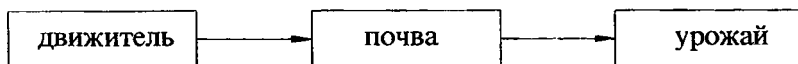


МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПЛОТНЕНИЯ ПОЧВ И УСТОЙЧИВОСТИ АГРОЭКОСИСТЕМ

Ю. В. Чигарев (БАТУ)

Современное сельскохозяйственное производство функционирует в условиях дефицита природных ресурсов, проблемы сохранения окружающей среды, усложняющейся структуры экологических связей. Поэтому объекты сельскохозяйственных исследований требуют целостного (холистического) восприятия. Так, для описания жизни растений в целом недостаточно, например, знать в отдельности процессы фотосинтеза, протекающие в листьях растений, развития корневой системы, обусловленное физико-химическими свойствами почв, и другое. Здесь важно иметь синтезирующее описание, которое бы позволило объединить различные факторы, увидеть перспективы развития растений.

Такое описание, близкое к достоверному процессу, можно проводить с помощью математических моделей. Известна структурная модель взаимодействия:



в которой каждый блок модели представлен в виде уравнений, описывающих физические свойства изучаемых объектов. Детализация явлений, протекающих в данном процессе, будет зависеть от поставленной цели и возможности современного математического аппарата. В деградации почв особую роль играет колесный движитель, который в модели взаимодействия может быть описан свойствами пневматического колеса. Наиболее характерными деформациями колеса при движении по почве будут упругие или вязкоупругие. В большинстве практических задач колесо достаточно считать упругим, т. е. подчиняющимся закону Гука.

В одномерном случае

$$\sigma = E_{\mu} \varepsilon, \quad (1)$$

где σ — напряжение; ε — относительная деформация; E_{μ} — модуль упругости.

В отдельных случаях напряженное и деформированное состояние колеса удобно представлять упруговязкой моделью Максвелла:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\mu} \quad (2)$$

или Кельвина-Фойхта

$$\sigma = E\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon}, \quad (3)$$

где μ — коэффициент вязкости; $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt$; $\dot{\sigma} = d\sigma/dt$; t — время.

Часто в задачах о деформировании почвогрунтов используется модель обобщенной вязкоупругой среды

$$\mu_1 \varepsilon + \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E_D} + \mu_1 \frac{\sigma}{E_C},$$

где E_D — динамический модуль упругости; E_C — статический модуль упругости;

$$\mu_1 = \frac{E_D E_C}{(E_D - E_C)\mu} \text{ — параметр вязкости.}$$

Почва является сложной, многокомпонентной средой, деформирование которой, как правило, характеризуется остаточными деформациями. Упругие модели могут быть использованы для описания сильно уплотненных почв и подпахотного слоя.

Вязкопластическое поведение почвы описывается моделью Бингама-Шведова.

$$\sigma = k + \mu\dot{\varepsilon}, \quad (4)$$

где k — коэффициент пластичности.

Для более точного физического описания процесса деформирования почвы нужна модель, которая учитывала бы структурные особенности почвы. Четыре фазы почвы – твердая, жидкая, газообразная и органическая — в процессе деформирования ведут себя по-разному. Органические частицы (корневая система здесь не рассматривается) занимают 1% от выбранного объема почвы, и поэтому при построении реологической модели ими можно пренебречь.

Составим уравнения реологии для трех фаз почвы.

Деформация выбранного объема почвы будет

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \alpha_1 + \varepsilon_2 \alpha_2 + \varepsilon_3 \alpha_3, \quad (5)$$

где ε_i , α_i ($i=1,2,3$) — деформация и концентрация фаз почвы, соответственно, газообразной, жидкой и твердой.

Для механической модели, представленной на рис. 1,

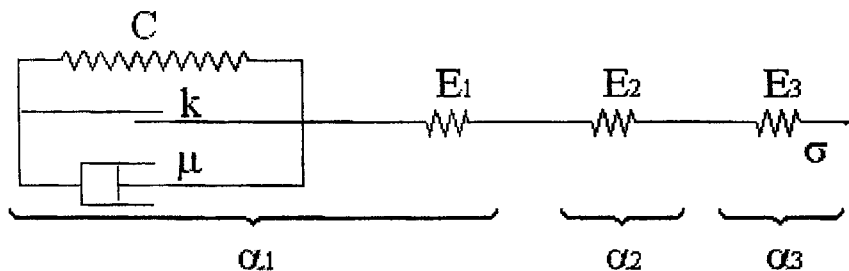


Рис. 1.

уравнение состояния почвы будет

$$\dot{\varepsilon} = \alpha_1 \left(\frac{\sigma - k - \varepsilon \mu}{\mu} + \frac{\dot{\sigma}}{E_1} \right) + \alpha_2 \frac{\dot{\sigma}}{E_2} + \alpha_3 \frac{\dot{\sigma}}{E_3}, \quad (6)$$

где E_1 , E_2 , E_3 — модули упругости газообразной жидкой и твердой фаз; C — коэффициент упрочнения почвы.

Так как давление на почву, создаваемое сельскохозяйственными машинами,

не превышает 10 атмосфер, то твердую и жидкую фазы можно считать несжимаемыми. В этом случае уравнение состояния упрощается:

$$\dot{\varepsilon} = \alpha_1 \left(\frac{\sigma - k - \varepsilon c}{\mu} + \frac{\dot{\sigma}}{E_1} \right). \quad (7)$$

Государственные стандарты по технике сельского хозяйства предусматривают нормы воздействия движителей на почву. Эти нормы устанавливают максимальное значение давления колеса (гусеницы) на почву, что может гарантировать ее экологобезопасное агротехническое повреждение.

Для аналитической оценки давлений движителя на почву необходимо решать контактную задачу. Обычно решение контактной задачи проводят с помощью метода сопряжения [3]. В результате решения плоской задачи [1] получим значения контактных напряжений в зоне загрузки:

$$\sigma = \left(k + \frac{2\sigma^* \omega T_p}{\alpha_1} \right) \left[1 - l \frac{a_l - x_0}{T_p V} \right], \quad (8)$$

где

$$\sigma^* = \frac{E_u E}{2r(E_u + E)} \sqrt{\frac{P_0 r (E_u + E)}{E_u E} - x_0^2};$$

r — статический радиус колеса; P_0 — величина, выраженная отношением осевой нагрузки к ширине колеса; x_0 — координата точки линии контакта; a_l — проекция на ось OX линии контакта в зоне загрузки; T_p — период релаксаций в почве; V — скорость от колеса.

Формула (8) включает все основные параметры процесса взаимодействия движителя с почвой и дает возможность проследить влияние каждого реологического свойства и кинематических характеристик на изменение контактных напряжений в

зоне загрузки. Контактные напряжения зависят также от объема свободного пространства, т. е. аэробных условий. Таким образом, данная модель взаимодействия учитывает не только реологические свойства контактируемых тел, но и пористое строение почвы, т. е. ее биологическую активность.

Большую роль в жизнедеятельности корневой системы растений и микроорганизмов играет структура подпахотного слоя, которая в процессе воздействия движителя на почву ухудшается в результате уплотнения. Поэтому важно знать, какое напряженное состояние возникает в подпахотном слое от того или иного движителя. Практика показывает, что распределение напряжений по глубине H вдоль оси OZ удобно описывать уравнением параболического типа [1]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = B \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2}, \quad (9)$$

где z — координата по оси OZ , B — коэффициент скорости передачи напряжений на почвенный скелет.

В случае выполнения условий

$$\sigma(t=0)=0; \sigma(H=0,t)=\sigma_m; \sigma(H,t)=\sigma_H$$

и стационарного характера распределения напряжений в слое H , решение уравнения (9) с учетом (8) в точке $X_0=0$ будет

$$\sigma(z) = \left(k + \frac{2\sigma^* \omega T_p}{\alpha_1} \right) \left[1 - I^{-a_1/T_p V} \left(1 - \frac{z}{H} \right) \right], \quad (10)$$

здесь значения z изменяются от нуля до H .

Произведение первых двух скобок выражает значение контактного напряжения, определяемого в точках $x_0=0, Z=0$.

С практической точки зрения интерес представляют напряжения, которые распространяются вдоль оси Z до глубины $H=1, 0$ м.

Деградация почв ведет не только к уменьшению плодородия, но и к изменению

состояния агроэкосистем. Энергетический цикл агроэкосистем отличается от природных биоценозов тем, что имеет внешнее механическое воздействие со стороны сельскохозяйственных машин и агрегатов. Для восстановления трофических и других биологических связей агроэкосистемы необходимо подпитывать элементами питания, обеспечивать севооборот, регулировать интенсивность антропогенного воздействия и т. д. Агроэкосистемы находятся под управлением человека, и это не дает им возможности находиться в состоянии устойчивого природного равновесия, присущего для ненарушенных биоценозов.

Устойчивость состояния агроэкосистем зависит во многом от физико-механических свойств почвы, которые во многом будут определяться давлениями на почву со стороны сельскохозяйственных деформаторов, т. е. напряженным состоянием.

Рассмотрим реакцию агроэкосистемы, которую будем описывать линейным динамическим уравнением при нестационарном внешнем давлении на почву со стороны сельскохозяйственного движителя. Уравнение запишем [2]

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + k_0x = P(t) ,$$

где m — масса колеблющихся частиц почвы под действием давлений $P(t)$, k_0 — жесткость скелета, x — контактные напряжения.

Возмущение $P(t)$ можно считать случайным, что соответствует реальным процессам. Полагая

$$\omega_0^2 = \frac{k_0}{m}, \quad \frac{\mu}{m} = 2\omega_0\beta; \quad \frac{P(t)}{m} = Z(t) ,$$

получим:

$$\ddot{x} + 2\omega_0\beta\dot{x} + \omega_0^2x = Z(t) .$$

Решение данного уравнения получим в виде

$$x(t) = x(t_0)x_1(t-t_0) + \dot{x}(t_0)x_2(t-t_0) + \int_{t_0}^t h(t-\tau)z(\tau)d\tau, ..$$

где

$$x_1(t) = I^{-\beta\omega_0 t} \left(\cos \omega + \frac{3\omega_0}{\omega} \sin \omega t \right);$$

$$x_2(t) = \frac{1}{\omega} I^{-\beta\omega_0 t} \sin \omega t;$$

$$h(t) = x_2(t);$$

$$\bar{\omega} = \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}; \quad 0 < \beta < 1.$$

Обычная процедура дает возможность получить математическое ожидание $m_x(t)$ и дисперсию $D_x(t)$ данного процесса.

В случае нормального распределения вероятность того, что x лежит в малом интервале от x до $x + dx$ и момент t определяется выражением

$$\rho(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_k}} l x_p \left\{ -\frac{(x - m_k)^2}{2D_k^2} \right\} d,$$

где $\rho(x)$ — плотность вероятности малых отклонений от среднего значения m_x для $x(t)$. При больших отклонениях от среднего значения для обеспечения устойчивого состояния агроэкосистем желательно знать вероятность того, что контактное напряжение превзойдет величину, допускаемую экологобезопасной несущей способностью почвы:

$$L\left[|x(t) - m_x(t)| > kD_x(t)\right] = 1 - \text{erf} \frac{k}{\sqrt{2}},$$

где erf — интеграл вероятности.

Если распределение контактных напряжений не является нормальным, то вероятность больших отклонений от среднего значения, согласно неравенства Чебышева, будет

$$L\left[|x(t) - m_x(t)| > kD_x(t)\right] \leq \frac{1}{k^2}.$$

Таким образом, представленные модели дают возможность оценивать процесс взаимодействия сельскохозяйственных деформаторов с почвой и судить о динамическом состоянии агроэкосистемы.

Литература

1. Галин Л.Д. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980.
2. Кацыгин В.В., Чигарев Ю.В. Моделирование агротехнических систем и их динамические свойства.
3. Скотников В.А., Чигарев Ю.В. Аналитическое моделирование агротехнических свойств машин /Техника в сельском хозяйстве, №2, 1990.

ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИЗАЦИИ ВНЕСЕНИЯ МИНЕРАЛЬНЫХ УДОБРЕНИЙ

Эдмунд Камински (ИБМЭР, Республика Польша)

В последние годы в Польше отмечено значительное снижение расхода минеральных удобрений, а именно: в чистом компоненте — с 3029 тыс. тонн в 1989/90 гг. — до 1575 тыс. тонн в 1996/97 гг., что в пересчете на 1 га составляет снижение со 182 кг/га до 88 кг/га.

Рассматривая расход минеральных удобрений в мире, надо подчеркнуть, что он подвергался большим колебаниям во многих развитых странах. И так, в последнее десятилетие в таких странах, как Япония, Германия, Голландия, и других расход удобрений уменьшился. Немного по-другому складывается предложение пестицидов. Считанное в товарной массе увеличилось с 19 435 тонн в 1990 году до 25 612 тонн в 1997 году.

Поставляемые сельскому хозяйству минеральные удобрения и пестициды