слотами никотиновой и пантотеновой, холином. В частности, 1 кг перьевой муки содержит 70–85 мкг витамина b12, 2 мг витамина b2, 9 мг пантотеновой кислоты, 20 мг никотиновой кислоты и примерно 1000 мг холина. Перьевая мука содержит до сих пор неидентифицированный фактор роста, по всей вероятности, неорганического характера.

Для кормления птицы перьевую муку можно использовать без обогащения ее дефицитными аминокислотами в количестве 3–4% от рациона, содержащего примерно 20% протеина. При уровне 22–26% протеина в рационе содержание перьевой муки можно повысить до 6–8%, что составит примерно 20–25% всего протеина. Если кормовую смесь умеренно обогащать метионином или лизином, уровень перьевой муки можно несколько повысить. и напротив, добавка 3% перьевой муки к рациону, содержащему 15% сырого протеина, вызывает снижение продуктивности птицы.

Список использованных источников

1. Квартникова Е.Г., Куликов Н.Е., Куликов В.Н., Харламов К.В. Экструдированные комбикорма // Комбикорма. – 2008. – № 6. – С. 79–81.
2. Харламов К.В. Сравнительный анализ кормовой ценности перьевой муки // Птица и птицепродукты. – 2008. – № 5. – С. 38–42.

УДК 519.8:004.9

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ В EXCEL

Бурак Д.А. – 7 мпт, 3 курс, АМФ
Курак Е.Н. – 7 мпт, 3 курс, АМФ
Научный руководитель: ст. преподаватель Подашевская Е.И.
УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», г. Минск, Республика Беларусь

Проблема вычисления производной функции является актуальной при решении многих инженерных задач. Однако, несмотря на внешнюю простоту поставленной задачи, мы сталкиваемся с двумя проблемами. Когда есть формула, описывающая процесс: берем формулу и вычисляем производную, как учили еще в школе, находим значения производной в разных точках, и всё. Сложность, наверное, только в этом и состоит, чтобы вспомнить, как вычислять производные. А как быть, если у нас есть только несколько сотен или тысяч строк с данными, а никакой формулы нет? Чаще всего именно так на практике и бывает. Для решения данной проблемы проанализируем два варианта развития событий.

Первый вариант заключается в том, чтобы аппроксимировать набор точек стандартной функцией Excel, то есть подобрать функцию, которая лучше всего ложится на заданные точки (в Excel это линейная функция, логарифмическая, экспоненциальная, полиномиальная и степенная). Второй способ – численное дифференцирование, для которого нужно будет только умение вводить формулы.

Поскольку производная функции *f(x)* в точке *x* определяется как предел отношения приращения Δf функции в точке *x* к приращению Δx аргумента, когда последнее стремится к нулю:

$$\lim_{x \to 0} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = f'(x) = y' = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

то воспользуемся этим знанием: будем просто брать для расчета производной очень маленькие значения приращения аргумента, т.е. Δх.

Для того, чтобы найти приближённое значение производной в нужных точках (в рассматриваемом примере точки – это различные значения степени деформации ε) можно поступить следующим образом. Из определения производной следует, что при использовании малых значений приращения аргумента Δε (то есть малых приращений степени деформации, которые регистрируются при испытаниях) можно заменить значение реальной производной в точке x_0

$$f'(x_0) = \frac{dy}{dx(x_0)}$$

на отношение

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

И в результате получаем:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Для вычисления этой производной в каждой точке производим вычисления с использованием двух соседних точек: первая с координатой ε_0 по горизонтальной оси, а вторая с координатой $x_0 + \Delta x$, т.е. одна – производную в которой вычисляем и та, что поправее. Вычисленная таким образом производная называется разностной производной вправо (вперед) с шагом Δx.

Можем поступить наоборот, взяв уже другие две соседние точки: $x_0 - \Delta x$ и x_0, т.е интересующую нас и ту, что левее. Получаем формулу для вычисления разностной производной влево (назад) с шагом Δх.

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}$$

Рассмотренные формулы отвечают за вычисления «влево» и «вправо» равновесной производной с шагом Δx, однако есть еще одна формула, которая позволяет вычислять центральную разностную производную с шагом $2\Delta x$, и которая чаще других используется для численного дифференцирования:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}$$

На практике задача вычисления производной методом численного дифференцирования может возникнуть и в механике (при определении скорости и ускорения объекта по имеющимся замерам пути и времени) и в теплотехнике (при расчете теплопередачи во времени). Это также может быть необходимо, например, при бурении скважин для анализа плотности проходимого буром слоя грунта, при решении целого ряда баллистических задач, и т.д.

Похожая ситуация имеет место при «обратной» задаче расчета сложно нагруженных балок, когда по прогибам возникает желание найти значения действующих нагрузок.

Вычисление производной численными методами всегда необходимо выполнять очень осторожно, учитывая проблему округления. На рисунке 1 представлены результаты расчёта прогиба балки без округления и с округлением до двух знаков после запятой.

№	Координаты сечений	По формулам сопромата				По формуле (6) производных в конечных разностях	
		Сила (точно)	Момент (точно)	Угол (точно)	Прогиб (точно)	Момент (прибл.)	Ошибка
i	z	Q_y	M_x	U_x	V_y	$M_x \approx V_y''$	ε
	мм	Н	Н*мм	рад	мм	Н*мм	%
1	0	85 440	**0**	-0,015355	**0,000**	**0**	**0,000**
2	200	85 243	**17 068 241**	-0,015312	**-3,068**	**17 064 958**	**-0,019**
3	400	85 046	**34 097 084**	-0,015181	**-6,119**	**34 093 801**	**-0,010**
4	600	84 849	**51 086 531**	-0,014963	**-9,135**	**51 083 248**	**-0,006**
5	800	84 652	**68 036 581**	-0,014659	**-12,099**	**68 033 298**	**-0,005**
6	1 000	84 455	**84 947 234**	-0,014268	**-14,993**	**84 643 951**	**-0,357**

N	Координаты сечений	По формулам сопромата				По формуле (6) производных в конечных разностях	
		Сила (точно)	Момент (точно)	Угол (точно)	Прогиб (округл.)	Момент (прибл.)	Ошибка
i	z	Q_y	M_x	U_x	V_y	$M_x \approx V_y''$	ε
	мм	Н	Н*мм	рад	мм	Н*мм	%
1	0	85 440	**0**	-0,015355	**0,000**	**0**	**0,000**
2	200	85 243	**17 068 241**	-0,015312	**-3,070**	**19 570 000**	**14,657**
3	400	85 046	**34 097 084**	-0,015181	**-6,120**	**39 140 000**	**14,790**
4	600	84 849	**51 086 531**	-0,014963	**-9,130**	**39 140 000**	**-23,385**
5	800	84 652	**68 036 581**	-0,014659	**-12,100**	**78 280 000**	**15,056**
6	1 000	84 455	**84 947 234**	-0,014268	**-14,990**	**78 280 000**	**-7,849**

Рисунок 1 – Фрагмент расчёта абсолютной погрешности

Относительная погрешность e в первом случае не превышает десятых долей, а во втором – доходит до 23%.

Список использованных источников

1. Серебрякова, Н.Г. О динамических демонстрационных средствах обучения высшей математике, разработанных в вычислительной среде MATHCAD 11 / Н.Г. Серебрякова, Е. Князик // Актуальные проблемы развития аграрно-технического образования: сборник статей 5-ой Междунар. научно-практической конференции, Минск, 8–9 июня 2006 г. – Минск : БГАТУ, 2006. – С. 170.
2. Серебрякова, Н.Г. Образовательные стандарты подготовки инженеров в компетентностном формате: опыт сравнительного анализа Республики Беларусь и стран ЕС / Н.Г. Серебрякова // Техническое и кадровое обеспечение инновационных технологий в сельском хозяйстве: материалы Международной научно-практической конференции, Минск, 24–25 октября, 2019 г. : в 2 ч. Ч. 2. – Минск : БГАТУ, 2019. – С. 338–340.
3. Серебрякова Н.Г. Проектирование интегрированного курса «Информатика» для использования в ИТ-образовании / Н.Г. Серебрякова // Научно-инновационная деятельность в агропромышленном комплексе: сборник научных статей 4-й Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 20–21 мая 2010 г.: В 2 ч. Ч. 1. – Минск: БГАТУ, 2010. – С. 181–183.
4. Серебрякова Н. Г. Проектирование содержания курса «Информатика» для группы специальностей 74 06 «Агроинженерия» / Н.Г. Серебрякова // Инновационные технологии в производстве и переработке сельскохозяйственной продукции: доклады Междунар. научно-практич. конф., Минск, 14–15 апреля 2011 г.: В 2 ч. Ч. 2. – Минск: БГАТУ, 2011. – С. 211–213.