

# ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ПОКРЫТИИ, ПОЛУЧЕННОМ НАПЛАВКОЙ, ПОСЛЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ШАРИКОМ

С.С. МАКАРЕВИЧ, к.т.н., Л. М. КОЖУРО, д.т.н., профессор, И. Н. ХРОЛЬ (УО БГАТУ)

Остаточные напряжения являются одной из причин разрушения покрытий, полученных наплавкой и другими методами. Однако из-за многообразия факторов, влияющих на возникновение остаточных напряжений, и сложности их математического описания, многие аспекты прогнозирования и регулирования значений и знака напряжений до настоящего времени являются открытыми. Именно это и определяет актуальность разработки инженерных методов расчёта напряжений, основанных на упрощениях реальной картины образования напряжений.

При электромагнитной наплавке композиционных порошков с последующим поверхностным пластическим деформированием шариковым накатником имеют место все три вида напряжений (напряжение I, II и III рода), но причиной нарушения прочности покрытия, появления трещин являются напряжения I рода. Поэтому в имеющихся экспериментальных и теоретических работах изучаются в первую очередь эти напряжения. Покрытия в первом приближении рассматриваются как сплошная среда, что может быть оправдано невысокой их погрешностью. Это существенно упрощает задачу и позволяет проводить расчёты в рамках разработанных теорией механики сплошной среды, хотя и вносит определённые погрешности в результаты расчёта. Однако для инженерной практики такой подход во многих случаях может быть оправданным, исходя из возможности создания от-

носительно простых программных средств, реализующих модели и их уточнение по результатам экспериментов.

Рассмотрим образование напряжений в покрытии, после его поверхностного пластического деформирования шариковым накатником [1]. В нашем случае покрытие наплавляется на цилиндрическую поверхность.

При деформировании шариковым накатником первоначально шарик с цилиндрической деталью касается в точке. После приложения к накатнику силы шарик и цилиндрическая деталь деформируются, и точечное касание переходит в соприкосновение по малой площадке, имеющей эллиптический контур. Пространственная эпюра давлений, передаваемых от шарика к цилиндрической детали, ограничена поверхностью эллипсоида (рис. 1):

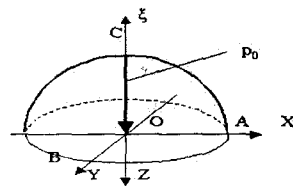


Рис. 1. Пространственная эпюра давлений, передаваемых от шарика к цилиндрической детали

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{\xi^2}{c^2} = 1,$$

где  $a=OA$ ,  $b=OB$ ,  $c=OC$ . Ось  $X$

направлена параллельно оси цилиндрической детали.

Величина давления  $p$  в произвольной точке площадки контакта

$$p = p_0 \frac{\xi}{c},$$

$$\frac{\xi}{c} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}};$$

$$p_0 = \frac{3}{2} \frac{F}{\pi ab},$$

где  $F$  – сила, действующая на шарик.

Учитывая, что размеры площадки контакта очень малы по сравнению с размерами соприкасающихся тел, Г. Герц [2] предположил заменить эти тела упругими полупространствами, нагруженными давлением, распределённым по эллиптической площадке. В нашем случае одно из соприкасающихся тел, т. е. цилиндрическая наплавленная деталь, является двухслойным. Решение задачи нагружения двухслойного полупространства является очень громоздким. Поэтому, учитывая тот факт, что модуль упругости основной детали и наплавленного слоя отличается незначительно, заменим двухслойное полупространство эквивалентным однородным. Модуль упругости эквивалентного упругого полупространства определим из условия, что сумма деформаций последовательно расположенных слоёв равна деформации эквивалентного слоя. В резуль-

## ПОЛУВЕКОВОЙ ЮБИЛЕЙ БИМСХ – БГАТУ



*Белорусский государственный аграрный технический университет отмечает полувековой юбилей. Сегодня трудно себе представить, что 50 лет назад на месте нынешнего университетского комплекса была городская окраина. Ныне БГАТУ – современное учебное заведение, компактно разместив-*



*шееся на главном проспекте белорусской столицы.*

*В дни, предшествовавшие юбилею, университету присвоен новый статус. БГАТУ – ведущий аграрный вуз по подготовке специалистов с высшим образованием технического профиля, крупный центр аграрного технического образования, науки и культуры нашей республики.*

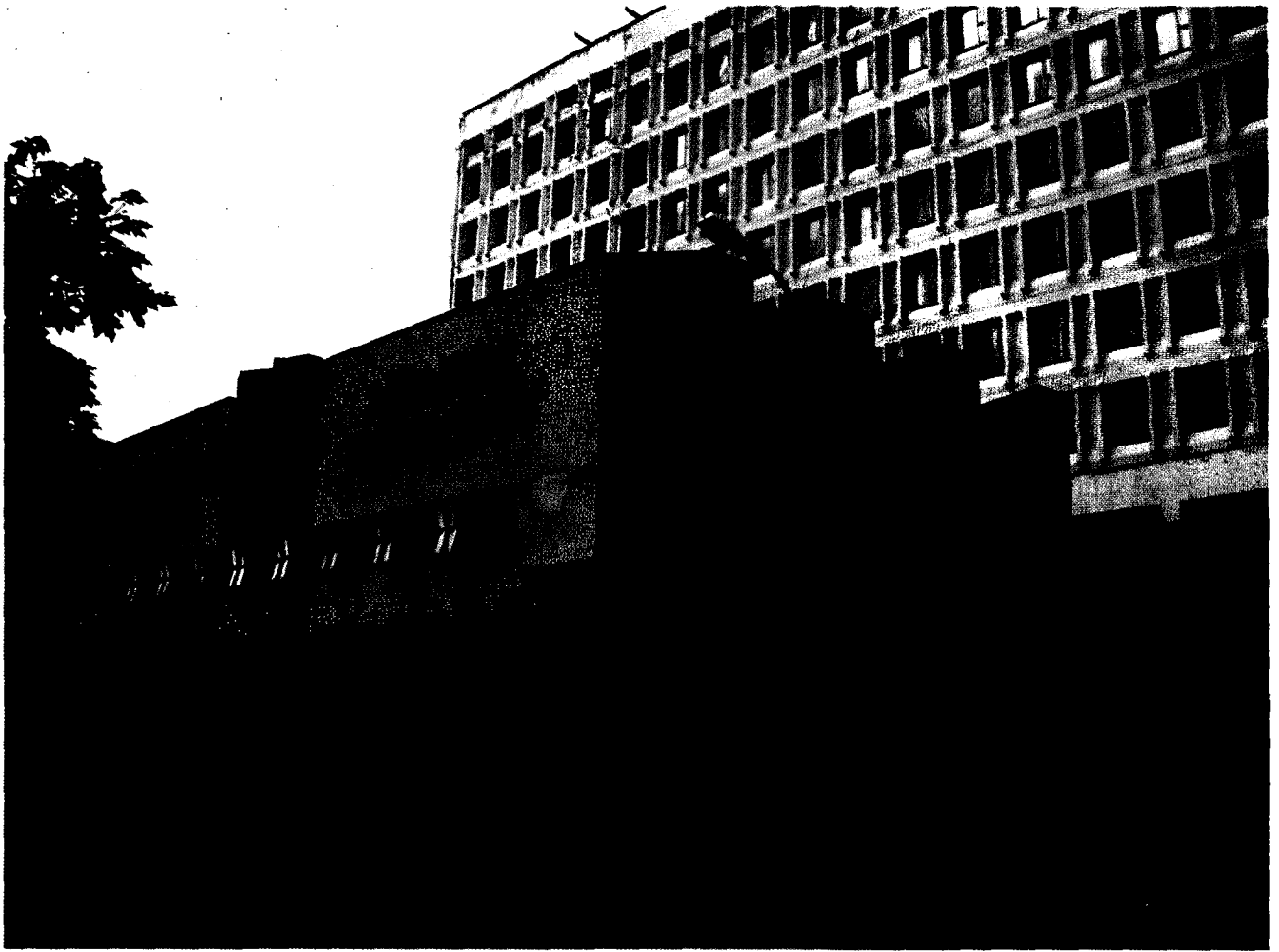
Оглядываясь на прошедшие полвека, нельзя не отдать дань уважения тем, кто стоял у истоков создания университета, который до 1992 года назывался Белорусский институт механизации сельского хозяйства. Это академик АН БССР, доктор технических наук М. Е. Мацепуро, первый ректор БИМСХ доктор технических наук, профессор В. П. Суслов, доктор технических наук, профессор В. Н. Трейер,

доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники БССР Д. А. Чудаков, доктор сельскохозяйственных наук, профессор И. И. Гарус, доктор экономических наук, профессор М. Ф. Габышев, лауреат Государственной премии СССР, кандидат технических наук, профессор И. Р. Размыслович, заслуженный работник высшей школы Республики Беларусь, доктор технических наук, про-

фессор И. Ф. Кудрявцев и многие-многие другие.

С 1954 г. в стенах БИМСХ – БАТУ – БГАТУ подготовлено свыше 30 тысяч специалистов сельского хозяйства профиля, которые трудятся не только в Беларуси, но и различных странах. В настоящее время в БГАТУ обучается свыше 5 тысяч студентов по 8 специальностям 12 специализациям. Среди них немало представителей





стран ближнего и дальнего зарубежья. В докторантуре, аспирантуре и магистратуре обучается более 120 человек. Подготовка специалистов высшей квалификации ведется по 11 специальностям с отрывом и без отрыва от производства. Научную и учебно-методическую работу обеспечивают 544 преподавателя, в том числе 40 докторов наук, 195 кандидатов наук, 4 академика, 1 член - корреспондент НАН Бела-

руси. В структуре университета 7 факультетов, 37 кафедр, 27 отделов и служб.

В БГАТУ сложились и активно работают 7 научных школ по приоритетным направлениям развития аграрной науки. Среди основных направлений научных исследований – новые энерго-сберегающие технологии и техника.

Как далеко шагнул в своем развитии вуз, можно судить и по такому факту. Создан

и активно действует центр инновационных технологий обучения и управления, в который входят лаборатории информационного и программного обеспечения, эксплуатации и технического обслуживания вычислительной техники, компьютерного обеспечения учебного процесса, инновационных технологий обучения, сетевого и системного программного обеспечения.

БГАТУ гордится и спортивными достижениями своих питомцев. Об этом красноречиво говорят цифры. С 1954 года подготовлено 2 заслуженных мастера спорта, 6 мастеров международного класса, свыше 140 мастеров спорта СССР и Республики Беларусь. Среди них олимпийский чемпион, два чемпиона мира, три чемпиона Европы.

В дни подготовки к юбилею неузнаваемо преобразился университетский городок. Обновлены фасады зданий и сооружений, произведен капитальный ремонт и реконструкция многих вузовских объектов. Современный облик приобрела университетская библиотека, насчитывающая свыше 400 тыс. изданий, гостеприимно встретил посетителей обновленный музей истории БГАТУ.

Встречая юбилей, коллектив вуза с оптимизмом смотрит в будущее и сделает все возможное по превращению ведущего аграрного технического вуза Беларуси в современный университетский комплекс XXI века.



тате получим

$$E_2 = \frac{E_0 E_H R_2}{(E_0 - E_H) h + E_H R_2},$$

где  $E_0$ ,  $E_H$  – модуль упругости основной детали и наплавленного слоя;  $R_2$  – радиус наплавленного слоя;  $h$  – толщина наплавленного слоя.

Коэффициент Пуассона эквивалентного слоя определим как полусумму

$$\mu_2 = \frac{\mu_0 + \mu_H}{2}$$

где  $\mu_0$ ,  $\mu_H$  – коэффициенты Пуассона основной детали и наплавленного слоя.

Для наплавленной детали наибольший практический интерес представляет изучение напряжённого состояния в точках, имеющих на оси  $Z$ , т. е. под центром эллипсоида давлений. В этих точках напряжения на площадках, перпендикулярных осям  $Z$ ,  $X$ ,  $Y$ , согласно [3] будут определяться по формулам

$$\sigma_x = -p_0 \frac{\lambda}{1 - \lambda^2} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\lambda^2 + \alpha^2}{1 + \alpha^2}} + 2\alpha(L^* - K^*) - 2\mu_2 \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{\lambda^2 + \alpha^2}{1 + \alpha^2}} + \alpha \left( \frac{1}{\lambda} L^* - K^* \right) \right) \right];$$

$$\sigma_y = -p_0 \frac{\lambda}{1 - \lambda^2} \left[ -1 + \frac{1 + \alpha^2 \left( \frac{2}{\lambda^2} - 1 \right)}{\sqrt{1 + \alpha^2} \sqrt{\lambda^2 + \alpha^2}} - 2\alpha \left( \frac{1}{\lambda} L^* - K^* \right) + 2\mu_2 \left( 1 - \sqrt{\frac{\lambda^2 + \alpha^2}{1 + \alpha^2}} + \alpha(L^* - K^*) \right) \right];$$

$$\sigma_z = -p_0 \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2} \sqrt{1 + \beta^2}}; \quad \text{где } \alpha = \frac{z}{a}; \quad \beta = \frac{z}{b}; \quad \lambda = \frac{b}{a}, \quad e^2 = 1 - \left( \frac{b}{a} \right)^2$$

$$K^* = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad \text{— неполный эллиптический интеграл первого рода;}$$

$$L^* = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \quad \text{— неполный эллиптический интеграл второго рода;}$$

Касательные напряжения на этих площадках равны нулю:

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0.$$

Следовательно, нормальные напряжения являются главными напряжениями  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ .

Зная главные напряжения, можно определить давление  $p_0$ , при котором в опасной точке появятся пластические деформации. Для этого следует воспользоваться критериями

Треска или Мизеса.

Согласно критерию Треска, текучесть наступит, когда напряжение достигнет предела текучести:

$$\sigma_{экс} = \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_T \quad (2)$$

Согласно критерию Мизеса, текучесть наступит, когда интенсивность напряжений достигнет предела текучести:

$$\dot{\sigma}_{экс} = \sqrt{0.5[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_T \quad (3)$$

Анализ критериев (2) и (3) показывает, что пластические деформации раньше всего появятся не на площадке контакта (точка  $O$ ), а на некотором расстоянии  $z$  от начала координат. Следовательно, для определения значения  $p_0$ , при котором в наплавленной цилиндрической детали появятся пластические деформации, необходимо построить кривые зависимости касательных напряжений от координаты  $z$ . По кривым можно бу-

$$b = \sqrt{\frac{4 \eta R_1 R_2}{\pi (R_1 + R_2)}}, \quad (4)$$

где  $R_1$  – радиус ролика,  $R_2$  – радиус наплавленной детали,  $q$  – интенсивность распределения нагрузки по длине ролика  $l$ , т. е.

$$q = \frac{F}{l};$$

$\eta$  – коэффициент, учитывающий упругие свойства ролика и наплавленной детали

$$\eta = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}. \quad (5)$$

В этом случае

$$P_0 = \frac{2q}{\pi b}. \quad (6)$$

В формуле (5)  $\mu_1$  и  $E_1$  – коэффициент Пуассона и модуль упругости ролика,  $\mu_2$  и  $E_2$  – приведенные коэффициент Пуассона и модуль упругости наплавленной детали. Для определения напряжений при использовании роликового накатника можно воспользоваться формулами, полученными для шарикового накатника, положив эксцентриситет контурного эллипса  $e=1$ , т. е., когда большая ось эллипса  $2a$  неограниченно возрастает.

При этом из формул (1) получим

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= -\frac{p_0}{\sqrt{1 + \beta^2}}; \\ \sigma_x &= -2\mu_2 p_0 \left( \sqrt{1 + \beta^2} - \beta \right); \\ \sigma_y &= -p_0 \left( \frac{1 + 2\beta^2}{\sqrt{1 + \beta^2}} - 2\beta \right); \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Анализ формул (7) показывает, что наибольшим по абсолютной величине при любом  $\beta$  будет напряжение  $\sigma_z$ . Сле-

довательно, при всех значениях  $\beta$  главное напряжение  $\sigma_3 < \sigma_x$ . Два других напряжения по абсолютной величине могут меняться местами в зависимости от  $\beta$ . При небольших значениях  $\beta$  выполняется  $|\sigma_y| > |\sigma_x|$ , а после некоторого значения  $\beta = \beta_k$ , наоборот  $|\sigma_x| > |\sigma_y|$ . В зависимости от величины они будут принимать значения либо  $\alpha_1$ , либо  $\alpha_2$ .

При определении эквивалентных напряжений по критерию Треска этот факт необходимо учитывать.

Так при  $\beta < \beta_k$

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_x - \sigma_z,$$

а при  $\beta > \beta_k$

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_y - \sigma_z.$$

По критерию Мизеса при любых значениях  $\beta$  получим одинаковые значения для  $\sigma_{\text{экв}}^*$ :

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{0,5[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

В практике чаще всего используются роликовые накатники. Определим область пластических деформаций при поверхностном деформировании цилиндрической детали роликовым накатником. Будем пользоваться критерием Треска.

Приравнявая  $\sigma_y = \sigma_x$ , можно определить  $\beta_k$  при конкретном  $\mu_2$ .

При  $\beta < \beta_k$

$$\sigma_{\text{экв}(1)} = \sigma_x - \sigma_z = p_0 \left[ -2\mu_2(\sqrt{1+\beta} - \beta) + \frac{1}{\sqrt{1+\beta}} \right]. \quad (8)$$

Определим  $\beta$ , при котором

$\sigma_{\text{экв}(1)}$  имеет максимальное значение:

$$\frac{d\sigma_{\text{экв}(1)}}{d\beta} = p_0 \left[ -2\mu_2 \left[ \frac{1}{2}(\sqrt{1+\beta} - \beta)^{-\frac{1}{2}} + 1 \right] + 2\mu_2 \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1+\beta}} \right] = 0$$

или

$$2\mu_2(\sqrt{1+\beta} - \beta) - \frac{\beta}{1+\beta} = 0 \quad (9)$$

Решая уравнение (9) при конкрет-

ном значении  $\mu_2$ , получим  $\beta = \beta_1$ , при котором будет иметь наибольшее значение. Уравнение (9) можно решить графически, построив кривые

ены кривые  $y_1$  для  $\mu_2 = 0.1; 0.2; 0.25; 0.3; 0.4; 0.5$  и кривая  $y_2$ , что даёт возможность определить  $\beta_1$  для любых  $\mu_2$  путем линейной интерполяции.

По уравнениям (8) и (9) на рис. 3

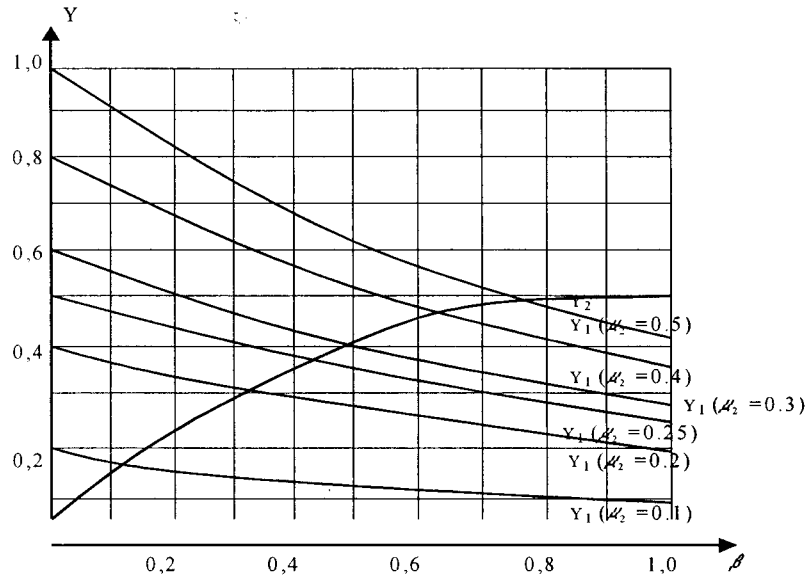


Рис. 2. Номограмма для определения коэффициента  $\beta_1$

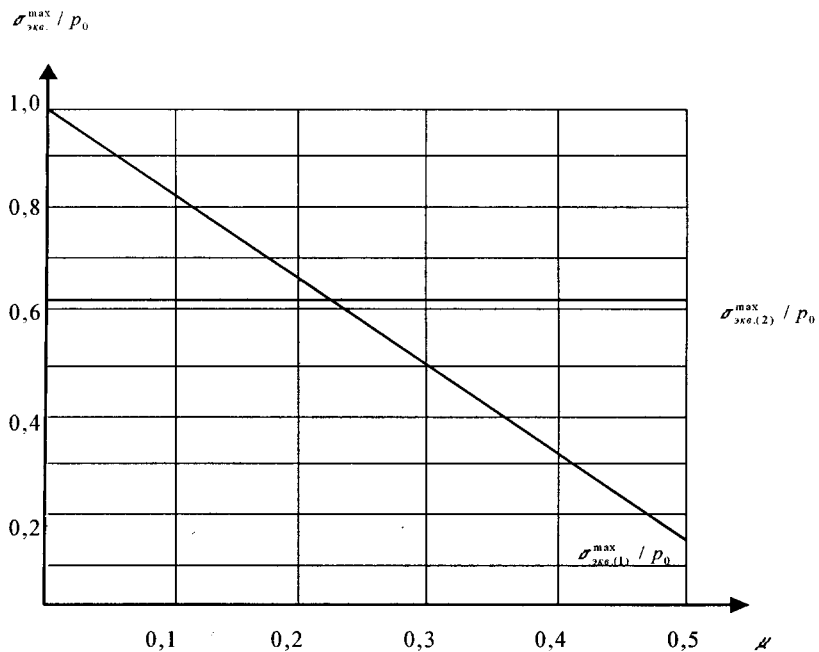


Рис. 3. Зависимость  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{max}}$  от коэффициента Пуассона

$y_1 = 2\mu_2(\sqrt{1+\beta} - \beta)$  для разных значений  $\mu_2$  и кривые. Пересечение кривых  $y_1$  и  $y_2$  даёт значения  $\beta_1$ . На рис. 2 постро-

строена кривая зависимости  $\sigma_{\text{экв}(1)}^{\text{max}} / p_0$  от коэффициента Пуассона  $\mu_2$ .

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_y = \sigma_z = p_0 \left[ -\frac{1+2\beta}{\sqrt{1+\beta}} + 2\beta + \frac{1}{\sqrt{1+\beta}} \right].$$

А теперь рассмотрим случай, когда  $\beta > \beta_c$ . При этом эквивалентное напряжение по критерию Треста определится уравнением

$$\sigma_{экс} = p_0 \left[ \beta - \frac{\beta^2}{\sqrt{1 + \beta^2}} \right] \quad (10)$$

После преобразований получим

Определим, при каком  $\beta$  эквивалентное напряжение  $\sigma_{экс(2)}$  имеет наибольшую величину:

$$\frac{d\sigma_{экс(2)}}{d\beta} = 2p_0 \left[ 1 - \frac{2\beta\sqrt{1-\beta^2} - \beta(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}}{1+\beta^2} \right] = 0$$

Решая последнее уравнение, получим  $\beta = \beta_c = 0,8$ . Подставив это значение  $\beta$  в уравнение (10), определим наибольшее значение  $\sigma_{экс(2)}^{\max} = 0,6005p_0$ . Напряжение  $\sigma_{экс(2)}^{\max}$  не зависит от коэффициента  $\mu_2$  и на рис. 3 изображается прямой.

Из рис. 3 видно, что при  $0,21 < \mu_2 < 0,5$  напряжения  $\sigma_{экс(2)}^{\max}$  больше, чем

$$\sigma_{экс(1)}^{\max}$$

Для металлов и используемых для наплавки сплавов коэффициент Пуассона больше 0,21. Поэтому при обкатке роликом справедливо последнее условие, т. е.  $\sigma_{экс(2)}^{\max} > \sigma_{экс(1)}^{\max}$ . Следовательно, текучесть в наплавленной детали при увеличении давления на накатник раньше всего наступит в точках, расположенных на расстоянии  $z=0,8$ , где эквивалентные напряжения  $\sigma_{экс(2)}^{\max} = 0,6005p_0$ . Когда эти напряжения достигнут предела текучести  $\sigma_T$ , в точке  $z=0,8b$  появятся пластические деформации. Это произойдет при

$$p_0 = \frac{\sigma_T}{0,6005} \quad (11)$$

Определим силу  $F$ , действующую

на накатник, при которой в опасной точке напряжения достигнут предела текучести. Для этого подставим  $q=F/l$  в формулу (4), а затем в (6). В результате получим

$$p_0 = \sqrt{\frac{F(R_1 + R_2)}{\pi R_1 R_2}} \quad (12)$$

Приравняв правые части (11) и (12), найдём

$$F = \frac{\sigma_T^2 \pi R_1 R_2}{0,36(R_1 + R_2)} = F_T$$

Если сила  $F$ , действующая на накатник, будет превышать силу  $F_T$ , текучесть будет распространяться в обе стороны от точки  $z=0,8b$ .

При наличии только упругих деформаций эквивалентные напряжения будут определяться уравнениями (8) и (10).

Определим сумму эквивалентных напряжений  $\sigma_{экс(2)}$  по оси  $Z$  в пределах от

$$\omega_2 = \int_0^{\beta_0} \sigma_{экс(2)} d\beta = 2p_0 \left[ \int_0^{\beta_0} \beta d\beta - \int_0^{\beta_0} \beta^2 (1 + \beta^2)^{\frac{1}{2}} d\beta \right] = \quad (13)$$

$$= p_0 \left[ \beta_0^2 - \beta_0 \sqrt{1 + \beta_0^2} + \ln \left( \beta_0 + \sqrt{1 + \beta_0^2} \right) \right],$$

нуля до  $z=R_2$ , т. е. центра цилиндрической детали:

где  $\beta_0 = R_2/b$ .

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{F(R_1 + R_2)}{\pi R_1 R_2}} \left[ \beta_0 \left( \beta_0 - \sqrt{1 + \beta_0^2} \right) + \ln \left( \beta_0 + \sqrt{1 + \beta_0^2} \right) \right] \quad (14)$$

Подставляя в (13) значения  $p_0$  согласно (12) получим

Для эквивалентных напряжений  $\sigma_{экс(1)}$  будем иметь:

$$\omega_1 = \int_0^{\beta_0} \sigma_{экс(1)} d\beta = \sqrt{\frac{F(R_1 + R_2)}{\pi R_1 R_2}} \left[ \mu_2 \left( \beta_0 \sqrt{1 + \beta_0^2} + \ln \left( \beta_0 + \sqrt{1 + \beta_0^2} \right) \right) + \mu_2 \beta_0 + \ln \left( \beta_0 + \sqrt{1 + \beta_0^2} \right) \right] \quad (15)$$

Для конкретной восстанавливаемой детали все величины, кроме силы  $F$ , являются постоянными. Поэтому сумма эквивалентных напряжений, определяемых уравнениями (14) и (15), однозначно зависит от силы  $F$ . Будем считать, что при появлении пластических деформаций на некотором участке по радиусу  $R_2$  соотношение между  $\omega$  и  $F$  будет таким же, как при упругих деформациях по всей длине радиуса  $R_2$ . Это позволяет определить область пластических деформаций, а в дальнейшем – остаточные напряжения, возникающие при удалении силы  $F$ , т. е. по окончании накатки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ящерицын П. И., Деев Г. А., Кожуро Л. М., Хейфец М. Л. Комбинированный метод электромагнитной наплавки с поверхностным пластическим деформированием // Доклады АН Беларуси.

– 1993. – Т.37. – №4 – С. 114-117.

2. Hertz H. Ueber die Berührung fester elastischer Körper, Gesammelte Werke, Bd. 1. Leipzig, 1895.

3. Пономарёв С. Д., Бидерман В. Л., Лихарев К. К. и др. Расчеты на прочность в машиностроении: М.: Машгиз, 1959. – 974 с.