

Сеньков А.Г., к.т.н., доцент; Матвейчук Н.М., к.ф.-м.н.
УО «Белорусский государственный аграрный технический
университет», Минск, Республика Беларусь

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛОСКОЙ СТЕНЫ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛОВОМ ПРОЦЕССЕ

При разработке систем автоматического управления теплообменными агрегатами (в сельскохозяйственной отрасли – это хлебопекарные печи, пастеризаторы молока и др.), при исследовании происходящих в этих объектах нестационарных тепловых процессов необходимо учитывать динамику процесса переноса тепла из внутреннего объема данных объектов наружу через стены. Такие задачи возникают при управлении температурными режимами выпечки хлебобулочных изделий, пастеризации молока, когда необходимо выдержать во времени требуемый температурный режим. Математические методы описания этих процессов связаны с решением уравнений в частных производных, что неудобно для проектирования систем управления. Поэтому в данной работе на основе общеизвестных теоретических методов описания процесса теплопереноса получена численная математическая модель динамики изменения температуры плоской стены. Использование предлагаемой модели в дальнейшем послужит базой для исследования возможностей приближенного описания динамики теплопереноса с использованием параметрических методов идентификации и нейронных сетей с последующим синтезом соответствующих систем автоматического управления температурными режимами.

В качестве начальных условий имеем стационарный процесс переноса теплоты через плоскую стену. Толщина стены δ [м] много меньше ширины b [м] и высоты h [м]. Источники теплоты в самой стене отсутствуют ($q_v = 0$). Коэффициент теплопроводности стены λ [Вт/(м·К)] считаем постоянным. При учете теплопередачи излучение коэффициент излучения обеих поверхностей стены считаем равным $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$. Теплообмен излучением необходимо учитывать при передаче теплового потока от окружающей среды 1 – стенке и от стенки – окружающей среде 2 (см. рис. 1). Конвективным переносом тепла в прилегающих к стене слоях воздуха пренебрегаем.

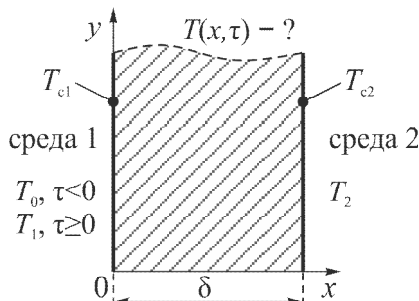


Рисунок 1 – Постановка задачи исследования динамики изменения температуры плоской стены

Для стационарного режима теплопередачи через стену с учетом закона Ньютона-Рихмана [1] получается следующая система уравнений с неизвестными значениями T_{c1} , T_{c2} температуры поверхностей 1 и 2 стены:

$$\begin{cases} \frac{\lambda}{\delta}(T_{c1} - T_{c2}) = \alpha_1(T_0 - T_{c1}) + \varepsilon_1\sigma(T_0^4 - T_{c1}^4), \\ \frac{\lambda}{\delta}(T_{c1} - T_{c2}) = \alpha_2(T_{c2} - T_2) + \varepsilon_2\sigma(T_{c2}^4 - T_2^4), \end{cases} \quad (3)$$

где T_0 , T_2 – температура, соответственно, среды 1 и 2, К;

α_1 , α_2 – коэффициенты теплопередачи, соответственно от среды 1 к стене и от стены к среде 2, Вт/(м²·К);

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная Стефана-Больцмана [1].

В момент времени, принимаемый за начальный, температура воздуха с одной стороны стены скачкообразно изменяется от значения T_0 до значения T_1 . Требуется найти температуру внутри стены как функцию координаты x и времени τ . В этом случае дифференциальное уравнение теплопроводности, начальное и граничное условия записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \partial T / \partial \tau &= a \cdot \partial^2 T / \partial x^2; \\ T(x) \Big|_{\tau=0} &= T_{c1} + (T_{c2} - T_{c1}) \cdot x / \delta; \\ -\lambda \cdot \partial T / \partial x \Big|_{x=0} &= \alpha_1(T_1 - T \Big|_{x=0}) + \varepsilon_1\sigma(T_1^4 - T^4 \Big|_{x=0}), \tau > 0; \\ -\lambda \cdot \partial T / \partial x \Big|_{x=\delta} &= \alpha_2(T \Big|_{x=\delta} - T_2) + \varepsilon_2\sigma(T^4 \Big|_{x=\delta} - T_2^4), \tau > 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где a – коэффициент температуропроводности материала стены, м²/с.

Система (2) представляет собой систему нелинейных неоднородных дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами. Численное решение данной системы на равномерной прямоугольной сетке с использованием абсолютно сходящейся неявной разностной схемы [0] позволяет найти распределение температуры по толщине стены (вдоль оси Ox , см. рис. 2а) и его изменение во времени (см. рис. 2б). Численное решение было реализовано в среде Matlab [2].

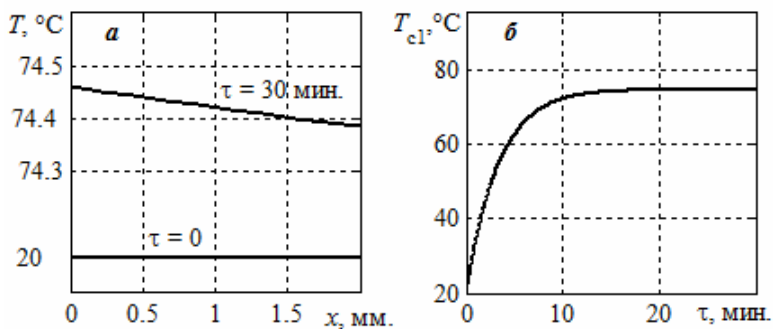


Рисунок 2 – Результаты численного моделирования изменения температуры стены толщиной 2 мм из нержавеющей стали

Как видно из рис. 2б, динамика нагрева стены при ступенчатом изменении температуры среды 1 приближенно соответствует аperiodическому звену.

Список использованных источников

1. Цветков Ф.Ф. Теплообмен: учебник для вузов / Ф.Ф. Цветков, Б.А. Григорьев. – М.: Издательский дом МЭИ, 2011. – 562 с., ил.
2. Дьяконов В.П. MATLAB. Полный самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.: ил.

Станишевский И.В., к.ф.-м.н., доцент
УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», Минск, Республика Беларусь
ОПРЕДЕЛЕНИЕ RLC-ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ
СИМПЛЕКС-МЕТОДОМ НЕЛДЕРА-МИДА

При решении многих научных проблем, в том числе технических, приходится сталкиваться с решением обратной задачи: нахождением коэффициентов и/или параметров уравнений точной или приближенной модели, описывающих реальную систему, по известным (например, экспериментально измеренным) значениям величин моделирующих