

УДК 621.792

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИКЛА ТЕРМИЧЕСКОГО КОНТАКТА ЖИДКОЙ ЧАСТИЦЫ МАТЕРИАЛА ФЕРРОПОРОШКА С ОСНОВОЙ ПРИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ НАПЛАВКЕ

Л.М. КОЖУРО, д.т.н., профессор (БГАТУ); А.П. РАКОМСИН (ГП МАЗ)

Процесс формирования покрытия при электромагнитной наплавке (ЭМН) [1] объединяет явления различной физической природы. К числу важнейших следует отнести структурные и фазовые превращения, условия протекания которых определяют структуру и физико-механические свойства покрытий. Формирование покрытия прежде всего связано с процессами кристаллизации и охлаждения капель расплава частиц ферропорошка при их взаимодействии с основой.

Решение задачи кристаллизации жидкой частицы при ЭМН точными аналитическими методами не предоставляется возможным [2]. Это обусловлено

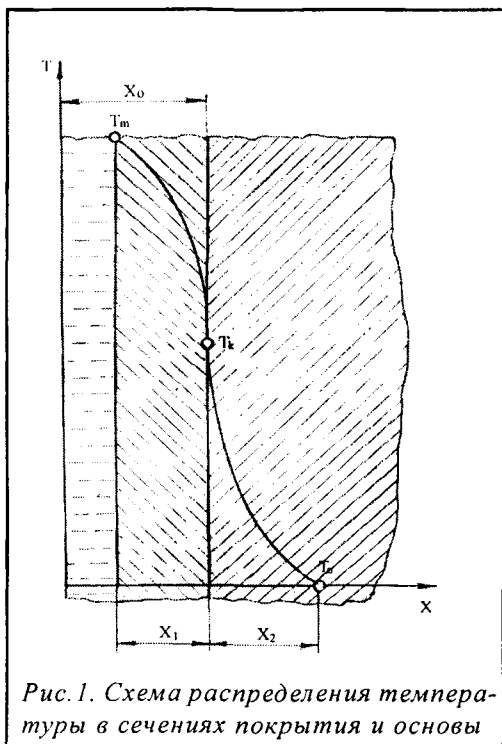


Рис. 1. Схема распределения температуры в сечениях покрытия и основы

нелинейностью граничных условий, конечными размерами тел, изменением теплофизических свойств покрытия и основы. Поэтому для изучения теплообмена в контакте основы с жидкой каплей расплава

порошка воспользуемся приближенным методом А.И. Вейника [3].
Рассмотрим задачу кристаллизации и охлаждения жидкой частицы порошка на основе. Математическая модель процесса кристаллизации и охлаж-

дения жидкой частицы включает в себя систему уравнений, описывающих температурное поле в покрытии и основе, начальные условия (распределение температуры по сечению тел в начальный момент времени), граничные условия теплового взаимодействия системы тел основа-покрытие-окружающая среда, геометрические параметры (размеры, конфигурация) и теплофизические свойства взаимодействующих тел.

Пусть в момент времени $t_0=0$ жидкий расплав, имеющий температуру кристаллизации T_m , соприкасается с массивной основой, имеющей начальную температуру T_0 (рис.1). Поля температур в затвердевшем объеме покрытия и основы можно представить в виде следующих функций [3]:

$$T_1 = -(T_m - T_k) \left(\frac{x}{x_1} \right)^{n_1} + T_m;$$

$$T_2 = (T_k - T_0) \left(\frac{x}{x_2} \right)^{n_2} + T_0,$$

где x_1 - толщина закристаллизовавшейся капли к моменту времени t ; x_2 - глубина прогретого слоя основы в тот же момент времени; T_k - температура в точке контакта; T_m - температура кристаллизации жидкого расплава; n_1 и n_2 - параметры кривой.

Точка контакта находится в тепловом равновесии, т.е.

$$d\dot{Q}_1 = d\dot{Q}_2 \quad (1)$$

Уравнение теплового баланса для единицы длины формируемого покрытия имеет следующий вид:

$$dQ_1 = dQ_{A1} + dQ_m \quad (2)$$

Левая часть уравнения (2) выражает накопление теплоты в покрытии сечением F в единицу времени

$$dQ_1 = \lambda_1 n_1 \frac{T_m - T_k}{x_1} F dt,$$

где λ_1 - коэффициент теплопроводности материала

частицы.

Первый член правой части уравнения (2) представляет собой количество аккумулированной теплоты покрытием сечением F

$$dQ_{A1} = \frac{1}{n_1 + 1} F \rho_1 C_1 (T_m - T_k) dx_1,$$

где ρ_1, C_1 - соответственно плотность и теплоемкость материала частицы.

Второй член правой части уравнения (2) равен количеству теплоты кристаллизации покрытия сечением F

$$dQ_m = FL\rho_1 dx_1,$$

где L - скрытая теплоты кристаллизации.

Уравнение теплового баланса нагрева основы можно представить как

$$dQ_2 = dQ_{A2} \quad (3)$$

Левая часть уравнения (3) представляет собой накопление теплоты в основе в единицу времени

$$dQ_2 = \lambda_2 n_2 \frac{T_m - T_k}{x_2} F dt,$$

где λ_2 - коэффициент теплопроводности материала основы.

Правая часть уравнения (3) выражает количество аккумулированной теплоты основой

$$dQ_{A2} = \frac{1}{n_2 + 1} \rho_2 C_2 (T_k - T_o) dx_2,$$

где ρ_2, C_2 - соответственно плотность и теплоемкость материала основы.

Равенство (1) можно переписать в виде

$$\lambda_1 n_1 \frac{T_m - T_k}{x_1} = \lambda_2 n_2 \frac{T_k - T_o}{x_2} \quad (4)$$

или

$$\frac{1}{n_1 + 1} \rho_1 C_1 (T_m - T_k) + L \rho_1 x_1 = \frac{1}{n_2 + 1} \rho_2 C_2 x_2 (T_k - T_o) \quad (5)$$

Выразив из (4) разность температур и подставив в (5), получим следующее квадратное уравнение:

$$\beta v^2 - \gamma v - (1 + \gamma) = 0, \quad (6)$$

где приняты следующие обозначения:

$$\beta = \frac{1}{k_\varepsilon^2} \frac{n_2(n_1 + 1)}{n_1(n_2 + 1)}; \quad k_\varepsilon = \frac{\sqrt{\lambda_1 C_1 \rho_1}}{\sqrt{\lambda_2 C_2 \rho_2}}; \quad v = \frac{\lambda_1 n_1 x_2}{\lambda_2 n_2 x_1};$$

$$\gamma = (n_1 + 1) \frac{L}{C_1 (T_m - T_o)}.$$

Решению уравнения (6) соответствует корень

$$v = \frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 + 4\beta(1 + \gamma)}}{2\beta}$$

Так как $n = \text{const}$, то постоянной будет и температура контактной поверхности, определяемая выражением

$$T_k = \frac{vT_m + T_o}{1 + v}.$$

Запишем дифференциальное уравнение теплового баланса для покрытия

$$\lambda_1 n_1 \frac{T_m - T_k}{x_1} dt = \frac{1}{n_1 + 1} \rho_1 C_1 (T_m - T_k) dx_1 + L \rho_1 dx_1. \quad (7)$$

Интегрируя (7), получим полное время кристаллизации слоя расплава толщиной x_o .

$$t^* = \left[\frac{1}{n_1(n_1 + 1)} + \frac{L}{n_1 C_1 (T_m - T_k)} \right] \frac{x_o^2}{2a_1} + C, \quad (8)$$

где $a_1 = \frac{\lambda_1}{\rho_1 C_1}$ - коэффициент температуропроводности материала порошка; C - постоянная интегрирования, определяемая из начального условия: при $t=0, x_1=0$ и $C=0$.

Рассмотрим теперь охлаждение покрытия, связанное с теплоотдачей в глубь основы и окружающую среду.

При охлаждении покрытие теряет количество тепла

$$dQ = -F x_1 \rho_1 c_1 dT_1. \quad (8)$$

Часть тепла аккумулируется основой, остальное отдается в окружающую среду. Количество аккумулированного основой тепла равно

$$dQ_A = \frac{1}{n_2 + 1} F x_2 \rho_2 c_2 d(T_1 - T_2) + F x_2 \rho_2 c_2 dT_2. \quad (9)$$

Количество тепла, выделенное покрытием в окружающую среду равно

$$dQ_{окр} = \alpha_1 F T_1 dt, \quad (10)$$

где α_1 - коэффициент теплоотдачи с наружной поверхности покрытия.

Коэффициент теплоотдачи α определяется в зависимости от способа охлаждения наплавляемой детали. При вынужденном охлаждении детали

$$\alpha = f(\text{Re}, \text{Pr}),$$

где Re, Pr - соответственно число Рейнольдса и Прандля.

При ламинарном режиме течения жидкости для плоской щели

$$\alpha = \frac{\text{Nu} \cdot \lambda}{d},$$

где d - диаметр трубопровода, Nu - среднее значение числа Нуссельта, определяемое из выражения

$$Nu = 1,85 \left(Pe \cdot \frac{2d}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ при } Pe \cdot \frac{2d}{L} > 70,$$

$$Nu = 7,5 \left(Pe \cdot \frac{2d}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ при } Pe \cdot \frac{2d}{L} < 70,$$

где L - диаметр трубопровода; Pe - число Пекле.

Полное количество тепла, отданное покрытием

$$dQ_1 = dQ_A + dQ_{\text{окр}}. \quad (11)$$

Это же количество тепла передается через контактную поверхность и определяется из уравнения теплопроводности Фурье

$$dQ_1 = \lambda_2 n_2 \frac{T_1 - T_2}{x_2} F dt. \quad (12)$$

Из уравнений (9)...(12) получаем

$$\left. \begin{aligned} x_1 \rho_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} + \frac{\lambda_2 n_2}{x_2} (T_1 - T_2) &= 0; \\ \left(x_1 \rho_1 c_1 + \frac{x_2 \rho_2 c_2}{n_2 + 1} \right) \frac{dT_1}{dt} + \left(\frac{n_2}{n_2 + 1} x_2 \rho_2 c_2 \right) \cdot \frac{dT_2}{dt} + \alpha_1 T_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Решение системы дифференциальных уравнений (13) имеет вид

$$T_1 = \frac{A_1 P_1 + B_1}{A(P_1 - P_2)} \cdot e^{P_1(t-t^*)} + \frac{A_1 P_2 + B_1}{A(P_2 - P_1)} \cdot e^{P_2(t-t^*)};$$

$$T_2 = \frac{A_2 P_1 + B_2}{A(P_1 - P_2)} \cdot e^{P_1(t-t^*)} + \frac{A_2 P_2 + B_2}{A(P_2 - P_1)} \cdot e^{P_2(t-t^*)},$$

где P_1 и P_2 - корни характеристического уравнения $AP^2 + BP + C = 0$;

$$A = x_1 \rho_1 c_1 \frac{n_2}{n_2 + 1} x_2 \rho_2 c_2;$$

$$B = x_1 \rho_1 c_1 \alpha_1 + \frac{\lambda_2 n_2}{x_2} (x_1 \rho_1 c_1 + x_2 \rho_2 c_2);$$

$$C = \frac{\lambda_2 n_2}{x_2} \alpha_1;$$

$$B_1 = \left[x_1 \rho_1 c_1 \left(\alpha_1 + \frac{\lambda_2 n_2}{x_2} \right) + \frac{n_2}{n_2 + 1} b_2^2 \right] T_{10} + \frac{\lambda_2 n_2}{x_1} \frac{n_2}{n_2 + 1} x_2 \rho_2 c_2 T_{20};$$

$$B_2 = \left(x_1 \rho_1 c_1 \frac{\lambda_2 n_2}{x_2} + \frac{n_2}{n_2 + 1} b_2^2 \right) T_{10} + \frac{n_2^2}{n_2 + 1} b_2^2 T_{20},$$

где T_{10} , T_{20} - соответственно избыточные температуры покрытия и основы в момент времени

$$t = t^*; b_2 = \sqrt{\rho_2 C_2 \lambda_2}.$$

На основании полученных выражений (1)...(13) с помощью пакета прикладных программ MATHCAD PLUS 6.0 и MATHEMATICA 2.2 осуществили расчет термического цикла контакта капля расплава частиц ферропорошка с основой. Результаты расчетов представлены на рис.2.

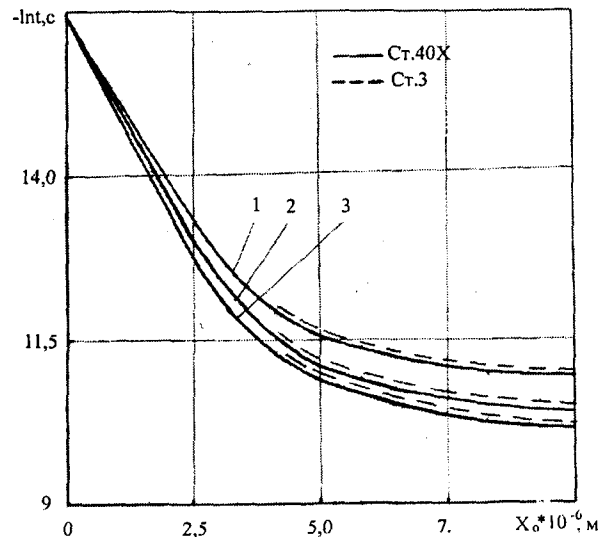


Рис. 2. Продолжительность кристаллизации капля расплава частиц ферропорошков Сталь45-1%B (1), Fe-9%B (2), Р6М5 (3) по толщине покрытия.

Анализ последних показывает, что продолжительность кристаллизации капля расплава порошка находится в степенной зависимости от величины начальной температуры основы T_0 . При кристаллизации капля различной толщины характер этой зависимости не изменяется. Как следует из выражения (8), аналогичное влияние на изменение временного интервала кристаллизации капля оказывает ее начальная температура T_m .

Таким образом, приведенные результаты позволяют количественно оценить влияние основных теплофизических параметров материалов покрытия и основы на продолжительность цикла термического взаимодействия. Изменяя путем варьирования данных параметров интенсивность теплового потока в направлении плоскости контакта капли расплава с основой, можно получить требуемое время кристаллизации, что создаёт предпосылки для регламентированного управления процессом ЭМН.

Литература

1. Ящерицын П.И., Кожуро Л.М., Ракомсин А.П. и др. Технологические основы обработки изделий в магнитном поле. Мн., 1997.
2. Есьман Р.И., Бахмат В.А., Королев В.М. Теплофизика литейных процессов. Мн.: Беларуская навука, 1998.
3. Вейник А.И. Приближенный расчет процессов теплопроводности. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1959.