ет широкие возможности для интеграции с другими системами (менеджмента качества, экологического менеджмента, управления охраной труда и др.).

Эффективность мероприятий в области совершенствования энергопотребления дает: экономию всех видов энергоресурсов; снижение производственных затрат и рост доходов; рост стоимости компании; экономию твердого топлива; сокращение затрат на топливную и энергетическую энергию; увеличение удоя; повышение реализационной цены за счет увеличения удельного веса молока класса «экстра»; дополнительный прирост урожайности сельскохозяйственных культур в среднем на 20 %; сокращение выбросов в атмосферу загрязняющих веществ, в том числе — создающих парниковый эффект; предотвращение климатических изменений; замещение невозобновляемых источников энергии; превращение потенциально опасных для биосферы продуктов в безопасные и полезные.

Таким образом, дальнейшее устойчивое развитие сельского хозяйства и национальной экономики Республики Беларусь неразрывно связано со снижением потребления топливноэнергетических ресурсов, повышением энергетической и экологической эффективности производства. Комплексное внедрение и максимальное использование преимуществ перечисленных энергоэффективных технологий позволит создать долговременные конкурентные преимущества и укрепить позиции государства в мировом рейтинге.

УДК 517

Анастасия Коляда

(Республика Беларусь)

Научный руководитель И.В. Белько, д.ф.-м.н., профессор Белорусский государственный аграрный технический университет

МЕТОД ИЗОКЛИН

При изучении высшей математики в высших учебных заведениях необходимо учитывать базовый математический уровень. Например, для аграрно-технических и экономических специальностей не требуется самый высокий уровень изложения математики. По-

этому особенно важным являются наглядность, направленность и простота. При изучении раздела дифференциальных уравнений (ДУ) основные понятия являются достаточно сложными. Их усвоение требует знания разделов дифференциального и интегрального исчисления. С другой стороны, использование геометрических свойств решений ДУ позволяет глубже понимать основные понятия и описывать качественные свойства решений и их особенности. Одним из методов построения решений ДУ, использующим их геометрические свойства, является метод изоклин для уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной. На основе этого метода можно приближенно строить интегральные кривые, выделять особые решения и интерпретировать основные понятия. При решении экономических задач часто применяется дифференциальное уравнение, некоторые из типов которых требует применения метода изоклин.

Метод изоклин состоит в следующем:

- 1. Строится достаточно густая сетка изоклин для различных значений k и на каждой изоклине изображаются небольшие отрезки с наклоном k.
- 2. Начиная из точки (x0, y0), проводится линия, которая, будет пересекать каждую изоклину под углом, заданным полем направлений. Полученная таким образом кривая и будет приближенным изображением (эскизом) интегральной кривой уравнения, проходящей через точку (x0, y0).

Для примера мы рассматриваем дифференциальное уравнение

$$y' = \frac{y^2}{xy - 8} \tag{1}$$

Для точек плоскости с координатами (x,y), $x \in [0,10]$, $y \in [0,10]$ с шагом 1, мы строим изоклины.

Интегральные кривые данного уравнения строятся как огибающие семейства изоклин.

На рисунке 1 приведены графики полученных интегральных кривых. Эти кривые пересекают вертикально ветвь гиперболы xy=8. Ось Ох является интегральной кривой.

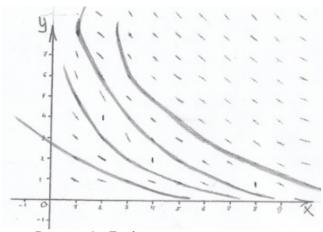


Рисунок 1 – Графики интегральных кривых

Таблица 1 – Точки плоскости

y	y' -0,14 -0,67
1	-0,14
2	-0,67
3	-1,80
4	-4.00
5	-8,33
6	-8,33 -18,00 -49,00
7	-49,00
8	#ДЕЛ/0!
9	81,00
1	-0,17
2	-1,00
3	-4,50
4	-0,17 -1,00 -4,50 #ДЕЛ/0!
5	12.50
6	9,00 8,17
7	8,17
8	8,00
	8,10
1	-0.20
2	-2,00 9,00 4,00
3	9,00
4	4,00
	y 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4 4 5 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4

y	y'
	-0,50
2	1,00
3	0,90
4	1,00
5	1,14
6	-0,50 1,00 0,90 1,00 1,14 1,29 1,44
7	1,44
8	1,60
9	1,76
1	-1,00
2	0,67
3	0,69
4	0,80
5	0,93
6	1,06
7	1,20
8	1,33
9	1,47
1	#ДЕЛ/0!
2	1,60 1,76 -1,00 0,67 0,69 0,80 0,93 1,06 1,20 1,33 1,47 #ДЕЛ/0! 0,50
3	0,56
4	0,67
	y 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4 4 5 6 7 8 9 1 2 3 4

3	5	3,57
3 3	6	3,60
3	7	3 77
3 3 4	8	4,00 4,26
3	9	4,26
	1	0.25
4 4 4	2	-0,25 #ДЕЛ/0! 2,25 2,00 2,08
4	3 4	2,25
4	4	2,00
4	5	2,08
4	6	2,25 2,45
4	7	2,45
4	8	2,67 2,89
4	9	2,89
5	1	-0.33
5	2	2,00
5 5 5 5 5	1 2 3 4	1,29
5	4	1,33
5	5	2,00 1,29 1,33 1,47
5	6	1,64
5	7	1,81
5	8	2,00
5	9	2,19

8	5	0,78
8	6	0,90
8	7	1,02
8	8	1,02 1,14 1,27
8	9	1,27
9	1	1,00
9	2	0,40
9	3	0,47
9	4	0,57
9	5	0,68
9	6	0,78
9	7	0,89
9	8	1,00
9	9	1,11
10	1	0,50
10	2	0,33
10	3	0,41
10	4	0,50
10	5	0,60
10	6	0,69
10	7	0,79
10	8	0,89
10	9	0,99

Метод изоклин как метод приближенного решения задачи Коши устарел. В его в основе лежит алгоритм изображения фрагмента поля направления, а современные компьютеры могут мгновенно и как угодно подробно нарисовать поле направлений, и достаточно точно изобразить интегральную кривую.

Однако, метод изоклин эффективно работает как инструмент исследования поведения решений. Он позволяет изобразить области характерного поведения интегральных кривых и как средство эскизного представления интегральных кривых сохраняет свое значение и в нынешнюю эпоху бурного развития вычислительных машин и вычислительных методов.