

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

***ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО  
УПРАВЛЕНИЯ***

Минск 2006

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

# ***ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ***

Учебное пособие для студентов специальности «Энергетическое обеспечение сельскохозяйственного производства» учреждений, обеспечивающих получение высшего образования

Минск 2006

УДК 621.52  
ББК 32.965 я7  
А 73

Учебное пособие по дисциплине «Теория автоматического управления» для студентов специальности 1-74 06 05 «Энергетическое обеспечение сельскохозяйственного производства» рассмотрено на заседании методического совета агроэнергетического факультета, рекомендовано к изданию на ротапринте БГАТУ и использованию в учебном процессе.

Протокол №. \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 2005 г.

Автор: к.т.н., ст. научн. сотр. Сидоренко Ю.А.

Рецензенты:

Зав. кафедрой АПП и Э БГТУ, доцент, к.т.н. Кузьмицкий И.В.

Директор института энергетики АПК Беларуси, доктор технических наук, профессор В.И. Русан

Ответственный за выпуск — Сидоренко Ю.А.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОМАТИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ И СРЕДСТВАХ АВТОМАТИКИ.....	8
1.1 Понятие об автоматическом и автоматизированном управлении.....	8
1.2 Виды систем автоматики.....	9
1.3 Особенности и значение автоматизации сельскохозяйственного производства.....	10
2 ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.....	11
2.1 Функциональные схемы.....	11
2.2 Фундаментальные принципы управления.....	12
2.3 Понятие алгоритма функционирования и алгоритма (закона) управления.....	15
2.4 Классификация САУ.....	16
2.5 Понятие об анализе и синтезе САУ.....	17
2.6 Общие принципы математического описания систем автоматического управления.....	18
2.7 Математическое описание линейных систем и звеньев.....	20
2.8 Понятие установившихся и переходных режимов работы элементов и систем автоматики.....	27
2.9 Типовые воздействия. Временные (переходные) и частотные характеристики линейных систем и звеньев.....	29
2.10 Типовые линейные звенья и их характеристики.....	37
2.11 Обратные связи.....	55
2.12 Передаточные функции соединений звеньев. Преобразование структурных схем.....	56
2.13 Передаточные функции систем автоматического регулирования.....	58
2.14 Понятие об оценке качества регулирования.....	62
2.15 Оценка точности линейных САУ.....	63
2.16 Устойчивость систем. Условия и критерии устойчивости линейных систем.....	66
2.16.1 Анализ устойчивости по критерию Гурвица.....	70
2.16.2 Анализ устойчивости по критерию Найквиста.....	72
2.16.3 Определение запасов устойчивости.....	75
2.17 Оценка качества переходных процессов.....	76
2.17.1 Прямой метод.....	76
2.17.2 Интегральные критерии качества переходных процессов...	79

2.18 Законы регулирования. Свойства систем с типовыми линейными законами регулирования .....	83
2.19 Особенности нелинейных систем .....	87
2.20 Понятие о дискретных системах автоматического управления и их классификация по виду дискретизации (квантования) сигнала.....	93
2.21 Позиционные системы автоматического регулирования.....	94
2.22 Импульсные системы.....	102
2.23 Цифровые системы.....	105
2.24 Понятие о применении моделирования на ЭВМ для анализа и синтеза систем автоматического управления .....	110
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.....	116
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	121
ЛИТЕРАТУРА.....	122

## ВВЕДЕНИЕ

Общая теория управления, охватывающая как неживую, так и живую природу, является предметом науки **кибернетики**. **Теория автоматического управления (ТАУ)** является частью кибернетики.

Предлагаемое учебное пособие «Теория автоматического управления» содержит учебный материал, соответствующий двум первым разделам учебной программы для высших учебных заведений по направлению образования 7406 «Агроинженерия» дисциплины «Основы автоматики».

**Автоматика** — это наука об общих принципах действия и построения систем автоматического управления, т.е. систем, выполняющих поставленные цели без непосредственного участия человека.

**«Основы автоматики»** являются дисциплиной, посвященной изучению вышеупомянутых общих принципов действия и построения систем автоматического управления и отдельных технических средств автоматики. В соответствии со своим местом в учебном процессе дисциплина формирует базу знаний для освоения последующих специальных дисциплин, дисциплин специализации и практической работы инженера.

Материал, соответствующий третьему разделу программы и посвященный изучению принципов действия и построения отдельных технических средств автоматики, планируется издать отдельно.

Полученные при изучении учебного пособия знания и умения закрепляются при выполнении контрольных и курсовых работ и на лабораторных занятиях [1, 2, 3, 4, 5].

При выборе содержания и объема курса автор руководствовался учебной программой дисциплины и объемом времени (весьма ограниченным), отведенным на изучение дисциплины. Автор исходил из того, что весь материал, который можно было бы дать по разделам курса, изучить в рамках отведенного времени невозможно и ненужно. Для тех, кому потребуется более

полное и детальное изучение вопросов курса, автором приведены ссылки на соответствующую литературу.

### **Краткий очерк развития автоматики**

Первые сведения об автоматических устройствах относятся к началу нашей эры. Герон Александрийский описал пневматические и механические автоматы для открывания дверей храма при зажигании жертвенного огня, автомат для продажи священной воды и др.

Широкое практическое использование систем автоматики началось с появлением паровых машин. В 1765 г. И.И. Ползуновым был разработан поплавковый регулятор питания котла паровой машины, в 1784 г. английский механик Дж. Уатт получил патент на центробежный регулятор скорости паровой машины. Широкое внедрение регуляторов в производство дало толчок к развитию теории автоматического регулирования — теории систем, построенных на принципе замкнутого управления. Основы теории автоматического регулирования были заложены в работах Дж.К. Максвелла (1868), И.А. Вышнеградского (1872–1878), А. Стодолы (1899) и др.

К началу XX в. и в его первой половине теория автоматического управления и регулирования формируется как общая дисциплина с рядом прикладных разделов. Над развитием этой теории уже работает большое количество ученых всех стран.

Во второй половине XX в. началось широкое внедрение систем автоматического управления вооружением, авиационной и космической техникой, а также во все отрасли промышленности и сельского хозяйства. В настоящее время, с появлением микропроцессорных устройств управления и ПЭВМ, системы автоматики нашли массовое применение во всех сферах человеческой деятельности.

Широкое внедрение средств автоматизации в сельскохозяйственное производство Беларуси связано с переходом в конце 60–70-х годах XX в. сельского хозяйства на промышленную основу.

В это время шло строительство крупных животноводческих комплексов, птицефабрик, тепличных комбинатов, зерноочистительных и зерносушильных комплексов, других объектов. Для обеспечения эффективности производства эти объекты насыщались средствами автоматизации. В республике развернулись работы по созданию систем автоматизации. В Центральном НИИ механизации и электрификации сельского хозяйства (ЦНИИМЭСХ) нечерноземной зоны СССР были созданы лаборатории, одна из которых занималась вопросами автоматизации мобильных, а другая — стационарных объектов. Здесь под руководством Н.С. Нагорского (ныне академика, д.т.н., профессора) создается школа синтеза систем сельскохозяйственного назначения путем моделирования на ЭВМ. Возникла и необходимость подготовки специалистов в области автоматизации. В 1975 г. на факультете электрификации сельского хозяйства БИМСХ была создана кафедра автоматизации сельскохозяйственного производства (АСХП), затем в 1978 году организован одноименный факультет и в этом же году состоялся первый выпуск инженеров специальности «Автоматизация сельскохозяйственного производства».

С 1989 г. полноправной преемницей кафедры АСХП является кафедра автоматизированных систем управления производством (АСУП) Белорусского государственного аграрного технического университета, которая и осуществляет подготовку инженеров аграрного профиля в области автоматизации.

# 1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОМАТИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ И СРЕДСТВАХ АВТОМАТИКИ

## 1.1 Понятие об автоматическом и автоматизированном управлении

**Управление** каким-либо объектом — это процесс воздействия на него с целью обеспечения требуемого течения процессов в объекте или требуемого изменения его состояния.

Управление, осуществляемое без участия человека, называется *автоматическим управлением*.

Управление, осуществляемое с помощью технических средств с участием человека, называется *автоматизированным управлением*.

Под объектом управления (**ОУ**) в общем случае понимают совокупность взаимосвязанных технических средств и биологических объектов, которыми необходимо управлять для достижения цели. В частном случае **ОУ** может содержать только технические устройства или только биологические объекты.

Техническое устройство, с помощью которого осуществляется автоматическое управление объектом, называется управляющим устройством (**УУ**).

Совокупность объекта управления и управляющего устройства образует систему автоматического управления (**САУ**).

Параметр **ОУ** объекта, которым управляют, называется *управляемой величиной*.

Воздействие, которое прикладывается к **ОУ** со стороны **УУ** для изменения управляемой величины, называется *управляющим воздействием* на объект.

На состояние **ОУ** и **УУ** влияют воздействия, которые вызывают изменение управляемой величины, мешая процессу управления. Такие воздействия называют *возмущающими воздействиями*.

На **УУ** подают (программируют) воздействия, которые определяют цели управления. Такие воздействия называются *управляющими*, или *задающими воздействиями* на систему.

Общая функциональная схема САУ имеет вид, показанный на рис. 1.1.1.

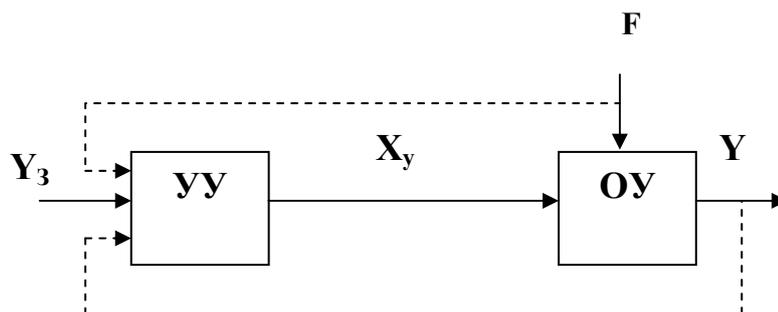


Рис. 1.1.1 Общая функциональная схема САУ

На функциональной схеме (рис.1.1.1):  $Y$  — вектор управляемых величин;  $Y_3$  — вектор управляющих воздействий на систему;  $X_y$  — вектор управляющих воздействий на объект;  $F$  — вектор возмущающих воздействий. Связи, показанные на рис.1.1.1 штриховыми линиями, присутствуют не во всех типах систем.

## 1.2 Виды систем автоматки

**Автоматизированная система управления (АСУ)** — человеко-машинная система, осуществляющая сбор, обработку информации и управление объектом на основе этой информации.

Частным случаем АСУ является АСУ технологическими процессами (АСУ ТП), осуществляющая управление производственными технологическими процессами.

В настоящее время АСУ реализуются в основном на базе контроллеров и ПЭВМ.

**Система автоматического управления (САУ)** — система, осуществляющая сбор, обработку информации и управление объектом без непосредственного участия человека.

**Система автоматического контроля** — система, обеспечивающая автоматический сбор и обработку информации о ходе технологического процесса на объекте и его техническом состоянии и выдачу этой информации оператору в визуальном или звуковом виде.

*Система автоматической защиты* — система, обеспечивающая автоматический сбор и обработку информации о ходе технологического процесса на объекте и его техническом состоянии и автоматическое предотвращение недопустимых режимов работы и аварий на объекте.

Вышеперечисленные системы могут быть интегрированы в любом сочетании.

### **1.3 Особенности и значение автоматизации сельскохозяйственного производства**

Основной особенностью является наличие в ОУ биологической составляющей, что обязательно необходимо учитывать при разработке и эксплуатации системы.

Другой особенностью является обязательная экономическая обоснованность проекта, а также обоснованность проекта с точки зрения экологии и безопасности производства.

Значение автоматизации заключается, прежде всего, в обеспечении оптимального хода технологического процесса, за счет чего достигается наиболее эффективное использование всех видов ресурсов — энергетических, водных, кормовых и т.д., в улучшении качества и увеличении количества продукции. Автоматика также решает зачастую проблему экологической и производственной безопасности объекта, увеличивает производительность труда. Улучшение условий труда и культуры производства за счет автоматизации имеет огромный социальный эффект.

К настоящему времени оптимизация хода технологических процессов за счет систем автоматизации на всех стадиях сельскохозяйственного производства — обработки почвы, посева, внесения удобрений, ухода за посевами, уборки, производства и приготовления кормов, кормления, производства молока, переработки и хранения продукции и т.д. — привело в аграрно-развитых странах к решающему повышению эффективности производства.

Большое значение имеет также то, что автоматизация повысила конкурентоспособность малых производств при сохранении их организационных и экологических преимуществ.

## 2 ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

### 2.1 Функциональные схемы

**Функциональная схема системы** — это наглядное графическое изображение системы в виде взаимосвязанных элементов, выполняющих определенную функцию.

Элементы функциональной схемы изображаются прямоугольниками, а связи между ними указываются линиями со стрелками, соответствующими направлению прохождения сигнала. Вместо термина «сигнал» используют также термин «*переменная*», «*входное воздействие*» и «*выходная величина*».

Наименование функционального элемента в сокращенной форме указывается внутри соответствующего прямоугольника. Над линиями связи указывают обозначение сигнала. Под схемой или в тексте сокращения и обозначения расшифровываются. Рассмотрим пример.

На рис. 2.1.1 приведена упрощенная схема системы автоматического регулирования (САР) температуры в животноводческом помещении.

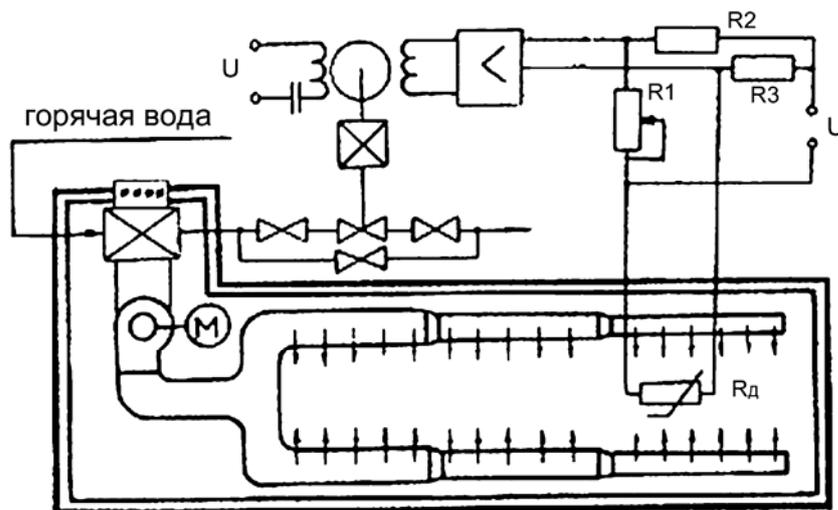


Рис.2.1.1 Упрощенная схема САР температуры в животноводческом помещении

Система стабилизирует температуру в помещении в зимний период за счет изменения температуры приточного воздуха, которая регулируется путем изменения расхода горячей воды через водяной калорифер. Основное возмущающее воздействие — изменение температуры наружного воздуха. Датчик температуры воздуха внутри помещения — термометр сопротивления  $R_d$ . Устройством сравнения является мост.

Функциональная схема этой системы приведена на рис. 2.1.2.

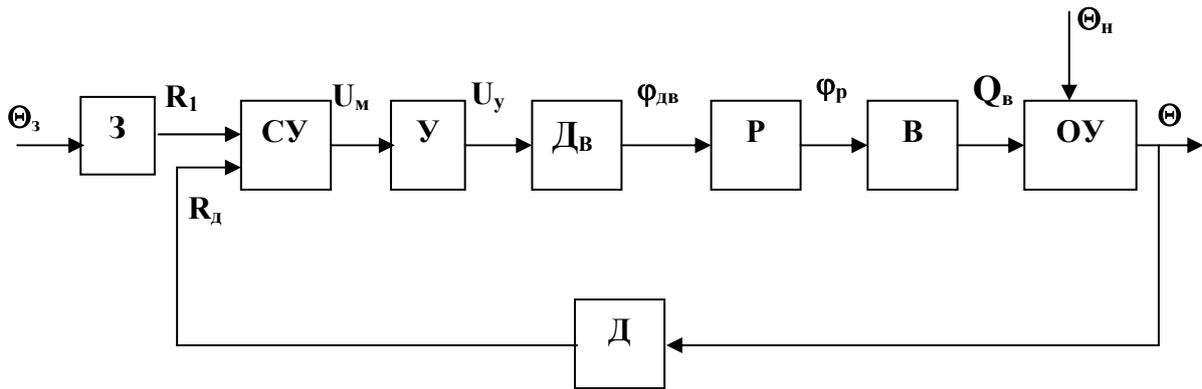


Рис. 2.1.2 Функциональная схема САР температуры в животноводческом помещении: З — задатчик ( $R_1$ ); СУ — сравнивающее устройство (мост); У — усилитель; Дв — двигатель; Р — редуктор; В — вентиль; ОУ — объект управления; Д — датчик (термометр сопротивления);  $\Theta_з$  — заданная температура;  $R_1$  — сопротивление задатчика;  $U_m$  — напряжение на выходе моста;  $U_y$  — напряжение на выходе усилителя;  $\varphi_{дв}$  — угол поворота вала двигателя;  $\varphi_p$  — угол поворота вала редуктора;  $Q_в$  — расход горячей воды;  $\Theta$  — температура в животноводческом помещении;  $\Theta_n$  — наружная температура;  $R_d$  — сигнал датчика

## 2.2 Фундаментальные принципы управления

### А. Принцип разомкнутого управления.

#### 1. Управление по управляющему воздействию на систему.

Общая функциональная схема такой системы показана на рис. 2.2.1.

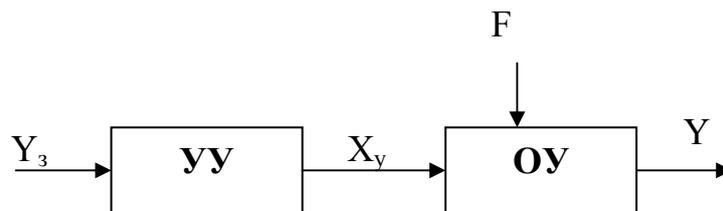


Рис. 2.2.1 Общая функциональная схема разомкнутой системы с управлением по управляющему воздействию

В системах, построенных по этому принципу, значение управляемой величины  $Y$  не используется при формировании управляющего воздействия на объект. Точность управления зависит от влияния возмущающих воздействий  $F$  на управляемую величину  $Y$  и стабильности параметров системы.

В общем случае точность таких систем невелика. Тем не менее, системы, построенные по этому принципу, из-за простоты реализации нашли широкое применение. Примером таких систем являются различные автоматические дозаторы, где величина дозы зависит от времени работы дозатора.

## 2. Управление по возмущающему воздействию (принцип компенсации возмущающего воздействия).

Общая функциональная схема таких систем приведена на рис. 2.2.2.

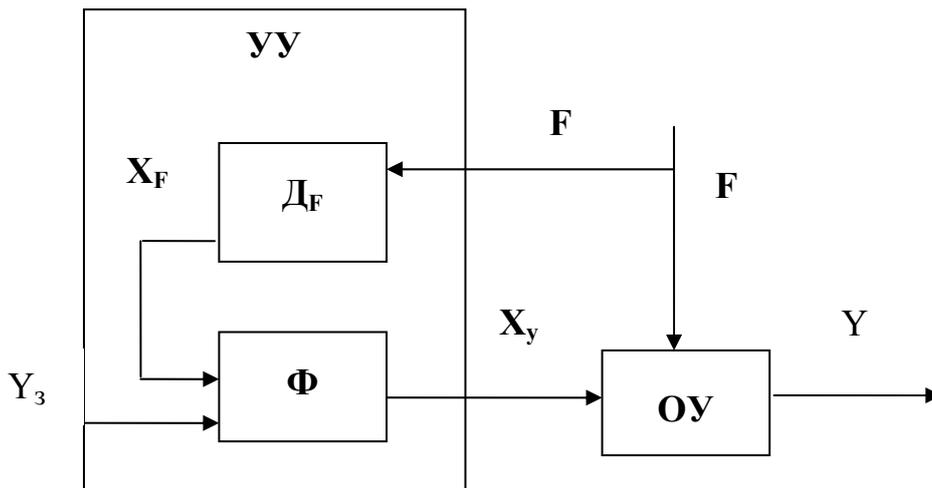


Рис. 2.2.2 Общая функциональная схема разомкнутых систем с управлением по возмущающему воздействию:

$Д_F$  — датчик возмущающего воздействия;  $\Phi$  — устройство, формирующее управляющее воздействие на объект

В системах, построенных по этому принципу, управляющее воздействие  $X_y$  на объект формируется в зависимости от изменения возмущающего воздействия  $F$  так, чтобы ликвидировать влияние этого изменения на управляемую величину.

Поскольку контролировать все возмущающие воздействия невозможно, точность таких систем ограничена.

Примером таких систем является система стабилизации напряжения генератора. При изменении нагрузки ток генератора изменяется, вследствие чего напряжение генератора также изменяется. Например, при возрастании нагрузки ток увеличивается и напряжение уменьшается. Для того чтобы стабилизировать напряжение, генератор снабжают дополнительной компаундной обмоткой, по которой проходит ток равный или пропорциональный току генератора. Компаундная обмотка формирует дополнительный магнитный поток возбуждения, что стабилизирует напряжение генератора. Компенсация достигается только при изменении нагрузки. Изменение напряжения, например, вследствие изменения скорости приводного двигателя не компенсируется.

**Б. Принцип замкнутого управления (управление с обратной связью, управление по ошибке, управление по отклонению).**

Общая функциональная схема таких систем приведена на рис. 2.2.3.

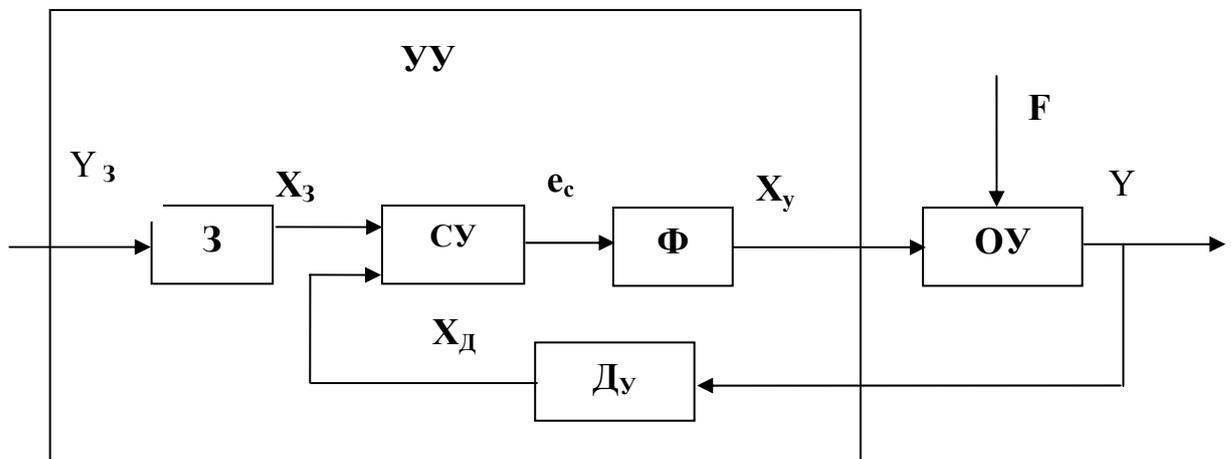


Рис. 2.2.3 Общая функциональная схема систем, построенных по принципу замкнутого управления:

З — задатчик (программатор); СУ — сравнивающее устройство; Ф — устройство, формирующее управляющее воздействие на объект; ОУ — объект управления; ДУ — датчик управляемой величины; Y — управляемая величина; Y<sub>з</sub> — управляющее воздействие на систему; X<sub>у</sub> — управляющее воздействие на объект; F — возмущающее воздействие; X<sub>з</sub> — сигнал задатчика; X<sub>д</sub> — сигнал датчика; e<sub>с</sub> — сигнал ошибки

В системах, построенных по этому принципу, управляемая величина Y контролируется в процессе управления (измеряется датчиком Д<sub>у</sub>). На сравни-

вающем устройстве формируется сигнал ошибки  $e_c$ . Управляющее воздействие  $X_y$  на объект формируется так, чтобы ликвидировать ошибку  $e = Y - Y_3$ .

Обратная связь, по которой сигнал  $Y$  с выхода системы подается на ее вход, называется *главной обратной связью*.

Системы, построенные по рассматриваемому принципу управления, стремятся ликвидировать ошибку независимо от природы ее происхождения.

Примером таких систем является система автоматического регулирования температуры животноводческого помещения, функциональная схема которой приведена на рис. 2.1.2.

Из-за инерционности **ОУ** и элементов **УУ** не всегда удастся обеспечить требуемое быстродействие таких систем. В этом случае организуют **комбинированное управление**, когда управляющее воздействие на объект формируется в функции от ошибки  $e$  и изменения возмущающего воздействия  $F$ .

Общая функциональная схема таких систем приведена на рис. 2.2.4.

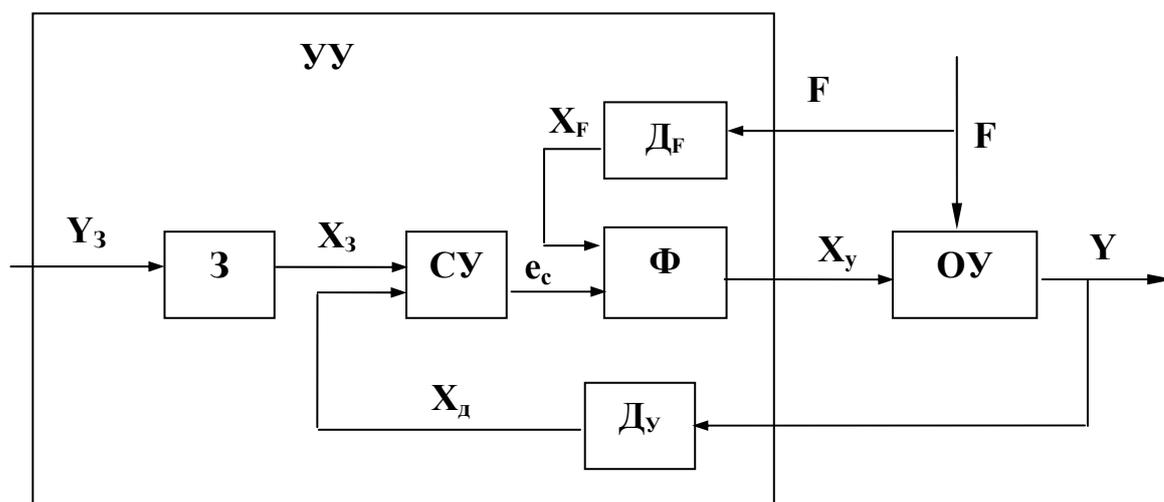


Рис. 2.2.4 Общая функциональная схема систем, построенных по принципу комбинированного управления

### 2.3 Понятие алгоритма функционирования и алгоритма (закона) управления

**Алгоритм функционирования** — совокупность предписаний, правил или математических зависимостей, определяющих правильное выполнение технологического процесса.

Алгоритм функционирования составляется на основании технологических, экономических и других требований к объекту без учета динамических искажений.

**Алгоритм (закон) управления** — совокупность правил, предписаний или математических зависимостей, определяющих формирование управляющего воздействия на объект с целью выполнения алгоритма функционирования.

## 2.4 Классификация САУ

Ниже приведена классификация САУ по ряду признаков, существенных с точки зрения теории автоматического управления. Следует отметить, что такая классификация не является исчерпывающей, поскольку не учитывает особенностей физических принципов реализации технических средств, составляющих систему, и функциональное назначение систем.

1. По фундаментальному принципу управления системы делят на **системы разомкнутого управления и системы замкнутого управления** (см. п. 2.2).

Частным случаем САУ являются **системы автоматического регулирования (САР)** — замкнутые системы (работающие по отклонению или по принципу комбинированного управления), в которых управляемая величина **стабилизируется, изменяется по заданной программе или в соответствии с заранее неизвестным задающим воздействием**.

Задающее воздействие на САР подается извне через задающее устройство (задатчик) и определяется ее **алгоритмом функционирования — требуемым изменением регулируемой величины**. В соответствии с алгоритмом функционирования САР делятся на **системы стабилизации, системы программного управления и следящие системы**.

В системах стабилизации управляемая величина стабилизируется. В системах программного управления — изменяется по заранее заданной программе. В следящих системах задающее воздействие заранее неизвестно и регулируемая величина должна следить за изменением задающего воздейст-

вия. При рассмотрении САУ термин «*управление*» иногда заменяют термином «*регулирование*» (регулируемая величина, регулирующее воздействие на объект), вместо термина «*управляющее устройство*» используют термин «*регулятор*».

2. По количеству управляемых величин системы делятся на **одномерные и многомерные**.

3. По характеру изменения свойств во времени системы делятся на **стационарные и нестационарные**.

У стационарных систем параметры во времени не изменяются. У нестационарных систем параметры изменяются с течением времени.

4. По характеру изменения сигналов во времени системы делятся на **непрерывные и дискретные**.

Дискретные системы делятся на релейные, импульсные и цифровые. (см. п. 2.20).

5. По способности приспосабливаться к изменяющимся условиям функционирования системы делятся на **обыкновенные и адаптивные**.

Обыкновенные системы не способны автоматически изменять свой алгоритм управления и его параметры.

Адаптивные системы способны автоматически изменять свой алгоритм управления или параметры алгоритма управления при изменяющихся условиях функционирования с целью обеспечить требуемое качество управления.

6. По математическому описанию системы делятся на **линейные и нелинейные** (см. п. 2.6).

## 2.5 Понятие об анализе и синтезе САУ

Целью рассмотрения системы автоматического управления может быть решение одной из двух задач — задачи **анализа** системы или задачи ее **синтеза**. В первом случае дается система, включая значения параметров, и требуется оценить ее свойства, т.е. качество управления, обеспечиваемое системой. Во втором случае, наоборот, задаются свойства, которыми должна об-

ладать система, т.е. требования к ней, и необходимо создать систему, удовлетворяющую этим требованиям. Задача синтеза имеет неоднозначное решение и много сложнее задачи анализа.

В самом общем виде порядок исследования САР в обоих случаях включает математическое описание системы, исследование ее установившихся и переходных режимов.

## **2.6 Общие принципы математического описания систем автоматического управления**

Математическое описание (математические модели) систем составляют на основании законов той области знаний, к которой относится объект управления и технические средства автоматики, образующие управляющее устройство.

Если теоретическим путем математическое описание какого-либо объекта получить затруднительно или невозможно, то прибегают к **идентификации** этого **объекта** (см. ниже).

По математическому описанию системы классифицируются на линейные и нелинейные.

**Линейные системы** — это системы, описанные только линейными уравнениями.

**Нелинейные системы** — это системы, математическое описание которых содержит хотя бы одно нелинейное звено.

Линейное математическое описание почти всегда является приближенным. Такое приближенное математическое описание, если это допустимо, делают для облегчения исследования систем. Ниже в п. 2.7 будет изложен **метод линеаризации непрерывно дифференцируемых нелинейностей**.

Математическое описание систем разбивают на отдельные звенья, передающие сигнал только в одном направлении — со входа на выход. Такие звенья называют **звеньями направленного действия**.

Из звеньев составляют структурные схемы.

**Структурной схемой** называется наглядное графическое изображение математической модели (математического описания) системы.

На структурной схеме каждое звено изображается прямоугольником, внутри которого записывается математическое описание звена. Связи между звеньями структурной схемы изображаются линиями со стрелками, соответствующими направлению прохождения сигналов. Над линиями ставятся обозначения сигналов.

Пример составления структурной схемы подробно рассмотрен в литературе [1, 2].

Для синтеза и анализа САУ необходимо иметь математические модели объекта управления и средств, входящих в систему (далее просто объектов). Теоретически их можно получить путем составления дифференциальных уравнений. Однако в большинстве случаев точное математическое описание объектов получить весьма затруднительно из-за сложности протекающих в них процессов и недостатка исходной информации. Поэтому на практике часто математические модели получают путем идентификации.

**Идентификацией** называют получение математической модели объекта на основании совместного анализа входных воздействий на объект и реакции объекта на эти воздействия.

При идентификации объект рассматривается как **черный ящик**, математическую модель которого необходимо найти.

**Общий порядок идентификации** следующий.

1. На объект подаются тестирующие воздействия. Если объект идентифицируется в условиях эксплуатации, то записываются воздействия в этих условиях. Записывается реакция объекта на эти воздействия.

2. На основании совместного анализа воздействия на объект и реакции объекта и с привлечением всех априорных сведений о структуре объекта формируется гипотеза о структуре математического описания (модели) объекта. Оцениваются параметры модели.

3. Путем сравнения экспериментально полученной реакции и расчетной по модели уточняются параметры математической модели. Если расчетная реакция достаточно точно аппроксимирует экспериментальную реакцию, то гипотеза принимается. В противном случае необходимо выдвигать новую гипотезу о структуре объекта и повторять ее проверку.

Идентификация сложных, особенно нелинейных, объектов часто оказывается трудоемкой и нетривиальной задачей. Конкретные методы ее решения определяются предполагаемой структурой объекта и формой воздействий. Наиболее просто решается вопрос идентификации линейных объектов при типовых воздействиях, поскольку в этом случае зависимость реакции объекта от вида передаточной функции (дифференциального уравнения) объекта достаточно известна. Наиболее распространенной является идентификация линейных объектов по переходной функции — реакции объекта на ступенчатое воздействие. Порядок такой идентификации изложен в п. 2.7 «Математическое описание линейных систем и звеньев».

### 2.7 Математическое описание линейных систем и звеньев

Линейные системы и звенья (кроме чистого запаздывания) описываются линейными дифференциальными уравнениями вида:

$$\begin{aligned}
 & a_0 \frac{d^n Y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} Y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dY}{dt} + a_n Y = \\
 & = b_0 x + b_1 \frac{dx}{dt} + b_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + \dots + b_m \frac{d^m x}{dt^m} \quad ,
 \end{aligned}
 \tag{2.7.1}$$

где  $Y$  — выходная величина системы или звена;  $x$  — воздействие на систему или звено;  $n > m$ .

Важнейшим свойством линейных систем и звеньев является выполнение для них **принципа суперпозиции**, который формулируется следующим образом. **Реакция линейной системы или линейного звена на**

**несколько воздействий равна сумме реакций на отдельные воздействия.** Поэтому в правой части выражения (2.7.1) кроме  $x$  могут суммироваться и другие воздействия.

Если у системы несколько выходных величин (многомерная система), то она описывается системой уравнений.

В теории автоматического управления принято в уравнениях выходные переменные (величины) располагать в левой части, а входные (воздействия) — в правой части уравнения. Кроме того, принято преобразовывать уравнения так, чтобы коэффициент при самой выходной величине (в нашем случае  $Y$ ) был равен 1.

Разделив обе части уравнения на  $a_n$ , получим уравнение в принятом виде:

$$\begin{aligned} T_n^n \frac{d^n Y}{dt^n} + T_{n-1}^{n-1} \frac{d^{n-1} Y}{dt^{n-1}} + \dots + T_1 \frac{dY}{dt} + Y = \\ = k_0 x + k_1 \frac{dx}{dt} + k_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + \dots + k_m \frac{d^m x}{dt^m} \end{aligned} \quad (2.7.2)$$

Коэффициенты  $T_n \dots T_1$  при производных выходной величины  $Y$  называют постоянными времени. Они имеют размерность времени. Коэффициенты  $k_0 \dots k_m$  при воздействиях и их производных называют коэффициентами передачи.

В автоматике при математическом описании линейных систем и звеньев принято переходить от дифференциальных уравнений к передаточным функциям, что упрощает исследование систем и звеньев.

**Передаточной функцией** называется отношение изображения Лапласа выходной величины к изображению Лапласа входного воздействия при нулевых начальных условиях.

**Частотной передаточной функцией** называется отношение изображения Фурье выходной величины к изображению Фурье входного воздействия при нулевых начальных условиях.

Формально для линейных дифференциальных уравнений изображение Лапласа получают заменой в уравнении оператора дифференцирования  $d/dt$  на комплексную переменную  $p=c+j\omega$ , а изображение Фурье — заменой оператора дифференцирования на мнимую переменную  $j\omega$ . Часто вместо  $p$  комплексную переменную  $c+j\omega$  обозначают буквой  $s$ , чтобы отличить ее от оператора дифференцирования  $p \equiv d/dt$ . Мы будем обозначать и оператор дифференцирования, и комплексную переменную одной буквой  $p$ . Как правило, это не вносит никакой путаницы.

Учитывая вышесказанное, передаточная функция линейной системы или звена в общем случае будет иметь вид:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k_0 + k_1 p + k_2 p^2 + \dots + k_m p^m}{T_n p^n + T_{n-1} p^{n-1} + \dots + T_1 p + 1} = \frac{R(p)}{Q(p)}. \quad (2.7.3)$$

Полином  $Q(p)$  называют характеристическим полиномом системы (звена). Он определяет характер свободного движения системы (звена). Уравнение  $Q(p) = 0$  называется характеристическим уравнением системы (звена).

Частотная передаточная функция линейной системы или звена в общем случае имеет вид:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{k_0 + k_1 j\omega + k_2 (j\omega)^2 + \dots + k_m (j\omega)^m}{T_n (j\omega)^n + T_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + T_1 (j\omega) + 1} = \\ &= U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega) \times e^{j\varphi(\omega)}, \end{aligned} \quad (2.7.4)$$

где  $U(\omega)$  — вещественная часть частотной передаточной функции;  $V(\omega)$  — мнимая часть частотной передаточной функции;  $A(\omega)$  — модуль частотной передаточной функции;  $\varphi(\omega)$  — аргумент частотной передаточной функции.

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}; \quad (2.7.5)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}. \quad (2.7.6)$$

### Линеаризация непрерывно дифференцируемых нелинейностей

Выше было сказано, что линейное математическое описание систем и звеньев почти всегда является приближенным, поскольку характеристики элементов автоматики, как правило, нелинейные. Методы исследования нелинейных систем сложнее методов исследования линейных систем, поэтому, если это возможно, их стремятся линеаризовать. В этом разделе рассматривается наиболее распространенный метод линеаризации — линеаризация непрерывно дифференцируемых (гладких) нелинейных характеристик. Идея метода заключается в замене исходной нелинейной характеристики  $Y = f(X)$  линейной в окрестностях некоторой точки с координатами  $X_0, Y_0$  (рис. 2.7.1). При этом линейная характеристика является касательной к исходной нелинейной в этой точке.

Очевидно, что при малых отклонениях переменных от точки, в которой проведена такая замена, линейная характеристика довольно точно соответствует исходной нелинейной. Для упрощения линейной характеристики ее уравнение записывается в координатах с центром в точке замены. Тогда уравнение полученной линейной характеристики имеет вид:

$$Y - Y_0 = K(X - X_0) \quad \text{или} \quad \Delta Y = K\Delta X. \quad (2.7.7)$$

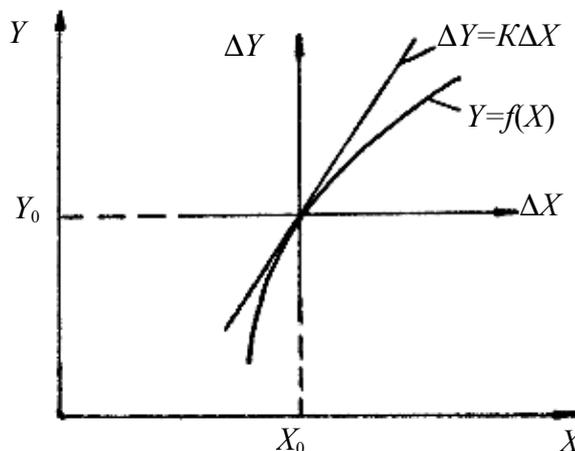


Рис. 2.7.1 Иллюстрация к вопросу линеаризации гладких нелинейных характеристик

Теоретической основой такой линеаризации является разложение функции в ряд Тейлора в окрестностях точки с координатами  $X_0, Y_0$ :

$$Y(X) = Y(X_0) + Y'(X_0) \cdot (X - X_0) + \frac{Y''(X_0)}{2!} (X - X_0)^2 + \dots \quad (2.7.8)$$

Если ограничиться небольшой окрестностью точки разложения, то можно учитывать только линейные члены, а остальными пренебречь:

$$Y(X) = Y(X_0) + Y'(X_0) \cdot (X - X_0).$$

Перенеся начало координат в точку с координатами  $X_0, Y_0$  и обозначив  $Y'(X_0) = K$ , получим уравнение  $\Delta Y = K \Delta X$ .

В общем случае уравнение нелинейного звена имеет вид:

$$f(X, X', X'', \dots, Y, Y', Y'', \dots) = 0. \quad (*)$$

Разложив эту функцию в ряд Тейлора в окрестностях точки с координатами  $X_0, Y_0$  и перенеся начало координат в точку разложения, получаем линеаризованное уравнение звена:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Delta X + \frac{\partial f}{\partial x^1} \Delta X^1 + \frac{\partial f}{\partial x^{11}} \Delta X^{11} + \dots + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta Y + \frac{\partial f}{\partial y^1} \Delta Y^1 + \frac{\partial f}{\partial y^{11}} \Delta Y^{11} + \dots = 0,$$

где все частные производные функции (\*) вычисляются для точки с координатами  $X_0, Y_0$ .

Разделим в полученном уравнении все члены на  $\partial f / \partial Y$ . Обозначим коэффициенты при производных выходной величины  $Y$  как постоянные времени, коэффициенты при входном воздействии  $X$  и его производных как коэффициенты передачи. В результате получим линеаризованное уравнение звена. Обычно знак « $\Delta$ » приращения опускается, поскольку заранее известно, что линеаризованные уравнения записываются в отклонениях.

Окончательно получаем линеаризованное уравнение и передаточную функцию звена общего вида:

$$T_n^n \frac{d^n y}{dt^n} + T_{n-1}^{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + T_1 \frac{dy}{dt} + y = k_0 x + k_1 \frac{dx}{dt} + k_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + \dots; \quad (2.7.9)$$

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k_0 + k_1 p + k_2 p^2 + \dots + k_m p^m}{T_n^n p^n + T_{n-1}^{n-1} p^{n-1} + \dots + T_1 p + 1} = \frac{R(p)}{Q(p)}. \quad \dots \quad (2.7.10)$$

Возможность исследования нелинейных систем путем исследования их линеаризованных математических моделей основана на следующем. Как правило, САР осуществляют процесс регулирования при сравнительно небольших отклонениях от требуемого установившегося режима. Например, системы стабилизации должны стабилизировать регулируемую величину. При этом все элементы системы также работают с небольшими отклонениями от своего установившегося режима, обусловленного заданным значением регулируемой величины. Если для рассматриваемого элемента системы установившийся режим соответствует точке  $(X_0, Y_0)$ , то линеаризацию следует проводить в этой точке.

Линеаризация может быть проведена двумя методами: аналитическим и путем графоаналитической обработки полученной экспериментально нелинейной характеристики.

При аналитической линеаризации уравнение исходной нелинейной характеристики дифференцируется по требуемой переменной. Коэффициенты находятся путем вычисления производных в точке линеаризации.

При использовании второго метода экспериментально снимается статическая характеристика элемента. Коэффициент передачи находится как тангенс угла наклона касательной к нелинейной характеристике в точке линеаризации  $(K = \Delta Y / \Delta X)$ . Графоаналитический метод применяется при линеаризации статических характеристик.

В п. 2.6 было сказано, что если теоретическим путем математическое описание какого-либо объекта получить затруднительно или невозможно, то прибегают к идентификации этого объекта. Наиболее простой формой иден-

тификации является идентификация линейных объектов по переходной функции.

**Порядок идентификации линейных объектов по виду переходной функции следующий.**

1. На объект подается ступенчатое воздействие, измеряется и затем анализируется переходная функция.

2. По виду экспериментальной переходной функции выбирается линейное звено с переходной функцией, наиболее близко соответствующей экспериментальной.

3. Путем графоаналитической обработки переходной функции оцениваются значения параметров передаточной функции выбранного звена.

4. Рассчитывается теоретическая переходная функция, соответствующая выбранному звену. Если она достаточно точно аппроксимирует экспериментальную переходную функцию, найденная передаточная функция принимается в качестве математической модели объекта. В противном случае необходимо подбирать передаточную функцию, дающую лучшее совпадение расчетной и экспериментальной переходных функций.

Пункты 2, 3 и 4 можно выполнить путем моделирования на ЭВМ. Передаточную функцию можно при этом подбирать, например, путем наращивания порядка дифференциального уравнения, описывающего объект. Параметры передаточной функции можно подбирать путем сравнения теоретической и экспериментальной переходных функций по какому-либо критерию, например сумме квадратов отклонений одной функции от другой. Чем меньше сумма квадратов отклонений, тем точнее подобраны математические модели.

В общем случае линейный объект может быть представлен следующей передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \overset{1}{\frac{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}} \times \overset{2}{\frac{1}{p^k}} \times \overset{3}{e^{-p \cdot \tau}}, \quad (2.7.11)$$

где 1 — статическая часть передаточной функции объекта; 2 — астатическая часть передаточной функции объекта; 3 — звено, отражающее чистое запаздывание.

На практике наиболее часто объекты описываются типовыми звеньями, или последовательным соединением какого-либо типового звена со звеном чистого запаздывания, или последовательным соединением типового статического звена с интегрирующим звеном, или последовательным соединением типового статического звена с интегрирующим звеном и звеном чистого запаздывания.

## 2.8 Понятие установившихся и переходных режимов работы элементов и систем автоматики

При приложении воздействия к какому либо объекту (элементу или системе автоматики) из-за инерционности объекта возникает переходный процесс, который через некоторое время заканчивается. После окончания переходного процесса объект работает в режиме, который называется установившимся. Например, если на электродвигатель подать напряжение питания, то после его разгона (переходного процесса) установится определенная частота  $\omega_d$  вращения его вала (установившийся режим) (рис. 2.8.1).

Установившиеся режимы бывают 2-х типов: **статические** и **динамические**.

Если после окончания переходного процесса выходная величина объекта остается постоянной при постоянном воздействии, то такой установившийся режим является статическим.

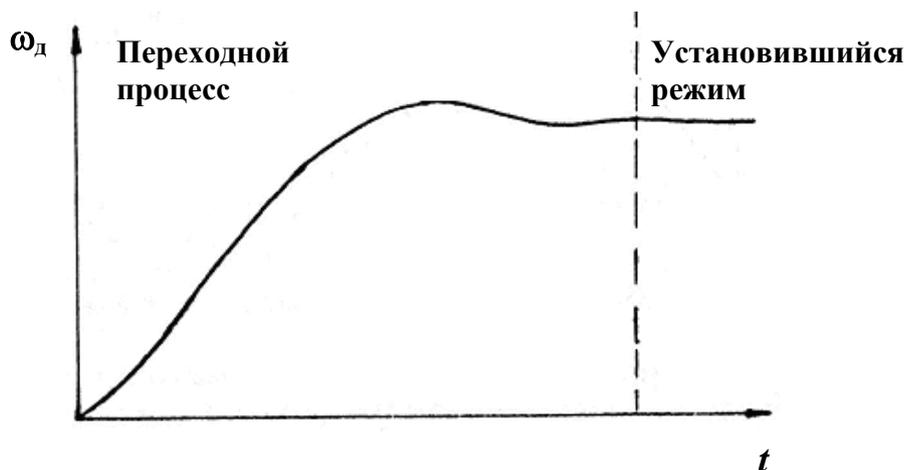


Рис. 2.8.1 Переходный процесс и установившийся режим работы электродвигателя после подачи на него напряжения питания

Статический режим отражает статическая характеристика объекта.

**Статической характеристикой** называется зависимость между постоянным входным воздействием и постоянной выходной величиной объекта в установившемся режиме (после окончания переходного процесса). Например, для электродвигателя постоянного тока статическая характеристика представляет собой зависимость между напряжением  $U_{я}$ , подаваемым на якорь, и выходной величиной — частотой  $\omega_d$  вращения ротора (рис. 2.8.2).

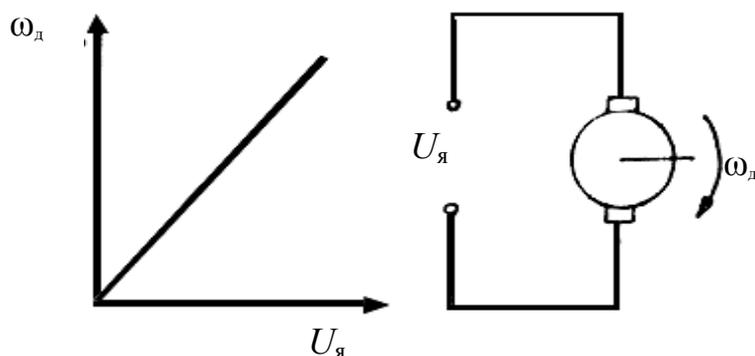


Рис. 2.8.2 Статическая характеристика электродвигателя и поясняющая схема

Динамические установившиеся режимы могут возникать при постоянном воздействии на объект и воздействии, изменение которого носит установившийся характер.

Примерами установившихся динамических режимов при постоянных воздействиях являются автоколебания, возникающие в нелинейных системах. Примером установившихся динамических режимов при установившемся воздействии является реакция линейного звена или линейной системы на гармоническое входное воздействие (см. частотные характеристики линейных систем и звеньев) и т. д.

## **2.9 Типовые воздействия. Временные (переходные) и частотные характеристики линейных систем и звеньев**

При эксплуатации на системы и их отдельные элементы (звенья) действуют различные внешние воздействия. Наиболее часто изучают реакцию систем и звеньев на **типовые воздействия**, являющиеся математическими моделями наиболее часто встречающихся реальных воздействий.

В качестве типовых используют следующие воздействия.

### **1. Ступенчатое воздействие:**

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ 1(t)a & \text{при } t \geq 0, \end{cases} \quad (2.9.1)$$

где  $1(t)$  — единичное ступенчатое воздействие;  $a$  - величина ступенчатого воздействия.

### **2. Импульсное воздействие (дельта-функция):**

$$x(t) = \delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0; \\ 0 & \text{при } t \leftrightarrow 0. \end{cases} \quad (2.9.2)$$

При этом, согласно определению:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \times dt = 1. \quad (2.9.3)$$

Дельта-функция связана с единичным ступенчатым воздействием:

$$\delta(t) = 1^1(t). \quad (2.9.4)$$

### 3. Гармоническое воздействие :

$$x(t) = A_x \sin \omega t, \quad (2.9.5)$$

где  $A_x$  — амплитуда;  $\omega$  — угловая частота.

Иногда используют и другие типовые воздействия.

#### ***Временные характеристики***

**Реакция** системы (звена) на единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях называется **переходной функцией**. Переходная функция обычно обозначается  $h(t)$ .

Если ступенчатое входное воздействие неединичное  $\mathbf{1}(t) \cdot a$ , то ординаты переходной функции увеличиваются в  $a$  раз, что следует из принципа суперпозиции для линейных систем и звеньев.

**Реакция** системы (звена) на импульсное воздействие ( $\delta$  - функцию) при нулевых начальных условиях называется импульсной переходной **функцией** или **функцией веса**.

Функция веса обычно обозначается  $W(t)$ .

Переходные функции и функции веса получают путем решения дифференциальных уравнений, описывающих системы (звенья) при ступенчатых и импульсных воздействиях, по их передаточным функциям и путем моделирования на ЭВМ. Они могут быть получены также экспериментально (импульсную переходную функцию получают как реакцию на короткий импульс).

Возможный вид переходных и импульсных переходных функций приведен на рис. 2.9.1 и 2.9.2.

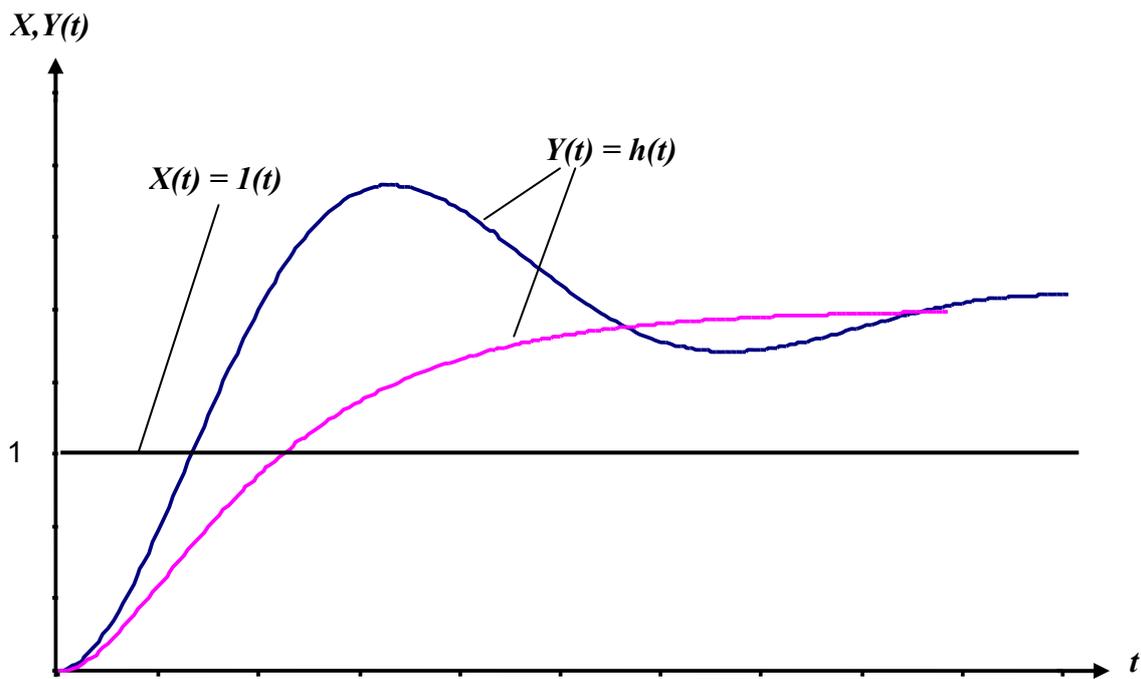


Рис. 2.9.1 Возможный вид переходных функций

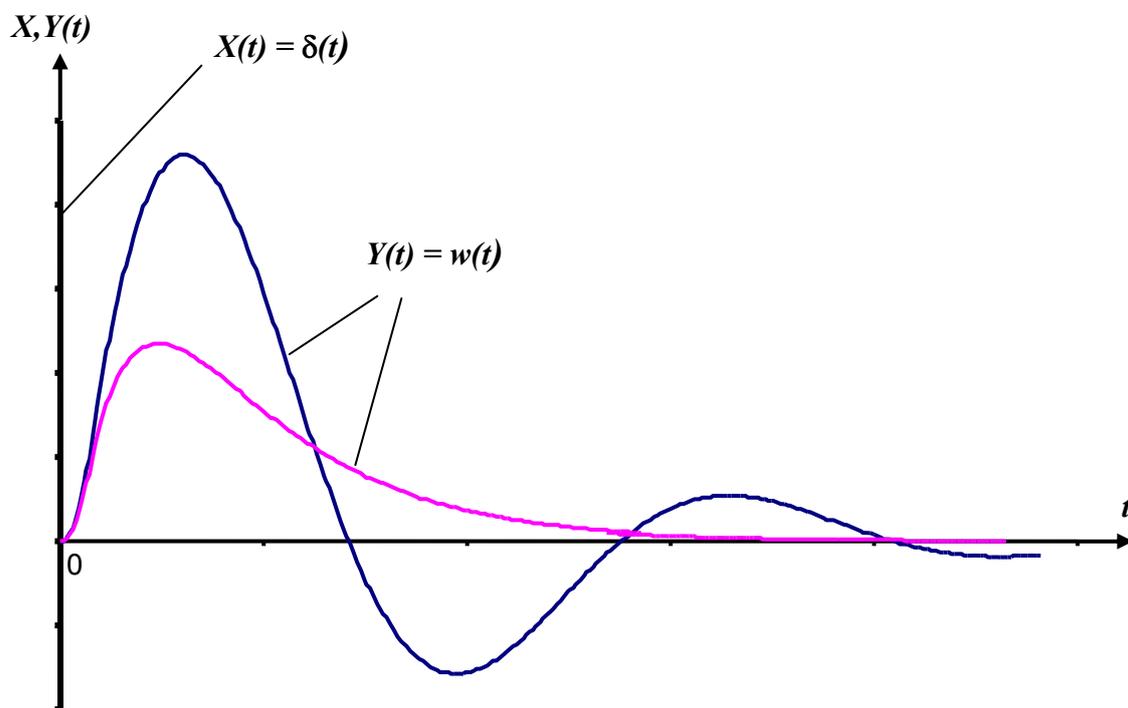


Рис. 2.9.2 Возможный вид импульсных переходных функций

Из (2.9.4) следует связь между переходной и импульсной переходной функциями:

$$W(t) = h'(t); \quad (2.9.6)$$

$$h(t) = \int_0^t W(t) dt. \quad (2.9.7)$$

Учитывая, что изображение Лапласа  $L[\delta(t)] = 1$ , следует взаимосвязь между импульсной переходной функцией, переходной функцией и передаточной функцией системы или звена:

$$L[w(t)] = w(p); \quad (2.9.8)$$

$$w(t) = L^{-1}[w(p)]; \quad (2.9.9)$$

$$L[h(t)] = \frac{w(p)}{p}; \quad (2.9.10)$$

$$h(t) = L^{-1}\left[\frac{w(p)}{p}\right], \quad (2.9.11)$$

где  $L$  — прямое преобразование Лапласа;  $L^{-1}$  — обратное преобразование Лапласа.

Если на линейную систему (звено) подать гармоническое воздействие  $x(t) = A_x \sin \omega t$ , то после окончания переходного процесса на выходе звена установятся гармонические колебания  $y(t) = A_y \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $A_y$  — амплитуда,  $\varphi$  — разность фаз между входным воздействием и выходной величиной (рис. 2.9.3).

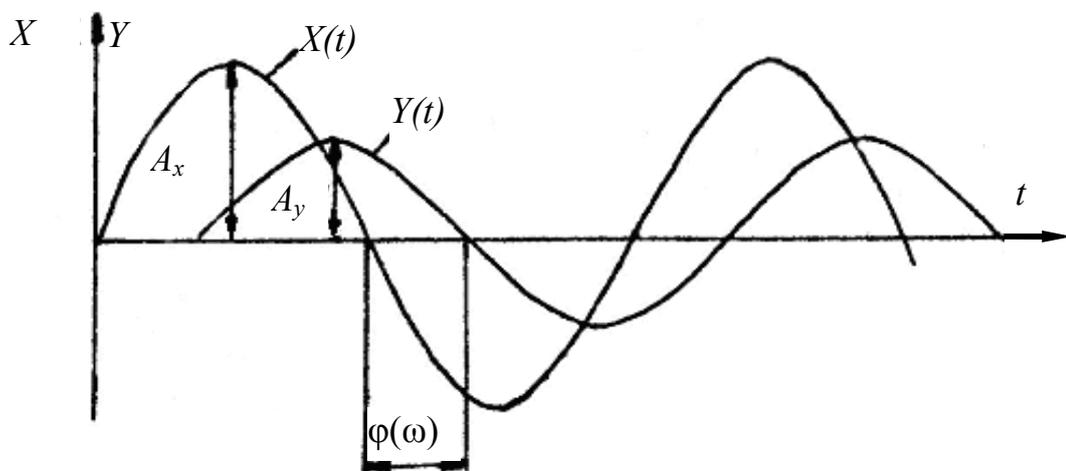


Рис. 2.9.3 К определению частотных характеристик линейных звеньев

Свойства линейных систем (звеньев) таковы, что частоты входных и выходных сигналов одинаковы. Амплитуда выходного сигнала при постоянной амплитуде входного сигнала и разность фаз между входным и выходным сигналами зависят только от частоты.

Реакция системы (звена) на гармоническое воздействие характеризуется его частотными характеристиками.

**Амплитудной частотной характеристикой (АЧХ)** называется зависимость отношения амплитуд выходного и входного гармонических сигналов от частоты в установившемся режиме:

$$A(\omega) = \frac{A_y}{A_x}. \quad (2.9.12)$$

**Фазовой частотной характеристикой (ФЧХ)** называется зависимость разности фаз  $\varphi(\omega)$  между входным и выходным сигналами от частоты в установившемся режиме.

Для теоретического получения АЧХ и ФЧХ систем и звеньев используют их частотные передаточные функции, поскольку модуль  $A(\omega)$  частотной передаточной функции системы или звена является АЧХ этой системы или звена, а аргумент  $\varphi(\omega)$  частотной передаточной функции системы или звена является ФЧХ этой системы или звена.

Частотные характеристики систем и звеньев при необходимости получают также экспериментально.

По результатам расчетов или эксперимента строятся графики АЧХ и ФЧХ.

Возможный вид графиков АЧХ и ФЧХ, например, для звена, описываемого дифференциальным уравнением 2-го порядка (звена 2-го порядка) приведен ниже.

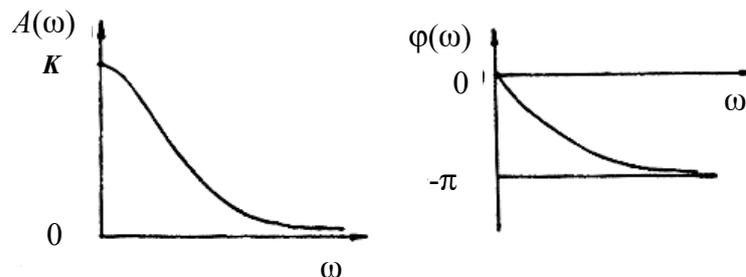


Рис. 2.9.4 Возможный вид графиков АЧХ и ФЧХ

Кроме того, часто строится совместная **амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ)** в координатах  $U(\omega)$  и  $jV(\omega)$ :

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}. \quad (2.9.13)$$

Из выражения (2.9.13) следует, что АФЧХ может быть построена двумя способами.

Первый способ заключается в предварительном разделении частотной передаточной функции на действительную  $U(\omega)$  и мнимую  $jV(\omega)$  части и затем расчете координат точек АФЧХ при изменении частоты от 0 до  $\infty$  и построении графика по этим точкам.

Второй способ заключается в расчете значений модуля  $A(\omega)$  и аргумента  $\varphi(\omega)$  при изменении частоты от 0 до  $\infty$ . Затем график АФЧХ строится по значениям  $A(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$ . При этом длина вектора, соединяющего начало координат с графиком равна  $A(\omega)$ , а угол поворота от действительной оси  $U$  равен  $\varphi(\omega)$ .

График АФЧХ называют годографом АФЧХ.

Возможный вид АФЧХ звена 2-го порядка приведен на рис. 2.9.5.

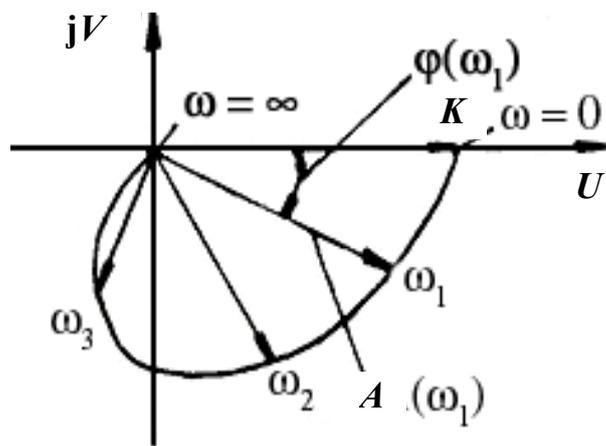


Рис. 2.9.5 Возможный вид АФЧХ рассматриваемого звена

Очень часто графики АЧХ и ФЧХ строятся в логарифмическом масштабе в функции от  $\lg\omega$ .

График АЧХ, построенный в логарифмическом масштабе, называют логарифмической амплитудной характеристикой (ЛАХ), график ФЧХ, построенный в логарифмическом масштабе, называют логарифмической фазовой характеристикой (ЛФХ).

Перевод значений АЧХ в значения ЛАХ осуществляется следующим образом:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega), \text{ дБ.} \quad (2.9.14)$$

Таким образом, единицей измерения амплитуды является децибел.

ФЧХ  $\varphi(\omega)$  не логарифмируется.

Единицей измерения  $\lg\omega$  является декада, что соответствует увеличению частоты в 10 раз. На графике по оси  $\lg\omega$  чаще всего записывают значения самой частоты  $\omega$  (см. рис. 2.9.6 и 2.9.7). Поскольку  $\lg 0 = -\infty$ , точка для  $\omega = 0$  показывается условно (без соблюдения масштаба) или вообще не показывается.

Применение ЛАХ обусловлено возможностью их построения почти без расчетов в виде асимптот к действительным значениям ЛАХ, которые меняют свой наклон при частотах, называемых сопрягающими. Кроме того, построение общей ЛАХ цепи последовательно соединенных звеньев можно провести сложением ЛАХ отдельных звеньев на графике.

На рис. 2.9.6 и 2.9.7 показан возможный вид ЛАХ и ЛФХ взятого в качестве примера звена второго порядка. Сопрягающие частоты обозначены  $\omega_{с.1}$  и  $\omega_{с.2}$ .

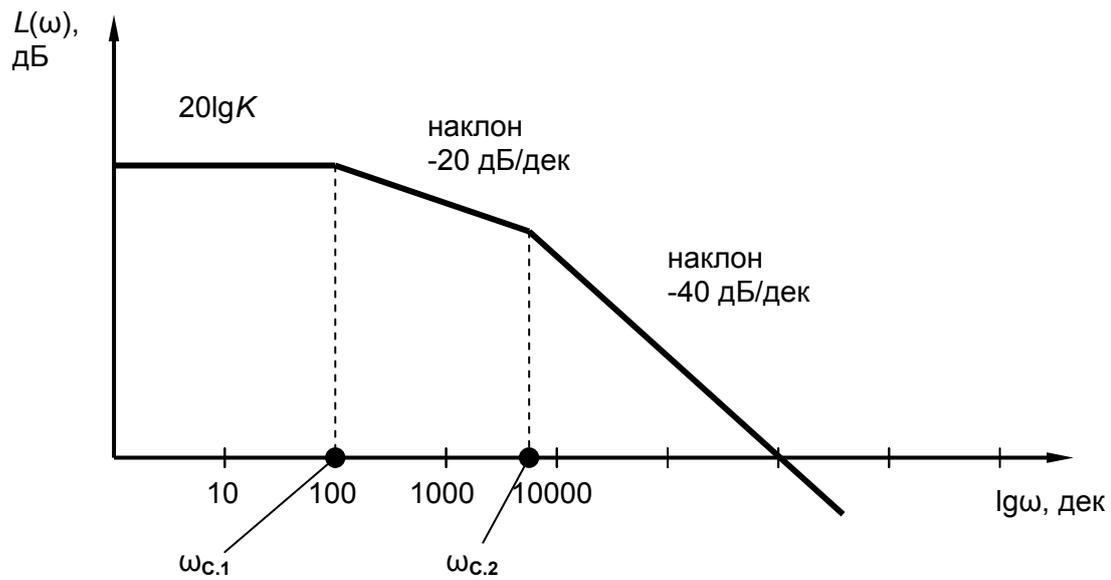


Рис. 2.9.6 Возможный вид ЛАХ

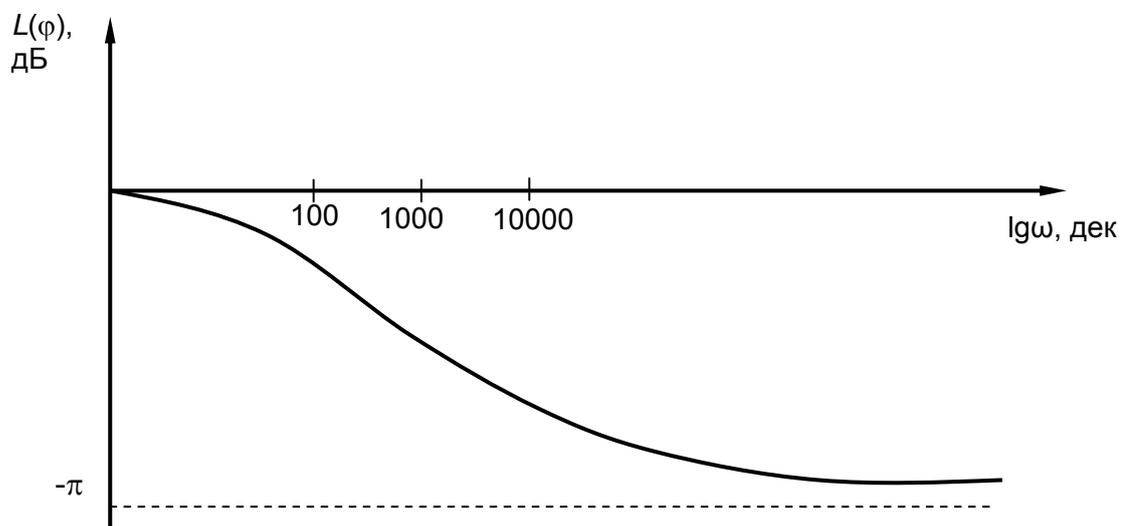


Рис. 2.9.7 Возможный вид ЛФХ

## 2.10 Типовые линейные звенья и их характеристики

Математическое описание систем разбивают на простейшие звенья, свойства которых хорошо известны, что облегчает исследование систем. Такие звенья называют типовыми звеньями. Типовыми звеньями или их соединениями описываются отдельные элементы автоматики, составляющие систему.

Ниже будут рассмотрены основные типовые линейные звенья. Методы получения характеристик звеньев были рассмотрены выше, и поэтому уравнения этих характеристик для конкретных звеньев будут приведены без специальных пояснений.

### Безынерционное звено

1. Уравнение звена:  $Y=kx$ . (2.10.1)

2. Статическая характеристика звена:  $Y=kx$ . (2.10.2)

3. Передаточная и частотная передаточная функции звена:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{x(p)} = k; \quad (2.10.3)$$

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{x(j\omega)} \quad (2.10.4)$$

4. Переходная функция звена:  $h(t) = k$ . (2.10.5)

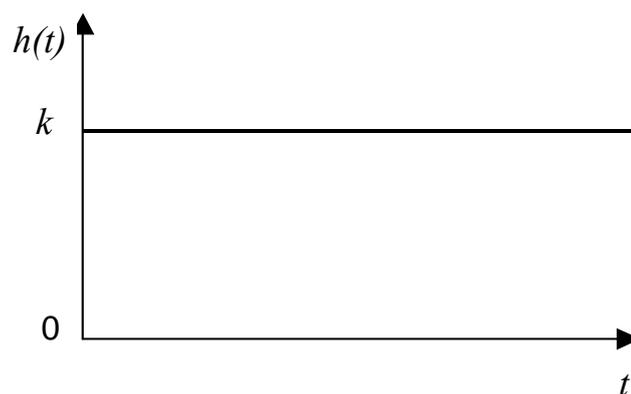


Рис. 2.10.1 Переходная функция безынерционного звена

## 5. Импульсная переходная функция звена

$$W(t) = k\delta(t). \quad (2.10.6)$$



Рис. 2.10.2 Импульсная переходная функция безынерционного звена

График  $W(t)$  изображен условно в виде импульса конечной высоты и конечной ширины. На самом деле это импульс бесконечной высоты и бесконечно малой ширины. При этом

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(t) dt = k. \quad (2.10.7)$$

## 6. Частотные характеристики звена:

$$A(\omega) = k; \quad (2.10.8)$$

$$\varphi(\omega) = 0; \quad (2.10.9)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k. \quad (2.10.10)$$

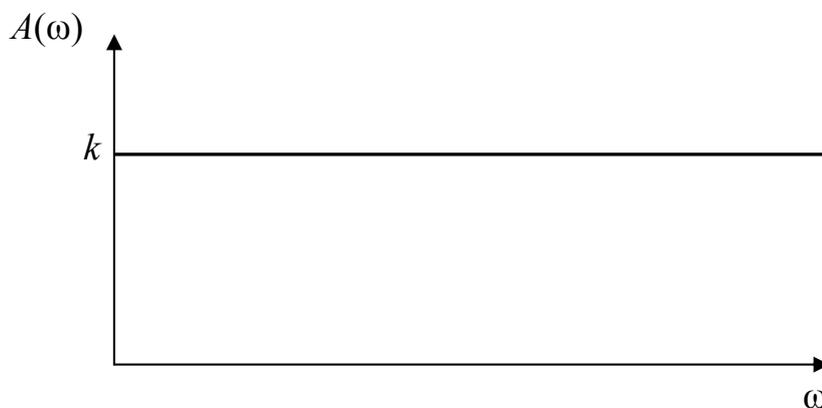


Рис. 2.10.3 АЧХ безынерционного звена

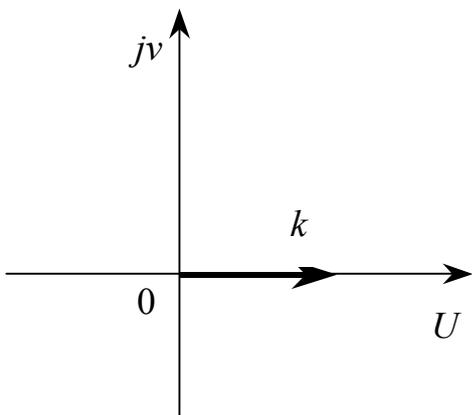


Рис. 2.10.4 АФЧХ безынерционного звена

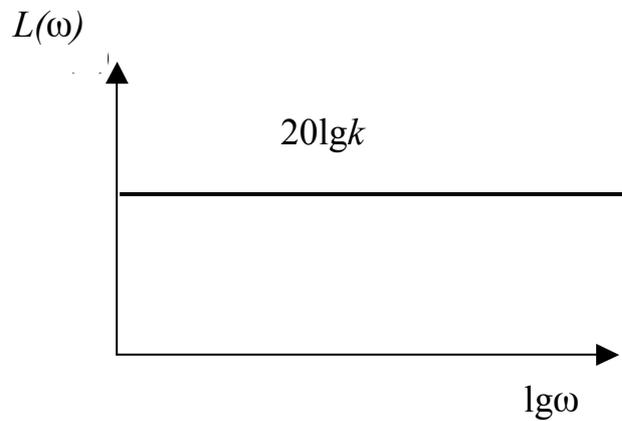


Рис. 2.10.5 ЛАХ безынерционного звена

### Апериодическое звено 1-го порядка

1. Уравнение звена:

$$T \frac{dY}{dt} + Y = kx \quad . \quad (2.10.11)$$

2. Статические характеристики звена:  $Y = kx$ . (2.10.12)

3. Передаточная и частотная передаточная функции звена:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{x(p)} = \frac{k}{Tp + 1}; \quad (2.10.13)$$

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{k}{Tj\omega + 1}. \quad (2.10.14)$$

4. Переходная функция звена:

$$h(t) = k(1 - e^{-t/T}). \quad (2.10.15)$$

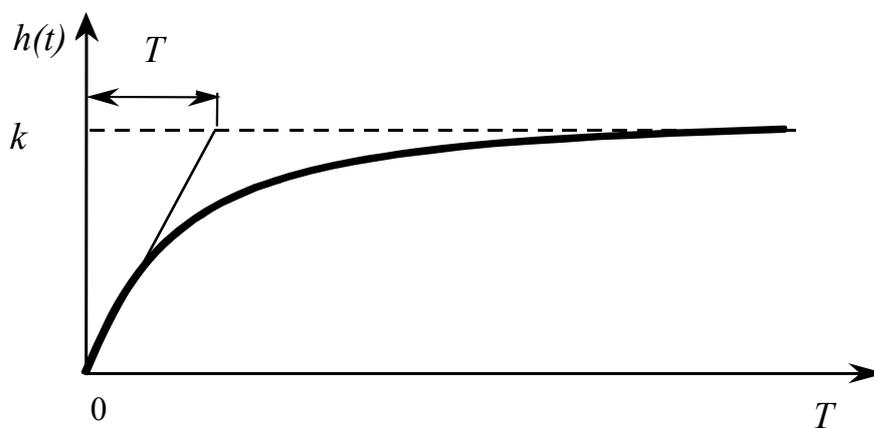


Рис. 2.10.6 Переходная функция апериодического звена 1-го порядка

Касательная в начале переходной функции (показана на графике тонкой линией) отсекает на линии установившегося значения  $k$  переходной функции отрезок, равный постоянной времени  $T$  звена. Этот факт используется при определении значения  $T$  по графику переходной функции.

5. Импульсная переходная функция звена:

$$W(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T}. \quad (2.10.16)$$

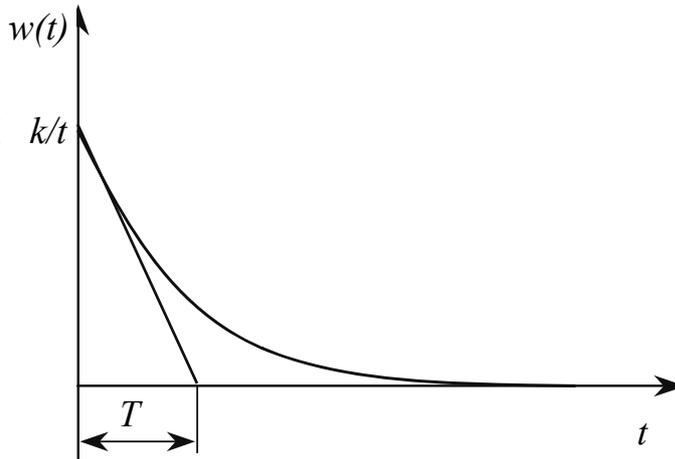


Рис. 2.10.7 Импульсная переходная функция апериодического звена 1-го порядка

6. Частотные характеристики звена:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + T^2 \omega^2}}; \quad (2.10.17)$$

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg} T\omega; \quad (2.10.18)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + T^2 \omega^2}. \quad (2.10.19)$$

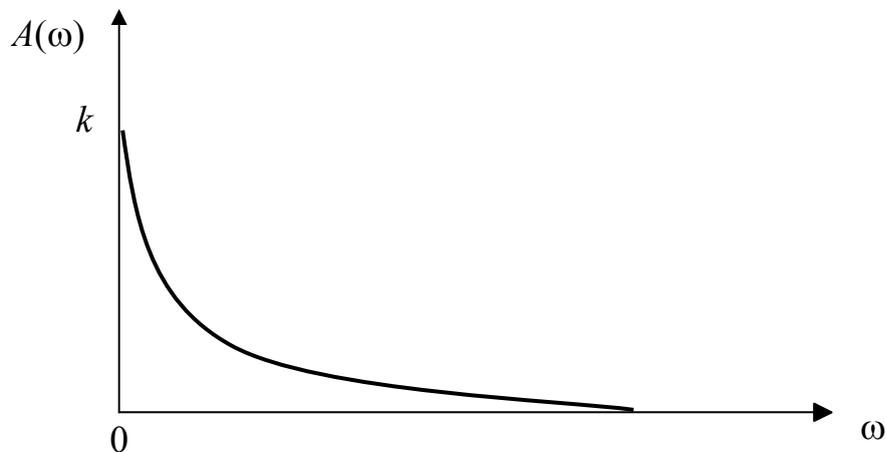


Рис. 2.10.8 АЧХ апериодического звена 1-го порядка

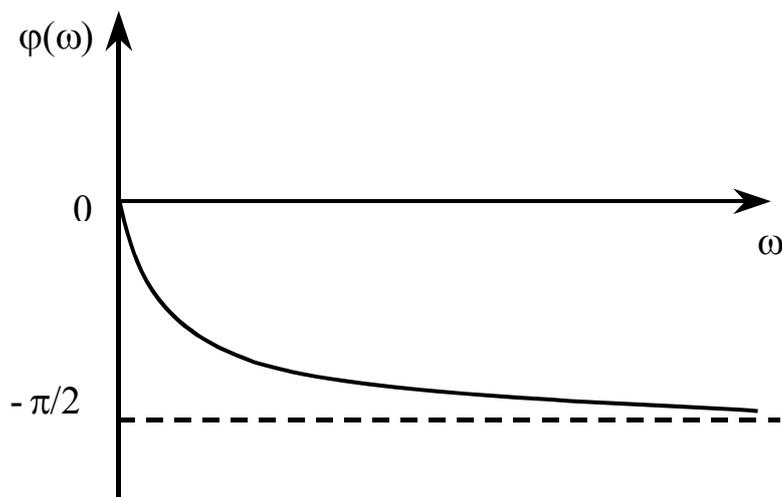


Рис. 2.10.9 ФЧХ аperiodического звена 1-го порядка

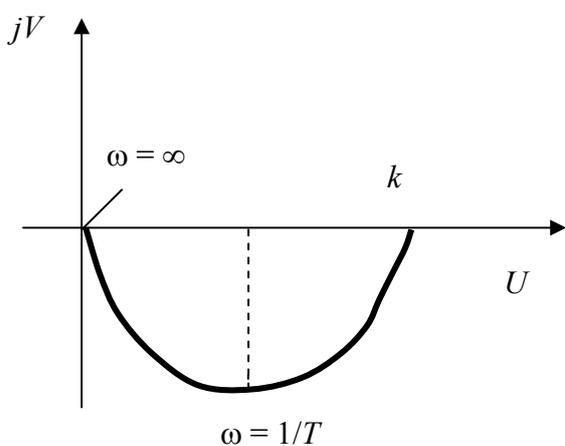


Рис. 2.10.10 АФЧХ аperiodического звена 1-го порядка

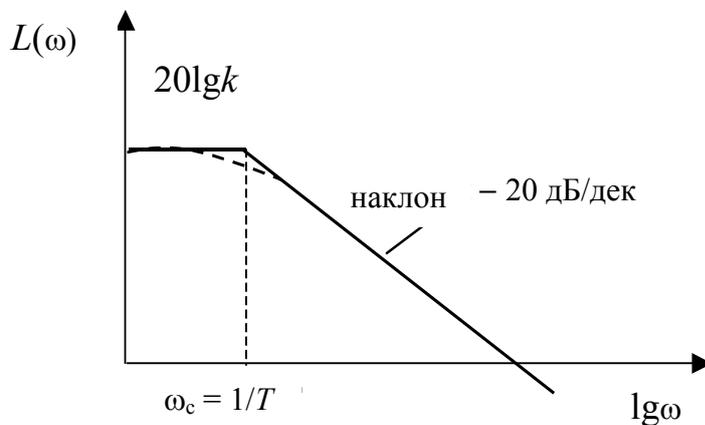


Рис. 2.10.11 ЛАХ аperiodического звена 1-го порядка (сплошной линией показана асимптотическая ЛАХ)

### Аperiodическое звено 2-го порядка

1. Уравнение звена:  $T_2^2 \frac{d^2 Y}{dt^2} + T_1 \frac{dY}{dt} + Y = kx.$  (2.10.20)

Постоянные времена  $T_1$  и  $T_2$  связаны условием:  $T_1 > 2T_2$ ,

или  $\xi = \frac{T_1}{2T_2} \geq 1.$  (\*)

2. Статические характеристики звена:  $Y = kx.$  (2.10.21)

3. Передаточная и частотная передаточная функции звена:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{x(p)} = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} = \frac{k}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}; \quad (2.10.22)$$

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{k}{T_2^2(j\omega)^2 + T_1j\omega + 1} = \frac{k}{(T_3j\omega + 1)(T_4j\omega + 1)}; \quad (2.10.23)$$

$$T_1 = T_3 + T_4; \quad T_2^2 = T_3T_4. \quad (2.10.24)$$

При условии (\*) знаменатель передаточной функции разлагается на два сомножителя  $(T_3 p + 1)$  и  $(T_4 p + 1)$ . Это показывает, что апериодическое звено 2-го порядка представляет собой два последовательно соединенных апериодических звена 1-го порядка с постоянными времени  $T_3$  и  $T_4$ , что отражено во второй форме записи передаточных функций.

4. Переходная функция звена:

$$h(t) = k \left( 1 - \frac{T_3}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_3}} + \frac{T_4}{T_3 - T_4} e^{-\frac{t}{T_4}} \right) \quad \text{при } T_3 > T_4. \quad (2.10.25)$$

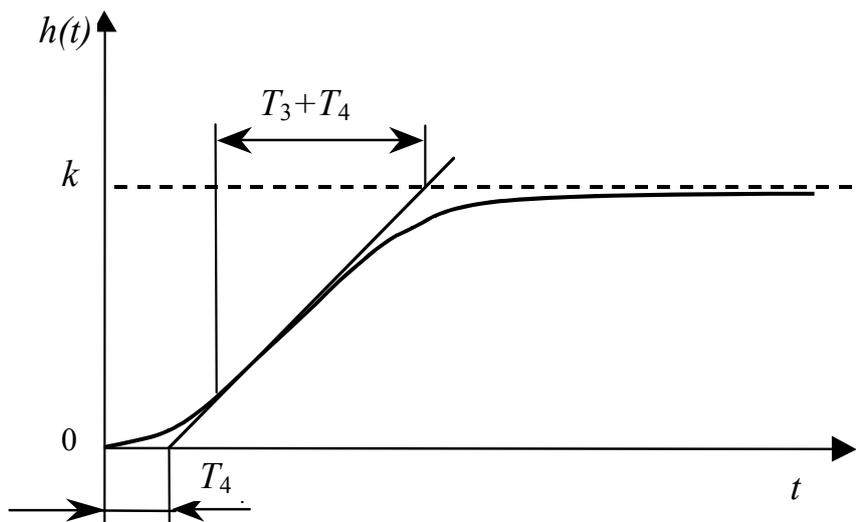


Рис. 2.10.12 Переходная функция апериодического звена 2-го порядка

Тонкой линией показана касательная в точке перегиба переходной функции. На рис. 2.10.12 показано, как, проведя касательную, можно определить постоянные времени  $T_3$  и  $T_4$  звена. Этот факт используется при определении значений  $T_3$  и  $T_4$  по графику переходной функции.

5. Импульсная переходная функция звена:

$$W(t) = \frac{k}{T_3 - T_4} \left( e^{-\frac{t}{T_3}} - e^{-\frac{t}{T_4}} \right). \quad (2.10.26)$$

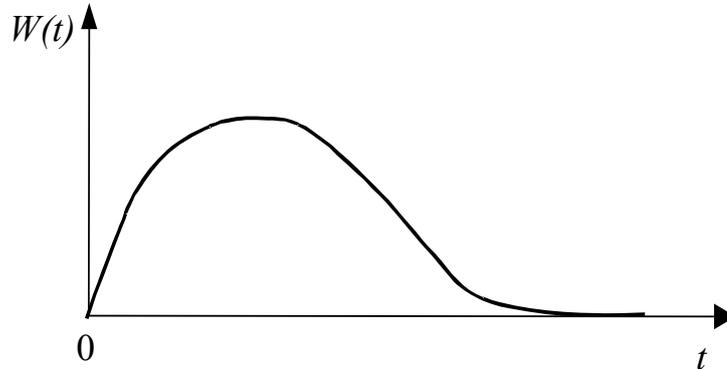


Рис. 2.10.13 Импульсная переходная функция аperiodического звена 2-го порядка

6. Частотные характеристики звена:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(T_1\omega)^2 + (1 - T_2^2\omega^2)^2}} = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T_3^2} \times \sqrt{1 + \omega^2 T_4^2}}; \quad (2.10.27)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{T_1\omega}{1 - T_2^2\omega^2} = -\arctg T_3\omega - \arctg T_4\omega; \quad (2.10.28)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{(T_1\omega)^2 + (1 - T_2^2\omega^2)^2} = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + T_3^2\omega^2} - 20 \lg \sqrt{1 + T_4^2\omega^2}. \quad (2.10.29)$$

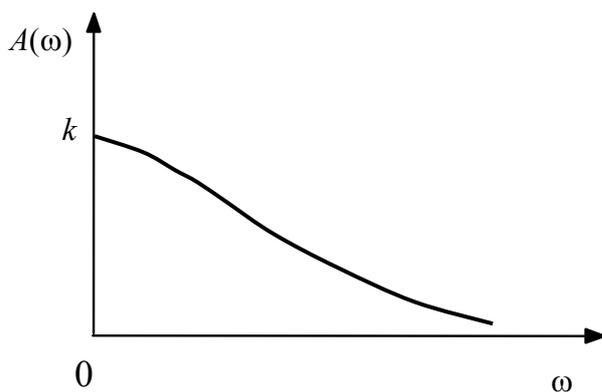


Рис. 2.10.14 АЧХ аperiodического звена 2-го порядка

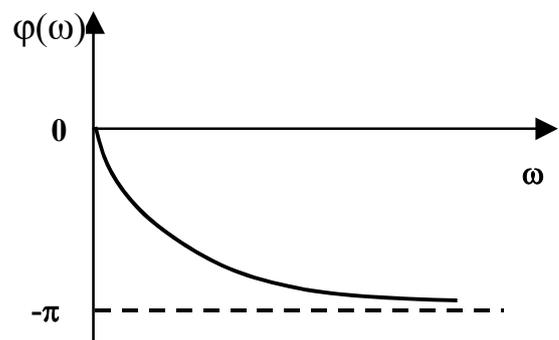


Рис. 2.10.15 ФЧХ аperiodического звена 2-го порядка

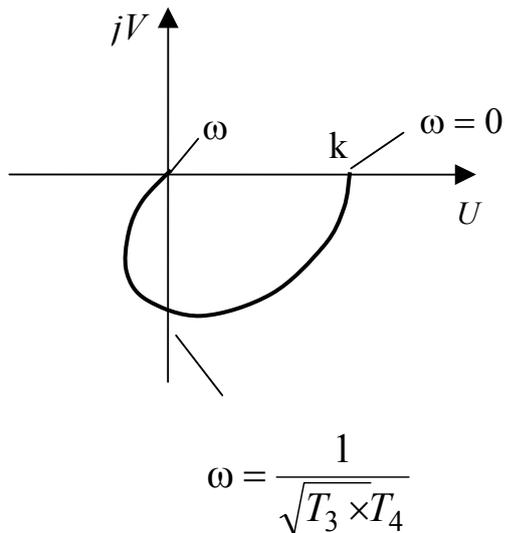


Рис. 2.10.16 АФЧХ аperiodического звена 2-го порядка

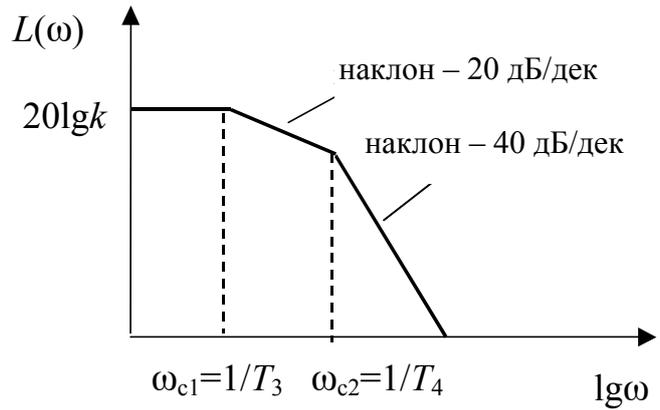


Рис. 2.10.17 ЛАХ аperiodического звена 2-го порядка (сплошной линией показана асимптотическая ЛАХ)

### Колебательное звено

1. Уравнение звена:

$$T_2^2 \frac{d^2 Y}{dt^2} + T_1 \frac{dY}{dt} + Y = kx. \quad (2.10.30)$$

Постоянные времени  $T_1 < 2T_2$ , или  $\xi = \frac{T_1}{2T_2} < 1$ .

2. Статическая характеристика звена:  $Y = kx$ . (2.10.31)

3. Передаточная и частотная передаточная функции звена:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{x(p)} = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}; \quad (2.10.32)$$

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{k}{T_2^2 (j\omega)^2 + T_1(j\omega) + 1} \quad (2.10.33)$$

4. Переходная функция звена:

$$h(t) = k \times \left[ 1 - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} \cdot e^{-\alpha t} \times \sin\left(\beta t + \arctg \frac{\beta}{\alpha}\right) \right], \quad (2.10.34)$$

где  $\alpha = -\frac{T_1}{2T_2}$ ,  $\beta = \frac{\sqrt{4T_2^2 - T_1^2}}{2T_2^2}$  — действительная и мнимая части корней характеристического уравнения звена.

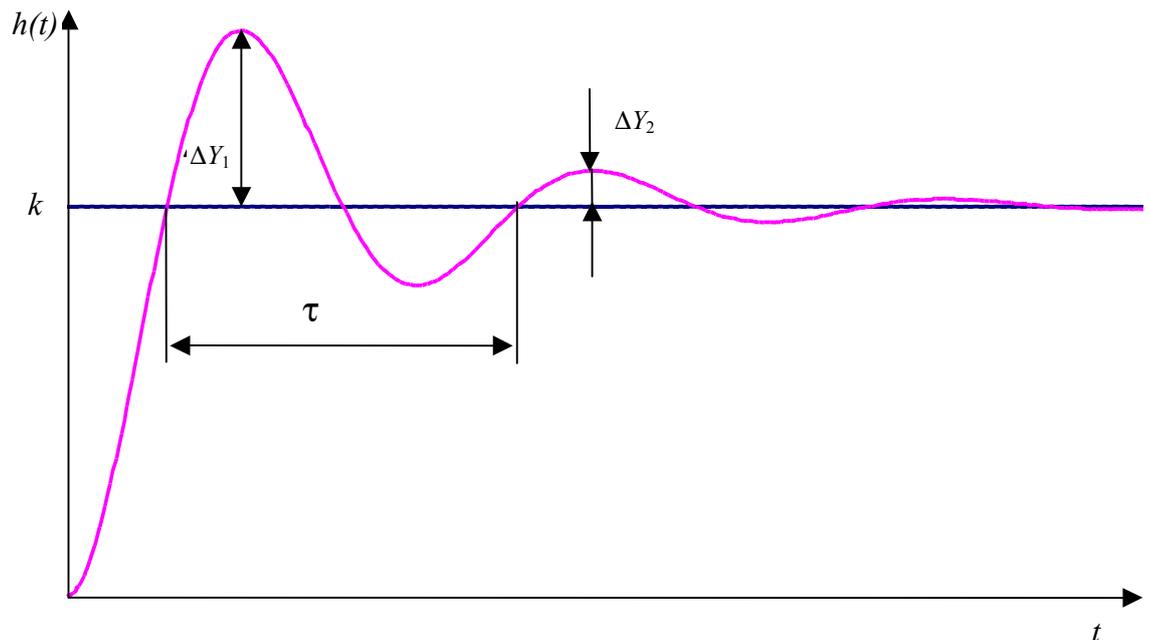


Рис. 2.10.18 Переходная функция колебательного звена

Величина  $\beta$  является частотой колебаний и может быть определена из графика переходной функции:

$$\beta = 2\pi/\tau. \quad (2.10.35)$$

Величина  $\alpha$  характеризует степень затухания колебаний и может быть найдена из графика переходной функции:

$$\frac{\Delta Y_2}{\Delta Y_1} = e^{-\alpha\tau}; \quad (2.10.36)$$

$$\alpha = \frac{1}{\tau} \ln \frac{\Delta Y_1}{\Delta Y_2}. \quad (2.10.37)$$

5. Импульсная переходная функция звена:

$$W(t) = \frac{k(\alpha^2 + \beta^2)}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t. \quad (2.10.38)$$

6. Частотные характеристики звена:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(T_1\omega)^2 + (1 - T_2^2\omega)^2}}; \quad (2.10.39)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{T_1\omega}{1 - T_2^2\omega^2}; \quad (2.10.40)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{(T_1\omega)^2 + (1 - T_2^2\omega)^2}. \quad (2.10.41)$$

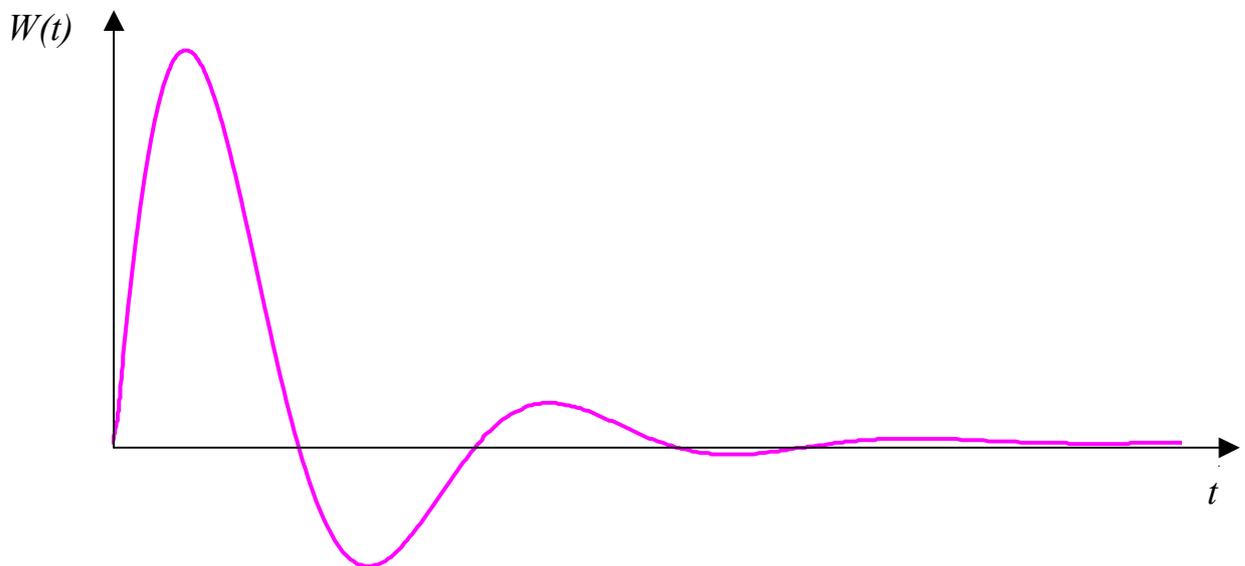


Рис. 2.10.19 Импульсная переходная функция колебательного звена

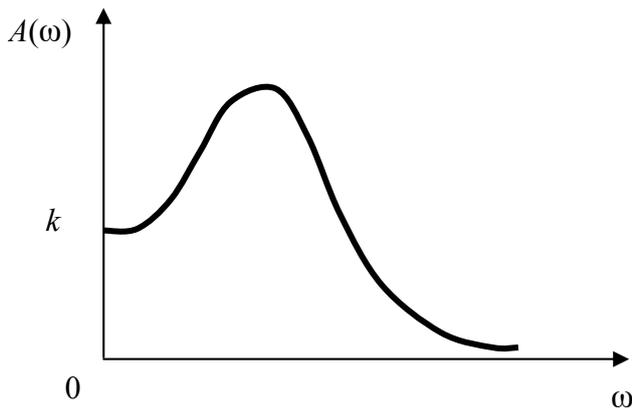


Рис. 2.10.20 АЧХ колебательного звена

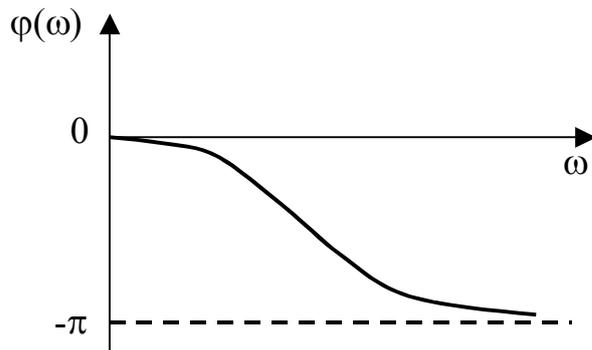


Рис. 2.10.21 ФЧХ колебательного звена

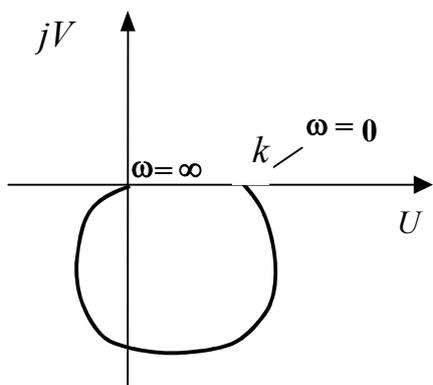


Рис. 2.10.22 АФЧХ колебательного звена

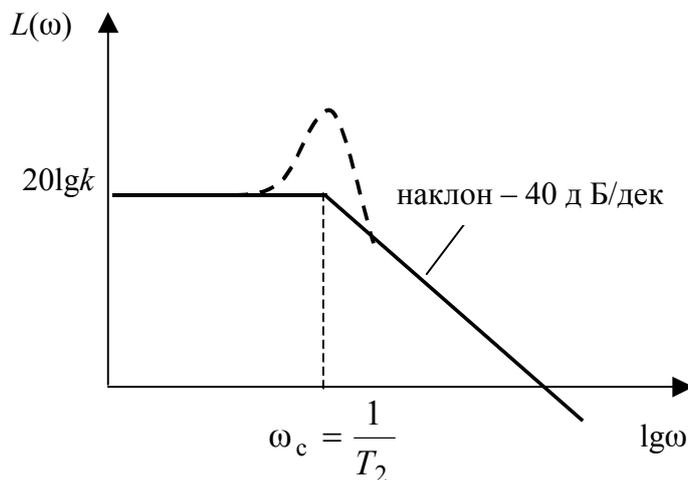


Рис. 2.10.23 ЛАХ колебательного звена (сплошной линией показана асимптотическая ЛАХ)

В окрестностях частоты  $\omega_c$  асимптотическая ЛАХ существенно отличается от действительной ЛАХ, поэтому в учебниках и справочниках имеются графики поправок к асимптотической ЛАХ.

### Интегрирующее звено

1. Уравнение звена:

$$Y = k \int_0^t x \cdot dt, \quad \text{или} \quad \frac{dY}{dt} = kx. \quad (2.10.42)$$

## 2. Статическая характеристика звена.

У звена нет статической характеристики, поскольку при постоянном входном воздействии  $x$  выходная величина  $Y$  постоянно нарастает:  $Y = kxt$ . Это звено относится к астатическим звеньям.

### *Примечание.*

Ранее рассмотренные звенья относятся к статическим звеньям.

## 3. Передаточная и частотная передаточная функции звена:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{x(p)} = \frac{k}{p} = \frac{1}{T_{\text{и}}p}; \quad (2.10.43)$$

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{k}{j\omega} = \frac{1}{T_{\text{и}}j\omega}. \quad (2.10.44)$$

## 4. Переходная функция звена:

$$h(t) = kt. \quad (2.10.45)$$

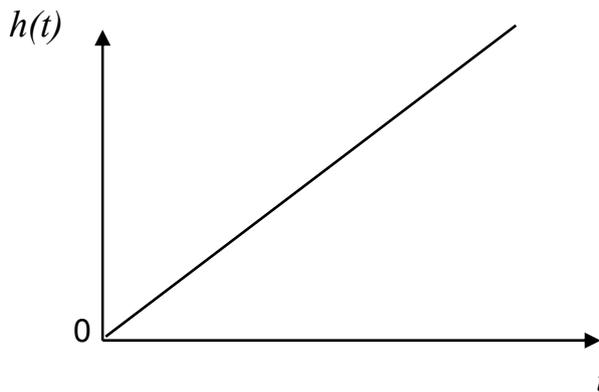


Рис. 2.10.24 Переходная функция интегрирующего звена

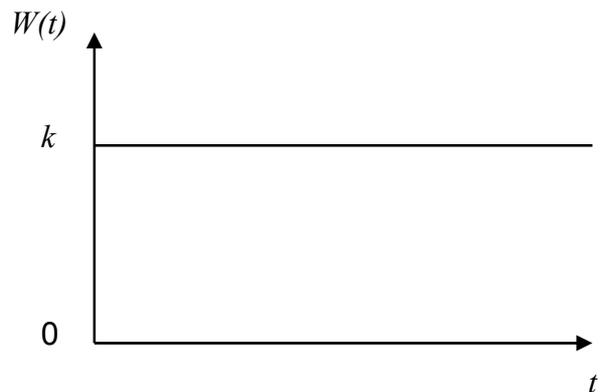


Рис. 2.10.25 Импульсная переходная функция интегрирующего звена

## 5. Импульсная переходная функция звена:

$$W(t) = h'(t) = k. \quad (2.10.46)$$

6. Частотные характеристики звена:

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega}; \quad (2.10.47)$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{\omega}{0} = -\operatorname{arctg} \infty = -\frac{\pi}{2}; \quad (2.10.48)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega. \quad (2.10.49)$$

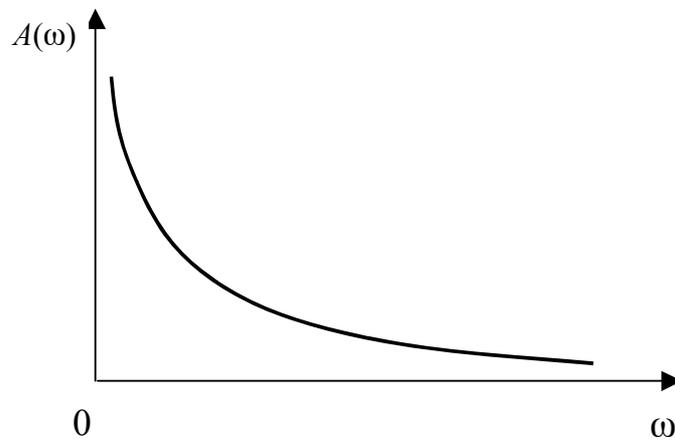


Рис. 2.10.26 АЧХ интегрирующего звена



Рис. 2.10.27 ФЧХ интегрирующего звена

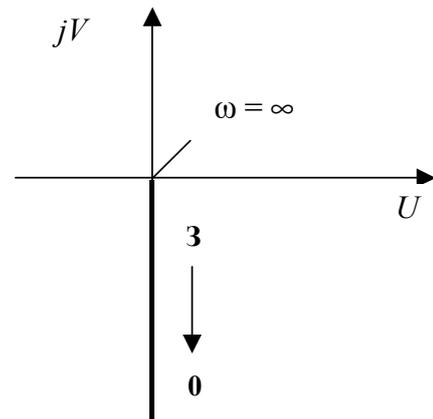


Рис. 2.10.28 АФЧХ интегрирующего звена

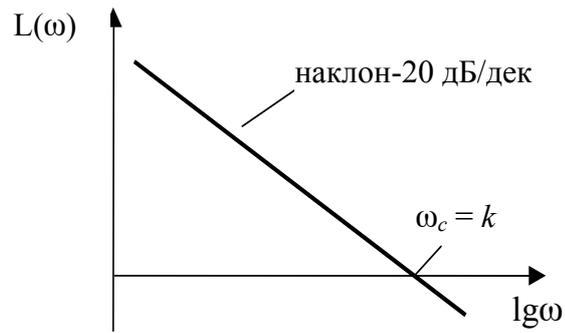


Рис. 2.10.29 ЛАХ интегрирующего звена

### Дифференцирующее звено

1. Уравнение звена:  $Y = k \frac{dx}{dt}$ . (2.10.50)

2. Статическая характеристика звена:  $Y=0$ . (2.10.51)

3. Передаточная и частотная передаточная функции звена:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{x(p)} = kp; \quad (2.10.52)$$

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{x(j\omega)} = kj\omega. \quad (2.10.53)$$

4. Переходная функция звена:  $h(t) = k\delta(t)$ . (2.10.54)

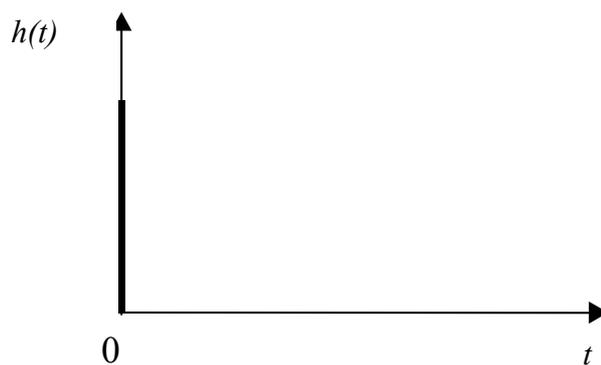


Рис. 2.10.30 Переходная функция дифференцирующего звена

5. Импульсная переходная функция звена:

$$W(t) = h'(t) = k\delta'(t). \quad (2.10.55)$$

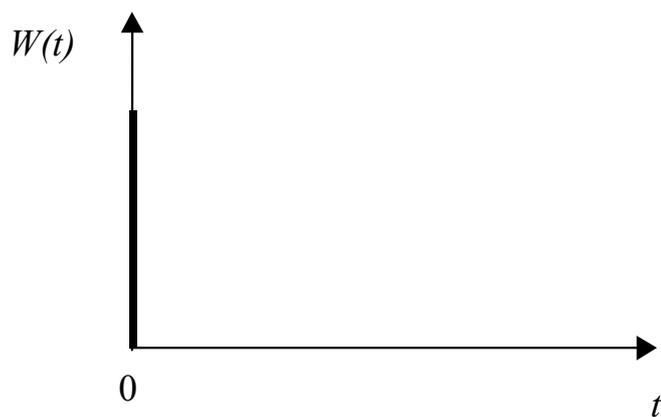


Рис. 2.10.31 Импульсная переходная функция дифференциального звена

6. Частотные характеристики звена:

$$A(\omega) = k\omega; \quad (2.10.56)$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}; \quad (2.10.57)$$

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega. \quad (2.10.58)$$

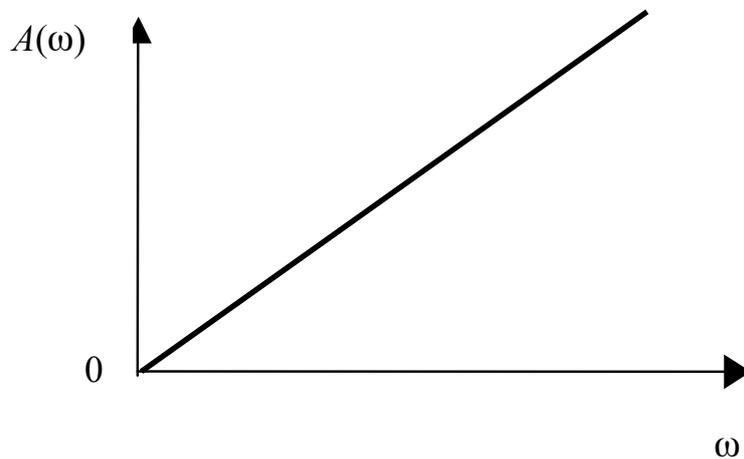


Рис. 2.10.32 АЧХ дифференцирующего звена

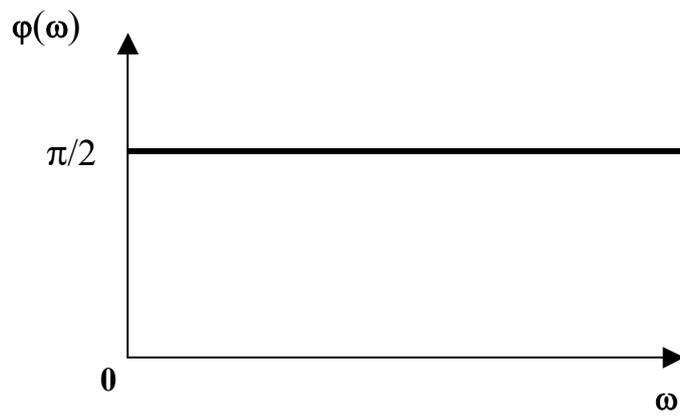


Рис. 2.10.33 ФЧХ дифференцирующего звена

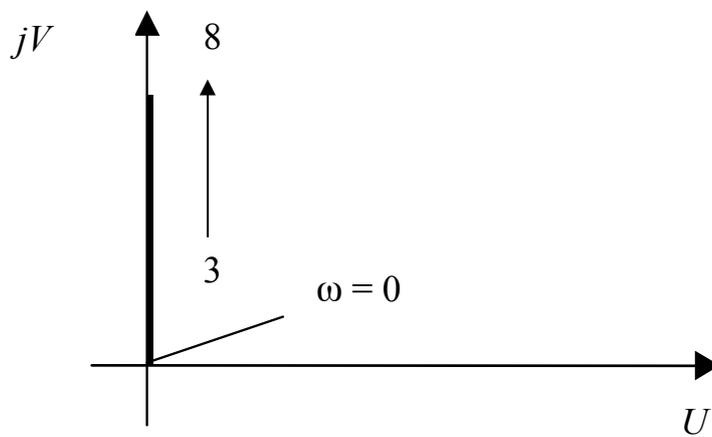


Рис. 2.10.34 АФЧХ дифференцирующего звена

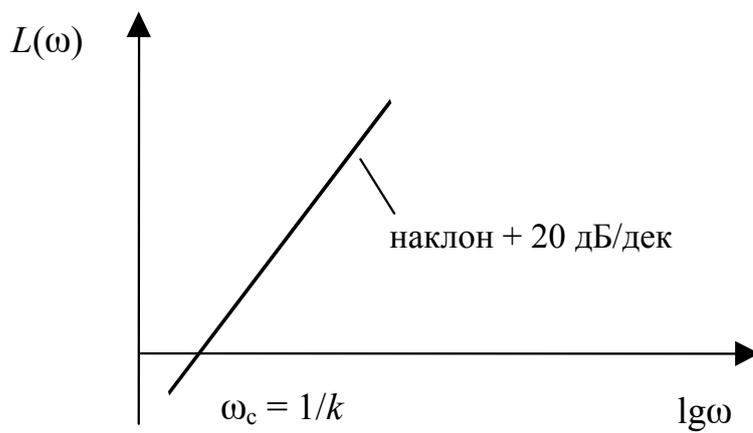


Рис. 2.10.35 ЛАХ дифференцирующего звена

### Звено чистого (транспортного) запаздывания

1. Уравнение звена:  $Y = k \times x(t - \tau)$ , (2.10.59)

где  $\tau$  — время запаздывания.

2. Статическая характеристика звена:  $Y = kx$ . (2.10.60)

3. Передаточная и частотная передаточная функции звена:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{x(p)} = ke^{-p\tau}; \quad (2.10.61)$$

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{x(j\omega)} = ke^{-j\omega\tau}. \quad (2.10.62)$$

4. Переходная функция звена:

$$h(t) = k \times l(t - \tau). \quad (2.10.63)$$

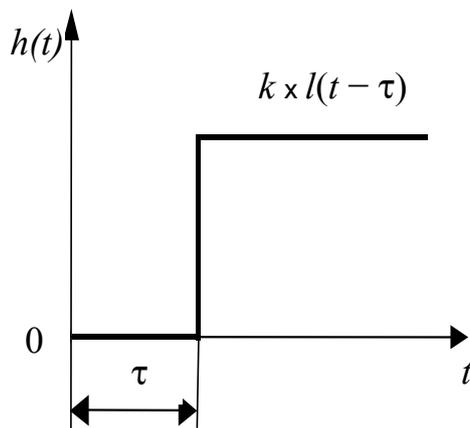


Рис. 2.10.36 Переходная функция звена чистого запаздывания

5. Импульсная переходная функция звена:

$$W(t) = kx\delta(t - \tau). \quad (2.10.64)$$

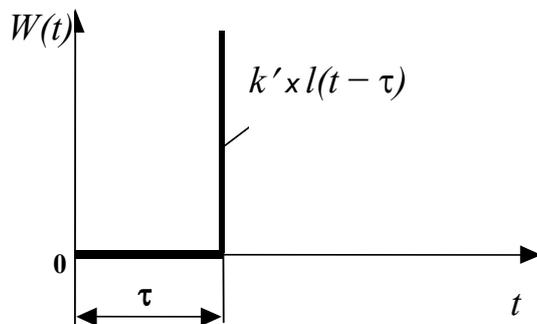


Рис. 2.10.37 Импульсная переходная функция звена чистого запаздывания

6. Частотные характеристики звена:

$$A(\omega) = k; \quad (2.10.65)$$

$$\varphi(\omega) = -\omega\tau; \quad (2.10.66)$$

$$L(\omega) = 20\lg k. \quad (2.10.67)$$

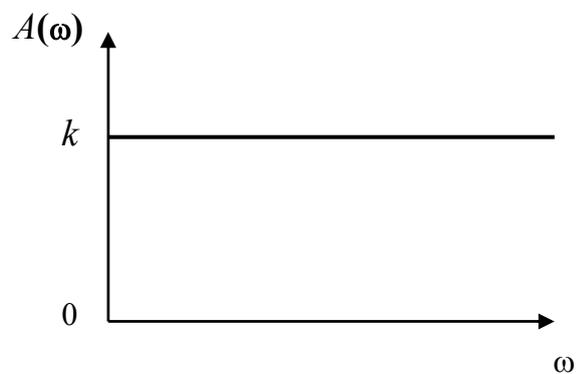


Рис. 2.10.38 АЧХ звена чистого запаздывания

Рис. 2.10.39 ФЧХ звена чистого запаздывания

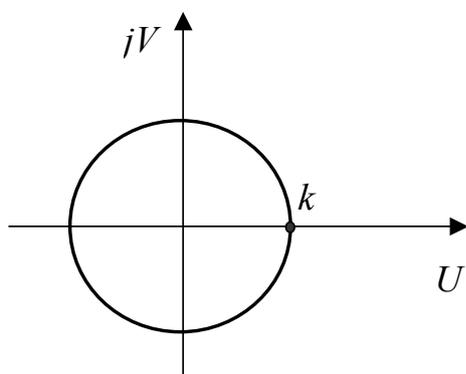


Рис. 2.10.40 АФЧХ звена чистого запаздывания

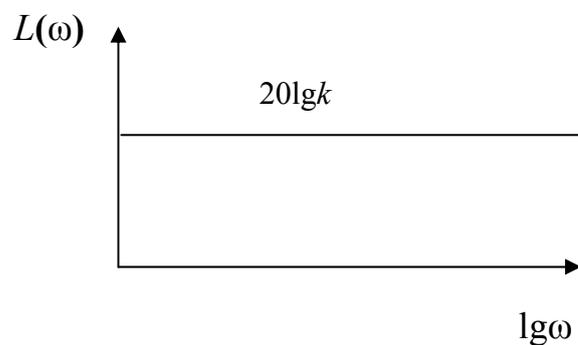


Рис. 2.10.41 ЛАХ звена чистого запаздывания

## 2.11 Обратные связи

Обратной связью называется линия передачи сигнала с выхода системы, звена или цепи звеньев на их вход.

Существуют следующие виды обратных связей.

**Отрицательная обратная связь** — когда выходной сигнал вычитается из входного сигнала.

**Положительная обратная связь** — когда выходной сигнал складывается со входным сигналом.

**Главная обратная связь** — линия передачи сигнала с выхода системы на ее вход. Благодаря главной обратной связи осуществляется принцип управления по ошибке.

**Местная обратная связь** — это обратная связь, охватывающая звено или цепь звеньев системы. Местные обратные связи организуются для придания отдельным частям системы требуемых свойств, например, для формирования пропорционального закона регулирования в системах с астатическим исполнительным механизмом.

**Единичная обратная связь** — это обратная связь с передаточной функцией линии обратной связи, равной единице.

**Жесткая обратная связь** — это обратная связь, передающая постоянный и переменный сигналы.

**Гибкая обратная связь** — это обратная связь, передающая только переменный сигнал. Гибкая обратная связь содержит хотя бы одно дифференцирующее звено, включенное последовательно остальным звеньям обратной связи.

## 2.12 Передаточные функции соединений звеньев.

### Преобразования структурных схем

#### Передаточная функция последовательно соединенных звеньев.

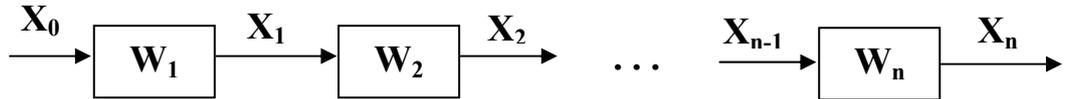


Рис. 2.12.1 Последовательно соединенные звенья

$$W(p) = \frac{X_n(p)}{X_0(p)} = W_1 \cdot W_2 \cdot \dots \cdot W_n \quad (2.12.1)$$

Передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций этих звеньев.

#### Передаточная функция параллельно соединенных звеньев.

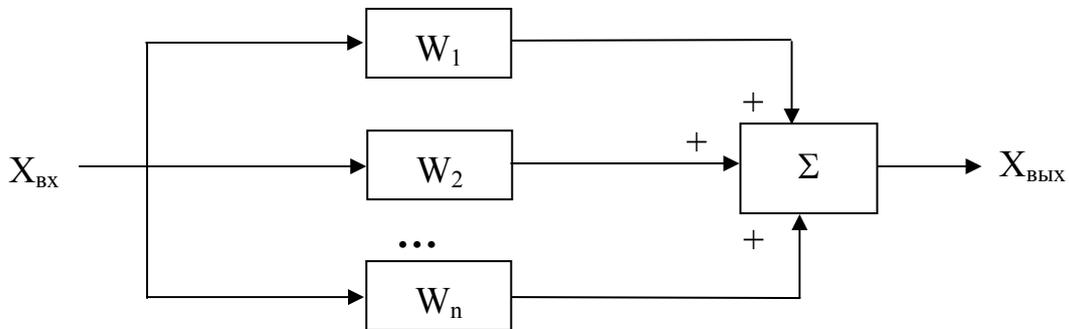


Рис. 2.12.2 Параллельно соединенные звенья

$$W(p) = \frac{X_{\text{вых}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} = W_1 + W_2 + \dots + W_n. \quad (2.12.2)$$

Передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна сумме передаточных функций этих звеньев.

## Передаточная функция звена или цепи звеньев, охваченная обратной связью.

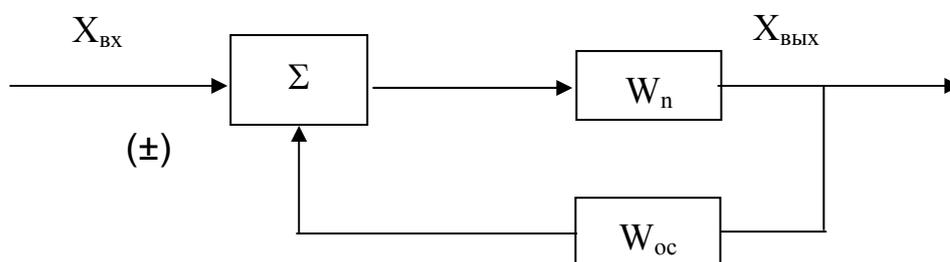


Рис. 2.12.3 Звено или цепь звеньев  $W_n$ , охваченных обратной связью

$$W(p) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}(p)}{X_{\text{ВХ}}(p)} = \frac{W_n}{1(\pm)W_n \cdot W_{\text{oc}}} = \frac{W_n}{1(\pm)W_p} \quad (2.12.3)$$

где  $W_n$  — передаточная функция прямой цепи;  $W_{\text{oc}}$  — передаточная функция обратной связи;  $W_p$  — передаточная функция разомкнутой цепи.

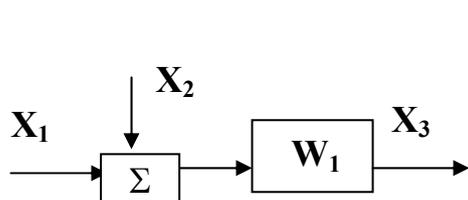
В передаточных функциях «+» соответствует отрицательной обратной связи, «-» соответствует положительной обратной связи.

Структурные схемы систем часто содержат параллельно включенные звенья, цепи, охваченные обратной связью, пересекающиеся связи, что затрудняет анализ работы системы, например нахождение передаточных функций системы (см. п. 2.13). Поэтому возникает необходимость приведения структурной схемы к одноконтурному виду.

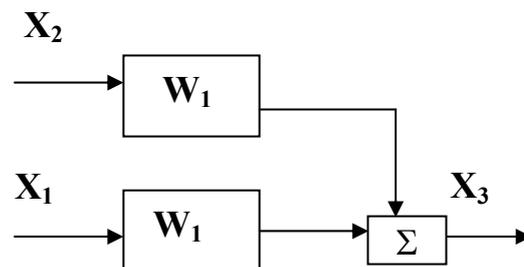
### Порядок приведения системы к одноконтурному виду следующий.

1. Путем переноса воздействий ликвидируются пересекающиеся связи. При переносе пользуются принципом суперпозиции и рассмотренными выше передаточными функциями последовательно и параллельно соединенных звеньев. В полученных таким образом эквивалентных схемах результат преобразования сигналов должен совпадать с результатом преобразования сигналов исходной схемой.

Пример переноса воздействия со входа звена на его выход:

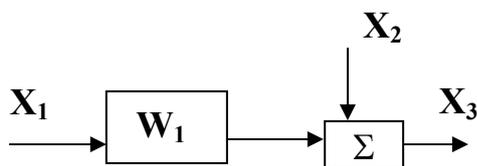


*исходная схема*

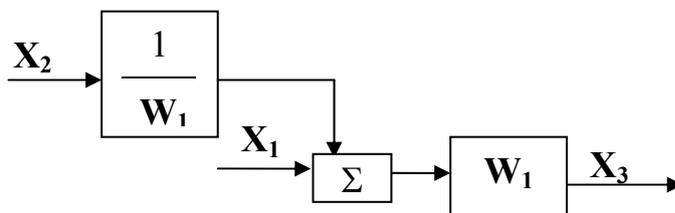


*эквивалентная схема*

Пример переноса воздействия с выхода звена на его вход:



*исходная схема*



*эквивалентная схема*

2. Параллельно соединенные звенья заменяются эквивалентными звеньями с передаточными функциями вида (2.12.2).

3. Цепи, охваченные обратными связями, заменяются эквивалентными звеньями с передаточными функциями вида (2.12.3).

### 2.13 Передаточные функции систем автоматического регулирования

Общая структурная схема одномерной САР представлена на рис. 2.13.1. На структурной схеме возмущающее воздействие  $F$  приведено к выходу системы.

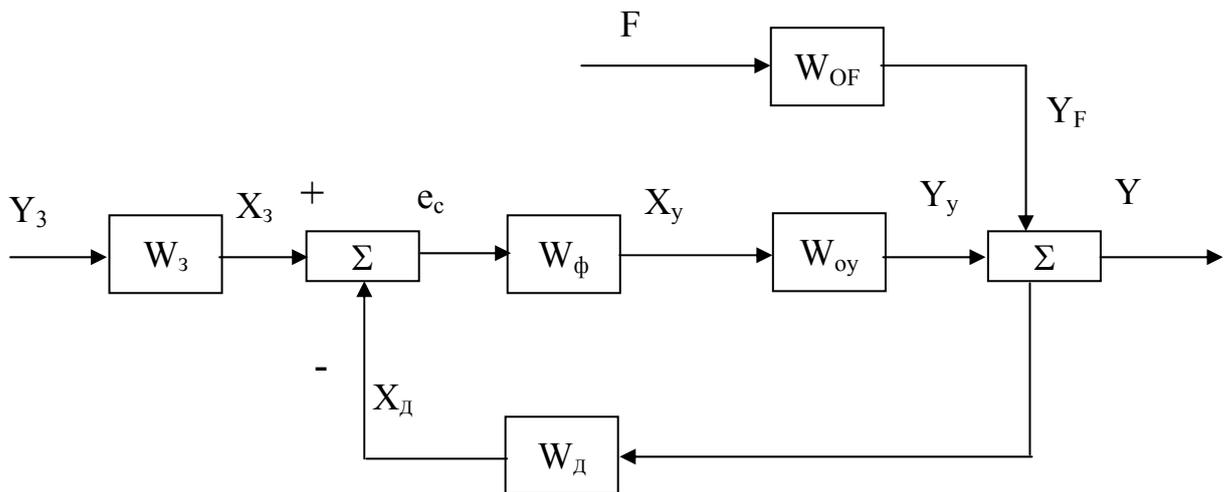


Рис. 2.13.1 Общая структурная схема одномерной САР:

$W_3$  — передаточная функция задатчика;  $W_\phi$  — передаточная функция устройства, формирующего управляющее воздействие на объект;  $W_{oy}$  — передаточная функция объекта управления по управляющему воздействию;  $W_{of}$  — передаточная функция цепи от места приложения возмущающего воздействия до выхода системы (передаточная функция объекта управления по возмущающему воздействию, если возмущающее воздействие приложено к объекту);  $W_d$  — передаточная функция датчика;  $Y_3$  — управляющее (задающее) воздействие на систему;  $X_3$  — сигнал задатчика;  $X_d$  — сигнал датчика;  $e_c$  — сигнал ошибки;  $X_y$  — управляющее воздействие на объект;  $Y_y$  — реакция объекта на управляющее воздействие;  $Y_f$  — реакция объекта на возмущающее воздействие;

$Y$  — регулируемая величина

При исследовании систем необходимо определить, как изменяется регулируемая величина  $Y$  и ошибка  $e = Y_3 - Y$  при изменениях управляющего воздействия  $Y_3$  и возмущающего воздействия  $F$ . Для этого пользуются четырьмя передаточными функциями. При получении этих передаточных функций следует иметь в виду, что согласно принципу суперпозиции изменение регулируемой величины системы  $Y$  складывается из изменения регулируемой величины при изменении управляющего воздействия  $Y_3$  на систему и изменения регулируемой величины при изменении возмущающего воздействия  $F$ . Аналогичным образом изменение ошибки системы  $e$  складывается из изменения  $e_y$  ошибки системы при изменении управляющего воздействия  $Y_3$  на систему и изменения  $e_f$  ошибки системы при изменении возмущающего воздействия  $F$ . Поэтому при получении передаточных функций по управ-

ляющему воздействию принимают  $F = 0$ , а при получении передаточных функций по возмущающему воздействию принимают  $Y_3 = 0$ .

Перед нахождением передаточных функций структурную схему системы необходимо привести к одноконтурному виду.

**1. Передаточная функция САР по управляющему воздействию** определяет взаимосвязь между изменением регулируемой величины  $Y$  и изменением управляющего воздействия  $Y_3$ :

$$W_{yy}(p) = \frac{Y(p)}{Y_3(p)} = \frac{W_\phi(p) \cdot W_{oy}(p)}{1 + W_\phi(p) \cdot W_{oy}(p) \cdot W_d(p)} \cdot W_3(p) = \frac{W_n(p)}{1 + W_p(p)}; \quad (2.13.1)$$

где  $W_n(p)$  — передаточная функция прямой цепи системы;  $W_p(p)$  — передаточная функция разомкнутой системы.

При выводе передаточной функции (2.13.1) воспользовались (2.12.1) и (2.12.3).

**2. Передаточная функция САР по возмущающему воздействию** определяет взаимосвязь между изменением регулируемой величиной  $Y$  и изменением возмущающего воздействия  $F$ :

$$W_{FY}(p) = \frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{W_{OF}(p)}{1 + W_p(p)}. \quad (2.13.2)$$

При выводе (2.13.2) исходную структурную схему для наглядности можно преобразовать к виду, представленному на рис. 2.13.2. При таком преобразовании учитывали то, что  $Y_3 = 0$  и поэтому звено  $W_3$  можно исключить.

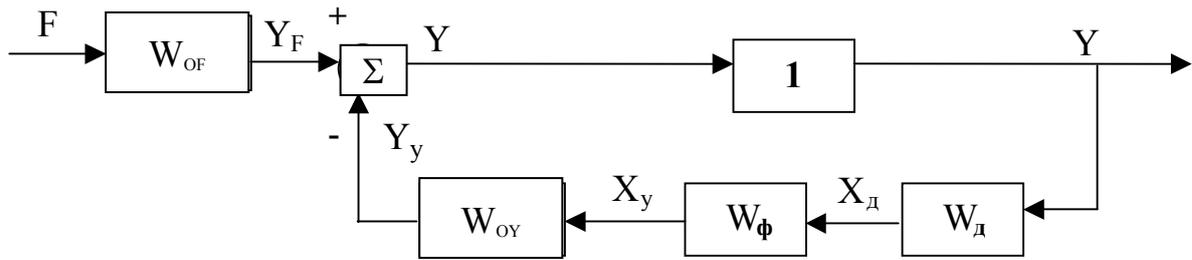


Рис. 2.13.2 Преобразованная структурная схема САР при условии  $Y_3 = 0$

**3. Передаточная функция САР для ошибки по управляющему воздействию** определяет взаимосвязь между изменением ошибки  $e_y$  и изменением задающего воздействия  $Y_3$ :

$$\begin{aligned}
 W_{ye}(p) &= \frac{e(p)}{Y_3(p)} = \frac{e_y(p)}{Y_3(p)} = \frac{Y_3(p) - Y(p)}{Y_3(p)} = 1 - \frac{Y(p)}{Y_3(p)} = \\
 &= 1 - \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)} = 1 - \frac{W_\phi(p) \cdot W_{oy}(p) \cdot W_3(p)}{1 + W_\phi(p) \cdot W_{oy}(p) \cdot W_д(p)} = \\
 &= \frac{1 + W_\phi(p) \cdot W_{oy}(p) \cdot W_д(p) - W_\phi(p) \cdot W_{oy}(p) \cdot W_3(p)}{1 + W_p(p)}.
 \end{aligned}
 \tag{2.13.3}$$

Коэффициенты передачи датчика и задатчика равны друг другу, поскольку  $Y_3$  и  $Y$  должны быть представлены в одном масштабе. Поэтому, если пренебречь инерционностью датчика и задатчика или считать их динамические свойства приблизительно одинаковыми, то  $W_3 = W_д$  и передаточная функция (2.13.3) приобретает вид:

$$W_{ye}(p) = \frac{e_y(p)}{Y_3(p)} = \frac{1}{1 + W_p(p)}.
 \tag{2.13.4}$$

Форма 2.13.4 особенно удобна для исследования статических ошибок, когда инерционность звеньев системы не имеет значения.

**4. Передаточная функция САР для ошибки по возмущающему воздействию** определяет взаимосвязь между изменением ошибки  $e$  и изменением возмущающего воздействия  $F$ :

$$W_{Fe}(p) = \frac{e(p)}{F(p)} = \frac{e_F(p)}{F(p)} = \frac{Y_3 - Y}{F(p)} = -\frac{Y}{F(p)} = -\frac{W_{OF}(p)}{1 + W_p(p)} = -W_{FY}(p). \quad (2.13.5)$$

Примеры получения передаточных функций САР приведены в литературе [1].

## 2.14 Понятие об оценке качества регулирования

Качество регулирования оценивают **тремя группами показателей**.

**1. Точность.** Точность регулирования оценивают группой показателей, характеризующих отклонение регулируемой величины от заданного значения в установившихся режимах.

**2. Устойчивость.** Устойчивость характеризует способность системы возвращаться в исходный или близкий к нему установившийся режим после снятия воздействия, вызвавшего выход из установившегося режима.

**Неустойчивые системы неработоспособны.**

Устойчивость оценивают специально разработанными критериями. Устойчивость также можно оценить по переходным процессам системы, полученным, например, путем моделирования на ЭВМ.

**3. Качество переходных процессов.** Качество работы систем в переходных (неустановившихся) режимах оценивают группой показателей, характеризующих быстродействие системы, колебательность переходных процессов и отклонение регулируемой величины в неустановившихся режимах от заданного значения. Существуют также интегральные критерии, позволяющие оценить качество работы в среднем за время регулирования.

В последующих параграфах будут рассмотрены некоторые наиболее часто используемые показатели качества регулирования.

## 2.15 Оценка точности линейных САР

Предварительно дадим определение статического и астатического звена, статической и астатической системы.

**Статическим звеном** называют звено, не содержащее интегрирующих звеньев, последовательно соединенных со всеми другими звеньями, входящими в звено.

Статические звенья имеют статические характеристики.

Передаточная функция линейного статического звена имеет вид:

$$W_c = \frac{k_0 + k_1 p + \dots + k_m p^m}{T_n^n p^n + T_{n-1}^{n-1} p^{n-1} + \dots + T_1 p + 1}. \quad (2.15.1)$$

**Астатическим звеном** называют звено, содержащее интегрирующие звенья, последовательно соединенные со всеми другими звеньями, входящими в звено.

Передаточная функция линейного астатического звена имеет вид:

$$W_a = \frac{k_0 + k_1 p + \dots + k_m p^m}{T_n^n p^n + T_{n-1}^{n-1} p^{n-1} + \dots + T_1 p + 1} \times \frac{1}{p^k} = W_c \times \frac{1}{p^k}, \quad (2.15.2)$$

где  $k$  — степень астатизма звена (количество интегрирующих звеньев).

**Статической системой** называют систему в разомкнутом состоянии представляемую статическим звеном:

$$W_{c.p} = W_c. \quad (2.15.3)$$

**Астатической системой** называют систему в разомкнутом состоянии, представляемую астатическим звеном:

$$W_{a.p} = W_c \times \frac{1}{p^L}, \quad (2.15.4)$$

где  $L$  — степень астатизма системы.

## Оценка точности в статических режимах

В статических режимах точность оценивают статическими ошибками по управляющему  $e_y$  и возмущающему  $e_F$  воздействиям, которые находятся по передаточным функциям (2.13.4) и (2.13.5) с учетом вида передаточных функций разомкнутых систем (2.15.3) и (2.15.4).

Для статических систем имеем:

$$e_y = \frac{1}{1 + W_{c.p}} \Big|_{p=0} \cdot y_3 = \frac{1}{1 + k_{\text{раз}}} \cdot y_3; \quad (2.15.5)$$

$$e_F = \frac{W_F}{1 + W_{c.p}} \Big|_{p=0} \cdot F = \frac{k_F}{1 + k_{\text{раз}}} \cdot F, \quad (2.15.6)$$

где  $k_{\text{раз}}$  — коэффициент передачи разомкнутой системы (для общего вида (2.15.1) — это  $k_0$ );  $k_F$  — коэффициент передачи звена  $W_F$ .

Случай, когда звено  $W_F$  является астатическим, не рассматривается, поскольку ошибка превращается в бесконечность, система оказывается неработоспособной и не может быть в таком виде реализована.

Для астатических систем имеем:

$$e_y = \frac{1}{1 + W_{a.p}} \Big|_{p=0} \cdot y_3 = 0; \quad (2.15.7)$$

$$e_F = \frac{W_F}{1 + W_{a.p}} \Big|_{p=0} \cdot F = 0 \text{ при } L > k; \quad (2.15.8)$$

$$e_F = -\frac{W_F}{1 + W_{a.p}} \Big|_{p=0} \cdot F = -\frac{k_F}{k_{раз}} \text{ при } L = k. \quad (2.15.9)$$

Случай, когда  $L < k$ , не рассматривается, поскольку ошибка превращается в бесконечность, система оказывается неработоспособной и не может быть в таком виде реализована.

### Оценка точности при гармонических воздействиях

Пусть управляющее воздействие или возмущающее воздействие на систему изменяются по гармоническому закону:

$$Y_3 = A_Y \cdot \sin \omega t; \quad (2.15.10)$$

$$F = A_F \cdot \sin \omega t. \quad (2.15.11)$$

Тогда ошибка системы также будет меняться по гармоническому закону:

$$e_Y = A_{ye} \cdot \sin(\omega t + \varphi_Y); \quad (2.15.12)$$

$$e_F = A_{Fe} \cdot \sin(\omega t + \varphi_F), \quad (2.15.13)$$

где  $A_{ye}$  и  $A_{Fe}$  — амплитуды ошибок по управляющему и возмущающему воздействиям.

Амплитуды ошибок могут быть найдены как произведения  $Y_3$  и  $F$  на модули соответствующих передаточных функций (2.13.3), (2.13.5) для ошибок:

$$A_{ye} = |W_{ye}(j\omega)| \cdot Y_3; \quad (2.15.14)$$

$$A_{Fe} = |W_{Fe}(j\omega)| \cdot F. \quad (2.15.15)$$

Для следящих систем важным показателем также является разность фаз между заданным и действительными значениями регулируемой величины:

$$\varphi(\omega) = \arg W_{yy}(j\omega). \quad (2.15.16)$$

Чем меньше  $\varphi(\omega)$ , тем лучше качество регулирования.

### **Оценка точности при стационарных случайных воздействиях**

При случайных воздействиях  $F(t)$  или  $Y_3(t)$  точность оценивается средним квадратом ошибки:

$$e^2(t) = M[e^2(t)] = m_e^2 + D_e, \quad (2.15.17)$$

где  $m_e$  — среднее значение ошибки;  $D_e$  — дисперсия ошибки.

В случае центрированного случайного процесса точность оценивается только дисперсией  $D_e$ .

## **2.16 Устойчивость систем. Условия и критерии устойчивости линейных систем**

**Устойчивость** — это свойство системы возвращаться в исходный или близкий к нему установившийся режим после снятия воздействия, вызвавшего выход из установившегося режима.

Выходная величина устойчивой системы остается ограниченной в условиях действия на систему ограниченных по величине воздействий.

Неустойчивая система является неработоспособной, поэтому проверка устойчивости является обязательным этапом анализа системы, а обеспечение устойчивости — обязательным условием синтеза.

В общем случае качество нелинейных систем зависит от величины воздействий. Системы устойчивые при одних воздействиях могут быть неустойчивы при других воздействиях. В связи с этим существуют понятия устойчивости *в малом, в большом и в целом (абсолютная устойчивость)*.

**Устойчивость в малом** — устойчивость при бесконечно малых отклонениях от исходного режима.

**Устойчивость в большом** — устойчивость при конечных отклонениях от исходного режима, возможных в данной системе по условиям работы.

**Устойчивость в целом** — устойчивость при неограниченных отклонениях.

В линейных системах таких градаций устойчивости не существует. Линейная система либо неустойчива, либо находится на границе устойчивости, либо устойчива в целом. При этом будут устойчивы не только положения равновесия системы, но и любые вынужденные процессы.

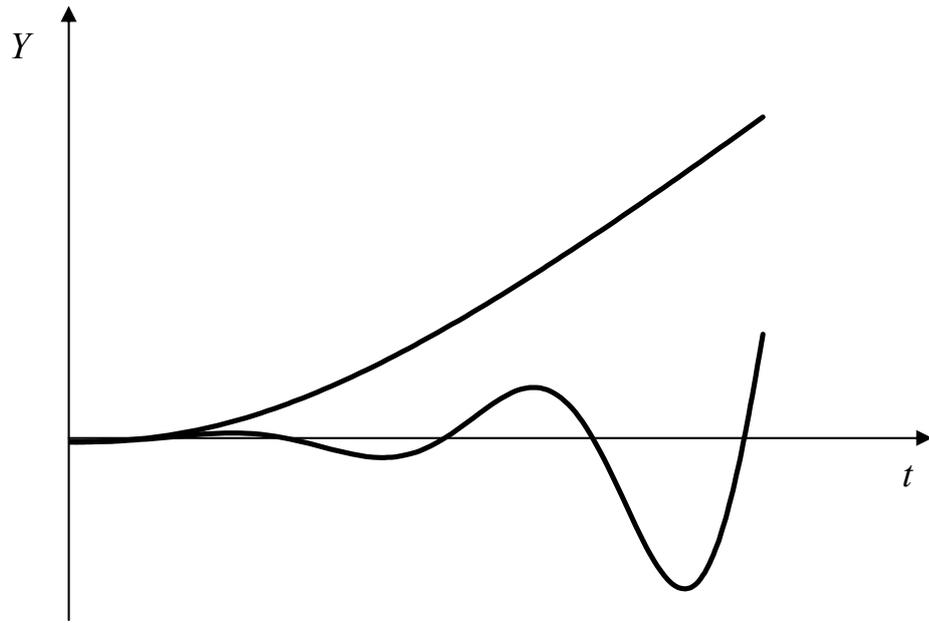
Движение системы имеет две составляющие:

$$Y(t) = Y_{\text{св}}(t) + Y_{\text{вын}}(t), \quad (2.16.1)$$

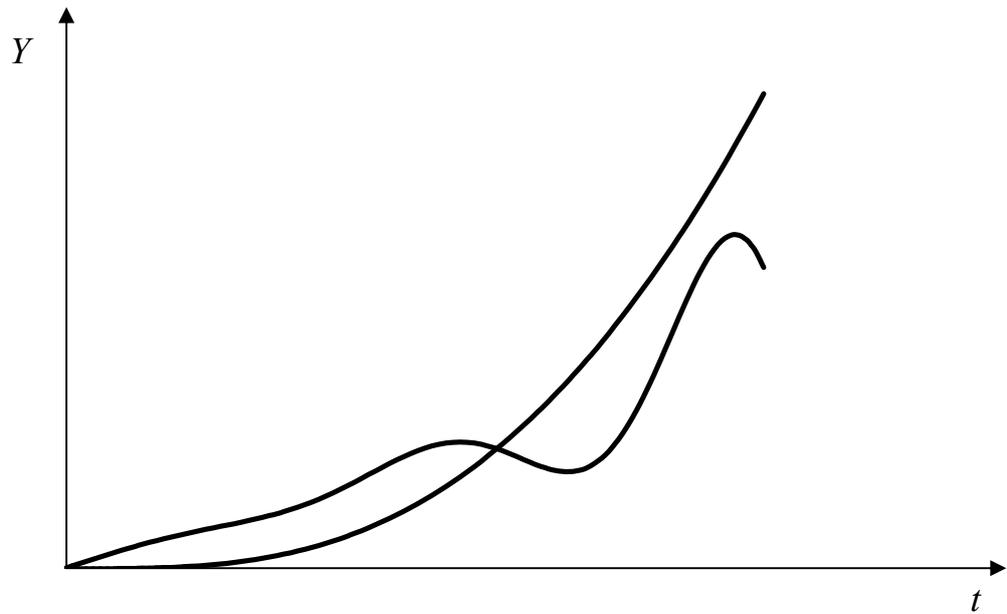
где  $Y_{\text{св}}(t)$  — свободная составляющая движения, когда воздействия на систему отсутствуют;  $Y_{\text{вын}}$  — вынужденная составляющая установившегося движения системы при наличии воздействия.

Из определения устойчивости, следует, что у устойчивых систем свободная составляющая затухает.

Ниже приведены примеры реакции устойчивых и неустойчивых систем на импульсное и ступенчатое воздействия.

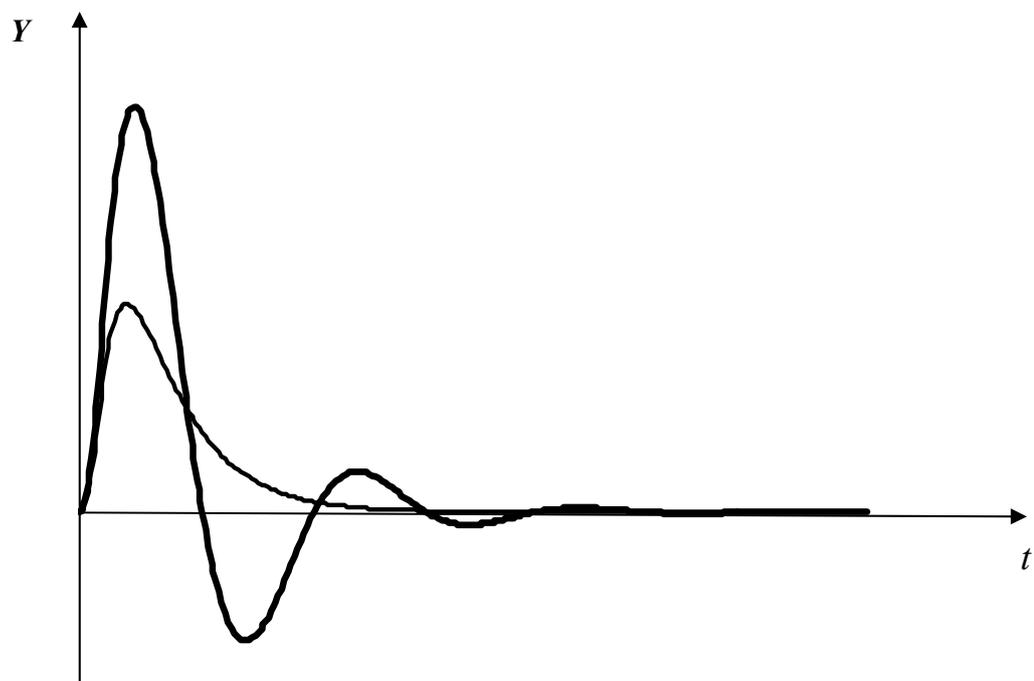


a)

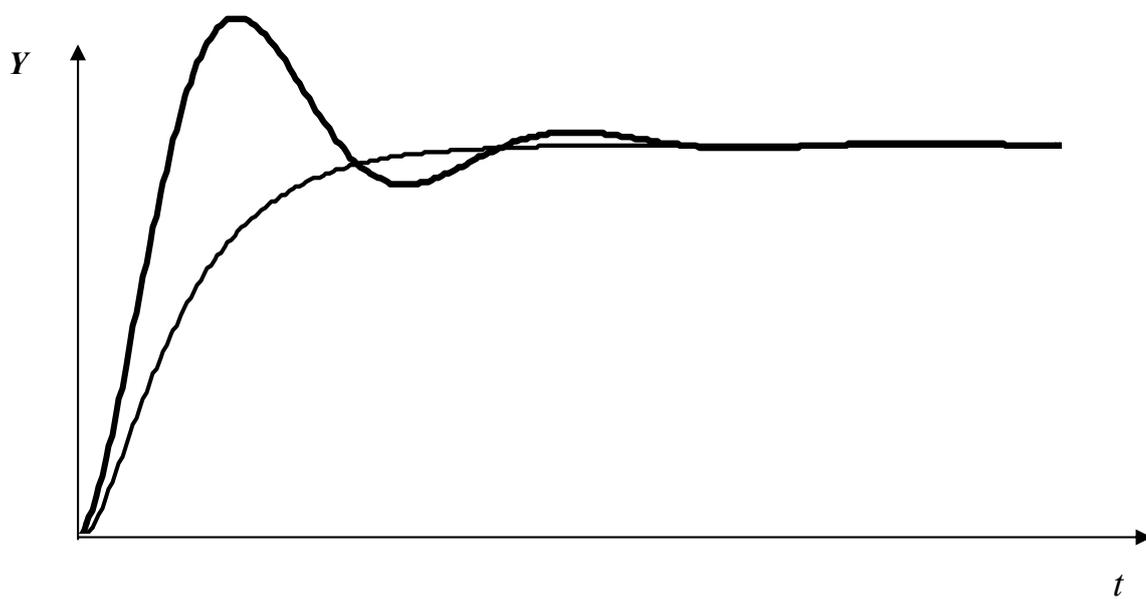


б)

Рис. 2.16.1 Примеры реакций неустойчивых систем на импульсное (а) и ступенчатое (б) воздействия



a)



б)

Рис. 2.16.2 Примеры реакций устойчивых систем на импульсное (а) и ступенчатое (б) воздействия

### Рассмотрим условие устойчивости линейных систем.

Решение  $Y_{\text{св}}(t)$  однородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$Y_{\text{св}}(t) = \sum_{i=1}^n C_i \times e^{p_i t}, \quad (2.16.2)$$

где  $C_i$  — постоянные интегрирования, определяющиеся начальными условиями и возмущением;  $p_i$  — корни характеристического уравнения.

Комплексным корням  $p_i$  соответствуют колебательные переходные процессы, действительным корням  $p_i$  — аperiodические переходные процессы.

Для того чтобы свободная составляющая затухала (система была устойчива), действительные части всех корней  $p_i$  должны быть отрицательными. Если хотя бы один из корней имеет действительную положительную часть, то система неустойчива. Если все корни  $p_i$  мнимые, то система находится на границе устойчивости.

Изобразим корни на комплексной плоскости и получим следующее правило. **Устойчивой системе соответствуют левые корни характеристического уравнения, неустойчивой — правые.**

Поскольку решение уравнений высокого порядка сопряжено с определенными трудностями, то анализ устойчивости линейных систем проводится по алгебраическим и частотным критериям. Наиболее часто используют алгебраический критерий Гурвица и частотный критерий Найквиста.

#### 2.16.1 Анализ устойчивости по критерию Гурвица

Передающая функция линейной САУ в общем случае имеет вид:

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n} = \frac{R(p)}{Q(p)}, \quad (2.16.3)$$

где  $n > m$ .

Полином  $Q(p)$ , находящийся в знаменателе передаточной функции, называется характеристическим полиномом системы, поскольку он определяет

характер свободного движения системы. Уравнение  $Q(p)=0$  называется характеристическим уравнением системы.

Устойчивость по критерию Гурвица проверяется следующим образом.

Из коэффициентов характеристического уравнения

$$Q(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 \quad (2.16.4)$$

составляется определитель Гурвица по следующему правилу.

По главной диагонали последовательно записываются  $n$  коэффициентов характеристического уравнения, начиная с  $a_1$ . Сверху от элементов главной диагонали в каждом столбце записываются коэффициенты характеристического уравнения с последовательно возрастающими, а снизу — с последовательно убывающими индексами. На месте коэффициентов с индексами большими  $n$  или меньшими 0 записываются нули. Полученный определитель содержит  $n$  строк и  $n$  столбцов:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & & & \\ 0 & 0 & a_1 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix} \quad (2.16.5)$$

Далее составляются диагональные миноры определителя Гурвица:

$$\Delta_1 = a_1;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \quad \text{и т.д.}$$

Критерий Гурвица формулируется следующим образом.

Для устойчивости линейной системы необходимо и достаточно, чтобы при  $a_0 > 0$  все диагональные миноры определителя Гурвица были положительными.

Для характеристических уравнений первой и второй степеней условия устойчивости сводятся к требованию положительности всех коэффициентов.

Для уравнений третьей и четвертой степеней помимо положительности всех коэффициентов характеристического уравнения необходима положительность определитель  $\Delta_{n-1}$ .

Поэтому условия устойчивости для систем с характеристическим уравнением третьей степени:

$$a_0 > 0; \quad a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0; \quad a_4 > 0; \quad \Delta_2 = a_1 \cdot a_2 - a_3 \cdot a_0 > 0.$$

Условия устойчивости для систем с характеристическим уравнением четвертой степени:

$$a_0 > 0; \quad a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0; \quad a_4 > 0; \quad \Delta_3 = a_3 \cdot (a_1 \cdot a_2 - a_3 \cdot a_0) - a_4 \cdot a_1^2 > 0.$$

### 2.16.2 Анализ устойчивости по критерию Найквиста

Критерий устойчивости Найквиста основан на использовании амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) разомкнутой системы.

Для расчета частотных характеристик разомкнутых систем пользуются частотными передаточными функциями разомкнутых систем.

Строится график АФЧХ в координатах  $U(\omega)$  и  $jV(\omega)$ . Для этого рассчитываются  $U(\omega)$  и  $V(\omega)$  или  $A(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$ . Длина вектора, соединяющего начало координат с графиком АФЧХ, равна значению  $A(\omega)$  при частоте  $\omega$ , а угол поворота от оси  $U$  равен  $\varphi(\omega)$  при частоте  $\omega$ .

## Формулировки критерия Найквиста

1. Если система в разомкнутом состоянии устойчива, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ разомкнутой системы при изменении частоты от нуля до бесконечности не охватывала точку с координатами  $(-1, j0)$ .

2. Если система в разомкнутом состоянии находится на границе устойчивости (является астатической), то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ разомкнутой системы, дополненная дугой бесконечно большого радиуса против часовой стрелки до действительной полуоси, не охватывала точку с координатами  $(-1, j0)$ .

3. Если система в разомкнутом состоянии неустойчива, то для устойчивости в замкнутом состоянии необходимо и достаточно, чтобы АФЧХ разомкнутой системы охватывала точку с координатами  $(-1, j0)$  в положительном направлении  $k/2$  раз, где  $k$  — число корней характеристического уравнения с положительной действительной частью.

Для упрощения расчетов  $A(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  пользуются следующими правилами.

Модуль дробной частотной передаточной функции равен отношению модуля числителя к модулю знаменателя.

Модуль произведения равен произведению модулей.

Аргумент дробной частотной передаточной функции равен разности аргументов числителя и знаменателя.

Аргумент произведения равен сумме аргументов.

При анализе устойчивости пользуются также логарифмическими амплитудными (ЛАХ) и фазовыми (ЛФХ) характеристиками. Изучить этот вопрос можно, например, по литературе [6, 7] или другой учебной литературе по теории автоматического управления и регулирования. Там же рассмотрены вопросы применения других критериев устойчивости и вопросы построения областей устойчивости.

Разомкнутая система устойчива, если устойчивы все отдельные звенья системы после приведения ее структурной схемы к одноконтурному виду. Устойчивость отдельных звеньев определяют по любому из критериев устойчивости, например критерию Гурвица.

На рис. 2.16.3 и 2.16.4 приведен возможный вид АФЧХ разомкнутых систем при анализе их по критерию устойчивости Найквиста.

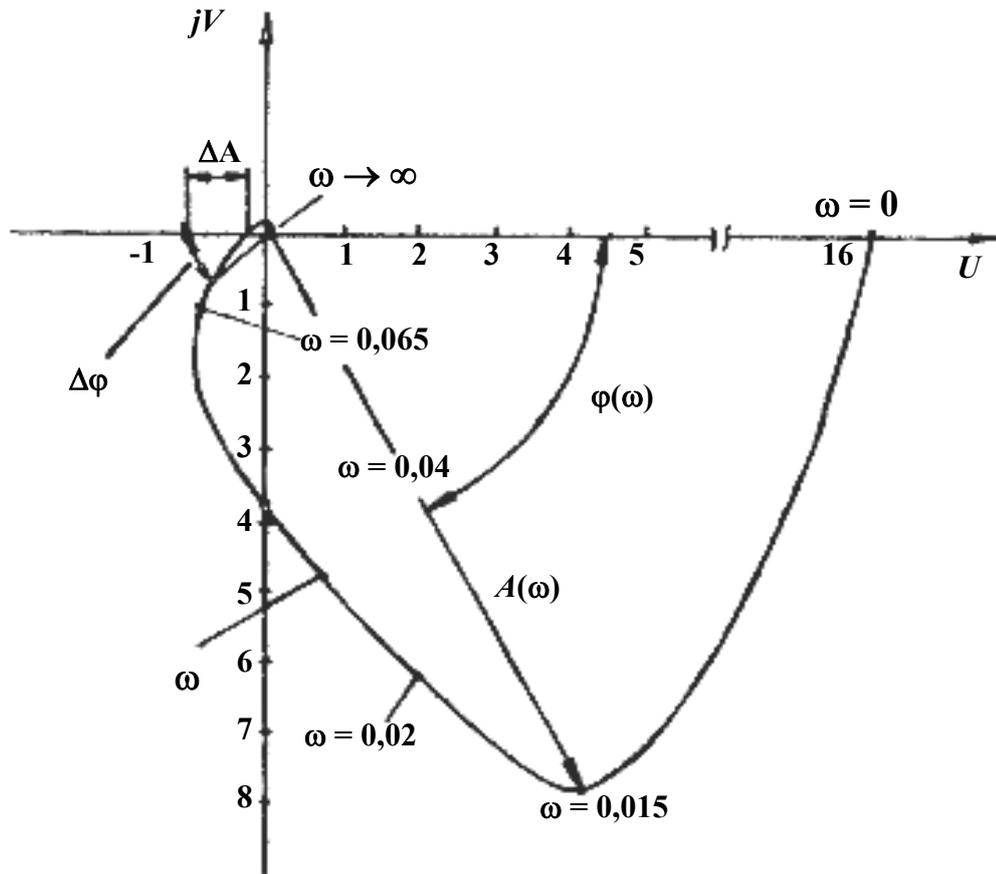


Рис. 2.16.3 Пример АФЧХ устойчивой разомкнутой системы

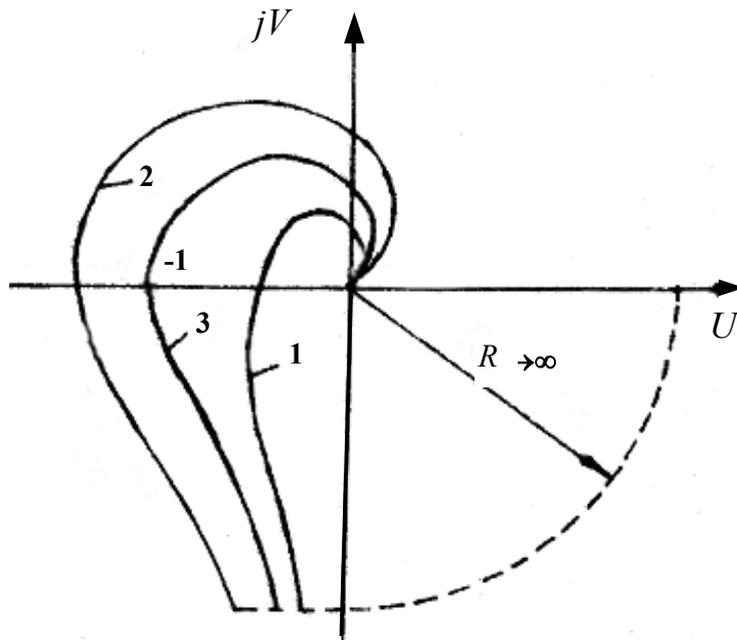


Рис. 2.16.4 Пример АФЧХ разомкнутой системы с астатизмом 1-го порядка, находящейся на границе устойчивости:

1 — замкнутая система устойчива; 2 — замкнутая система неустойчива; 3 — замкнутая система находится на границе устойчивости

### 2.16.3 Определение запасов устойчивости

При оценке устойчивости систем одного факта устойчивости недостаточно. Необходимо также оценивать величину *запаса устойчивости*, т.е. степени удаленности системы от границы устойчивости. Система, которая теоретически является устойчивой, но находится очень близко к границе устойчивости, при её реализации может оказаться неустойчивой вследствие неточности математического описания системы, использованного при оценке устойчивости, вследствие приближенной практической реализации системы и неточностей при наладке, из-за изменения во времени параметров системы в процессе ее эксплуатации.

Основное распространение в качестве меры запаса устойчивости получили вытекающие из критерия Найквиста две величины — запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi$  и запас устойчивости по амплитуде  $\Delta A$ .

Запас устойчивости по фазе определяется величиной  $\Delta\varphi$ , на которую должно возрасти запаздывание по фазе, чтобы система оказалась на границе устойчивости.

Запас устойчивости по амплитуде определяется величиной  $\Delta A$  допустимого увеличения АЧХ, при котором система окажется на границе устойчивости. Таким образом, запас по амплитуде представляет собой запас по коэффициенту передачи разомкнутой системы по отношению к его критическому по устойчивости значению. Величины  $\Delta\varphi$  и  $\Delta A$  показаны на рис. 2.16.3.

Для определения  $\Delta\varphi$  проводится дуга радиусом равным 1 до пересечения с АФЧХ.

При проектировании САУ рекомендуется выбирать  $\Delta\varphi > 30^\circ$  и  $\Delta A > 0,7$ .

## **2.17 Оценка качества переходных процессов**

Существуют прямой метод оценки качества переходных процессов, интегральные методы, корневые и частотные.

### **2.17.1 Прямой метод**

Исчерпывающее представление о качестве переходного процесса дает, естественно, сама кривая переходного процесса  $Y(t)$ . Еще совсем недавно применение этого метода было ограничено из-за трудностей получения переходных процессов. В настоящее время переходный процесс даже очень сложной системы можно получить путем моделирования на ЭВМ. Поэтому значение прямого метода существенно возросло.

Качество переходных процессов обычно оценивают при ступенчатых воздействиях. Для линейных систем — по переходной функции.

Рассмотрим основные показатели качества при их оценке по переходной функции.

Возможный вид переходных функций по управляющему и возмущающему воздействиям приведен на рис. 2.17.1 и 2.17.2.

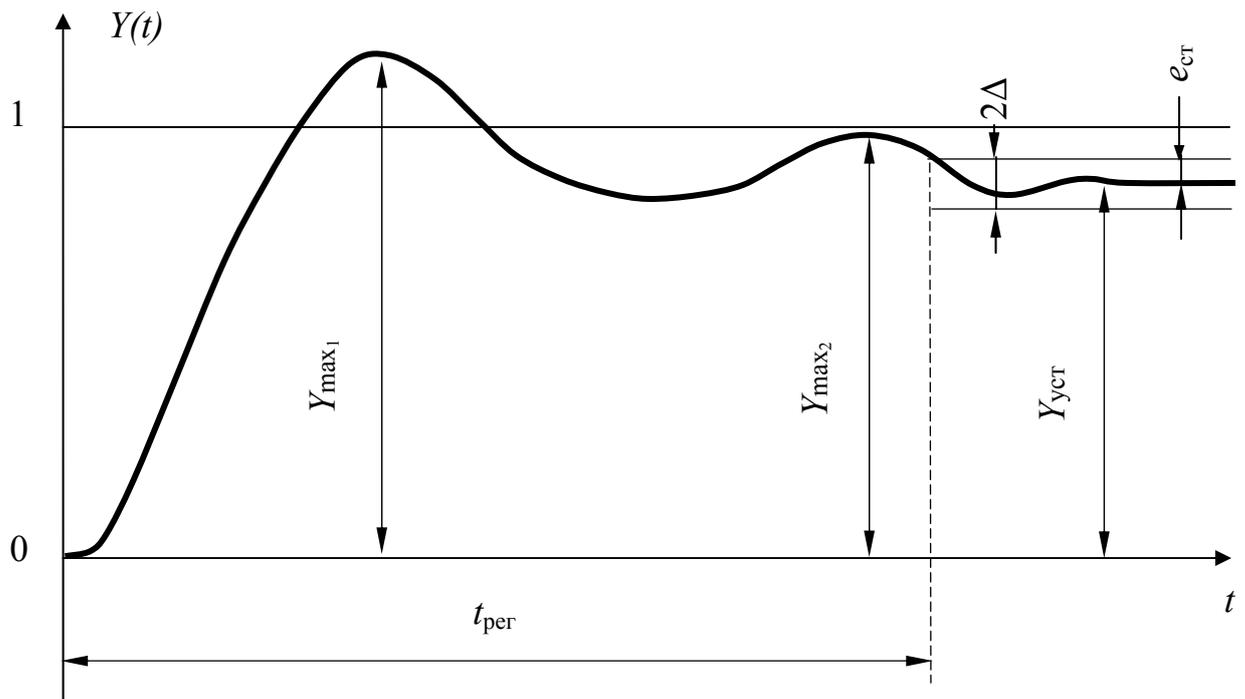


Рис. 2.17.1 Пример переходной функции САР по управляющему воздействию

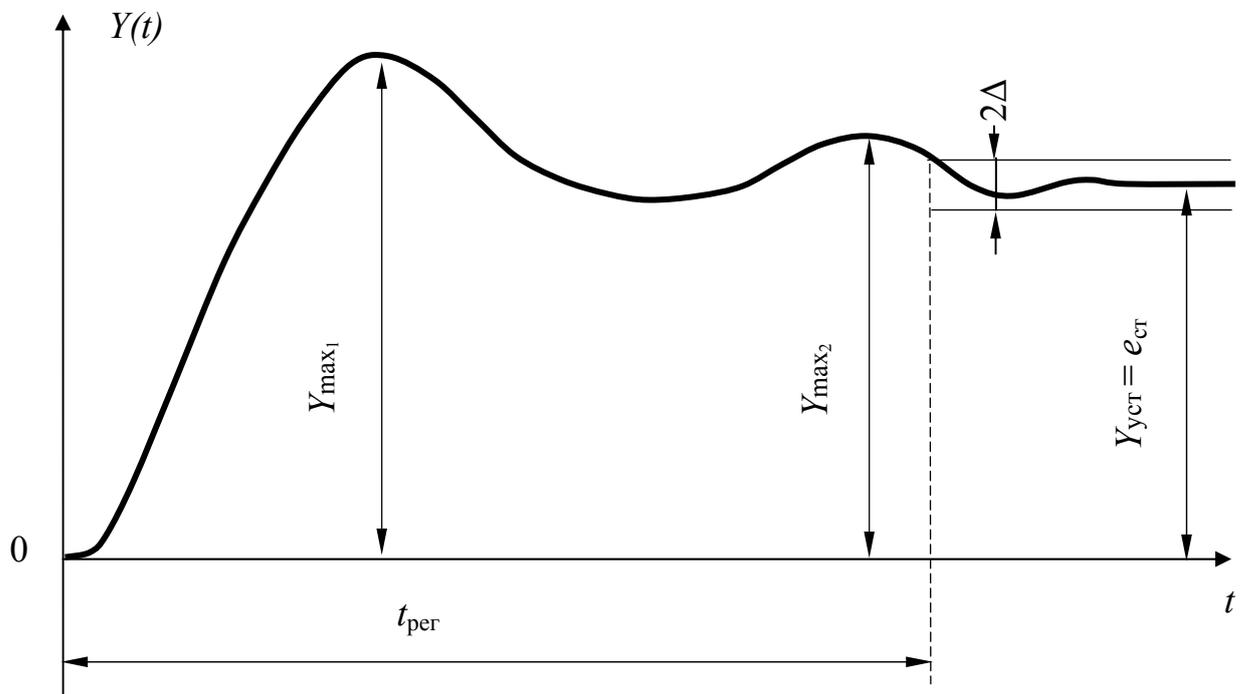


Рис. 2.17.2 Пример переходной функции САР по возмущающему воздействию

1. Отклонение регулируемой величины от своего установившегося значения характеризуется следующими показателями.

Для переходной функции по управляющему воздействию определяется **перерегулирование**:

$$\sigma = \frac{Y_{max1} - Y_{уст}}{Y_{уст}} \times 100 \%, \quad (2.17.1)$$

где  $Y_{max1}$  — максимальное значение регулируемой величины в переходном процессе;  $Y_{уст}$  — установившееся значение регулируемой величины.

Если нет специальных требований к системе, то нормальным считается перерегулирование  $\sigma < 30 \%$ . Перерегулирование характеризует запас устойчивости системы. При  $\sigma < 30 \%$  в большинстве случаев запас устойчивости достаточен.

Для переходных процессов по возмущающему воздействию определяется максимальное отклонение регулируемой величины от установившегося значения, приходящееся на единицу возмущающего воздействия  $F(t)$ :

$$\sigma = \frac{Y_{max1} - Y_{уст}}{F(t)} \times 100 \%, \quad (2.17.2)$$

2. **Быстродействие** системы оценивается временем регулирования. Время регулирования  $t_{рег}$  определяется как интервал времени от начала переходной функции до момента, когда отклонение регулируемой величины от ее нового установившегося значения становится меньше определенной достаточно малой величины  $\Delta$ :

$$|Y(t) - Y_{уст}| < \Delta. \quad (2.17.3)$$

Обычно в качестве  $\Delta$  берут от 1 до 5 % от нового установившегося значения регулируемой величины для переходной функции по управляющему воздействию или от 1 до 5 % от максимального отклонения регулируемой величины для переходной функции по возмущающему воздействию.

3. **Колебательность** переходного процесса определяется числом  $N$  перерегулирований для переходной функции по управляющему воздействию

или числом колебаний  $N$  для переходной функции по возмущающему воздействию за время переходного процесса.

Для рассматриваемого примера  $N = 1$ .

Обычно приемлемым числом колебаний считается  $N < 2 \dots 3$ .

Колебательность также оценивается отношением соседних отклонений регулируемой величины от установившегося значения:

$$C = (Y_{\max 2} - Y_{\text{уст}}) / (Y_{\max 1} - Y_{\text{уст}}). \quad (2.17.4)$$

Эта величина так и называется колебательностью. Чем меньше колебательность, тем лучше считается качество управления.

Иногда колебательность оценивается декрементом затухания  $d = Ln \cdot (1/C)$ . Применяются и другие оценки декремента затухания, например отношение соседних отклонений от  $Y_{\text{уст}}$ .

Перерегулирование и максимальное отклонение регулируемой величины от установившегося значения также служат оценкой колебательности.

4. По переходным функциям может быть определена также и статическая ошибка системы по управляющему и возмущающему воздействиям:

$$e_{\text{ст}} = Y_3 - Y_{\text{уст}}, \quad (2.17.5)$$

где  $Y_3$  — заданное значение регулируемой величины (для нашего примера  $Y_3 = 1$  для переходной функции по управляющему воздействию,  $Y_3 = 0$  для переходной функции по возмущающему воздействию).

Статическая ошибка характеризует точность системы, но не качество переходных процессов. Здесь ее определение упомянуто в связи с рассмотрением прямого метода оценки качества регулирования.

### 2.17.2 Интегральные критерии качества переходных процессов

Интегральные критерии позволяют оценивать качество переходных процессов в среднем от их начала до окончания (теоретически до времени равного бесконечности).

Наиболее часто используют следующие интегральные критерии:

$$J_1 = \int_0^{\infty} \Delta Y(t) \cdot dt \rightarrow \min; \quad (2.17.5)$$

$$J_{1.1} = \int_0^{\infty} |\Delta Y(t)| \cdot dt; \quad (2.17.6)$$

$$J_2 = \int_0^{\infty} [\Delta Y(t)]^2 \cdot dt \rightarrow \min; \quad (2.17.7)$$

$$J_2 = \int_0^{\infty} \left[ (\Delta Y(t))^2 + T^2 \cdot \left( \frac{d\Delta Y}{dt} \right)^2 \right] \cdot dt \rightarrow \min, \quad (2.17.7)$$

где  $\Delta Y(t) = Y_{уст} - Y(t)$  — отклонение регулируемой величины от нового установившегося значения.

Смысл применения этих критериев заключается в следующем.

При изменении управляющего воздействия на систему идеальный переходный процесс должен мгновенно повторять изменение управляющего воздействия (для статических систем — с некоторой статической ошибкой). При изменении возмущающего воздействия в идеальной системе переходный процесс должен отсутствовать (для статических систем — с некоторой статической ошибкой). Например, при ступенчатом воздействии идеальная система должна мгновенно перейти в новое установившееся состояние. На практике такой мгновенный переход невозможен из-за инерционности системы и переходные процессы имеют вид, представленный на рис. 2.17.3 и 2.17.4.

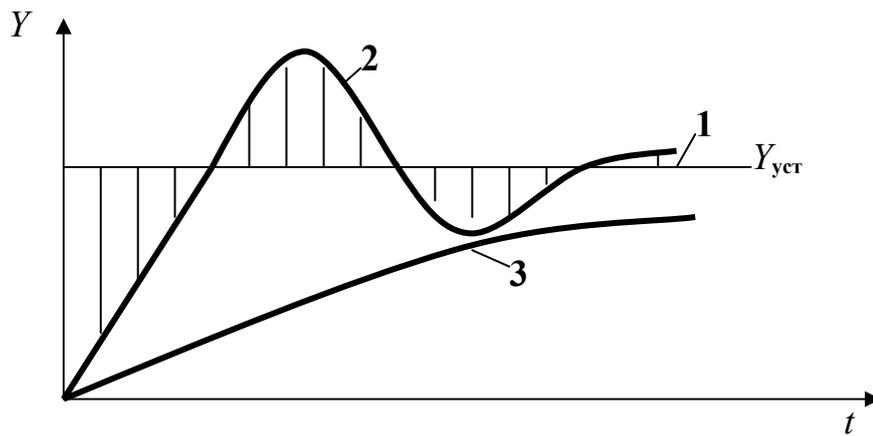


Рис. 2.17.3 Переходные процессы при изменении управляющего воздействия на систему:  
1 — идеальный; 2 и 3 — реальные

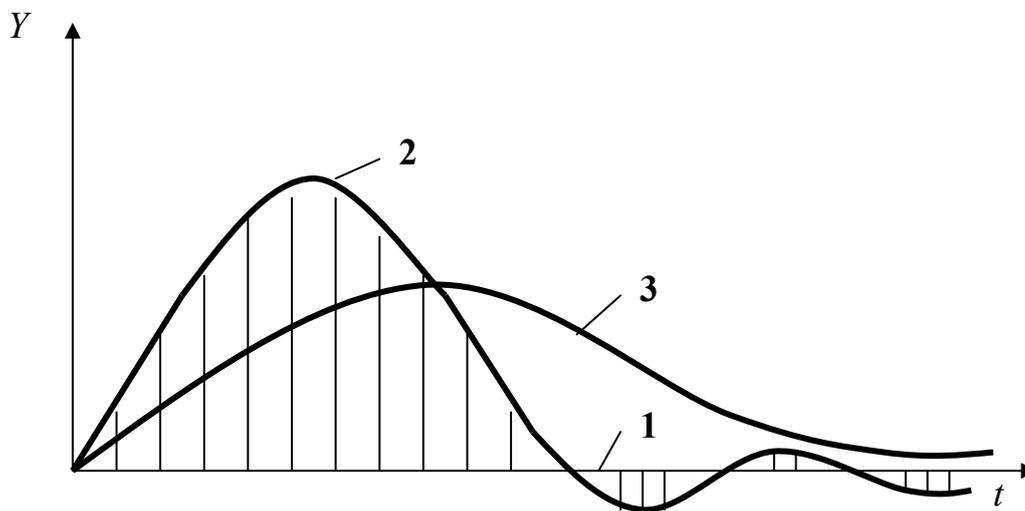


Рис. 2.17.4 Переходные процессы при изменении возмущающего воздействия:  
1 — установившееся значение; 2 и 3 — реальные переходные процессы

Очевидно, что близость переходных процессов к идеальному можно характеризовать площадью, ограниченной идеальным и реальным переходными процессами. На рис. 2.17.3 и 2.17.4 для процессов вида 2 эта площадь заштрихована. Критерий  $J_1$  представляет собой эти площади, но может быть применен только в тех случаях, когда заведомо известно, что переходные процессы монотонные (имеют вид 3), поскольку в случае колебательных

процессов площади разного знака вычитаются друг из друга. Это обстоятельство ограничивает применение критерия  $J_1$ .

Наиболее часто используют квадратичный интегральный критерий качества переходных процессов  $J_2$ . Недостатком этого критерия является то, что при выборе параметров систем по этому критерию переходные процессы обычно обладают большой колебательностью и перерегулированием. Поэтому в тех случаях, когда такой переходный процесс неприемлем, используют интегральный критерий  $J_3$ .

Разницу между критериями  $J_2$  и  $J_3$  можно пояснить следующим образом [6]. В случае использования  $J_2$  идеальным переходным процессом, при стремлении к которому  $J_2 \rightarrow 0$ , является ступенька с высотой  $Y_{уст}$  (рис. 2.17.3). В случае же использования критерия  $J_3$  идеальным переходным процессом, к которому стремятся, минимизируя  $J_3$ , является экспонента  $(1 - e^{-t/T}) \cdot Y_{уст}$ . Поэтому переходный процесс системы, параметры которой выбраны по критерию  $J_3$ , будет более медленным, но с меньшим перерегулированием. При этом замедление процесса тем больше, чем больше взята величина  $T$ .

Существуют готовые зависимости, выражающие вышеприведенные критерии через коэффициенты передаточной функции системы. Это позволяет использовать их при синтезе систем.

С появлением ЭВМ интегральные критерии начали применять для выбора оптимальных параметров настройки систем регулирования путем моделирования на ЭВМ. При моделировании оценки интегральных критериев могут быть непосредственно вычислены, а параметры системы подобраны экспериментально в процессе моделирования. Это обстоятельство существенно облегчило процесс выбора оптимальных параметров. Наиболее часто при моделировании используют критерий  $J_2$ . Причем, при синтезе путем моделирования на ЭВМ недостаток критерия  $J_2$  легко устраняется введением ограничений, например на перерегулирование:  $\sigma \leq \sigma_{доп}$ . Критерий  $J_3$  более сложен в применении, и при моделировании его не используют.

Кроме интегральных методов широкое применение нашли **корневые и частотные** критерии качества переходных процессов.

Частотные критерии позволяют судить о качестве переходных процессов по частотным характеристикам системы. Корневые критерии позволяют судить о качестве переходных процессов по значениям полюсов и нулей передаточной функции системы. Изучить эти вопросы можно по литературе, посвященной теории автоматического управления и регулирования, например [6, 7, 8].

## 2.18 Законы регулирования. Свойства систем с типовыми линейными законами регулирования

**Законом регулирования** называют математическую зависимость, в соответствии с которой управляющее воздействие на объект формировалось бы безынерционным регулятором в функции от ошибки системы.

Наиболее часто используют следующие линейные законы регулирования, которые иногда называют типовыми линейными законами регулирования.

**Пропорциональный (П-закон)**, когда управляющее воздействие  $X_y$  на объект формируется пропорционально ошибке  $e$ :

$$X_y = K_p e; \quad (2.18.1)$$

$$W_\Phi(p) = \frac{X_y(p)}{e(p)} = K_p, \quad (2.18.2)$$

где  $W_\Phi$  — передаточная функция безынерционного регулятора;  $K_p$  — коэффициент передачи регулятора.

**Интегральный закон (И-закон)**, когда управляющее воздействие на объект формируется пропорционально интегралу ошибки:

$$X_y = K_i \int_0^t e \cdot dt = \frac{1}{T_i} \int_0^t e \cdot dt; \quad (2.18.3)$$

$$W_{\Phi}(p) = \frac{X_y(p)}{e(p)} = \frac{K_n}{p} = \frac{1}{T_n p}, \quad (2.18.4)$$

где  $T_n$  — постоянная интегрирования.

**Пропорционально-интегральный закон (ПИ-закон)**, когда управляющее воздействие на объект формируется пропорционально ошибке и пропорционально интегралу ошибки:

$$X_y = K_p \cdot e + K_n \int_0^t e \cdot dt = K_p \cdot \left( e + \frac{1}{T_n} \int_0^t e \cdot dt \right); \quad (2.18.5)$$

$$W_{\Phi}(p) = \frac{X_y(p)}{e(p)} = K_p + \frac{K_n}{p} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_n p} \right) = \frac{K_p (T_n p + 1)}{T_n p}. \quad (2.18.6)$$

**Пропорционально-дифференциальный закон (ПД-закон)**, когда управляющее воздействие на объект формируется пропорционально ошибке и пропорционально производной ошибки:

$$X_y = K_p \cdot e + K_d \frac{de}{dt} = K_p \left( e + T_d \frac{de}{dt} \right), \quad (2.18.7)$$

$$W_{\Phi}(p) = \frac{X_y(p)}{e(p)} = K_p + K_d p = K_p (1 + T_d p), \quad (2.18.8)$$

где  $T_d$  — постоянная дифференцирования.

**Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон (ПИД-закон)**, когда управляющее воздействие на объект формируется пропорционально ошибке, пропорционально интегралу ошибки и пропорционально производной ошибки:

$$X_d = K_p \cdot e + K_n \int_0^t e \cdot dt + K_d \cdot \frac{de}{dt} = K_p \cdot \left( e + \frac{1}{T_n} \int_0^t e \cdot dt + T_d \cdot \frac{de}{dt} \right); \quad (2.18.9)$$

$$W_{\Phi}(p) = \frac{X_y(p)}{e(p)} = K_p + \frac{K_n}{p} + K_d p = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_n p} + T_d p \right) = \frac{K_p (T_d T_n p^2 + T_n p + 1)}{T_n p}. \quad (2.18.10)$$

Промышленностью выпускаются регулирующие блоки (регуляторы), которые позволяют реализовать эти законы регулирования (как правило, в приближенном виде).

**П-закон** обеспечивает хорошее быстродействие, но при статическом объекте управления система работает со статической ошибкой.

**И-закон** позволяет избавиться от статической ошибки по управляющему воздействию и при статическом объекте от статической ошибки по возмущающему воздействию, но быстродействие системы невысокое.

**ПИ-закон** сочетает положительные свойства систем с П-законом и И-законом, поэтому он обеспечивает хорошее быстродействие и отсутствие статических ошибок.

Введение регулирования по производной в **ПД-законе** подавляет колебательность, повышает устойчивость, однако не позволяет избавиться полностью от статических ошибок.

**ПИД-закон** сочетает положительные свойства, обеспечиваемые выше рассмотренными законами. Системы с ПИД-законом по сравнению с системами с другими типовыми законами обладают повышенным быстродействием, меньшей колебательностью и отсутствием статических ошибок.

Динамические свойства системы при изменении коэффициента передачи регулятора  $K_p$  и постоянной интегрирования  $T_i$  изменяются следующим образом (рис. 2.18.1).

При увеличении коэффициента  $K_p$  быстродействие системы сначала увеличивается, затем уменьшается за счет увеличения колебательности. Колебательность и перерегулирование увеличиваются с увеличением  $K_p$ . При больших  $K_p$  система становится неустойчивой.

Такой же характер носит изменение динамических качеств системы при увеличении коэффициента передачи  $K_i$  (уменьшение постоянной интегрирования  $T_i$ ).

Значения  $K_p$  и  $T_{ин}$ , при которых начинается уменьшение быстродействия, а затем система становится неустойчивой, зависят от динамических свойств системы в целом.

Введение дифференциальной составляющей в закон регулирования позволяет подавить колебательность и, следовательно, увеличить допустимые значения  $K_p$  и  $T_{ин}$ , увеличить быстродействие. Для систем с ПД-законом дифференциальная составляющая позволяет снизить статическую ошибку за счет увеличения допустимых значений  $K_p$  по перерегулированию, колебательности и запасу устойчивости. Однако чрезмерное увеличение постоянной дифференцирования  $T_d$  приводит к снижению быстродействия.

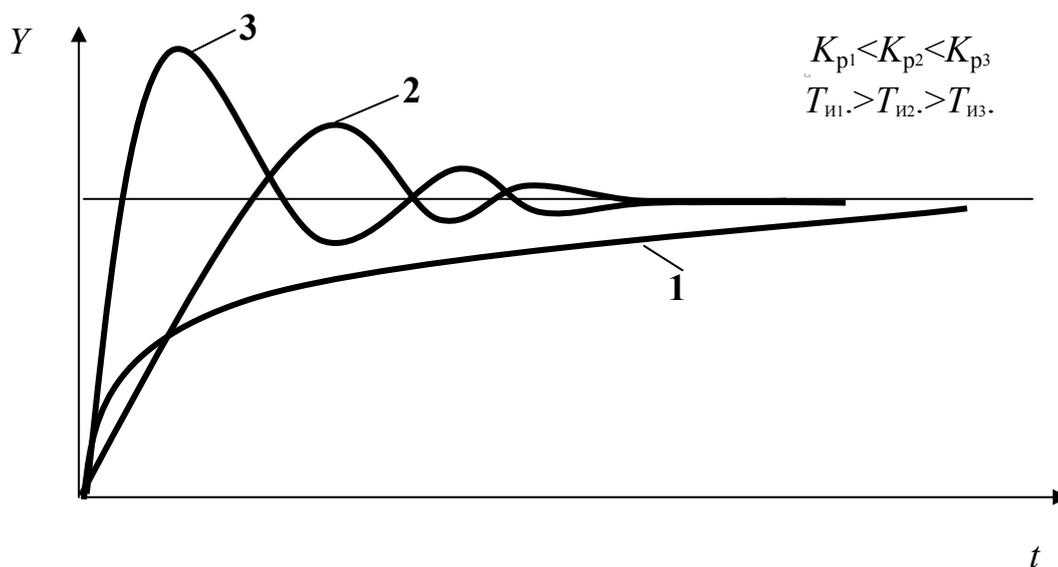


Рис. 2.18.1 Переходные процессы системы с различными коэффициентами передачи и постоянными интегрирования

Таким образом, задача синтеза системы автоматического регулирования с заданными показателями качества может быть решена путем выбора закона регулирования и подбора коэффициента передачи  $K_p$  и постоянных интегрирования и дифференцирования  $T_{ин}$  и  $T_d$ , например путем моделирования на ЭВМ.

## 2.19 Особенности нелинейных систем

**Нелинейной** называется система, которая содержит хотя бы одно звено, описываемое нелинейным уравнением.

**Нелинейным** называется звено, описываемое нелинейным алгебраическим или дифференциальным уравнением.

Нелинейные звенья подразделяются на статические (безынерционные) и динамические. Статическое нелинейное звено описывается алгебраическим уравнением:  $Z_{\text{ВЫХ}} = Z(X_{\text{ВХ}})$ , т.е. полностью определяется своей нелинейной статической характеристикой.

Динамическое звено описывается нелинейным дифференциальным уравнением:  $Z_{\text{ВЫХ}} = F(X_{\text{ВХ}}, \frac{dX_{\text{ВХ}}}{dt}, \frac{d^2 X_{\text{ВХ}}}{dt^2} + \dots)$ .

Причиной нелинейности динамических характеристик звена являются нелинейные операции над производными в математическом описании какого-либо устройства системы.

Различают звенья **существенно** и **несущественно** нелинейные.

**Несущественно нелинейными звеньями** называют звенья, имеющие непрерывно-дифференцируемые (гладкие) характеристики (непрерывную производную  $dz/dx$ ).

Для звеньев несущественно нелинейных можно применять методы линейной теории, ограничившись рассмотрением малых отклонений от установившегося режима, линеаризовав нелинейную характеристику в области этих отклонений (см. п. 2.7).

**Существенно нелинейные звенья** имеют ярко выраженную нелинейность характеристики, которая не является непрерывно дифференцируемой. Однако создание большого класса систем связано с необходимостью использовать существенно нелинейные элементы в объектах и управляющих устройствах. Эти системы требуют специальных методов исследования.

Выделяют ряд типовых нелинейных звеньев, которыми могут быть описаны очень многие физические элементы систем автоматики.

Основные типовые нелинейные звенья следующие.

### 1. Звено типа зона нечувствительности (рис. 2.19.1, а).

Такой характеристикой обладают многие датчики, а также ряд схем электронных, магнитных, пневматических и гидравлических усилителей в области малых входных сигналов. Характеристика реального элемента на рис. 2.19.1, а показана штриховой линией. Характеристика типового звена описывается уравнениями:

$$Z = \begin{cases} 0 & \text{при } |X| \leq X_a; \\ K(X - X_a) & \text{при } X > X_a; \\ K(X + X_a) & \text{при } X < -X_a. \end{cases} \quad (2.19.1)$$

### 2. Звено типа ограничение (или насыщение) (рис. 2.19.1, б).

Подобными характеристиками обладают практически все реальные усилители (электронные, магнитные, пневматические, гидравлические), ограниченные по выходной мощности в области больших входных сигналов. Характеристика реального элемента на рис. 2.19.1, б показана штриховой линией. Характеристика типового звена описывается уравнениями:

$$Z = \begin{cases} KX & \text{при } |X| \leq X_6; \\ Z_6 \text{sign} X & \text{при } |X| > X_6. \end{cases} \quad (2.19.2)$$

### 3. Звено типа ограничение с зоной нечувствительности (рис. 2.19.1, в).

Эта характеристика объединяет две предыдущие и описывается уравнениями:

$$Z = \begin{cases} 0 & \text{при } |X| < X_a ; \\ K(X - X_a) & \text{при } X_a < X < X_6 ; \\ K(X + X_a) & \text{при } -X_a > X > -X_6 ; \\ Z_6 \text{sign} X & \text{при } |X| > X_6 . \end{cases} \quad (2.19.3)$$

**4. Звено типа двухпозиционное реле с зоной неоднозначности (гистерезисом)** (рис. 2.19.1, з).

Характеристика двухзначна в области петли гистерезиса. На этом участке значение выходной величины зависит от предшествующего состояния элемента. Подобными характеристиками обладают электромагнитные промежуточные реле, электронные реле и промышленные двухпозиционные регуляторы. Величина  $2a$  называется шириной зоны неоднозначности.

**5. Звено типа двухпозиционное реле без зоны неоднозначности (или идеальное двухпозиционное реле)** (рис. 2.19.1, д).

Характеристика этого звена является предельным случаем предыдущей при отсутствии гистерезиса и описывается уравнением:

$$Z = Z_n \cdot \text{sign} X.$$

**6. Звено типа трехпозиционное реле с зонами неоднозначности  $d$**  (рис. 2.19.1, е).

Такой характеристикой обладают трехпозиционные поляризованные реле, некоторые гидравлические распределители, промышленные трехпозиционные регуляторы. Величину  $2a$  называют зоной нечувствительности,  $d$  называют также дифференциалами.

**7. Звено типа трехпозиционное реле без зон неоднозначности (или идеальное трехпозиционное реле)** (рис. 2.19.1, ж).

Характеристика этого звена является предельным случаем предыдущей при отсутствии (или пренебрежении) зонами неоднозначности и описывается уравнениями:

$$Z = \begin{cases} 0 & \text{при } |X| \leq X_a ; \\ Z_H \text{sign} X & \text{при } |X| > X_a . \end{cases} \quad (2.19.4)$$

### 8. Звено типа люфт (зазор) (рис. 2.19.1, з).

Наиболее часто встречающаяся нелинейность в механических системах, связанная с наличием зазоров в передачах. Зависимость между положениями  $X$  ведущего и  $Z$  ведомого элементов многозначна. Каждому положению ведомого элемента соответствует множество положений ведущего элемента в пределах зоны люфта.

Характеристики реальных элементов могут быть смещены относительно начала координат, однако это не влияет на их принадлежность к соответствующим типовым звеньям.

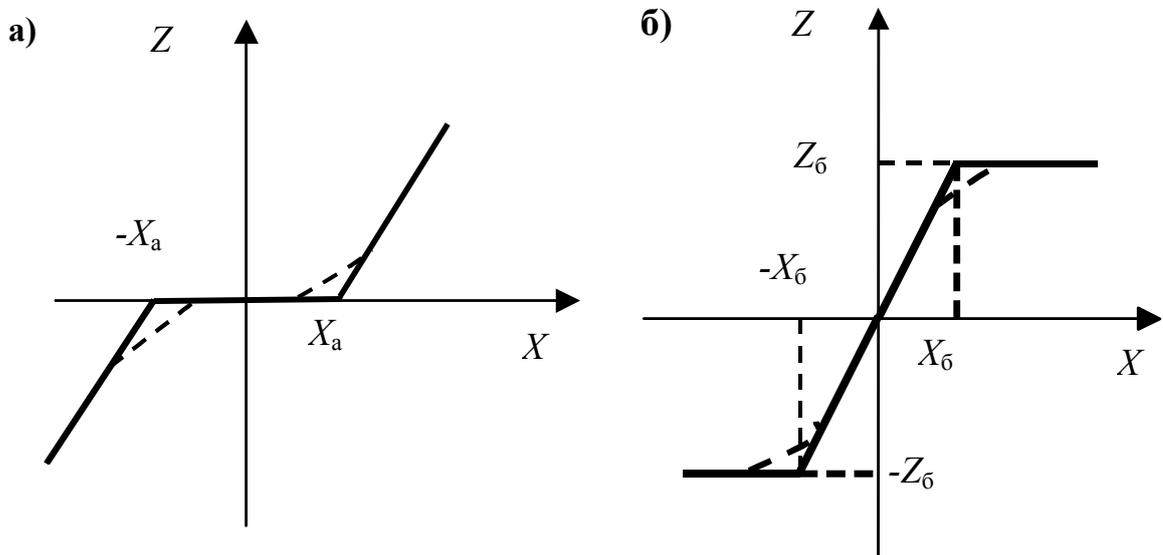


Рис. 2.19.1 Типовые нелинейные звенья

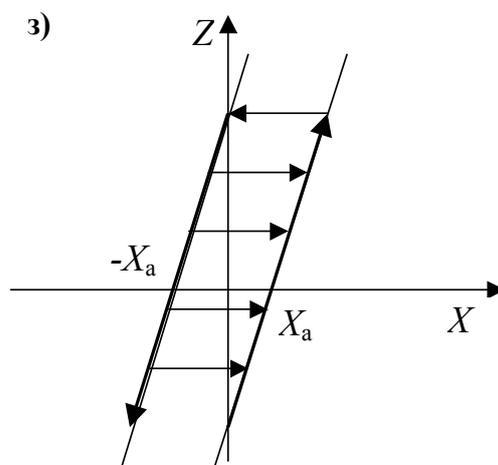
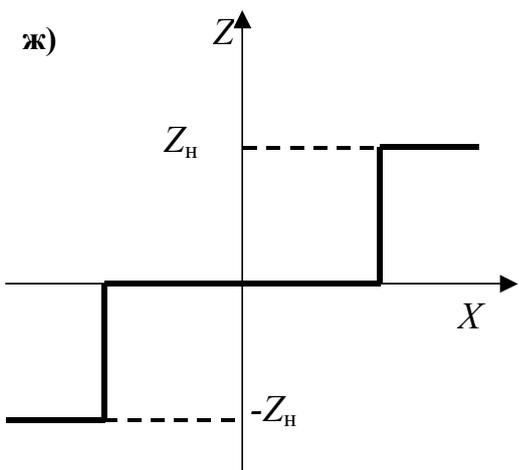
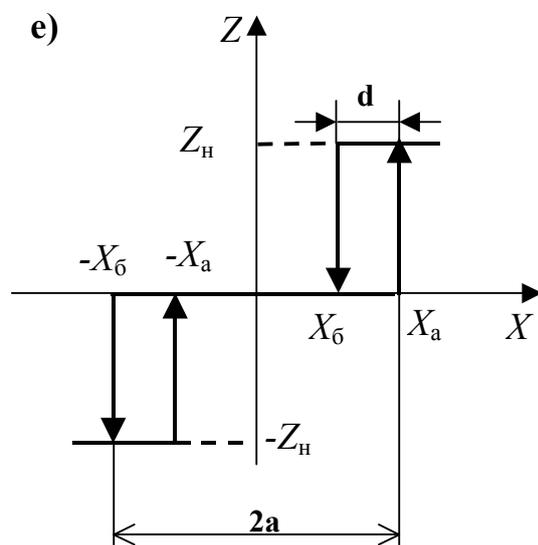
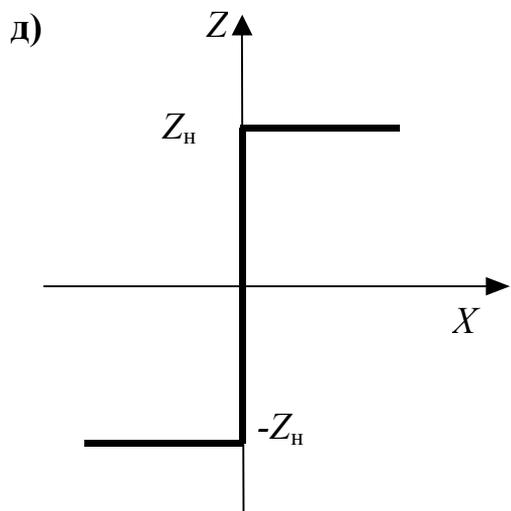
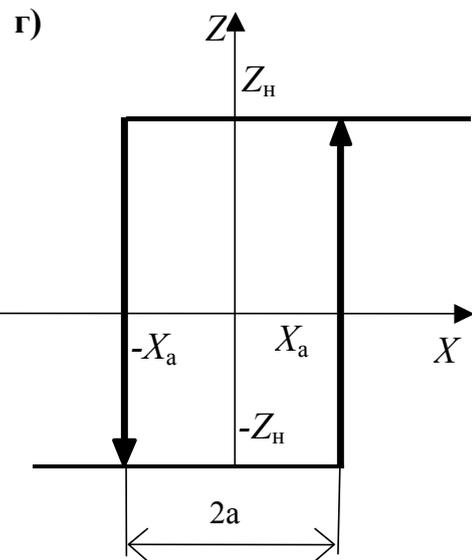
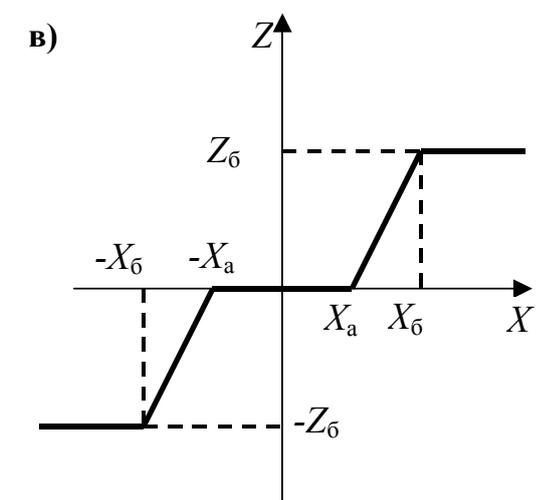


Рис. 2.19.1 Типовые нелинейные звенья (окончание)

Динамические процессы нелинейной системы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями. Динамические свойства нелинейных систем разнообразнее, чем линейных. В них возможны незатухающие колебания, называемые автоколебаниями, условия движения и его характер зависят от начальных условий и внешних возмущений.

В нелинейных системах возможна устойчивость в малом, в большом и в целом. Структурные схемы нелинейных систем как правило содержат нелинейные и линейные звенья.

Общей теории нелинейных систем не создано из-за ограниченных возможностей аналитического математического аппарата. Однако для исследования нелинейных систем разработаны методы, позволяющие в каждом частном случае оценить поведение системы. К таким методам, например, относятся метод фазовой плоскости, метод гармонической линеаризации, метод «припасовывания» граничных значений, методы исследования устойчивости А.М. Ляпунова, В.М. Попова и другие методы [6, 7, 8, 9, 10].

С появлением ЭВМ широкое применение получило использование моделирования на ЭВМ для исследования нелинейных систем.

Ныне имеются специальные программы для персональных цифровых ЭВМ (ПЭВМ), позволяющие моделировать нелинейные системы на основе моделей отдельных нелинейных звеньев непосредственно по структурной схеме системы. Это обстоятельство значительно упростило исследования нелинейных систем, расширило возможности их анализа и синтеза без существенного упрощения исходного математического описания. Методы, основанные на моделировании, начали постепенно вытеснять традиционные теоретические методы исследования нелинейных и линейных систем (см. п. 2.24).

В последующих параграфах будет кратко изложен материал по некоторым наиболее распространенным видам нелинейных систем.

## 2.20 Понятие о дискретных системах автоматического управления и их классификация по виду дискретизации (квантования) сигнала

В рассмотренных ранее непрерывных системах сигналы, несущие информацию о состоянии переменных системы, представляют собой непрерывные функции времени. Помимо непрерывных способов передачи и преобразования сигналов широко применяются дискретные способы, в которых используется в том или ином виде дискретизация сигнала.

Дискретизация сигнала состоит в замене непрерывного сигнала теми или иными дискретными значениями и может быть осуществлена по уровню, по времени либо по времени и по уровню.

Дискретизация, или квантование сигнала по уровню соответствует выделению значений сигнала при достижении им заранее фиксированных уровней.

Дискретизация, или квантование сигнала по времени соответствует выделению значений сигнала в заранее фиксированные моменты времени.

Дискретизация сигнала по времени и по уровню соответствует выделению в заранее фиксированные моменты времени значений сигнала, ближайших к заранее фиксированным уровням.

В зависимости от типа квантования, которое используется в автоматических системах, они подразделяются на 3 вида.

**Релейные системы** — если хотя бы одна из величин, характеризующих состояние системы, квантуется по уровню.

**Импульсные системы** — если хотя бы одна из величин, характеризующих состояние системы, квантуется по времени.

**Цифровые системы** — если хотя бы одна из величин, характеризующих состояние системы, квантуется и по времени, и по уровню.

Существуют системы, в которых используется два и все три вида дискретизации сигналов.

## 2.21 Позиционные системы автоматического регулирования

**Позиционной** называют систему, в которой управляющее воздействие на объект ступенчато изменяется в зависимости от уровня ошибки.

Соответственно, **позиционным** называют **закон регулирования**, когда управляющее воздействие на объект принимает ряд постоянных дискретных значений (изменяется ступенчато) в зависимости от ошибки системы.

Позиционные системы относятся к наиболее простым и распространенным **релейным системам**.

Двухпозиционной САР называется система, в которой управляющее воздействие на объект приобретает два значения.

Трёхпозиционной САР называется система, в которой управляющее воздействие на объект приобретает три значения.

Существуют также четырехпозиционные системы и т.д.

Примерами позиционных систем являются системы регулирования температуры в холодильнике, температуры подошвы утюга. Эти системы являются двухпозиционными, поскольку управляющее воздействие на объект принимает два значения. Например, при пониженной температуре подошвы утюга питание нагревательного элемента включается, при повышенной температуре — выключается.

В сельском хозяйстве позиционное регулирование применяется в системах регулирования микроклимата животноводческих помещений, регулирования температуры инкубаторов, температуры теплоносителя зерновых сушилок и т.д.

Рассмотрим работу позиционных систем на примерах САР температуры сушильной камеры с одним нагревательным элементом ЕК (двухпозиционная) и с двумя — ЕК<sub>1</sub> и ЕК<sub>2</sub> (трехпозиционная).

Принципиальная схема двухпозиционной САР изображена на рис. 2.21.1.

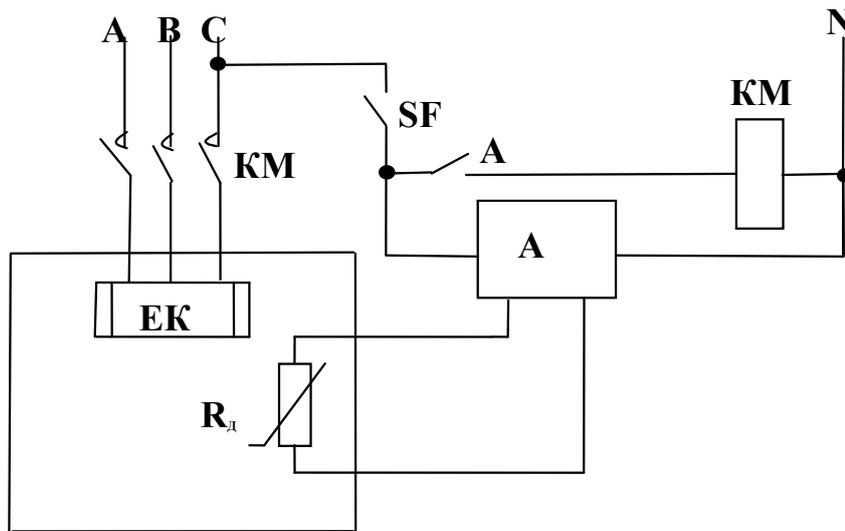


Рис. 2.21.1 Принципиальная схема двухпозиционной САР температуры сушильной камеры: ЕК — нагревательный элемент; А — регулирующий блок;  $R_d$  — датчик (термометр сопротивления); А — контакт выходного реле регулирующего блока

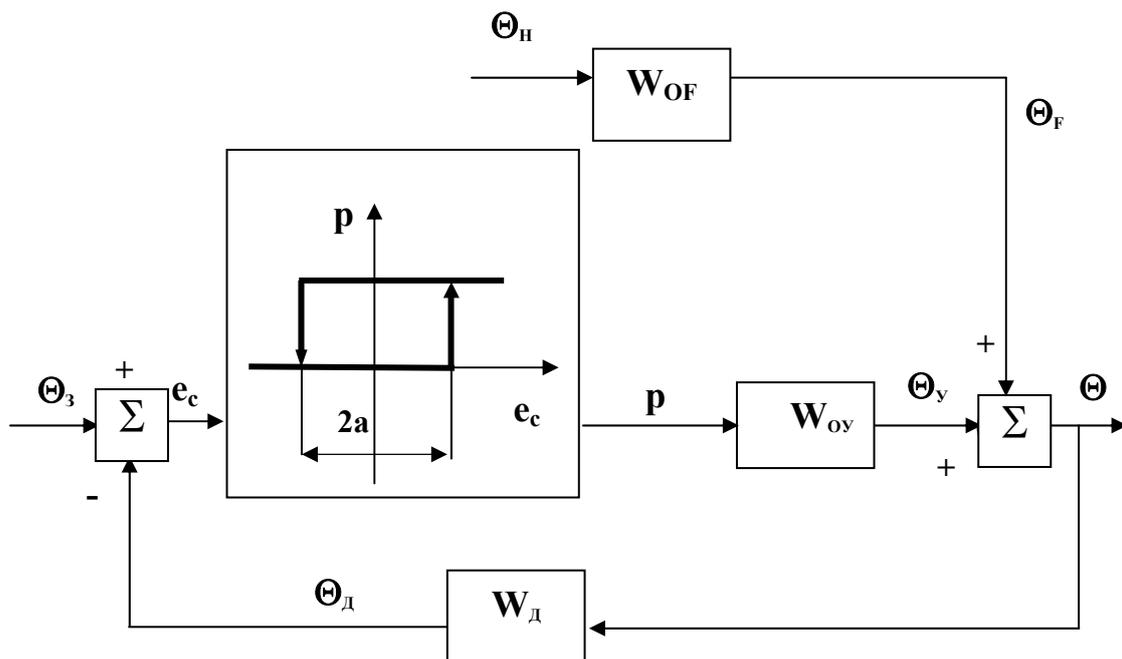


Рис. 2.21.2 Структурная схема двухпозиционной САР температуры сушильной камеры:  $\Theta_z$  — заданная температура;  $e_c$  — сигнал ошибки;  $P$  — мощность нагревателя;  $\Theta_n$  — температура наружного воздуха (возмущающее воздействие);  $\Theta_F$  — приращение температуры в камере от изменения наружной температуры;  $\Theta_y$  — приращение температуры в камере от работы нагревателя;  $\Theta$  — температура в камере;  $\Theta_d$  — сигнал датчика;  $2a$  — ширина зоны неоднозначности регулятора;  $W_{oy}$  — передаточная функция сушильной камеры по управляющему воздействию;  $W_{of}$  — передаточная функция сушильной камеры по возмущающему воздействию;  $W_d$  — передаточная функция датчика

При составлении структурной схемы нагреватель ЕК отнесен к объекту управления. Коэффициент передачи датчика перенесен в релейную характеристику регулирующего блока, поэтому сигнал  $e_c$  ошибки имеет размерность температуры.

Воздух в сушильной камере нагревается элементом ЕК. Температура воздуха  $\Theta$  регулируется двухпозиционным регулятором А. При включении системы температура в камере меньше заданной, ошибка положительна и превышает половину зоны неоднозначности  $a$ . Реле на выходе регулирующего блока А включается, и его замыкающий контакт А включает магнитный пускатель КМ, который своими контактами запитывает нагревательный элемент ЕК. Начинается нагрев камеры. При повышении температуры до заданной  $\Theta$ , плюс половина зоны неоднозначности  $a$ , когда сигнал  $e_c$  ошибки станет равен  $-a$ , реле на выходе регулирующего блока выключится, контакт А разомкнется, магнитный пускатель КМ выключится и обесточит нагревательный элемент ЕК. В результате температура в сушильной камере начинает снижаться. Реле снова включится, когда сигнал ошибки станет равен  $+a$ .

Процесс нагрева и охлаждения воздуха в сушильной камере повторяется. В сушильной камере устанавливается режим периодического нагрева и охлаждения.

**Такие установившиеся режимы работы называют автоколебательными.** Автоколебательные режимы часто возникают в нелинейных системах. В частности они характерны для позиционных систем. На рис. 2.21.3 изображен процесс регулирования температуры в сушильной камере после включения системы.

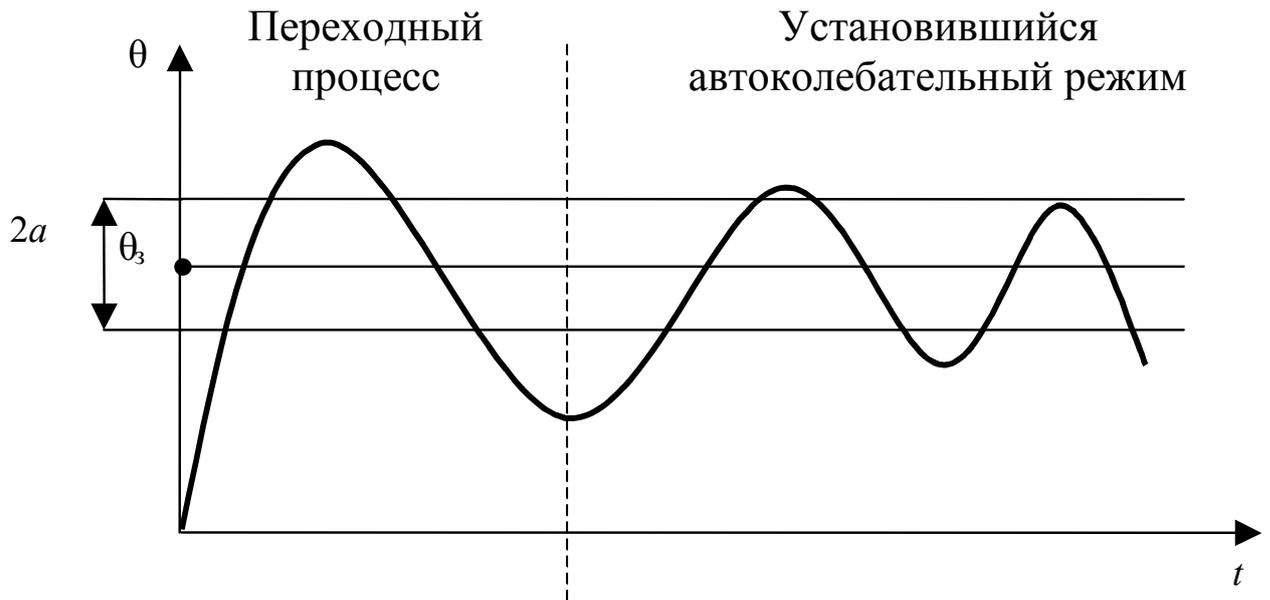


Рис. 2.21.3 Процесс регулирования температуры в сушильной камере, обеспечиваемый двухпозиционной системой

Размах автоколебаний больше ширины зоны неоднозначности  $2a$ , что обусловлено инерционностью датчика и объекта управления. В нашем примере за счет инерционности датчика сигнал ошибки отстает от температуры в камере, поэтому реле срабатывает позже. Кроме того, снижение (повышение) температуры начинается не сразу, а после того как нагревательный элемент несколько охладится (нагреется).

При увеличении возмущающего воздействия (в нашем случае температуры наружного воздуха) автоколебания несколько смещаются вверх, при снижении — вниз.

Показателями качества регулирования для двухпозиционных систем являются отклонение регулируемой величины от заданного значения (в нашем случае от заданной температуры  $\Theta_3$ ) и частота автоколебаний. Быстродействие системы определяется временем установления автоколебаний.

Параметрами настройки регулятора являются заданное значение регулируемой величины (в нашем случае  $\Theta_3$ ) и ширина зоны неоднозначности **2а**.

Исследование режимов работы позиционных систем проводится методами припасовывания, гармонического баланса и фазовой плоскости. Наиболее точным, удобным и наименее трудоемким методом исследования является моделирование на ЭВМ. В процессе таких исследований и определяются параметры настройки регулятора.

Рассмотрим пример устройства, структуру и режимы работы трехпозиционных систем.

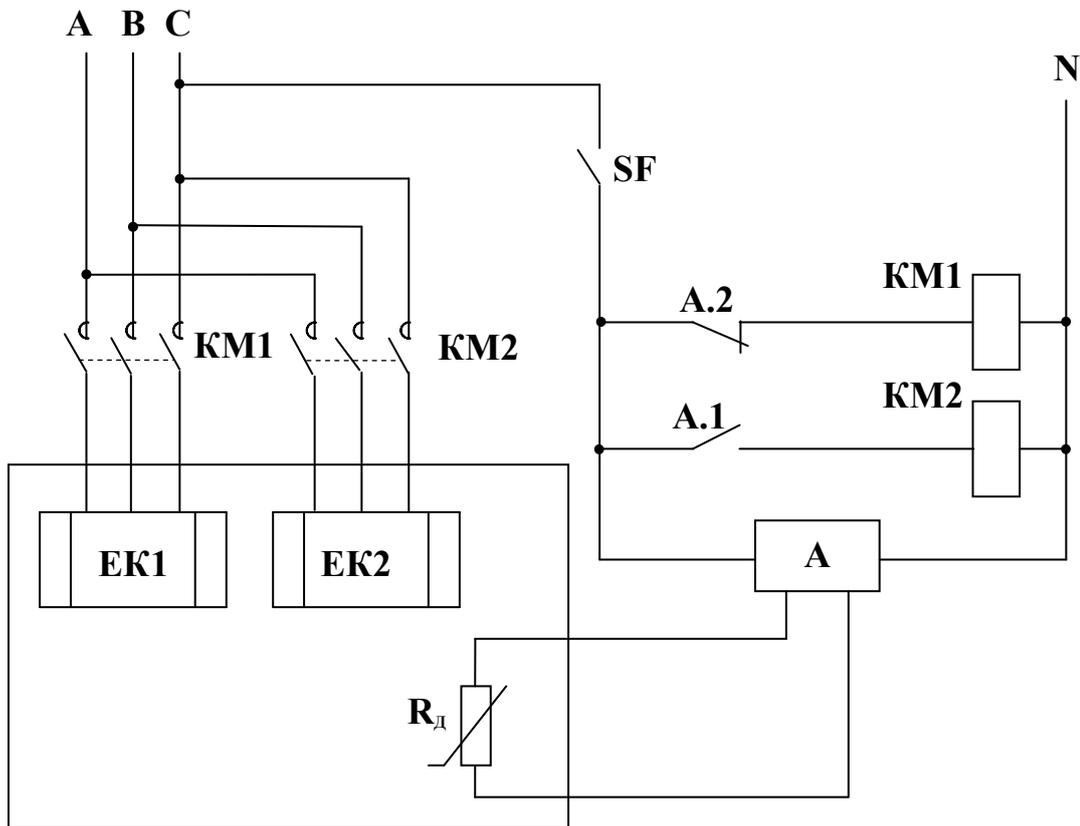


Рис. 2.21.4 Принципиальная схема трехпозиционной САР температуры сушильной камеры: EK1 и EK2 — нагревательные элементы; А — регулирующий блок; R<sub>д</sub> — датчик температуры (термометр сопротивления); А.1 и А.2 — контакты выходных реле регулирующего блока

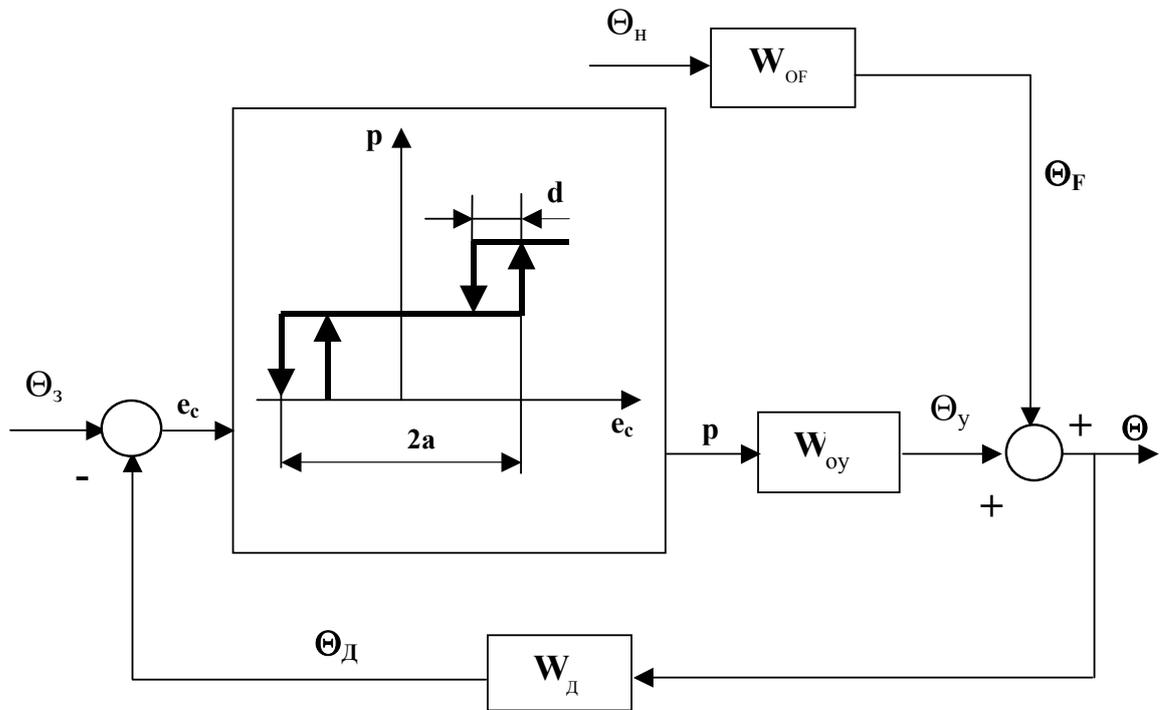


Рис. 2.21.5 Структурная схема трехпозиционной САР температуры сушильной камеры:  $\Theta_3$  — заданная температура;  $e_c$  — сигнал ошибки;  $P$  — мощность нагревателя;  $\Theta_n$  — температура наружного воздуха;  $\Theta_F$  — приращение температуры в камере от изменения температуры наружного воздуха;  $\Theta_y$  — приращение температуры в камере от работы нагревателей;  $\Theta$  — температура в камере;  $\Theta_D$  — сигнал датчика;  $2a$  — ширина зоны нечувствительности;  $d$  — зоны неоднозначности (дифференциалы);  $W_{oy}$  — передаточная функция сушильной камеры по управляющему воздействию;  $W_F$  — передаточная функция сушильной камеры по возмущающему воздействию;  $W_D$  — передаточная функция датчика

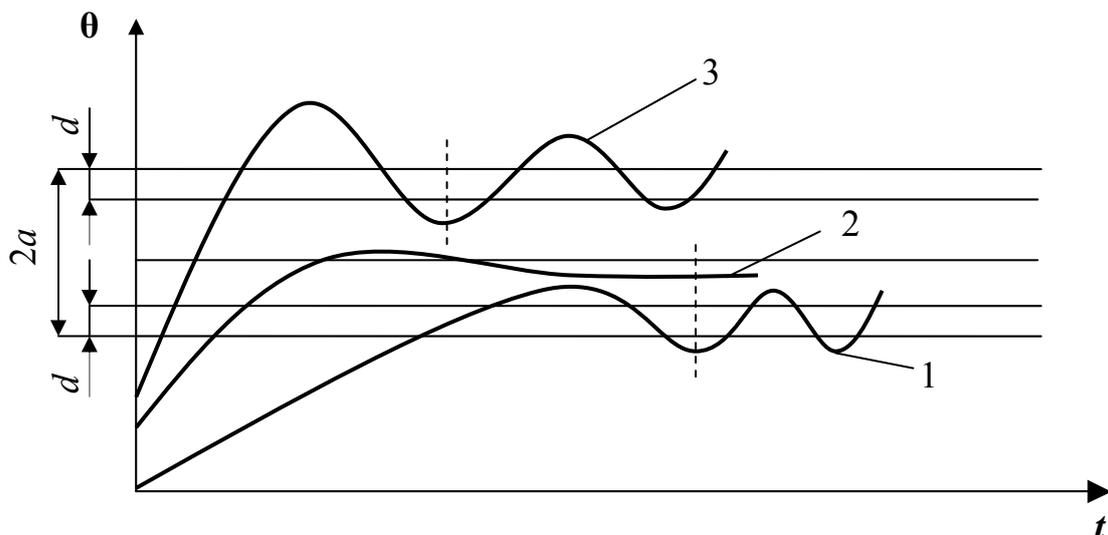


Рис. 2.21.6 Процесс регулирования температуры в сушильной камере, обеспечиваемый трехпозиционной системой: 1 — режим автоколебаний около нижней зоны неоднозначности  $d$ ; 2 — статический установившийся режим; 3 — режим автоколебаний около верхней зоны неоднозначности

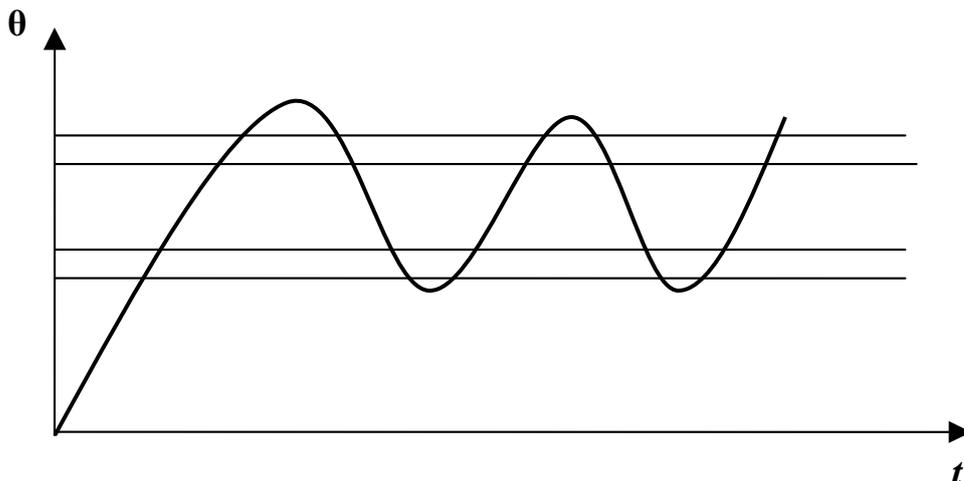


Рис. 2.21.7 Режим трехпозиционных автоколебаний в трехпозиционной системе

После включения системы срабатывает 1-ое реле регулирующего блока А, его контакт А.1 замыкается. Второе реле регулирующего блока не включено и контакт А.2 замкнут, поэтому пускатели КМ1 и КМ2 запитывают оба нагревателя ЕК1 и ЕК2. Температура в сушильной камере быстро растет. Когда температура входит в зону нечувствительности  $2a$  плюс дифференциал  $d$ , ошибка становится меньше  $a-d$  и 1-ое реле отключается, пускатель КМ1 обесточивает нагревательный элемент ЕК1. Далее возможны три варианта работы системы.

1. Если мощности 2-го нагревательного элемента ЕК2 не хватает для дальнейшего повышения температуры или удержания ее в зоне нечувствительности, температура начинает снижаться. После выхода из зоны нечувствительности нагревательный элемент ЕК1 опять включится и температура начнет подниматься. В результате возникают автоколебания около нижней зоны неопределенности  $d$  (рис. 2.21.6, график 1).

2. Если мощности 2-го нагревательного элемента ЕК2 хватает для удержания температуры в зоне нечувствительности, то в системе устанавливается статический установившийся режим (рис. 2.21.6, график 2).

3. Если мощности 2-го нагревателя хватает для дальнейшего повышения температуры, то после выхода температуры из зоны нечувствительности срабатывает 2-ое реле, размыкается контакт А.2 и пускатель КМ2 обесточивает на-

гревательный элемент ЕК2. Температура начинает понижаться. После входа температуры в зону нечувствительности, когда ошибка становится меньше  $a-d$ , 2-ое реле выключается, контакт А.2 замыкается, пускатель запитывает нагревательный элемент ЕК2, температура начинает повышаться. Процесс нагрева и охлаждения периодически повторяется. В результате возникают автоколебания около верхней границы зоны неоднозначности (рис. 2.21.6, график 3).

В работающей системе переход из одного режима в другой происходит при изменении возмущающего воздействия (в нашем примере при изменении температуры наружного воздуха). При повышении температуры автоколебания смещаются вверх, при понижении температуры — вниз.

Если система неправильно разработана или настроена, например при установке слишком узкой зоны нечувствительности, в трехпозиционной системе могут возникать трехпозиционные автоколебания (рис. 2.21.7). При этом режим работы сходен с режимом работы двухпозиционной системы. Как правило, такая работа системы неприемлема с технологической точки зрения. Например, в системах управления температурой животноводческих помещений это приведет к недопустимой разнице между температурой подаваемого воздуха в помещение и температурой воздуха в помещении. Кроме того, повышается амплитуда колебаний температуры. Многопозиционное регулирование применяют в основном по технологическим соображениям.

Параметрами настройки регулятора трехпозиционной системы являются заданное значение регулируемой величины (в нашем случае  $\Theta_3$ ) и ширина зоны нечувствительности  $2a$ . В некоторых современных регуляторах можно также изменять дифференциалы  $d$ .

Параметрами качества регулирования являются отклонения регулируемой величины от заданного значения, частота и амплитуда автоколебаний. Быстродействие системы определяется временем перехода системы в установившийся режим работы.

## 2.22 Импульсные системы

**Импульсными** называют системы, в которых хотя бы одна из величин, характеризующих состояния системы, квантуется по времени.

Импульсные САУ содержат в своем составе один или несколько импульсных элементов (ИЭ) и непрерывную часть (НЧ). Функциональная схема импульсной системы может иметь, например, вид, представленный на рис. 2.22.1.

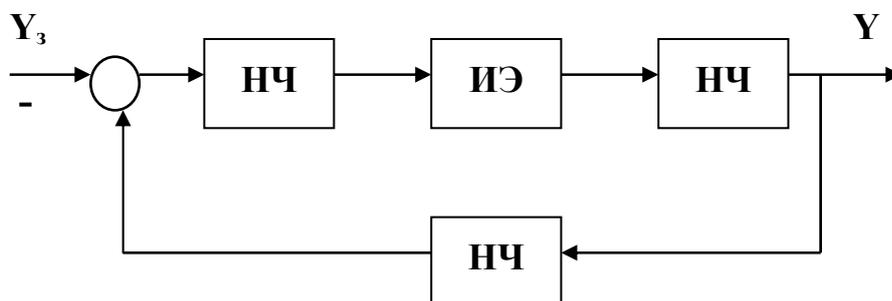


Рис. 2.22.1 Пример функциональной схемы импульсной системы

Преобразование непрерывного сигнала в импульсный называется импульсной модуляцией.

Существуют три вида импульсной модуляции: амплитудно-импульсная модуляция (**АИМ**), широтно-импульсная модуляция (**ШИМ**) и время-импульсная модуляция (**ВИМ**). Время-импульсная модуляция, в свою очередь, подразделяется на фазоимпульсную модуляцию (**ФИМ**) и частотно-импульсную модуляцию (**ЧИМ**).

При **амплитудно-импульсной модуляции** амплитуда (высота)  $A$  импульсов изменяется в зависимости от изменения входного непрерывного сигнала  $X$ , период  $T$  следования импульсов и их длительность  $\tau$  остаются неизменными (рис. 2.22.2).

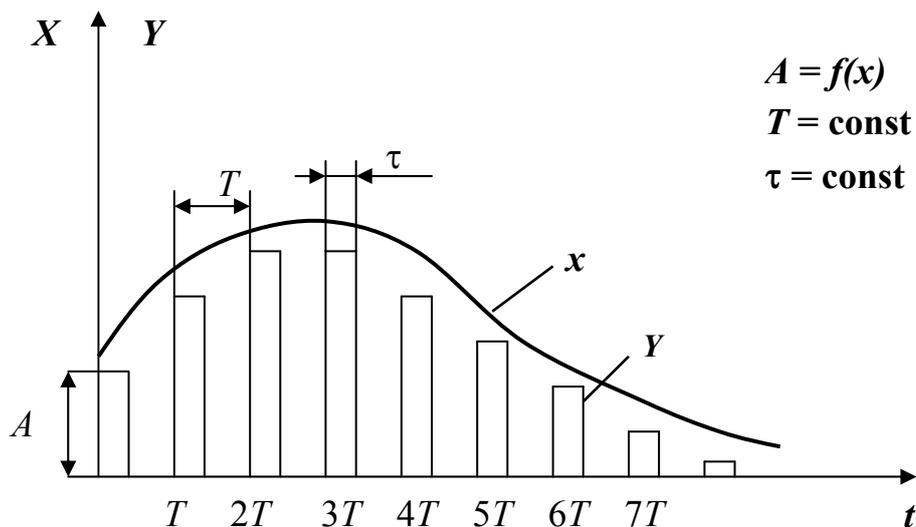


Рис. 2.22.2 Амплитудно-импульсная модуляция:  
 $X$  — входной непрерывный сигнал;  $Y$  — выходной импульсный сигнал

При **широтно-импульсной модуляции** длительность  $\tau$  следования импульсов изменяется в зависимости от изменения входного непрерывного сигнала  $X$ , период  $T$  следования импульсов и их амплитуда (высота)  $A$  остаются неизменными (рис. 2.22.3).

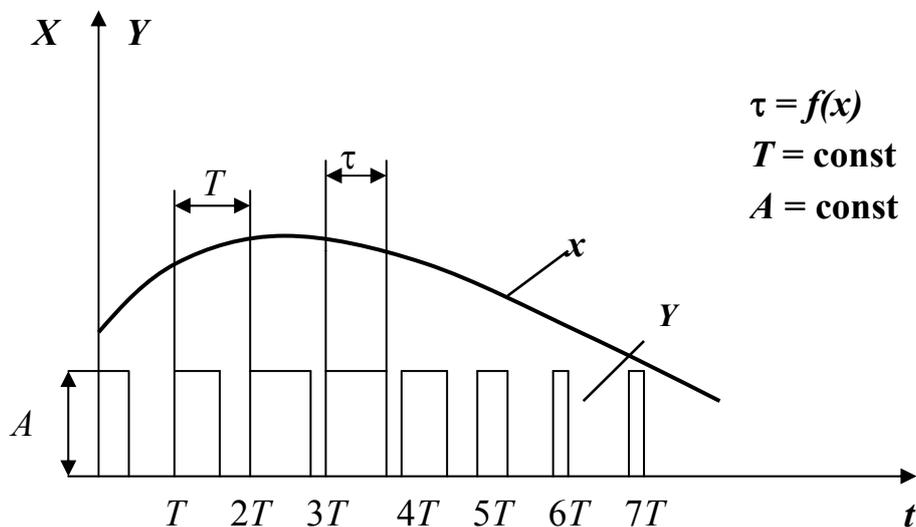


Рис. 2.22.3 Широтно-импульсная модуляция:  
 $X$  — входной непрерывный сигнал;  $Y$  — выходной импульсный сигнал

При **фазоимпульсной модуляции** сдвиг по времени (по фазе)  $\alpha$  импульсов относительно моментов времени квантования  $0, T, 2T, 3T, \dots$  изменя-

ется в зависимости от изменения входного непрерывного сигнала  $X$ , период  $T$  следования импульсов, их длительность  $\tau$  и амплитуда (высота)  $A$  остаются неизменными (рис. 2.22.4).

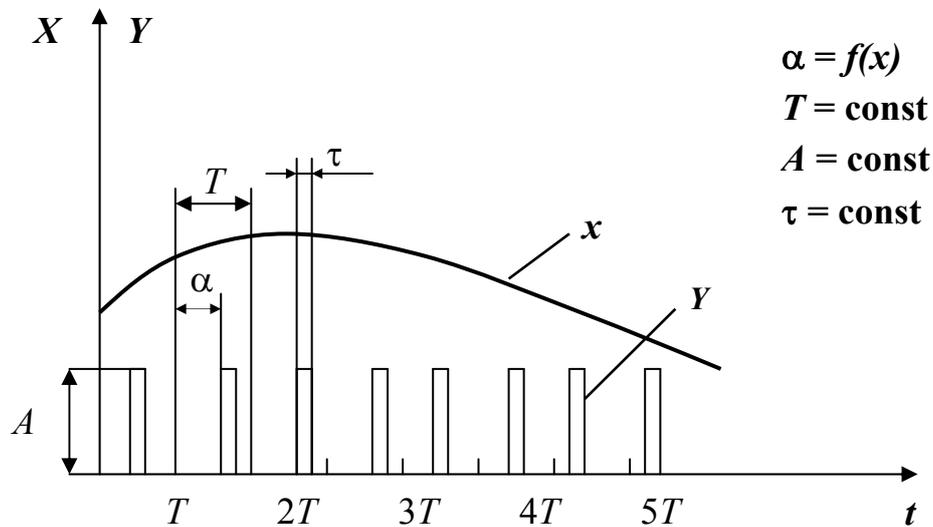


Рис. 2.22.4 Фазоимпульсная модуляция:  
 $X$ — входной непрерывный сигнал;  $Y$ — выходной импульсный сигнал

При **частотно-импульсной модуляции** частота следования  $\omega$  (период  $T$ ) импульсов изменяется в зависимости от изменения входного непрерывного сигнала  $X$ , длительность импульсов  $\tau$  и их амплитуда (высота)  $A$  остаются неизменными (рис. 2.22.5).

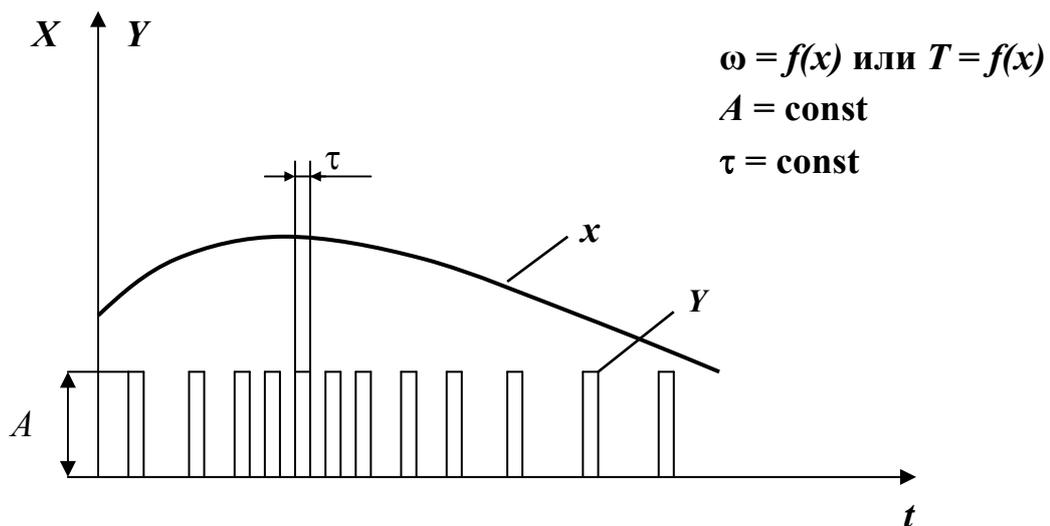


Рис. 2.22.5 Частотно-импульсная модуляция:  
 $X$ — входной непрерывный сигнал;  $Y$ — выходной импульсный сигнал

В системы автоматического управления и регулирования импульсные элементы вводятся для повышения надежности, точности, помехозащищенности, упрощения систем, управления скоростью исполнительных механизмов постоянной скорости путем импульсного прерывания сигнала, управляющего движением исполнительного механизма, и т.д.

Импульсные элементы легко сопрягаются с цифровыми устройствами. Кроме того, импульсные элементы вводятся в системы автоматического регулирования с объектами управления, обладающими большим транспортным запаздыванием для прерывания изменения управляющего воздействия на объект, что существенно улучшает динамические качества таких систем.

Подробно с математическим описанием и методами исследования импульсных систем можно познакомиться в литературе по автоматическому управлению и регулированию, например [6, 7]. Универсальным методом исследования является моделирование на ЭВМ.

### 2.23 Цифровые системы

**Цифровыми** называют системы, в которых хотя бы одна из величин, характеризующих состояние системы, квантуется по времени и уровню.

В цифровых вычислительных устройствах информация о переменных представлена и обрабатывается в виде цифрового двоичного кода.

Для преобразования присутствующих в системе нецифровых (аналоговых) сигналов в цифровой код систему снабжают специальными устройствами, которые называют **аналого-цифровыми преобразователями (АЦП)**. Для преобразования цифрового кода в аналоговый сигнал систему снабжают специальными устройствами, которые называют **цифро-аналоговыми преобразователями (ЦАП)**.

Пример функциональной схемы цифровой системы автоматического регулирования показан на рис. 2.23.1.

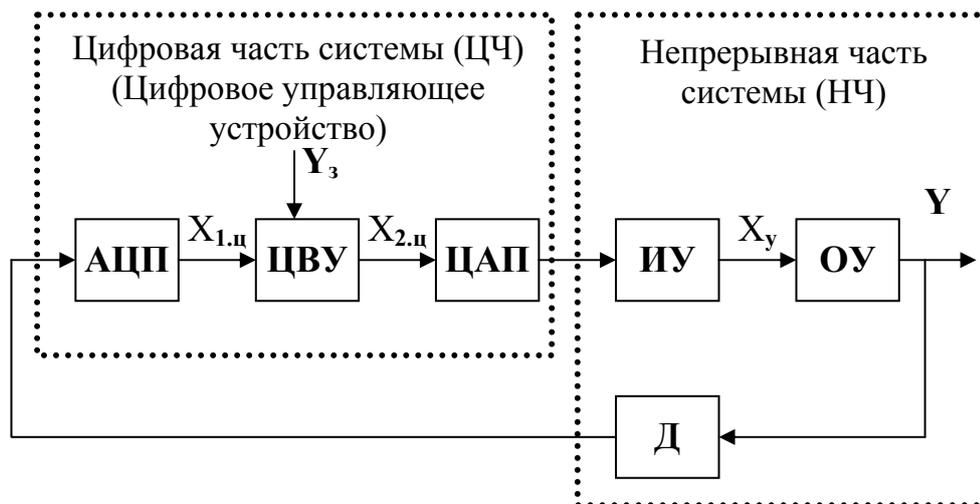


Рис. 2.23.1 Пример функциональной схемы цифровой системы автоматического регулирования:  $X_{1.ц}$  и  $X_{2.ц}$  — цифровые сигналы; ИУ — исполнительное устройство; ОУ — объект управления; Д — датчик; ЦВУ — цифровое вычислительное устройство

В рассматриваемом примере на АЦП поступает аналоговый сигнал датчика. Этот сигнал преобразуется АЦП в цифровой сигнал  $X_{1.ц}$ . Закон регулирования формируется в ЦВУ в виде цифрового сигнала  $X_{2.ц}$  и затем преобразуется ЦАП в аналоговый сигнал, управляющий исполнительным устройством ИУ. Заданное значение  $Y_3$  управляемой величины вводится в ЦВУ в виде цифрового кода.

В системах могут применяться цифровые датчики, тогда сигнал с датчика непосредственно вводится в ЦВУ. Управляющее воздействие  $Y_3$  может вводиться с аналогового задатчика, тогда сигнал  $Y_3$  вводится в ЦВУ через АЦП.

Выше приведен пример функционального состава одномерной системы автоматического регулирования. В настоящее время на базе цифровых управляющих устройств реализуются системы автоматического управления всех классов — замкнутые и разомкнутые, одномерные и многомерные, обыкновенные и адаптивные и т.д.

Функционально цифровую систему делят на цифровую часть (ЦЧ) и непрерывную часть (НЧ). Непрерывная часть — название весьма условное, по-

скольким сигналам там могут носить как непрерывный, так и релейный и импульсный характер.

Преобразование аналогового сигнала в цифровой является дискретизацией сигнала по времени и уровню (рис. 2.23.2).

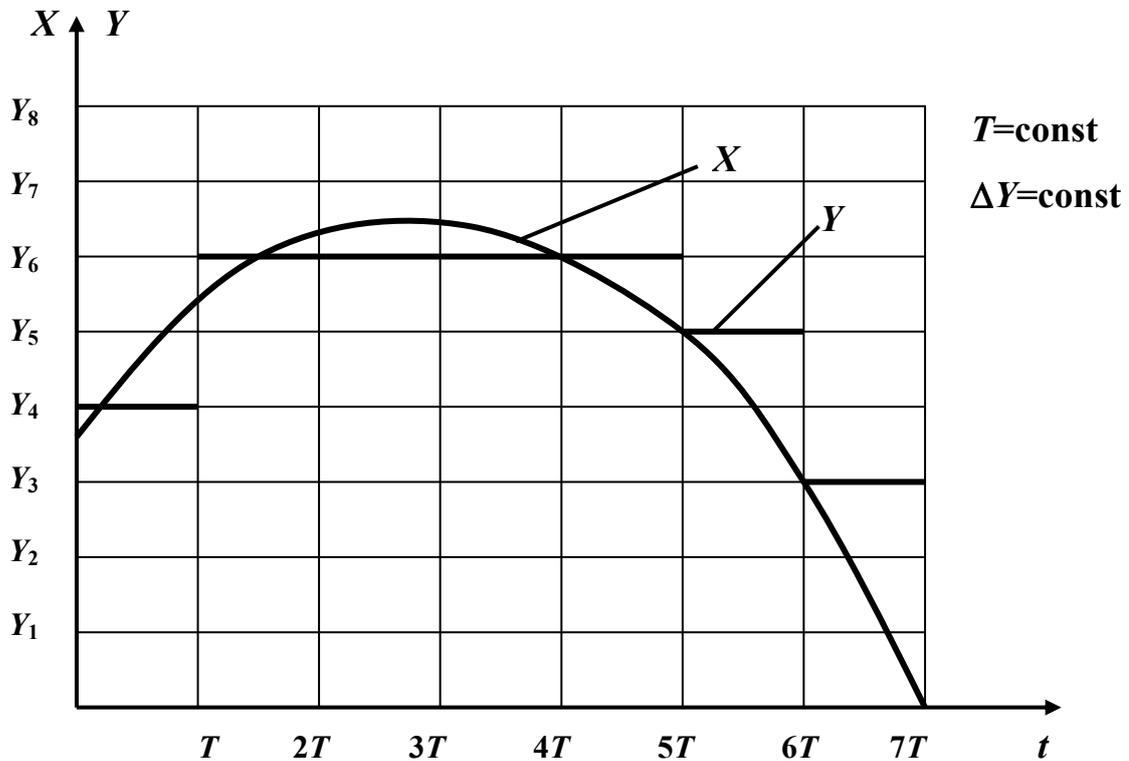


Рис. 2.23.2 Дискретизация сигнала по времени и уровню:

$X$  — входной непрерывный сигнал;  $Y$  — уровень выходного цифрового сигнала

Дискретизация проводится через равные промежутки времени  $T$ , которые называют периодом дискретизации, или квантования сигнала по времени. В моменты времени  $T, 2T, 3T \dots$  формируется дискретный сигнал с уровнем  $Y_i$  наиболее близким к значению непрерывного сигнала  $X$  в эти моменты времени.

Уровень  $Y_i$  представляется в виде двоичного кода и остается постоянным на протяжении последующего периода  $T$ . Шаг дискретизации по уровню  $\Delta Y = Y_i - Y_{i-1}$  является постоянным.

Современные цифровые управляющие устройства — контроллеры снабжены 8–16-разрядными АЦП. Количество уровней дискретизации со-

ставляет  $i=2^k - 1$ , где  $k$  — разрядность АЦП. Следовательно, количество уровней дискретизации может составить от 255 до 65535. Это обстоятельство в большинстве случаев позволяет пренебречь дискретизацией по уровню при исследовании цифровых систем управления.

Период дискретизации составляет время цикла обработки информации  $T = t_b + t_{\text{вып}} + t_{\text{выв}}$ , где  $t_b$  — время выборки (чтения данных АЦП);  $t_{\text{вып}}$  — время выполнения вычисленной ЦВУ для формирования закона управления;  $t_{\text{выв}}$  — время вывода ЦАП вычисленного сигнала на последующие устройства. В современных контроллерах  $T$  составляет от миллисекунд и менее до десятых долей секунды, что позволяет пренебречь дискретизацией сигнала по времени. Это значит, что в большинстве случаев можно считать, что алгоритм управления формируется контроллером мгновенно и без искажений. При сложных алгоритмах управления, если время расчета влияет на результат управления, его можно учесть последовательным включением после цифрового управляющего устройства звена чистого запаздывания  $e^{-p\tau}$  с  $\tau = T$ .

Для обоснования возможности пренебречь дискретизацией сигнала по времени можно использовать импульсную теорему, сформулированную и доказанную В.А. Котельниковым в 1933 году. В соответствии с этой теоремой, если сигнал не содержит частот выше, чем  $\omega_c$ , он полностью описывается (без искажения спектра) своими значениями, измеряемыми в дискретные моменты времени  $T = \pi/\omega_c$ .

Сигналов с ограниченным спектром физически не существует. Однако реальные объекты обладают инерцией и существенно ослабляют высокочастотные составляющие (являются фильтрами нижних частот). Поэтому, имея амплитудную частотную характеристику непрерывной части системы, можно определить частоты гармонических составляющих сигнала, проходящего через непрерывную часть, которые существенно ослабляются и практически не влияют на работу системы.

Обычно исследуют АЧХ объекта управления или объекта с исполнительным устройством. Частоту, при которой  $A(\omega)$  (АЧХ) становится меньше  $0,02 \dots 0,05 A(0)$  принимают равной  $\omega_c$  (рис. 2.23.3). Частоту  $\omega_c$  обычно называют верхней граничной частотой.

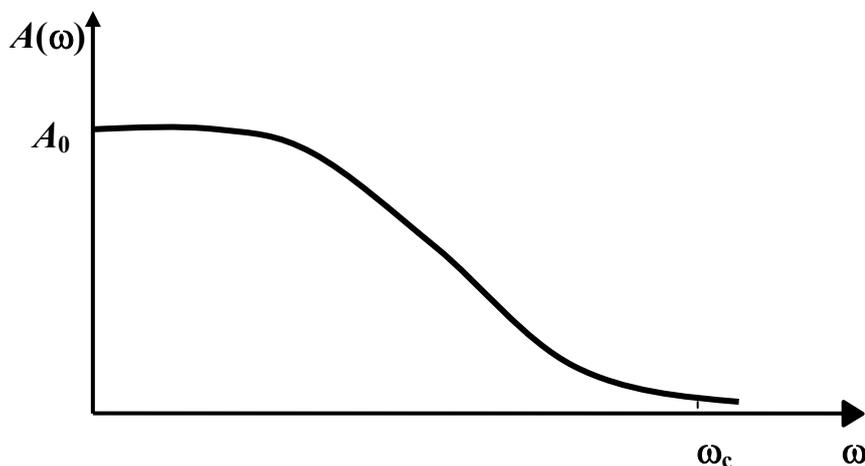


Рис. 2.23.3 К определению верхней граничной частоты

Теоретические методы исследования цифровых систем изложены, например, в учебной литературе по автоматическому управлению и регулированию [6, 7, 8, 9, 10].

Как было упомянуто выше, контроллером называют цифровое управляющее устройство. Название произошло от английского слова **control** — управлять, суффикс «er» образует существительное **controler** — управляющий.

Контроллеры, предназначенные для формирования законов регулирования, иногда называют цифровыми регуляторами.

Современные контроллеры реализуют на базе микропроцессоров и иногда называют микропроцессорными контроллерами или микроконтроллерами.

Цифровые управляющие устройства могут быть построены на основе программной и аппаратной реализации. В случае аппаратной реализации преобразование входных данных в сигнал управления осуществляется по алгоритму, зависящему от электрических соединений между элементами цифрового устройства. В случае программной реализации преобразование вход-

ных данных в сигнал управления осуществляется путем вычисления по программе, записанной в память цифрового вычислительного устройства.

Аппаратная реализация обладает более высоким быстродействием. Недостатком является отсутствие гибкости системы. Преимущество программной реализации — гибкость устройства управления, выражающаяся в возможности изменять алгоритм управления программным путем, не изменяя электрической схемы устройств. Недостаток — меньшее быстродействие, поскольку время обработки информации зависит от времени выполнения команд программы.

К настоящему времени контроллеры нашли широчайшее применение при создании всех видов систем автоматизации, начиная с простых систем управления бытовой техникой и до систем, управляющих целыми производствами.

## **2.24 Понятие о применении моделирования на ЭВМ**

### **для анализа и синтеза систем автоматического управления**

Существует множество видов моделирования. В нашем случае рассматриваются виды моделирования, применяемые для решения технических задач. Соответственно и все понятия даются применительно к этим видам моделирования.

*Моделирование* — это процесс создания моделей, адекватно отражающих необходимые (в соответствии с поставленной задачей) свойства объектов, и исследование этих моделей с целью поиска эффективных решений для этих объектов.

Исследования проводятся на основе натуральных, физических и математических моделей. Соответственно различают натурное, физическое и математическое моделирование.

Натурное моделирование проводится с использованием различных узлов, механизмов, машин, систем и т.п. Примерами натурального моделирования являют-

ся различные испытания и исследования, проводимые с экспериментальными или выпускаемыми узлами, механизмами, машинами, а также экспериментальный поиск параметров настройки регуляторов систем и их испытания.

Физическое моделирование проводится с моделями объектов, построенных на принципах физического подобия, например с моделями, имитирующими форму объектов в натуральном или уменьшенном масштабе. В соответствующем масштабе имитируются и воздействия на объект.

Трудоемкость, большая стоимость и зачастую невозможность натурного и физического моделирования некоторых объектов и процессов (например, в экстремальных ситуациях) привело к развитию и широкому использованию методов математического моделирования.

Ограниченные возможности аналитического математического аппарата не позволяют точно исследовать сложные динамические системы автоматического управления. Появление быстродействующих цифровых ЭВМ (ЦЭВМ) позволило использовать давно известные, но не находившие широкого применения из-за большого объема вычислительных работ численные методы интегрирования, дифференцирования и решения дифференциальных уравнений для моделирования систем на ЦЭВМ. Такое моделирование называют цифровым. В настоящее время широкое распространение получили специальные программы для моделирования систем автоматического управления на персональных ЭВМ, позволяющие составлять алгоритмы моделирования из готовых блоков, описывающих звенья систем и воздействия. Инженер-автоматчик может сосредоточиться на решении своей непосредственной задачи — анализе или синтезе системы.

Тем не менее, полезно познакомиться хотя бы с одним простейшим методом численного решения дифференциальных уравнений для понимания принципов составления алгоритмов цифрового моделирования. Для такого знакомства мы выбрали метод Эйлера.

Выбор обусловлен тем, что метод Эйлера прост и нагляден, а многие другие методы являются его развитием. Кроме того, возможность использо-

вания при моделировании на современных ПЭВМ малых шагов решения делает этот метод достаточно точным, а составление программ упрощается.

Рассмотрим некоторые аспекты его применения.

Пусть объект описывается дифференциальным уравнением 1-го порядка:

$$T \frac{dY}{dt} + Y = f(x, t).$$

Метод Эйлера состоит в замене производной приближённым разностным отношением:

$$T \frac{\Delta Y}{\Delta t} + Y = f(x, t).$$

Тогда

$$\Delta Y = \frac{[f(x, t) - Y]\Delta t}{T}.$$

Зададимся временем начала решения  $t_0$  (обычно  $t_0 = 0$ ), начальным условием  $Y(t_0) = Y_0$ , шагом решения  $\Delta t$ . Тогда для моментов времени  $t_1 = t_0 + \Delta t$ ,  $t_2 = t_1 + \Delta t$ , ...,  $t_{k+1} = t_k + \Delta t$  можно найти:

$$Y_1 = Y_0 + \Delta Y = Y_0 + \frac{[f(x_0) - Y_0]\Delta t}{T};$$

$$Y_2 = Y_1 + \Delta Y = Y_1 + \frac{[f(x_1) - Y_1]\Delta t}{T};$$

.....

$$Y_{k+1} = Y_k + \Delta Y = Y_k + \frac{[f(x_k) - Y_k]\Delta t}{T},$$

где  $f(x_k) = f(x, t_k)$ .

Точность решения дифференциальных уравнений численными методами зависит от выбранного шага  $\Delta t$ . Для повышения точности моделирования методом Эйлера в  $n$  раз требуется уменьшить шаг в  $n$  раз.

Из этого следует, что если выбрать шаг решения  $\Delta t$  и ошибка при этом для момента времени  $t_k$  составляет  $Y_k - Y(t_k) = \Delta Y_k$ , а затем уменьшить шаг в  $n$  раз, то ошибка в момент  $t_k = t_{nk}$  составит:

$$Y_{nk} - Y(t_k) \approx \frac{\Delta Y_k}{n}.$$

где  $Y_k$  и  $Y_{nk}$  — решения с шагами  $\Delta t$  и  $\Delta t/n$ ;  $Y(t_k)$  — точное значение  $Y$  в момент времени  $t_k$ .

Поскольку  $Y_k$  и  $Y_{nk}$  — это результат моделирования для одного и того же момента времени, то их разность для достаточно больших  $n$  приблизительно составит ошибку моделирования с большим шагом:

$$Y_k - Y_{nk} \approx \Delta Y_k - \frac{\Delta Y_k}{n} \approx \Delta Y_k.$$

Очевидно, что если принять  $n = 10 \dots 100$ , то погрешность можно оценить с достаточной на практике точностью.

Например, если уменьшить шаг в 10 раз, то  $Y_k - Y_{nk} \approx 0,9 \times \Delta Y_k \approx \Delta Y_k$ .

Начиная моделирование, выбирают шаг на основании личного опыта, исходя из динамических свойств объекта. Проводят моделирование с выбранным шагом. Затем уменьшают шаг в  $n$  раз и проводят моделирование. Разность ординат процессов приблизительно составляет погрешность моделирования. Если погрешность больше, чем это необходимо, то уменьшают шаг решения и снова проводят оценку погрешности.

Если объект описывается уравнением выше первого порядка, то его уравнение необходимо привести к системе уравнений 1-го порядка.

Пусть имеем уравнение  $n$ -го порядка:

$$T_n \frac{d^n Y}{dt^n} + T_{n-1} \frac{d^{n-1} Y}{dt^{n-1}} + \dots + T_1 \frac{dY}{dt} + Y = f(x, t).$$

Обозначим  $\frac{dY}{dt} = Y_1, \quad \frac{d^2Y}{dt^2} = Y_2, \dots, \quad \frac{d^{n-1}Y}{dt^{n-1}} = Y_{n-1}.$

Тогда исходное уравнение запишется в виде системы, состоящей из  $n$  уравнений 1-го порядка, которую можно решить методом Эйлера:

$$\left| T_n^n \cdot \frac{d^n Y_n}{dt^n} + T_{n-1}^{n-1} \cdot Y_{n-1} + \dots + T_1 Y_1 + Y = f(x, t); \right.$$

$$\left| \frac{dY}{dt} = Y_1; \right.$$

$$\left| \frac{dY_1}{dt} = Y_2; \right.$$

.....

$$\left| \frac{dY_{n-2}}{dt} = Y_{n-1}. \right.$$

Более подробно с различными численными методами можно ознакомиться, например, в литературе [11].

Общий порядок **анализа** систем путем моделирования на ПЭВМ следующий.

- Разрабатывается математическая модель системы и составляется ее структурная схема.
- Выбираются или разрабатываются модели воздействий.
- Выбирается программное обеспечение для моделирования. Для этого в настоящее время имеется достаточное количество готовых программных средств.
- На основании структурной схемы с использованием готовых цифровых моделей отдельных звеньев, имеющихся в выбранной программе, набирается цифровая модель системы и воздействий.

– Проводится моделирование, в результате которого получают картину поведения системы во времени (например, переходный процесс).

– Проводится анализ поведения системы во времени и делается вывод о качестве управления, обеспечиваемого системой.

Общий порядок **синтеза** с применением моделирования на ПЭВМ следующий.

– Исходя из общих принципов построения систем автоматического управления разрабатывается функциональная схема системы.

– Система разбивается на неварьируемую и варьируемую части. К неварьируемой части относят те устройства системы, которые заданы и обязательно войдут в состав системы. К таким устройствам обычно относятся объект управления и исполнительные устройства. Варьируемая часть — это та часть системы, структуру и параметры которой необходимо найти в процессе синтеза.

– Исследуются условия функционирования системы, выявляются возмущающие воздействия, формируются требования к системе.

– Разрабатывается математическая модель неварьируемой части и модели воздействий.

– На основании общих принципов построения алгоритмов управления и знания свойств систем с различными алгоритмами управления, например с типовыми законами регулирования, формируются гипотезы о возможности применения этих законов в синтезируемой системе. Гипотезы ранжируются по сложности и цене практической реализации.

– Разрабатывается математическая модель системы в соответствии с выбранной гипотезой и ее структурная схема.

– Путем моделирования на ЭВМ с использованием экспериментальных поисковых методов оптимизации находятся оптимальные параметры алгоритма управления. Оценивается качество полученной системы. Если качество управления отвечает требованиям, предъявляемым к системе, то гипотеза принимается. Если нет — переходят к проверке следующей гипотезы в ряде сформированных гипотез. Таким образом, выбирается наиболее простой и дешевый вариант реализации системы.

. 1.1.1) трактовать как общую функциональную схему любой системы управления? Что при этом следует оговорить?

2. Поясните разницу между управляющим воздействием на систему, на объект, возмущающим воздействием.

3. Может ли САУ входить в АСУ как подсистема?

4. Почему наличие биологической составляющей в объекте управления является основной особенностью сельскохозяйственных систем управления? Приведите пример (примеры), когда при разработке системы необходимо учесть наличие биологической составляющей в объекте управления.

5. В ряде случаев автоматизация какого-либо технологического процесса непосредственно не сокращает количество персонала, увеличивает стоимость системы, технического обслуживания и ремонта. Почему же и в этих случаях автоматизация может оказаться экономически эффективной? В чем прежде всего следует искать эффект? Подумайте и приведите такой пример.

6. Дайте понятие функциональной схемы и изложите правила их составления. В чем преимущество описания функционального состава системы в виде функциональной схемы?

7. Какой принцип управления обеспечивает большую точность систем? Поясните, за счет чего это происходит. Присущи ли фундаментальные принципы управления природным системам или только системам, создаваемым человеком?

8. Поясните разницу между алгоритмом функционирования и алгоритмом управления. С чего необходимо начинать разработку системы?

9. Приведите классификацию САУ по признакам, существенным с точки зрения теории автоматического управления. Что такое САР? Приведите классификацию САР с точки зрения алгоритмов функционирования.

10. Что понимают под анализом и синтезом систем в теории автоматического управления?

11. Дайте понятие нелинейной и линейной систем. Поясните, почему реальные системы при точном математическом описании являются нелинейными (с физической точки зрения)? Приведите пример.

12. Сформулируйте принцип суперпозиции. Для каких систем он выполняется?

13. Дайте понятие идентификации. Почему прибегают к этому методу получения математических моделей объектов? Приведите общий порядок идентификации.

14. Дайте понятие структурной схемы и правила их составления. В чем преимущества математического описания систем в виде структурных схем?

15. Запишите дифференциальное уравнение, описывающее линейную систему, приведите его к виду, принятому в теории автоматического управления. Запишите передаточную функцию и частотную передаточную функцию.

16. На чем основана возможность линеаризации непрерывно дифференцируемых характеристик? Какие два метода линеаризации используются и в каких случаях они применимы?

17. Изложите порядок идентификации линейных объектов по переходной функции. Приведите общую структуру линейного объекта. Приведите различные примеры структуры звеньев для приближенного описания линейных объектов при идентификации и вид соответствующих им переходных функций.

18. Дайте понятия переходных и установившихся режимов. Приведите примеры динамических установившихся режимов.

19. Дайте понятие типовых взаимодействий. Какие характеристики соответствуют различным типовым воздействиям? Дайте определения этим характеристикам. Напишите выражения для расчета частотных характеристик.

20. Перечислите основные типовые линейные звенья. Запишите их урав-

нения, передаточные функции и выражения для расчета всех характеристик. Приведите графики временных и частотных характеристик.

21. Приведите виды обратных связей и дайте их краткую характеристику. Чем главная обратная связь отличается от местных обратных связей по своему функциональному назначению?

22. Каким образом находятся передаточные функции параллельно, последовательно соединенных звеньев, звеньев, охваченных обратной связью?

23. Зачем приводится структурная схема системы к одноконтурному виду? Порядок такого приведения. Приведите примеры переноса воздействий с выхода звена на его вход и наоборот.

24. Дайте понятия передаточных функций САР для управляющего и возмущающего воздействий и для ошибок по этим воздействиям. Для чего используют эти передаточные функции?

25. На какие два вида делятся звенья и системы? Покажите коренные отличия статических и астатических систем на примере оценки точности линейных САР.

26. Дайте понятие устойчивости. Перечислите виды устойчивости. Приведите простейшие примеры, иллюстрирующие различные виды устойчивости. Приведите примеры возможного вида переходных и весовых функций для устойчивых и неустойчивых систем. Объясните, почему неустойчивые системы неработоспособны.

27. Почему условие устойчивости линейных систем редко используют при анализе устойчивости? Какие Вам известны классы критериев устойчивости? В чем достоинства критериев устойчивости Гурвица и Найквиста? Как определить устойчива ли система в разомкнутом состоянии.

28. Изложите порядок определения устойчивости по критерию Гурвица и Найквиста.

29. Понятия запасов устойчивости. Каким образом можно быстро обеспечить необходимый запас устойчивости, используя критерий Найквиста? Какова связь запасов устойчивости с колебательностью переходных процессов?

30. В чем преимущества оценки качества переходных процессов прямым методом? Можно ли по виду переходной функции определить устойчивость системы, является ли система статической или астатической, определить статические ошибки? Поясните это на примерах.

31. Приведите наиболее часто используемые интегральные критерии качества переходных процессов. Поясните с использованием графиков переходных процессов их смысл. Укажите на недостаток квадратичного интегрального критерия качества. Каким образом этот недостаток можно обойти при оптимизации параметров системы путем моделирования на ЭВМ?

32. Дайте понятие закона регулирования. Перечислите линейные типовые законы регулирования, приведите уравнения и передаточные функции этих законов. Поясните с использованием графиков переходных процессов свойства систем с различными законами регулирования и как меняются эти свойства с изменением параметров.

33. В системе с П-законом регулирования и статическим объектом управления Вас не удовлетворяет перерегулирование. Что предпринять для уменьшения перерегулирования? Какие отрицательные последствия будет иметь для качества управления Ваша мера?

34. Дайте понятие нелинейной системы и нелинейного звена. Что такое существенно нелинейное звено и несущественно нелинейное звено? Приведите характеристики наиболее распространенных нелинейных звеньев.

35. Дайте понятие дискретной системы. Перечислите виды дискретных систем в зависимости от типа дискретизации сигналов.

36. Дайте понятие позиционной системы. Опишите с использованием графиков режимы работы двухпозиционных и трехпозиционных систем, их параметры настройки и показатели качества регулирования.

37. Дайте понятие импульсной системы управления. Опишите с использованием графиков виды импульсной модуляции. Опишите достоинства импульсных систем.

38. Дайте понятие цифровой системы управления, дискретизации сигнала по времени и по уровню. Из чего складывается период дискретизации по времени в цифровых системах?

39. Каким образом можно обосновать возможность исследования цифровых систем как непрерывных?

40. Дайте понятие моделирования. Дайте характеристику натурному, физическому и математическому моделированию. Запишите алгоритм моделирования звена 2-го порядка методом Эйлера. Опишите порядок анализа и синтеза систем путем моделирования на ЭВМ.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебное пособие написано на основании многолетнего опыта чтения лекций, проведения практических и лабораторных занятий, руководства курсовыми работами для студентов агроэнергетического факультета БГАТУ специальности 1–74 06 05 «Энергетическое обеспечение сельскохозяйственного производства». Естественным продолжением дисциплины «Основы автоматизики» является специальная дисциплина «Автоматизация технологических процессов».

Для специализации 1–74 06 05 02 «Автоматизация технологических процессов и установок» продолжением курса являются также дисциплины «Моделирование и оптимизация систем автоматизики», «Цифровые устройства управления», «КИП систем автоматизики», «АСУ ТП в АПК», «Монтаж, наладка и эксплуатация средств автоматизики». Это позволяет конкретизировать и дополнить знания и умения, полученные при изучении дисциплины «Основы автоматизики».

Опыт показывает, что студенты, заинтересованные в дополнительном изучении разделов курса, обращаются к литературе, предложенной автором, и другой литературе по теме обучения.

Курс является кратким, однако создает базу знаний для дальнейшего освоения предмета с пониманием стоящих проблем. Процесс учебы продолжается и при практической работе специалистов, посвятивших себя нелегкой и сложной профессии автоматчика.

Автор выражает благодарность инженерам-программистам Е.Н. Музыченко и Т.А. Костиковой за оформление этого учебного пособия при подготовке его к изданию.

## Литература

1. Основы автоматики : методич. указания к курсовой работе для специальности С.03.02 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства». — Мн.: БАТУ, 2001. — 101 с.: ил.
2. Основы автоматики : методич. указания для студентов-заочников к курсовой работе для специальности С.03.02 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства». — Мн.: ротапринт БАТУ, 1998.
3. Основы автоматики. Математическое описание и характеристики звеньев систем автоматического управления: методич. указания к лабораторным работам для студентов специальности С.03.02 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства». — Мн.: БАТУ, 2000. — 46 с.: ил.
4. Основы автоматики : Методич. указания для студентов-заочников к контрольной работе для специальности С.03.02 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства». — Мн.: ротапринт БАТУ, 2001. — 67 с.: ил.
5. Основы автоматики. Исследование систем автоматического управления путем моделирования на ЭВМ : методич. указания к лабораторным работам для студентов специальности С.03.02 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства». — Мн.: БАТУ, 2000. — 39 с., ил.
6. Теория автоматического управления / Анхимюк В.Л., Опейко О.Ф., Михеев Н.Н. — Мн.: Дизайн ПРО, 2000. — 352 с.: ил.
7. Теория автоматического управления / Е.Н. Юревич — Л.: Энергия, 1975. — 416 с.: ил.
8. Теория автоматического управления : в 2 ч. Ч. 1. Теория линейных систем автоматического управления / Н.А. Бабанов [и др.]. — М.: Высш. шк., 1986. — 367 с.: ил.

9. Теория автоматического управления : в 2 ч. Ч. 2. Теория линейных систем автоматического управления / А.А. Воронов [и др.]. — М.: Высш. шк., 1986. — 504 с.: ил.

10. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования : учеб. пособие для вузов / Солодовников В.В., Плотников В.Н., Яковлев А.В. — М.: Машиностроение, 1985. — 536 с.: ил.

11. Турчак, Л.И. Основы численных методов : учеб. пособие / Л.И. Турчак, П.В. Плотников. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 304 с.: ил.