кормов возросла.

В целом, при улучшении ряда показателей расхода незамеченных ресурсов конкурентоспособность отрасли остается неустойчивой.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ MATLAB В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ УСЛОВИЙ АПК

Астрахан Б.М., к.т.н., доцент БГАТУ, г. Минск

Общеизвестный вид задачи оптимизации: определить максимум функции цели

$$f = f(x) = \sum_{j \in J} c_j * x_j \rightarrow \max \qquad (1)$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} * x_j \le B_i, \quad i \in I_1; \qquad (2)$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} * x_j \ge D_i, \quad i \in I_2; \qquad (3)$$

где в общем случае: J – множество отраслей предприятия, I_1 - множество видов ресурсов, I_2 - множество видов плановых (технологических) заданий, переменные x_j здесь и в дальнейшем предполагаются неотрицательными.

Подробно экономический смысл соотношений (1) – (3) для предприятий АПК изложен в [5]. Решение подобных задач в различных пакетах прикладных программ рассмотрено, например, в [1,4,9].

В настоящей статье рассматривается решение задач оптимизации в системе компьютерной математики *MATLAB* [2]. Преимуществом этой системы является универсальность и общедоступность, современный интерфейс, возможность решения задач с большим количеством переменных (в системе *EXCEL* 2000 – не более 200 [7]).

Методические вопросы решения простейших задач вида (1) – (3) рассмотрены, в частности, в [6].

В ряде случаев объем плановых заданий не соответствует объему имеющихся ресурсов, в силу чего рассматриваемая задача оказывается противоречивой, а процедура системы *MATLAB* **linprog** лишь сообщает об отсутствии решения (показатель **exitflag** = – 1), но не указывает величину необходимой коррекции объема ресурсов.

Для преодоления недостатка ресурсов и коррекции плановых заданий в [3] рекомендуется заменять задачу вида (1) – (3) на задачу

$$F = \sum_{j \in J} c_j * x_j - \sum_{i \in I_1} u_i * \Delta b_i - \sum_{i \in I_2} v_i * \Delta d_i \to \max \qquad (4)$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} * x_j \le (B_i + \Delta b_i), \quad i \in I1 \qquad (5)$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} * x_j \ge (D_i - \Delta d_i), \quad i \in I2 \qquad (6)$$

где Δb_i, Δd_i – величины коррекции объемов ресурсов и плановых заданий; u_i, v_i – (удельные) затраты на приобретение дополнительных ресурсов и потери, связанные с уменьшением плановых заданий, взятые с таким коэффициентом усиления, чтобы значительно превосходить коэффициенты c_j.

При решении в *MATLAB* задачи (4) – (6) относительно основных n переменных x_j, неизвестным величинам Δb_i , Δd_i можно поставить в соответствие дополнительные переменные x_{n+i}. Если при этом нужно корректировать только объемы ресурсов или только объемы плановых заданий, то переменные соответствующие некорректируемым величинам или не включаются в соотношения, или входят в функцию цели с существенно большими коэффициентами.

В качестве примера рассмотрим задачу [9, с.80] (x_1, x_2 – объемы производства, f – прибыль)

$$f = 40\,x_1 + 60\,x_2 \to \max$$
$$2\,x_1 + 4\,x_2 \le 2000,$$
$$4\,x_1 + x_2 \le 1400,$$
$$2\,x_1 + x_2 \le 800.$$

Тогда вводя информацию и выполняя процедуру решения в *MATLAB*

```
>> f = [– 40  – 60]
>> A = [2  4;  4  1;  2  1]
>> b = [ 2000  1400  800]
```

>> lb = [0   0]

>>[x, fval, exitflag, output, lambda] = linprog(f, A, b, [], [], lb)

получаем

$$x_1 = 200, \quad x_2 = 400. \tag{7}$$

Пусть теперь для объемов производства должны выполняться задания $x_1 \geq 500$, $x_2 \geq 600$. Если эти задания являются обязательными и корректировать можно только объемы ресурсов, то обозначим $x_3 = \Delta b_1$, $x_4 = \Delta b_2$, $x_5 = \Delta b_3$. Примем коэффициенты затрат равными 100. Тогда

>> f = [–40 –60   100   100   100]

>> A = [2 4 –1 0 0; 4 1 0 –1 0; 2 1, 0 0 –1; –1 0 0 0 0; 0 –1 0 0 0]

>> b = [2000 1400 800 –500 –600]

>> lb = [0 0 0 0 0]

Получаем $x_1 = 500$, $x_2 = 600$, $x_3 = 1400$, $x_4 = 1200$, $x_5 = 800$. Следовательно, для выполнения заданий объемы ресурсов следует увеличить на величины $\Delta b_1 = 1400$, $\Delta b_2 = 1200$, $\Delta b_3 = 800$.

Если задания можно корректировать, то примем $x_6 = \Delta d_1$, $x_7 = \Delta d_2$.

Вводим информацию (вектор **b** не меняется, матрица **A** показана на рис.1)

>> f = [–40 –60   100*ones(1,5)]

>> lb = [zeros(1,7)]

Тогда $x_1 = 200$, $x_2 = 400$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$, $x_5 = 0$, $x_6 = 300$, $x_7 = 200$.

	1	2	3	4	5	6	7
1	2	4	-1	0	0	0	0
2	4	1	0	-1	0	0	0
3	2	1	0	0	-1	0	0
4	-1	0	0	0	0	-1	0
5	0	-1	0	0	0	0	-1

Рис.1. Матрица **A** в случае поиска величин Δb_i, Δd_i

Следовательно, при имеющихся объемах ресурсов задания должны быть уменьшены на величины $\Delta d_1 = 300$ и $\Delta d_2 = 200$.

Особенностью АПК является то, что коэффициенты c_j являются случайными величинами и могут колебаться в широких пределах. Известны способы нахождения диапазонов c_j , в которых значения переменных x_j остаются неизменнными. Но при их нахождении полагают, что каждый коэффициент меняется отдельно в своем диапазоне. Если же происходит изменение всей совокупности коэффициентов в этих диапазонах, то результат может быть совсем другим. В нашем примере диапазоны составляют [9]: $c_1 \in [30;\ 120]$, $c_2 \in [20;\ 80]$. Однако, например, при значениях, входящих в эти диапазоны

$$c_1 = 33, \quad c_2 = 69 \tag{8}$$

получаем

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 500. \tag{9}$$

Поэтому решение задачи (1) – (3), как задачи оптимизации с детерминированными параметрами, может сильно отличаться от реальной ситуации. В связи с этим представляется целесообразным в случае задачи стохастического программирования в условиях риска [4] провести имитационное моделирование. За выходные параметры могут быть приняты средние значения переменных x_j. Пусть в рассматриваемом примере известно, что коэффициенты c_1 и c_2 являются случайными величинами, которые распределены по нормальному закону с математическими ожиданиями: $m[c_1]$ = m1, $m[c_2]$ = m2 и среднеквадратическими отклонениями $s[c_1]$ = s1, $s[c_2]$ = s2. Вариант простейшей программы имитационного моделирования представлен на рис. 2.

Обычно при постановке задачи (1) – (3) нет возможности учесть все факторы. К ним, в частности, можно отнести желательность минимально возможного отклонения решений при прогнозируемых и конкретных условиях.(x^0_j и x_j соответственно). В таких случаях рекомендуется [8] принять в качестве новой функции цели функцию (10)

$$F(x) = -[f(x)]^2 + L^2 * (1 + \sum (x_j - x_j^0)^2) \rightarrow \min \tag{10}$$

где функция $f(x)$ соответствует соотношению (1) для прогнозируемых условий, а величина L является условной оценкой затрат на возможную перестройку решения.

C:\MATLAB6p5\WORK\srednee.m

File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help

```
y=[0 0]
n=input('число прогонов n=    ')
for i=1:n
c=[-s1*randn-m1 -s2*randn-m2];
x=linprog(c,A,b,[],[],lb);
y=y+x';
end
y=y/n
```

Рис. 2. Вариант программы имитационного моделирования

Для решения задачи (10), (2), (3) в рассматриваемом примере, если учитываемым факторам соответствует решение (7), а факторы, воздействие которых трудно учесть, могут вызвать соотношения (8) и, следовательно, потребовать решение (9), применим процедуру

x = fmincon('Fun', x0, A, b, [], [], lb) (11)

где **Fun** – имя файл – функции, которая описывается процедурой (рис.3)

C:\MATLAB6p5\work\fun.m

File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help

```
function F=fun(x)
global m x0 L
F=-(m*x')^2+L^2*(1+(x(1)-x0(1))^2+(x(2)-x0(2))^2);
```

Рис.3. Файл – функция для процедуры **fmincon**

Применяя процедуру (11) получаем зависимости $x_1(L)$, $x_2(L)$ (рис.4)

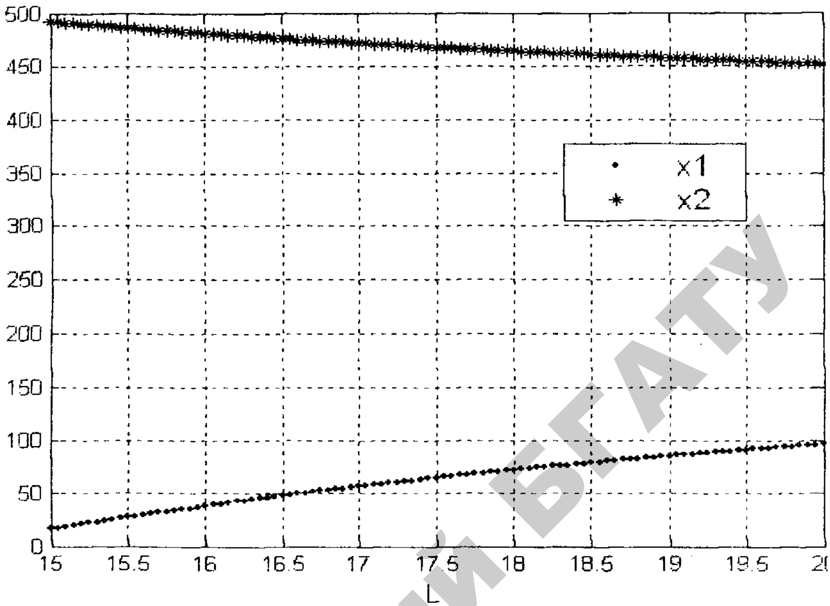

Рис.4. Зависимость величин x_1 (нижний график) и x_2 (верхний график) от L

Итак, если прогнозируемым условиям соответствует решение (7), а затем в конкретных условиях может потребоваться решение (9), то целесообразно предложить решение согласно рис.4.

Из вышеизложенного следует, что система *MATLAB* позволяет рассматривать различные варианты постановки задачи оптимизации исследуемого процесса в АПК, и, тем самым, получить взвешенное решение.

Литература:

1. Алгоритм решения задач симплексным методом (по программе LPX 88): методические указания для студентов очной и заочной форм обучения / БГАТУ, Кафедра моделирования и прогнозирования экономики АПК; сост. И.И. Леньков – Минск, 2002. – 28с.

2. Ануфриев, И.Е. Самоучитель MatLab 5.3/6.x / И.Е. Ануфриев – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2002. – 736с.: ил.

3. Еремин, И.И. Противоречивые модели производственного планирования // Число и мысль: сборник. Вып.10. – Москва:

Знание, 1987. С.28 – 53.

4. Костевич, Л.С. Математическое программирование. Информационные технологии оптимальных решений: учебное пособие / Л.С. Костевич. – Минск: Новое знание, 2003. – 424с.: ил.

5. Леньков, И.И. Экономико-математическое моделирование экономических систем и процессов в сельском хозяйстве / И.И. Леньков. – Минск: Дизайн ПРО, 1997. – 304с.: ил.

6. Методы оптимизации. Решение задач линейного программирования в системе MATLAB: методические указания для студентов очной и заочнойформ обучения /. БГАТУ, Кафедра моделирования и прогнозирования экономики АПК; сост. Б.М. Астрахан. – Минск. 2003. – 32с.

7. Рахмина, Г.В. Excel 2000. Руководство пользователя с примерами / Г.В. Рахмина – Москва: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 592с.

8. Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач: учебное пособие / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – Москва: Наука, 1986. – 288с.

9. Экономико-математические методы и прикладные модели: учебное пособие / В.В. Федосеев [и др.]; под ред. В.В. Федосеева. – Москва: ЮНИТИ, 2002. – 391с.