 - l_2 + H}. \quad (61)$$

Принимая, что амплитуда эллиптического интеграла:

$$\varphi = \text{am}(2c_4 \sqrt{H}), \quad (62)$$

получаем:

$$\cos \varphi = \frac{z_0 - l_2 - H}{z_0 - l_2 + H}. \quad (63)$$

Отсюда определяем амплитуду  $\varphi$ . Модулярный угол  $\theta$  определяем из равенства:

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2} - \frac{3l_2}{4H}. \quad (64)$$

Зная  $\varphi$  и  $\theta$ , по таблице [6] находим соответствующий аргумент  $c_4$ . Уравнение (59) можно представить в виде:

$$z = \wp\left(\frac{1}{m} x + c_4; g_2, g_3\right).$$

Значение  $z$  вычисляем по формуле:

$$z = l_2 + H \frac{1 + \text{cn}\left[2\sqrt{H}\left(\frac{1}{m} x + c_4\right)\right]}{1 - \text{cn}\left[2\sqrt{H}\left(\frac{1}{m} x - c_4\right)\right]}. \quad (65)$$

Модулем при вычислении  $Z$  служит:

$$k_1 = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{3l_2}{4H}}. \quad (65a)$$

По модулю  $k_1$  из таблицы [5] определяем значение полного эллиптического интеграла  $k$ . При  $2\sqrt{H}(\frac{1}{m}x + c_4) < k$  из той же таблицы определяем амплитуду интеграла  $\varphi$  и находим  $cn[2\sqrt{H}(\frac{1}{m}x + c_4)] = \cos \varphi$ , которое подставляем в формулу (65).

Если  $2\sqrt{H}(\frac{1}{m}x + c_4) > k$ , то необходимо пользоваться формулой приведения:

$$cn[2\sqrt{H}(\frac{1}{m}x + c_4)] = cn[2\sqrt{H}(\frac{1}{m}x + c_4)] - 4k.$$

Скорость фильтрации:

$$\vartheta_\phi = \frac{1}{b} \wp(\frac{1}{m}x + c_4; g_2, g_3). \quad (66)$$

Первую производную  $\wp t$  для случая  $\Delta < 0$  определяем по формулам [6].

Из уравнения (10):

$$P_1 = \gamma_0 h_c + A_2(Q_0 - n)^2(L - x) - \frac{1}{E} \wp(\frac{1}{m}x + c_4) + A_2 m^2 \int_0^{L-x} \wp^2(\frac{1}{m}x + c_4) dx + \quad (67)$$

$$+ 2A_2 m \times (n - Q_0) \int_0^{L-x} \wp(\frac{1}{m}x + c_4) dx.$$

При  $T = 0$  интеграл (57) решается в элементарных функциях, но выразить  $Q$  через  $x$  в явном виде затруднительно.

Применяя приближенную формулу (54) для определения максимального статического давления в верхней части экспериментального желоба [3] при различных значениях  $a_2$ , получаем:

- |                          |                     |
|--------------------------|---------------------|
| 1) $a_1 = a_2$           | $P_{02} = 54$ Па;   |
| 2) $a_2 > a_1$ на 20%    | $P_{02} = 31,4$ Па; |
| 3) лоток заполнен на 87% | $P_{02} = 1170$ Па. |

Расчетные данные находятся в соответствии с экспериментальными [3].

С увеличением  $P_2$  скорость фильтрации уменьшается и становится при определенных режимах подачи материала ниже критической: материал не аэрируется, процесс транспортирования нарушается.

### Заключение

Приведенные формулы являются приближенными, выведенными для турбулентного течения в автомодельном режиме; в действительности в конце нижней и начале верхней части каждого аэрожелоба имеется участок с ламинарным течением воздуха. Однако эти упрощения не оказывают значительного влияния на результаты расчетов и позволяют применять вышеприведенные формулы в практических расчетах аэрожелобов.

### ЛИТЕРАТУРА

- Богданов, И. Н. Пневматический транспорт в сельском хозяйстве / И. Н. Богданов. – М.: Росагропромиздат, 1991. – 126 с.
- Штанговый аэропневматический распылитель пылевидных минеральных удобрений / Ф. Д. Сапожников [и др.] // Современная сельскохозяйственная техника: исследование, проектирование, применение: материалы Междунар. науч.-практ. конф. – Минск: БГАТУ, 2010. – С. 96–98.
- Механизация погрузки, разгрузки, транспортировки и внесения пылевидных минеральных удобрений. – М.: Россельхозтехника, 1996. – 223 с.
- Петров, Г. А. Гидравлика переменной массы / Г. А. Петров. – Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1964. – 224 с.
- Блохин, П. В. Аэрогравитационный транспорт / П. В. Блохин. – М.: Колос, 1974. – 263 с.
- Лукашевич, Н. М. Пневмотранспортные устройства и установки в сельском хозяйстве / Н. М. Лукашевич. – Минск: Ураджай, 1982. – 143 с.
- Сикорский, Ю. С. Элементы теории эллиптических функций с приложениями к механике / Ю. С. Сикорский. – 2-е изд. исправл. – М.: Эдиториал УРСС, 2006. – 368 с.
- Янке, Е. Таблицы с формулами и кривыми / Е. Янке, Ф. Эмде. – М.–Л.: ОГИЗ-Гостехиздат, 1948. – 420 с.