

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

МЕХАНИКА

*Учебно-методический комплекс
для студентов специальностей:
1-74 06 05-01 «Энергетическое обеспечение
сельского хозяйства»,
1-53 01 01-09 «Автоматизация технологических
процессов и производств»*

В двух частях

Часть 1

Минск 2009

**УДК 621.01(07)
ББК 30.112я7
М 55**

Рекомендовано методическим советом агроэнергетического
факультета

Протокол № 30 от 23 июня 2008 г.

Составители:

ст. преп. *Л.С. Жаркова* (модуль 0, 1, 2);
канд. техн. наук, доц. *В.Н. Основин* (модуль 2);
ст. преп. *Н.Н. Жаркова* (модуль 0, приложение)

Рецензенты:

зав. кафедрой «Теоретическая механика и теория механизмов
и машин» БГАТУ, д-р техн. наук, доц. *А.Н. Орда*;
зав. кафедрой «Детали машин и подъемно-транспортные
устройства» БГТУ, канд. техн. наук, доц. *С.Е. Бельский*

Механика : учеб.-метод. комплекс. В 2 ч. Ч. 1 / сост.:
М 55 Л.С. Жаркова [и др.]. – Минск : БГАТУ, 2009. – 92 с.

ISBN 978-985-519-073-9
ISBN 978-985-519-074-6 (Ч. 1).

**УДК 621.01(07)
ББК 30.112я7**

**ISBN 978-985-519-073-9
ISBN 978-985-519-074-6**

© БГАТУ, 2009

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| Предисловие..... | 4 |
| Модуль 0 Введение в дисциплину «Механика» | |
| 1. Научно-теоретическое содержание модуля..... | 5 |
| 1.1. Цели, задачи и структура дисциплины..... | 5 |
| 1.2. Правила безопасности при выполнении лабораторных работ..... | 7 |
| 1.3. Правила приближенных вычислений..... | 8 |
| 1.4. Вопросы для самоконтроля..... | 11 |
| Модуль 1 Статическое взаимодействие элементов конструкций | |
| 1. Научно-теоретическое содержание модуля..... | 12 |
| 1.1. Словарь основных понятий..... | 12 |
| 1.2. Основной теоретический материал..... | 12 |
| 1.3. Вопросы для самоконтроля..... | 13 |
| 2. Материалы для практических занятий..... | 15 |
| 2.1. Примеры решения типовых задач..... | 15 |
| 2.2. Рекомендации по решению задач на равновесие произвольной плоской системы сил аналитическим методом.... | 25 |
| 3. Задания для управляемой самостоятельной работы студентов. | 26 |
| 3.1. Методические рекомендации по выполнению РГР..... | 26 |
| 3.2. Расчетно-графическая работа № 1 «Определение реакций в опорах»..... | 26 |
| 4. Примеры разноуровневых заданий для контроля результатов обучения..... | 37 |
| Модуль 2 Основы оценки внутреннего состояния элементов конструкций | |
| 1. Научно-теоретическое содержание модуля..... | 40 |
| 1.1. Словарь основных понятий..... | 40 |
| 1.2. Основной теоретический материал..... | 41 |
| 1.3. Вопросы для самоконтроля..... | 43 |
| 2. Материалы к лабораторным работам..... | 44 |
| 3. Материалы к практическим занятиям..... | 67 |
| 3.1. Примеры решения типовых задач..... | 67 |
| 3.2. Последовательность построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по уравнениям..... | 77 |
| 3.3. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по характерным точкам..... | 79 |
| 3.4. Расчеты на прочность при изгибе..... | 80 |
| 4. Задания для управляемой самостоятельной работы студентов. | 82 |
| 5. Примеры разноуровневых заданий для контроля результатов обучения..... | 85 |
| Приложения..... | 88 |
| Литература..... | 91 |

ПРЕДИСЛОВИЕ

Механика – комплексная дисциплина, являющаяся основой общетехнической подготовки инженеров. Она включает в себя основные разделы теоретической механики, теории механизмов и машин, сопротивления материалов, деталей машин и основ конструирования.

Тематический раздел дисциплины «Механика» «Статическое взаимодействие элементов конструкций» представляет статику как один из разделов теоретической механики.

Раздел «Основы оценки внутреннего состояния элементов конструкций» охватывает основные разделы курса сопротивления материалов и рассматривает вопросы расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.

Раздел «Основы построения и исследования механизмов» базируется на основных положениях теории механизмов и машин – науки, изучающей общие методы кинематического и динамического анализа и синтеза механизмов, механику машин. Излагаемые в теории механизмов и машин методы используются для проектирования любого механизма (независимо от его назначения).

Несмотря на большое разнообразие машин и механизмов, используемых в различных областях техники, многие из них состоят из однотипных деталей и узлов. Детали и узлы, входящие в состав большинства машин и механизмов, являются предметом изучения раздела «Основы расчета и конструирования деталей машин».

В учебно-методический комплекс включены материалы, изучаемые на лекциях, рассматриваемые на практических и лабораторных занятиях, задания для управляемой самостоятельной работы студентов. Пособие позволяет самостоятельно приобрести опыт решения задач.

МОДУЛЬ 0 ВВЕДЕНИЕ В ДИСЦИПЛИНУ «МЕХАНИКА»

Изучив модуль, студенты должны знать:

цели и задачи дисциплины «Механика» и ее общую структуру;
правила безопасности при выполнении лабораторных работ;
правила приближенных вычислений;
уметь работать с литературой.

1. Научно-теоретическое содержание модуля

1.1. Цели, задачи и структура дисциплины

Цель изучения дисциплины «Механика» – научить будущих инженеров-электриков основам расчета и рационального проектирования элементов конструкций с обеспечением их надежности и работоспособности, сформировать базовые компетенции.

Задачи дисциплины «Механика» – подготовить современного мобильного специалиста, способного к освоению сложной и быстроизменяющейся техники, развить у студента широкое инженерное мышление и творческую интуицию.

Изучение дисциплины «Механика» обеспечит формирование у студентов следующих компетенций:

- академических – владение базовыми научно-теоретическими знаниями и применение их для решения теоретических и практических задач; использование в профессиональной деятельности методов научного познания, системного и сравнительного анализа; умение повышать квалификацию в течение всей жизни;
- социальных – способность к социальному взаимодействию, к межличностным коммуникациям, к критике и самокритике; умение работать в команде;
- профессиональных, включающих общеинженерную подготовку, которая позволит будущему специалисту эффективно использовать существующую технику и создавать новую, работать в области проектирования, монтажа, наладки, ремонта и технического обслуживания систем, процессов и производств сельскохозяйственного назначения.

В результате изучения дисциплины «Механика» студент должен **знать:**

- основы механического взаимодействия элементов конструкций;
- основы оценки внутреннего состояния элементов конструкций;

- основы построения и исследования механизмов;
- основы расчета, подбора и конструирования деталей машин;
- уметь:**
 - оценивать прочность конструкции при различных видах нагружений;
 - проводить кинематическое исследование механизмов;
 - рассчитывать и конструировать механические передачи, соединения деталей машин, валы и оси, подшипники, муфты;
 - применять общие методы и принципы конструирования при разработке машин аграрной отрасли.

Следуя принципу блочно-модульного планирования и контроля знаний, вся дисциплина делится на 6 модулей, в состав которых входит законченный и однородный по своему содержанию материал.

Примерный тематический план
изучения дисциплины «Механика»

| № и название модуля | Общее количество часов на модуль | В том числе | | | |
|--|----------------------------------|-------------|----------------------|----------------------|---------------------------------------|
| | | лекции | лабораторные занятия | практические занятия | УРС (в том числе контрольные занятия) |
| М-0. Введение | 2 | – | 2 | – | – |
| М-1. Статическое взаимодействие элементов конструкций | 10 | 4 | – | 3 | 3 |
| М-2. Основы оценки внутреннего состояния элементов конструкций | 22 | 12 | 4 | 3 | 3 |
| М-3. Основы построения и исследования механизмов | 20 | 10 | 4 | 3 | 3 |
| М-4. Основы расчета и конструирования деталей машин | 28 | 14 | 4 | 5 | 5 |
| М-R. Модуль-резюме. Основы стандартизации | 4 | 2 | – | – | 2 |
| ВСЕГО: | 86 | 42 | 14 | 14 | 16 |

1.2. Правила безопасности при выполнении лабораторных работ

1. Находясь в лаборатории, студент обязан:

- выполнять только ту работу, которая указана преподавателем;
- в случае аварии, короткого замыкания отключить главные рубильники электрической сети лаборатории;
- тщательно проверить защитные средства;
- убедиться в исправности питающей сети;
- перед включением установки произвести ее осмотр, убрать посторонние предметы;
- соединительные провода и кабели закрепить, чтобы они не попали во вращающиеся части машин;
- убедиться, что никто из выполняющих работу не будет задет двигающимися частями машин и не прикасается к токонесущим частям схемы.

О всех замеченных неисправностях машин, оборудования, приборов, аппаратуры и нарушениях правил их эксплуатации следует немедленно сообщить преподавателю.

По окончании работы необходимо отключить питающую сеть, показать преподавателю результаты замеров, привести в порядок рабочее место (сложить кабели, провода, расставить стулья на свои места), сдать лабораторную установку преподавателю или лаборанту.

2. Не разрешается:

- облокачиваться на установку и элементы схемы, производить изменения в электрических цепях, включать установку и приборы без разрешения преподавателя;
- оставлять без наблюдения лабораторную установку под напряжением, при исчезновении напряжения в сети оставлять установку включенной;
- производить любые ремонтные работы, переключения проводов в электрической схеме «под током»;
- производить операции на лабораторных установках, имеющих предупредительные плакаты «Установка под напряжением», «Установка на ремонте», «Не включать, работают люди», а также снимать эти плакаты.

Виновный в порче имущества, лабораторных установок и приборов кафедры несет материальную ответственность.

1.3. Правила приближенных вычислений

Числовые значения, получаемые в результате измерений физических величин и вычислений при проведении лабораторных работ, являются приближенными. Однако часто студенты, пользуясь при вычислениях числовых выражений современными микрокалькуляторами, стремятся представить результат с такой точностью, которая не обеспечивается точностью использованных данных.

Академик А.Н. Крылов указывал, что, сколько бы ни было точно математическое решение, оно не может быть точнее тех приближенных предпосылок, на коих оно основано.

Поэтому при выполнении расчетов необходимо соблюдать правила приближенных вычислений.

Теория приближенных вычислений позволяет:

- 1) зная точность исходных числовых данных, оценить точность результата до проведения вычислений;
- 2) исходные данные брать с точностью, достаточной для получения результата с требуемой точностью;
- 3) освободить процесс вычисления от выкладок, не оказывающих влияние на точность результата.

Приближенные значения чисел получаются при отбрасывании цифр, начиная с некоторого разряда (когда точное число выражается слишком большим количеством цифр), при округлении чисел и в результате действий над приближенными числами.

При округлении чисел требуется руководствоваться следующими правилами:

- 1) если первая из отбрасываемых цифр является 0, 1, 2, 3 или 4, то последняя сохраняемая цифра в приближенном числе остается без изменения;
- 2) если за последней сохраняемой цифрой следует 9, 8, 7, 6 или 5, то к сохраняемой цифре прибавляется единица, при этом, если последняя сохраняемая цифра 9, то она заменяется на 0 и на единицу увеличивается значение предшествующей цифры;
- 3) если отбрасываемая часть состоит только из одной цифры 5 или цифры 5 с последующими нулями, то округление производится так, чтобы последняя сохраняемая цифра имела четное значение, т. е. она остается неизменной, когда четная, и увеличивается на единицу, когда она нечетная.

Например, необходимо округлить число 28,872 до трех значащих цифр. Так как первая отбрасываемая цифра 7 больше 5, то третья цифра 8 увеличивается на единицу, приближенное число будет 28,9.

Округлить число 28,252 до трех значащих цифр. Так как третья сохраняемая цифра 2 увеличивается на единицу, то приближенное число будет 28,3.

Округлить число 0,8735 до трех значащих цифр. Так как последняя сохраняемая цифра 3 нечетная, то она увеличивается на единицу, приближенное число будет 0,874.

При округлении чисел, больших 10, нули, не являющиеся верными цифрами, не пишутся, а выделяется отдельно множитель вида 10^n .

Например, число 158965,7, округленное до трех значащих цифр, должно записываться в виде $159 \cdot 10^3$ или $15,9 \cdot 10^5$. Если число 5230 имеет только две верные цифры, то его следует писать в виде $52 \cdot 10^2$ или $5,2 \cdot 10^3$. В числе 3500 четыре верные цифры, в числе $3,5 \cdot 10^3$ — только две верные цифры.

Цифры в приближенном числе называются верными, если разность между точным числом z и его приближенным значением a не превосходит половины единицы разряда последней цифры приближенного числа a .

Приближенные числа изображаются только верными цифрами и характеризуются количеством сохраняемых разрядов после запятой или количеством значащих цифр.

Значащими называются все цифры, кроме нулей слева.

Пример. Числа 453; 80,2; 0,0823; 0,250; 470 имеют по три значащих цифры.

Все значащие цифры в приближенном числе должны считаться верными. Если погрешность числа не указана, то подразумевается, что она составляет половину единицы последнего разряда.

Например, запись 3,4 означает, что верны только цифры целых и десятых; истинное же значение числа может быть 3,42 или 3,37. Запись 3,40 означает, что верны цифры целых, десятых и сотых; истинное число может быть 3,404 или 3,397, но не 3,421 или 3,383.

На практике обычно неизвестно точное значение приближенного числа и его погрешность. В этом случае всегда можно указать величину предельной абсолютной погрешности Δa , представляющей положительное число, для которого выполняется неравенство

$$|z - a| < \Delta a \quad \text{или} \quad a - \Delta a \leq z \leq a + \Delta a,$$

где z — точное значение числа;

a — приближенное значение числа z .

Предельная абсолютная погрешность для приближенных чисел принимается равной половине единицы последнего выписанного разряда

$$\Delta = 0,5 \cdot 10^{-n},$$

где n — число разрядов после запятой.

Например, число 2,1034 имеет предельную абсолютную погрешность

$$\Delta a = 0,5 \cdot 10^{-3} = 0,0005,$$

или

$$z = 2,1034 \pm 0,0005.$$

Относительная погрешность числа a , имеющего m верных значащих цифр, определяется выражением

$$\delta_a \leq \frac{0,5}{K \cdot 10^{m-1}},$$

где K — первая значащая цифра числа a .

Например, относительная погрешность числа $a = 2,48$ будет иметь предельное значение

$$\delta_a = \frac{0,5}{2 \cdot 10^{3-1}} \leq 0,0025,$$

или

$$\delta_a = 0,25\%.$$

Погрешность результата любого арифметического действия над приближенными числами выражается через погрешности исходных данных на основе теории вычисления погрешности функции.

При массовых вычислениях, когда не учитываются погрешности каждого отдельного результата, необходимо пользоваться следующими правилами, обеспечивающими получение окончательного результата со всеми верными знаками.

1. При сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат необходимо округлять до наименьшего числа десятичных знаков, какое имеется в исходных данных. Числа, содержащие больше десятичных знаков, следует предварительно округлить, сохранив один лишний десятичный знак по отношению к числу с наименьшим количеством десятичных знаков.

Например, найти сумму $28,4 + 32,844 + 0,452 + 2,786$. Так как первое слагаемое имеет только десятые, то округляем остальные

слагаемые до сотых долей. После сложения окончательную сумму округляем до десятых долей.

$$28,4 + 32,84 + 0,45 + 2,79 = 64,48 \approx 64,5.$$

2. При умножении и делении чисел необходимо предварительно их округлить, сохранив одну лишнюю значащую цифру по отношению к числу с наименьшим количеством значащих цифр. В окончательном результате сохраняется столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное число с наименьшим количеством значащих цифр.

Например, найти произведение чисел:

$$1,4 \cdot 2,614 \cdot 7,1956.$$

Предварительно округляем все числа до сотых долей. После перемножения произведение округляем до десятых:

$$1,4 \cdot 2,61 \cdot 7,20 = 26,309 \approx 26,3.$$

Вопросы для самоконтроля

1. Что следует сделать перед включением лабораторной установки?
2. Что следует сделать по окончании лабораторного эксперимента?
3. Можно ли проводить ремонтные работы при выполнении лабораторного эксперимента?
4. Можно ли оставлять без наблюдения лабораторную установку?
5. Каким может быть истинное значение числа 7,4?
6. Найти сумму $21,3 + 30,68 + 0,2$.
7. Найти произведение чисел $1,2 \cdot 2,35 \cdot 6,958$.

МОДУЛЬ 1 СТАТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

В результате изучения модуля студенты должны

знать:

аксиомы статики, геометрическое и аналитическое условия равновесия системы сходящихся сил, теорию пар сил, условия и уравнения равновесия произвольной плоской системы сил;

уметь:

определять связи и реакции связей, проекции силы на координатные оси, момент силы относительно точки и оси, определять главный вектор и главный момент системы произвольно расположенных сил, быть готовыми к оценке внутреннего состояния элементов конструкций (решать задачи курса сопротивления материалов).

1. Научно-теоретическое содержание модуля

1.1. Словарь новых понятий

Статика – часть теоретической механики, изучающая условия, при которых тело находится в равновесии.

Сила – мера механического взаимодействия тел.

Аксиома статики – положение, подтвержденное многовековой практикой.

Связи – тела, ограничивающие свободу перемещения данного тела.

Активные силы – силы, действующие от тела к связи.

Реакции связей («реакции», «опорные реакции») – силы, приложенные от связи к телу.

Шарнирно-подвижная опора допускает поворот вокруг оси шарнира и линейное перемещение параллельно опорной плоскости.

Шарнирно-неподвижная опора предполагает только поворот вокруг оси шарнира и не допускает никаких линейных перемещений.

Жесткая заделка (защемление) не допускает ни линейных, ни угловых перемещений.

Пара сил – система двух равных параллельных сил, направленных в противоположные стороны.

1.2. Основной теоретический материал

Материалы к лекциям

Основы научно-теоретических знаний по модулю 1 «Основы статического взаимодействия элементов конструкции» изложены в лекционном материале по курсу «Прикладная механика» (разделы 1 и 2) [3].

- К рассмотрению рекомендуются следующие темы:
- твердое тело, аксиомы статики (с. 7–15);
 - система сходящихся сил (с. 16–22);
 - теория пар сил (с. 22–28);
 - произвольная система сил (с. 28–32).

Примерные планы лекций

План лекции 1:

1. Твердое тело. Аксиомы статики

- 1.1. Сила и способы ее задания.
- 1.2. Системы сил.
- 1.3. Проекция силы на оси координат.
- 1.4. Аксиомы статики.
- 1.5. Связи и их реакции; типы опор.

2. Система сходящихся сил

- 2.1. Равнодействующая системы сходящихся сил.
- 2.2. Геометрическое и аналитическое определение равнодействующей.
- 2.3. Условия равновесия системы сходящихся сил.
- 2.4. Статически определимые и неопределимые задачи.

План лекции 2:

1. Теория пар сил

- 1.1. Момент силы относительно точки и оси.
- 1.2. Пара сил.
- 1.3. Условие равновесия системы пар сил.

2. Произвольная система сил

- 2.1. Теорема Пуансо о параллельном переносе силы.
- 2.2. Приведение произвольной системы сил к центру.
- 2.3. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей.
- 2.4. Условия равновесия произвольной плоской системы сил.

1.3. Вопросы для самоконтроля

1. Какими единицами измеряется сила в международной системе СИ?
2. В чем сходство между равнодействующей и уравновешивающей силами и чем они друг от друга отличаются?
3. Какая система сил называется сходящейся?
4. Будет ли находиться в равновесии тело, если на него в одной плоскости действует три силы и линии их действия пересекаются в одной точке?

5. Где расположены точки, относительно которых моменты силы равны нулю?

6. Как называются виды опор, представленные на рисунке 1.2 и как направлены реакции связей?

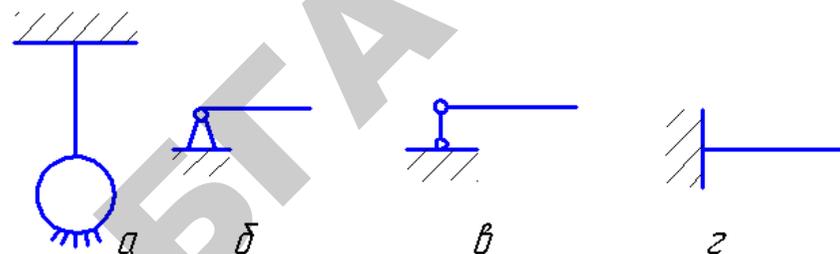


Рисунок 1.2 — Виды опор

7. На рисунке 1.3 представлены результаты геометрического сложения плоской системы сходящихся сил. Укажите, в каком случае система сил уравновешена?

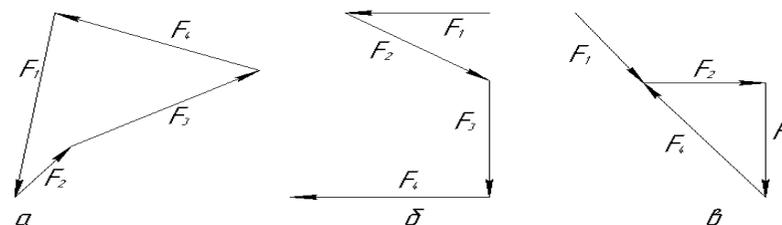


Рисунок 1.3 — К вопросу 7

8. Что называется парой сил?

9. Чему равна проекция равнодействующей системы сходящихся сил на каждую из осей координат?

10. Как читаются уравнения: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$?

11. Как уравновесить систему сил?

12. Имеет ли пара сил равнодействующую?

13. Можно ли систему пар сил или одну пару уравновесить силой?

14. Приведите аналитическое определение главного вектора и главного момента для плоской системы произвольно расположенных сил.

15. Произвольная плоская система сил эквивалентна только главному вектору?

16. Произвольная плоская система сил эквивалентна только к главному моменту?

17. Если плоская система сил уравновешена, то чему равны суммы проекции всех сил на оси x и y ?

18. Как рационально выбрать оси координат и центр моментов при решении задач на равновесие тел под действием плоской системы сил?

2. Материалы для практических занятий

2.1. Примеры решения типовых задач

Тема «Плоская система сходящихся сил»

Пример 1. Определить усилия в стержнях кронштейна, если $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $G = 100$ Н (рисунок 1.4). Решить задачу графическим, геометрическим и аналитическим методами.

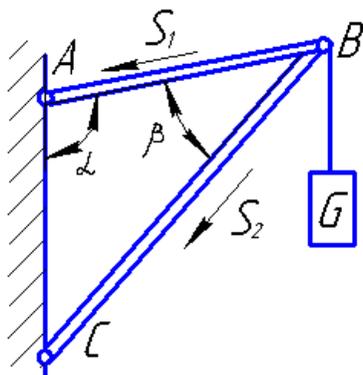


Рисунок 1.4 — К примеру 1

Решение. Для равновесия системы сил силовой многоугольник, построенный на данных силах как на сторонах, должен быть замкнут. Обозначив неизвестные усилия в стержнях AB и BC соответственно S_1 и S_2 , условно направим их векторы от узла B (рисунок 1.4).

Графическое решение. Выбрав масштабный коэффициент сил $\mu_F = 1$ Н/мм и зная все углы силового треугольника, построим его в выбранном масштабе. Для этого отложим вектор G , известный по модулю и направлению, а из конца и начала вектора G проведем известные на-

правления векторов-усилий S_1 и S_2 . Точка пересечения векторов S_1 и S_2 определяет величину искомых усилий. Измерив отрезки AB и BC и умножив их длины на масштабный коэффициент сил, получим значения $S_1 = 130$ Н и $S_2 = 190$ Н. Истинные направления усилий определяем круговым обходом по контуру силового треугольника, следовательно стержень AB будет растянут, а стержень BC – сжат.

Значит, направление усилия S_1 на рисунке 1.4 следует изменить на противоположное.

Геометрическое решение. Применяя теорему синусов, получим:

$$\frac{G}{\sin \beta} = \frac{S_1}{\sin \gamma} = \frac{S_2}{\sin \alpha}$$

$$(\gamma = 180 - \alpha - \beta = 40^\circ);$$

$$S_1 = \frac{G \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{100 \sin 40}{\sin 30} = 128 \text{ Н};$$

$$S_2 = \frac{G \sin \alpha}{\sin \beta} = 188 \text{ Н}.$$

Несовпадение результатов графического и геометрического решений составляет $\sim 1\%$, что приемлемо.

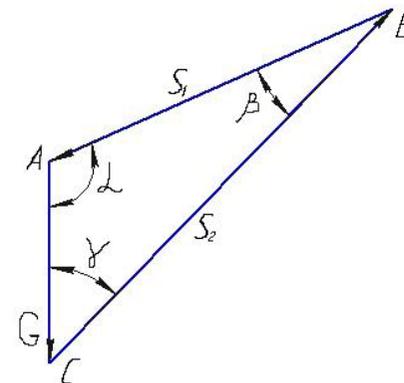


Рисунок 1.5 — К примеру 1

Аналитическое решение. Используя условия равновесия, составим уравнения проекций всех сил на координатные оси (рисунок 1.6):

$$\sum F_{ix} = -S_1 \cos 20^\circ - S_2 \cos 50^\circ = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = -G - S_2 \cos 30^\circ - S_1 \cos 60^\circ = 0. \quad (2)$$

Из уравнения (1) устанавливаем связь между усилиями S_1 и S_2 :

$$0,94 S_1 = -0,64 S_2.$$

Используя уравнение (2), получим:

$$G = -0,87S_2 + 0,34 S_2 = -0,53S_2.$$

Откуда $S_2 = -188,67$ Н.

Усилие S_2 имеет знак минус, соответственно его направление на рисунке 5.6 следует изменить на обратное. Определим S_1 :

$$S_1 = (188,67 \cdot 0,64) : 0,94 = 128,46 \text{ Н.}$$

Следовательно, решения задачи тремя методами совпадают.

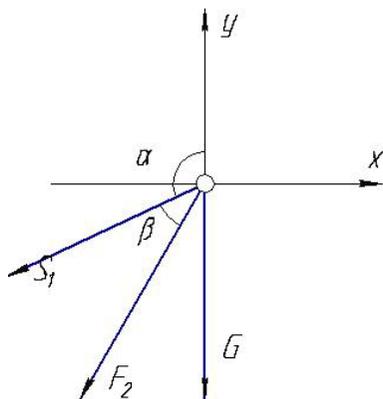


Рисунок 1.6 — К примеру 1

Тема «Плоская система произвольно расположенных сил»

Пример 2. Для балки, изображенной на рисунке 1.7, определить реакции в опорах, если сосредоточенная сила $F = 4$ кН, значение момента $M = 10$ кНм.

Решение. Изображенная на рисунке 1.7 балка называется балкой на двух опорах. Освобождаем балку от связей, то есть отбра-

сываем опоры (в точке B – шарнирно-неподвижную, в точке C – шарнирно-подвижную) и заменяем действие опор реакциями связей. На рисунке 1.7, б представлена балка с действующими силами – активными и реакциями связей.

Реакция шарнирно-неподвижной опоры B неизвестна как по модулю, так и по направлению, поэтому изображаем ее в виде двух составляющих реакции R_{By} и R_{Bx} , направленных вдоль выбранных осей координат x и y .

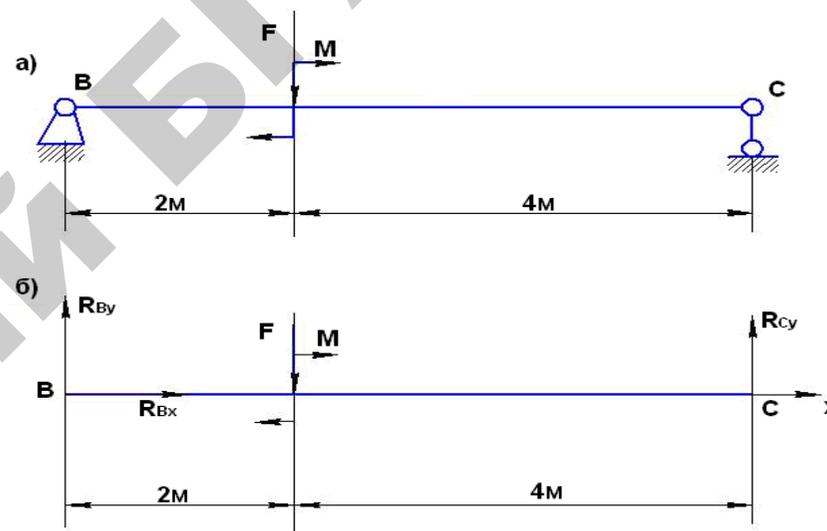


Рисунок 1.7 — К примеру 2

Рассматриваем равновесие балки. Для определения неизвестных реакций связей R_{Bx} , R_{By} и R_{Cy} используем уравнение равновесия:

$\sum F_{kx} = 0$ (сумма проекций всех сил, действующих на балку, на ось x должна быть равна 0, так как балка находится в равновесии).

Решаем: то $\sum F_{kx} = R_{Bx} = 0$.

$\sum M_e(F_k) = 0$ (сумма моментов всех сил, действующих на балку относительно опоры B).

$\sum M_e(F_k) = -F \cdot 2 - M + R_{Cy} \cdot 6 = 0$, откуда

$$R_{Cy} = (F \cdot 2 + M) / 6 = (4 \cdot 2 + 10) / 6 = 3 \text{ кН.}$$

Считаем, если сила или сосредоточенный момент вращают балку по ходу часовой стрелки относительно рассматриваемой точки, то в уравнение они подставляются со знаком минус, если против хода часовой стрелки — со знаком плюс.

$$\sum M_C(F_k) = -M + F \cdot 4 - R_{By} \cdot 6 = 0, \text{ откуда}$$

$$R_{By} = (-M + F \cdot 4) / 6 = (-10 + 4 \cdot 4) / 6 = 1 \text{ кН.}$$

В качестве проверки решения используем уравнение проекций сил на ось y :

$$\sum F_{ky} = R_{By} - F + R_{Cy} = 1 - 4 + 3 = 0.$$

Задача решена верно.

Пример 3. Для балки, изображенной на рисунке 1.8, определить реакции опор, если $F = 4 \text{ кН}$, $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $q = 4 \text{ кН/м}$.

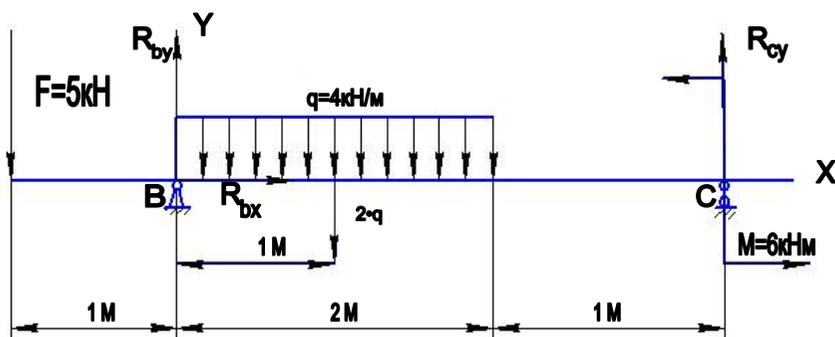


Рисунок 1.8 — К примеру 3

Решение. Изображенная на рисунке 1.8 балка называется балкой на двух опорах с консолью (часть балки, расположенная левее точки В). Освободим балку от связей (мысленно отбросив опоры), приложим вместо них неизвестные реакции.

Реакция шарнирно-неподвижной опоры В неизвестна как по модулю, так и по направлению. Изображаем ее в виде двух составляющих R_{By} и R_{Bx} , направленных вдоль выбранных осей координат x и y .

В шарнирно-подвижной опоре С, не препятствующей вращательному и поступательному движению, возникает реакция R_{Cy} , направленная вертикально. Реакции изображены на том же рисунке, где и опоры.

На балку действует плоская система произвольно расположенных сил. Для решения задачи следует составить уравнения равновесия. Целесообразно составить два уравнения моментов с центрами точек В и С и одно уравнение проекций сил на ось.

Для определения R_{Bx} составляем уравнение проекции сил на ось x :

$$\sum F_{kx} = R_{ex} = 0.$$

Уравнение суммы моментов всех сил, действующих на балку, относительно точки В:

$$\sum M_B = F \cdot 1 - q \cdot 2 \cdot 1 + M + R_{Cy} \cdot 4 = 0.$$

В записанном выше уравнении равномерно распределенная нагрузка имеет равнодействующую, приложенную в середине пролета 2 м, то есть равнодействующая равна $q \cdot 2$ и ее расстояние до точки В — 1 м.

Момент относительно точки В сосредоточенной силы $F \cdot 1$, а также сосредоточенный момент M и момент реакции $R_{Cy} \cdot 4$ вращают балку относительно точки В против хода часовой стрелки, поэтому вошли в уравнение моментов с положительным знаком, а момент равнодействующей распределенной нагрузки $q \cdot 2 \cdot 1$ вошел в уравнение со знаком минус, так как вращает балку по ходу часовой стрелки.

Составляем уравнение моментов всех сил, действующих на балку относительно опоры С:

$$\sum M_C = F \cdot 5 - R_{By} \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 3 + M = 0.$$

Моменты силы F , равнодействующей равномерно распределенной нагрузки $q \cdot 2$ и заданного момента M , вращают балку относительно опоры С против хода часовой стрелки и вошли в уравнение моментов со знаком плюс, а момент составляющей R_{By} , направленный по ходу часовой стрелки, войдет со знаком минус.

Решаем уравнения:

$$R_{Cy} = (-F \cdot 1 + q \cdot 2 \cdot 1 - M) / 4 = [(-5) \cdot 1 + 4 \cdot 2 \cdot 1 - 6] / 4 = -0,75 \text{ кН};$$

$$R_{By} = (F \cdot 5 + q \cdot 2 \cdot 3 + M) / 4 = (5 \cdot 5 + 4 \cdot 2 \cdot 3 + 6) / 4 = 13,75 \text{ кН.}$$

Значение составляющей R_{Cy} получено со знаком минус, это означает, что сила R_{Cy} направлена в другую сторону (вниз).

В качестве проверки верности решения используем уравнение проекции сил на ось y :

$$\sum F_{ky} = -F + R_{By} - q \cdot 2 + R_{Cy} = -5 + 13,75 - 4 \cdot 2 + (-0,75) = 0.$$

Обращаем внимание на факт алгебраического решения задачи, то есть если мы не изменяем направление реакции R_{Cy} , то в уравнение проверки подставляем значение реакции со своим знаком, в нашем случае — с минусом. Так как в последнем уравнении получили 0, задача решена верно.

Пример 4. Определить опорные реакции балки, жестко заделанной одним концом (рисунок 1.9, а), если $q = 4 \text{ кН/м}$; $F = 6 \text{ кН}$.

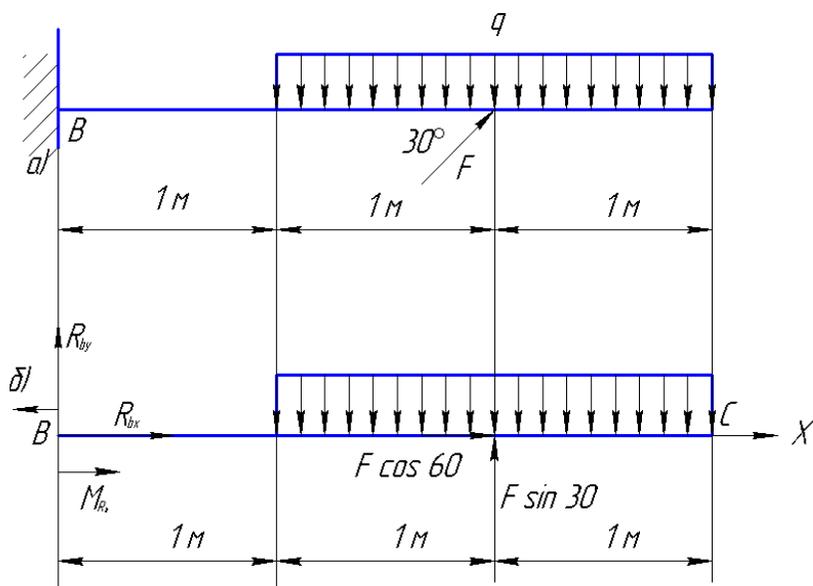


Рисунок 1.9 — К примеру 4

Жестким защемлением называют такое закрепление, когда заделанный наглухо конец балки не смещается и не поворачивается. Отбрасываем заделку, заменяем ее реакциями и рассматриваем равновесие балки.

Реакция стены представляет собой реактивную силу R_6 , раскладываемую на составляющие R_{6y} и R_{6x} и реактивный момент M_{Re} , направление вращения которого нам неизвестно. Примем момент M_{Re} за положительный, то есть будем считать, что он стремится повернуть балку против хода стрелки часов. Расчетная схема изображена на рисунке 1.9, б.

Рассматриваем равновесие балки.

1. $\Sigma F_{kx} = 0$ (сумма проекции всех сил на ось x равна 0).

На ось x проецируются силы R_{6x} и $F \cdot \cos 30^\circ$, направление которых совпадает с направлением оси x :

$\Sigma F_{kx} = R_{6x} + F \cdot \cos 30^\circ = 0$, откуда $R_{6x} = -F \cos 30^\circ$, то есть действительное направление силы $F \cdot \cos 30^\circ$ не совпадает с положительным направлением оси x .

2. $\Sigma F_{ky} = 0$ (сумма проекции всех сил на ось y равна 0).

Проецируя все силы на ось y , получаем: $\Sigma F_{ky} = R_{6y} - q \cdot 2 + F \cdot \cos 60^\circ = 0$, откуда $R_{6y} = q \cdot 2 - F \cdot \cos 60^\circ = 4 \cdot 2 - 6 \cdot \cos 60^\circ = 5 \text{ кН}$.

3. $\Sigma M_B = 0$ (сумма моментов сил относительно точки В):

$$\Sigma M_B = M_{Re} - q \cdot 2 \cdot 2 + F \cdot (\cos 60^\circ) \cdot 2 = 0.$$

Решаем последнее уравнение

$$M_{Re} = q \cdot 2 \cdot 2 - F \cdot \cos 60^\circ \cdot 2 = 4 \cdot 2 \cdot 2 - 6 \cdot 0,5 \cdot 2 = 10 \text{ кН}.$$

4. Проверим решение, составив контрольное уравнение моментов относительно произвольно выбранной точки С:

$$\Sigma M_C = -F \cdot \cos 60^\circ + q \cdot 2 \cdot 1 - R_{6y} \cdot 3 + M_{Re} = -6 \cdot \cos 60^\circ + 4 \cdot 2 \cdot 1 - 5 \cdot 3 + 10 = 0.$$

Задача решена верно.

Пример 5. Пример имеет своим прототипом схему подъема мачтовых опор ЛЭП с помощью тягачей (рисунок 1.10).

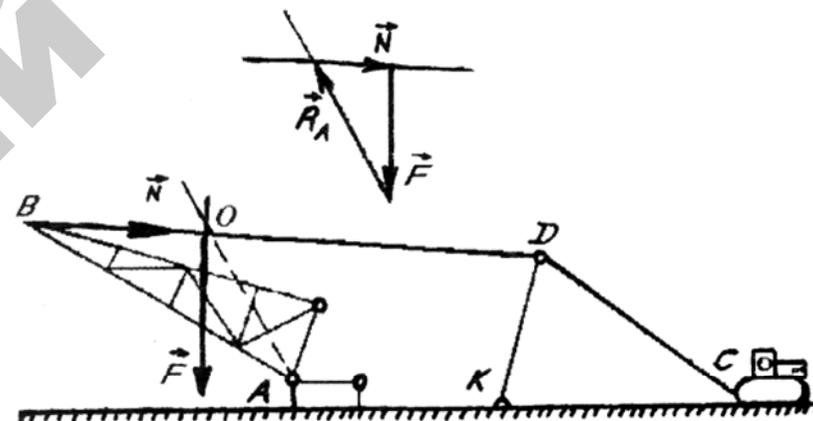


Рисунок 1.10 — К примеру 5

Мачта AB соединяется с фундаментом шарниром A . С помощью канатной тяги BDC ее поднимают до вертикального положения. Вспомогательная штанга KD облегчает работу в начальной стадии подъема, отводя направление тяги вверх.

Требуется определить силу натяжения каната N и реакцию опоры в шарнире A , если известны вес мачты F , угол ее наклона к горизонту $-\beta$, угол наклона тяги α (рисунок 1.11). Задачу можно решить графически (рисунок 1.10). На схеме представлен случай равновесия тела под действием 3-х сил, лежащих в одной плоскости.

сти (вертикальной). Так как система находится в равновесии, линии действия сил должны пересекаться в одной точке.

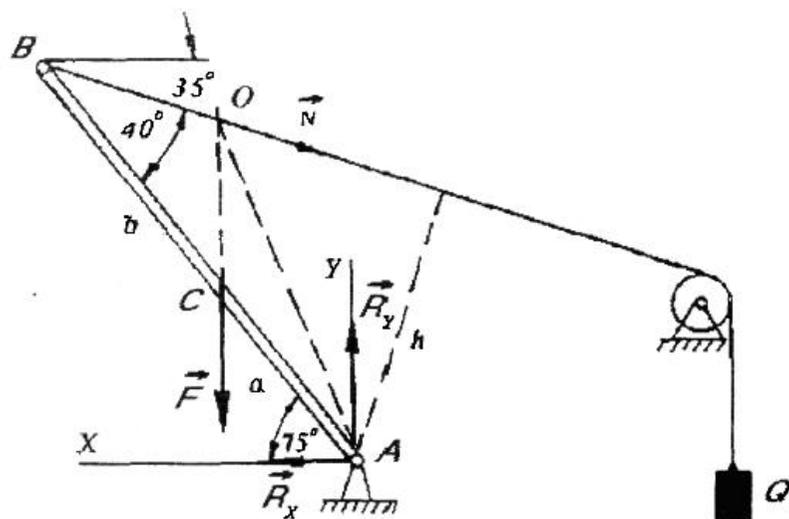


Рисунок 1.11 — К примеру 5

Необходимо построить на векторе F в определенном масштабе замкнутый силовой треугольник. Стороны треугольника должны быть строго параллельны направлениям искомых сил, тогда величины этих сил будут найдены прямым измерением сторон треугольника в миллиметрах и умножением их на выбранный масштаб.

Аналитическое решение задачи состоит в использовании уравнений равновесия для систем сил, произвольно расположенных сил на плоскости:

$$\begin{aligned} \sum M_z(F_k) &= 0; \\ \sum F_{kx} &= 0; \\ \sum F_{ky} &= 0. \end{aligned}$$

Пусть мачта AB в данный момент подъема составляет с горизонтом угол равный 75° , а тяга BK наклонена к горизонту под углом 35° . Тогда угол между мачтой и канатом — 40° . Пусть центр тяжести C делит длину мачты на отрезки $AC = a = 7$ и $CB = b = 12$ м. Вес мачты $F = 14 \cdot 10^4$ Н. Требуется определить силу N натяжения каната и реакцию опоры R_A .

Решение. За начало координат принимаем шарнир A , направив ось x в сторону наклона мачты (влево), а ось y — вверх. Тогда уравнение моментов примет вид:

$$\sum M_A(F_i) = N \cdot h - F \cdot a \cdot \cos 75^\circ = 0,$$

где $h = (a + b) \cdot \cos 40^\circ$, (плечо силы N относительно центра моментов A).

Отсюда

$$N = \frac{F \cdot a \cdot \cos 75^\circ}{h} = \frac{14 \cdot 10^4 \cdot 7 \cdot 0,26}{19 \cdot 0,64} = 2,10 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Уравнения проекций сил на координатные оси:

$$\sum F_{kx} = R_x - N \cdot \cos 35^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = R_y - F - N \cdot \sin 35^\circ = 0,$$

откуда

$$R_x = N \cdot \cos 35^\circ = 2,1 \cdot 10^4 \cdot 0,819 = 1,7 \cdot 10^4 \text{ Н;}$$

$$R_y = F + N \cdot \sin 35^\circ = 14 \cdot 10^4 + 2,1 \cdot 10^4 \cdot 0,574 = 15,2 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Положительные значения реакций указывают на то, что их направления на чертеже выбраны верно.

Полная реакция в шарнире A :

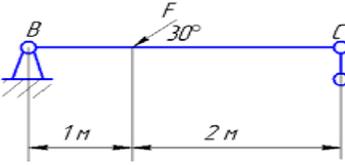
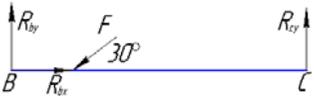
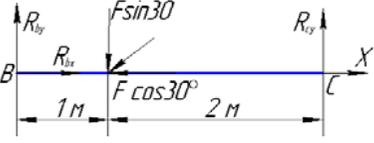
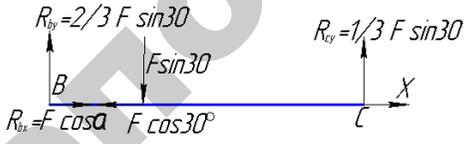
$$R_A = 10^4 \cdot \sqrt{1,7^2 + 15,2^2} = 15,3 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Угол между направлением реакции в шарнире A и осью x :

$$\alpha_{R_A} = \arccos \frac{R_x}{R_A} = \arccos \frac{1,7 \cdot 10^4}{1,3 \cdot 3 \cdot 10^4} = 29,8^\circ.$$

Для проверки решения следует убедиться, что линия действия реакции R_A действительно выходит на точку O пересечения линий действия сил F и N (рисунок 1.11).

2.2. Рекомендации по решению задач на равновесие произвольной плоской системы сил аналитическим методом

| Что делать | Чем руководствоваться |
|--|--|
| 1. Выбрать тело (или точку), равновесие которой должно быть рассмотрено | <p>Анализом заданной системы</p>  |
| 2. Освободить тело от связей и изобразить действующие на него заданные силы и реакции отброшенных связей |  |
| 3. Выбрать систему координат и составить уравнения равновесия |  $\Sigma F_{kx} = R_{bx} - F \cos 30 = 0;$ $\Sigma F_{ky} = R_{bx} - F \sin 30 + R_{cy} = 0;$ $\Sigma M_B(F_k) = -F \sin 30 \cdot 1 + R_{cy} \cdot 3 = 0$ |
| 4. Определить искомые величины | $R_{bx} = F \cos 30;$ $R_{cy} = \frac{F \sin 30}{3};$ $\Sigma R_{by} = F \sin 30 - 1/3 F \sin 30 = 2/3 F \sin 30$ |
| 5. Проверить правильность полученных результатов по уравнению, которое не было использовано при решении задачи |  $\Sigma M_B(F_k) = -F \sin 30 + 1/3 F (\sin 30) \cdot 3 = 0$ |

3. Задания для управляемой самостоятельной работы студентов

3.1 Методические рекомендации по выполнению расчетно-графических работ

Расчетно-графическая работа должна иметь титульный лист, форма которого приведена в приложении 1. Графическая часть работы (расчетные схемы, эпюры, графики) может быть представлена и на миллиметровой бумаге. Ход решения задачи должен быть последовательным. Конечные результаты вычислений необходимо приводить с указанием единиц измерения, используя правила округления чисел.

3.2. Расчетно-графическая работа № 1 «Определение реакций в опорах»

Задача 1.1 (таблица 1.1, рисунки 1.12, 1.13). Для заданных схем балок определить реакции в опорах.

Таблица 1.1 — Исходные данные к задаче № 1

| № варианта | F, кН | M, кНм |
|------------|-------|--------|
| 1 | 1 | 4 |
| 2 | 2 | 5 |
| 3 | 3 | 6 |
| 4 | 4 | 7 |
| 5 | 5 | 8 |
| 6 | 6 | 9 |
| 7 | 7 | 10 |
| 8 | 8 | 11 |
| 9 | 9 | 12 |
| 10 | 10 | 13 |
| 11 | 10 | 1 |
| 12 | 9 | 2 |
| 13 | 8 | 3 |
| 14 | 7 | 4 |
| 15 | 8 | 5 |
| 16 | 9 | 6 |
| 17 | 10 | 7 |
| 18 | 1 | 10 |
| 19 | 2 | 11 |
| 20 | 3 | 12 |
| 21 | 12 | 12 |
| 22 | 10 | 10 |
| 23 | 8 | 7 |
| 24 | 14 | 2 |
| 25 | 15 | 4 |

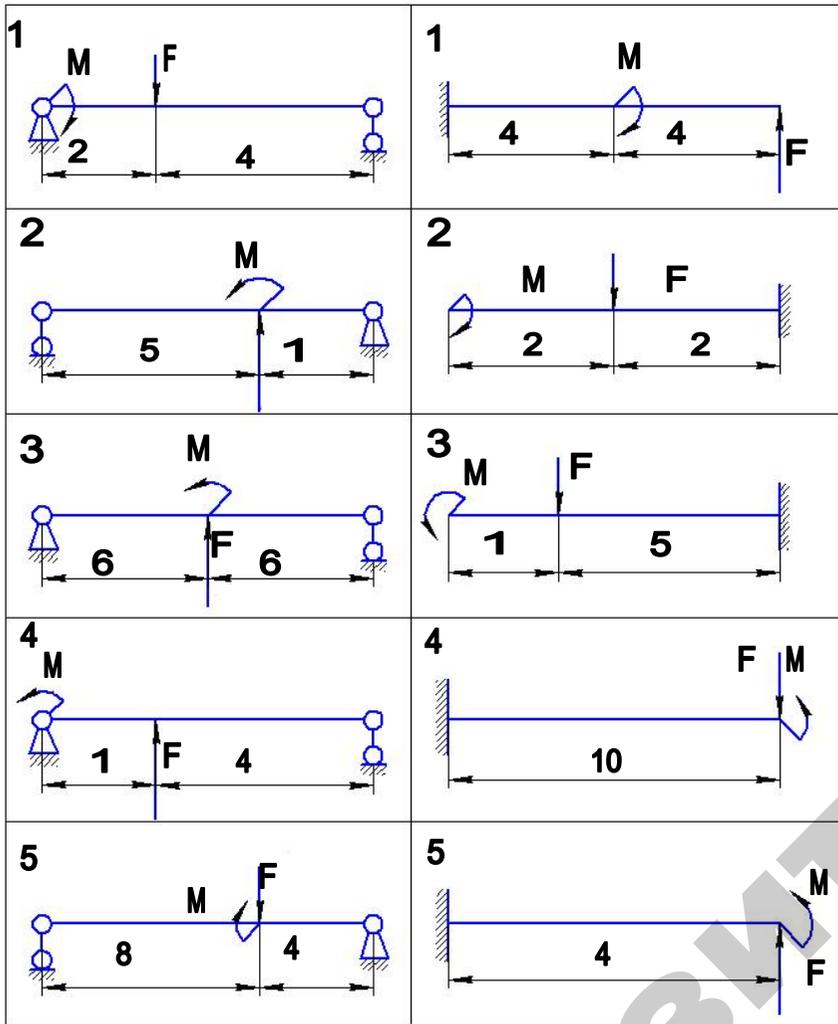


Рисунок 1.12 — К задаче 1.1

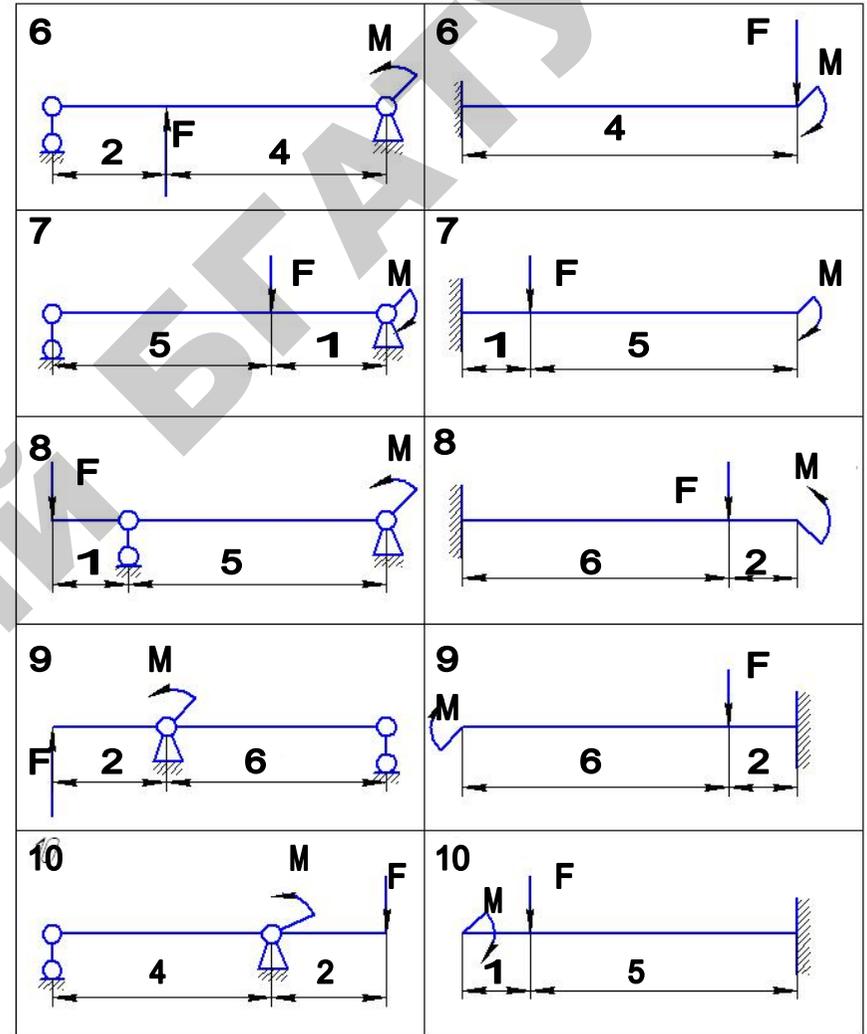


Рисунок 1.13 — К задаче 1.1

Задача 1.2. Для заданных схем балок определить реакции в порях схемы балок – рисунки 1.14–1.18 и таблица 1.2.

Таблица 1.2 — Исходные данные к задаче 1.2

| № варианта | F(кН) | q(кН/м) | M(кН·м) |
|------------|-------|---------|---------|
| 1 | 4 | 8 | 5 |
| 2 | 5 | 4 | 8 |
| 3 | 8 | 5 | 4 |
| 4 | 6 | 4 | 5 |
| 5 | 5 | 6 | 4 |
| 6 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 10 | 4 | 2 |
| 8 | 2 | 10 | 4 |
| 9 | 4 | 5 | 6 |
| 10 | 7 | 8 | 3 |
| 11 | 12 | 4 | 2 |
| 12 | 2 | 12 | 4 |
| 13 | 2 | 6 | 2 |
| 14 | 5 | 4 | 5 |
| 15 | 8 | 4 | 6 |
| 16 | 1 | 8 | 2 |
| 17 | 2 | 6 | 5 |
| 18 | 5 | 4 | 5 |
| 19 | 4 | 6 | 4 |
| 20 | 5 | 10 | 1 |
| 21 | 6 | 2 | 8 |
| 22 | 2 | 4 | 4 |
| 23 | 5 | 10 | 6 |
| 24 | 12 | 8 | 4 |
| 25 | 20 | 4 | 1 |

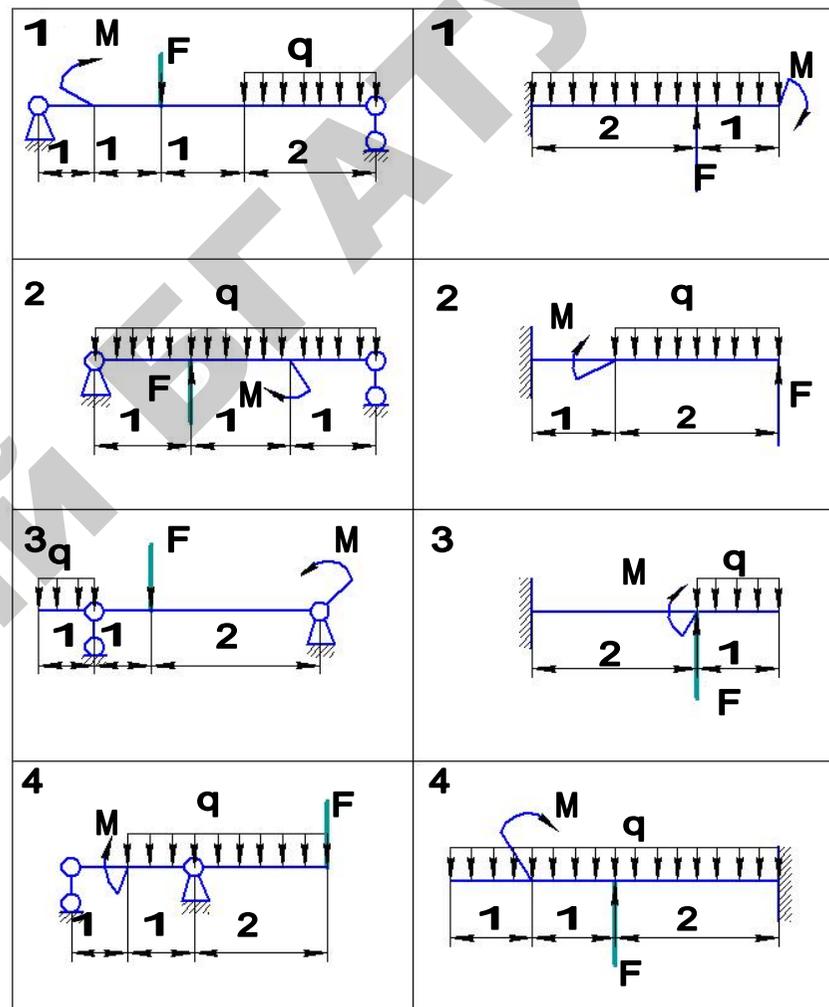


Рисунок 1.14 — К задаче 1.2

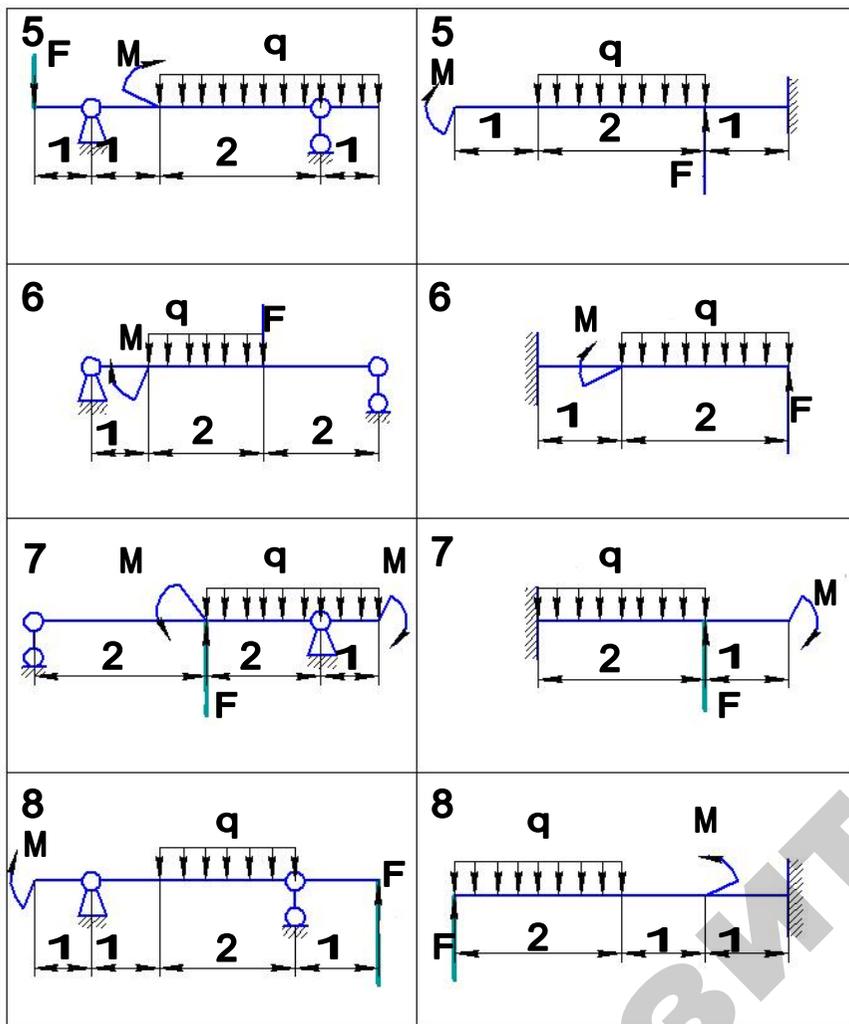


Рисунок 1.15 — К задаче 1.2

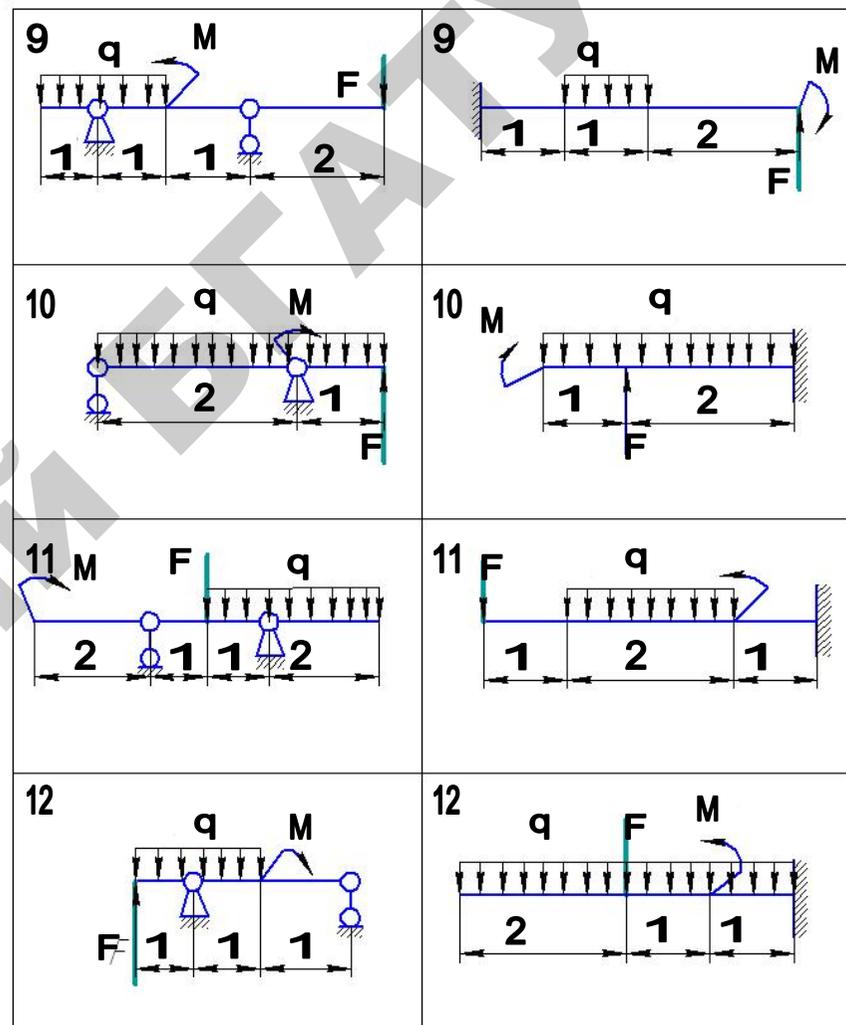


Рисунок 1.16 — К задаче 1.2

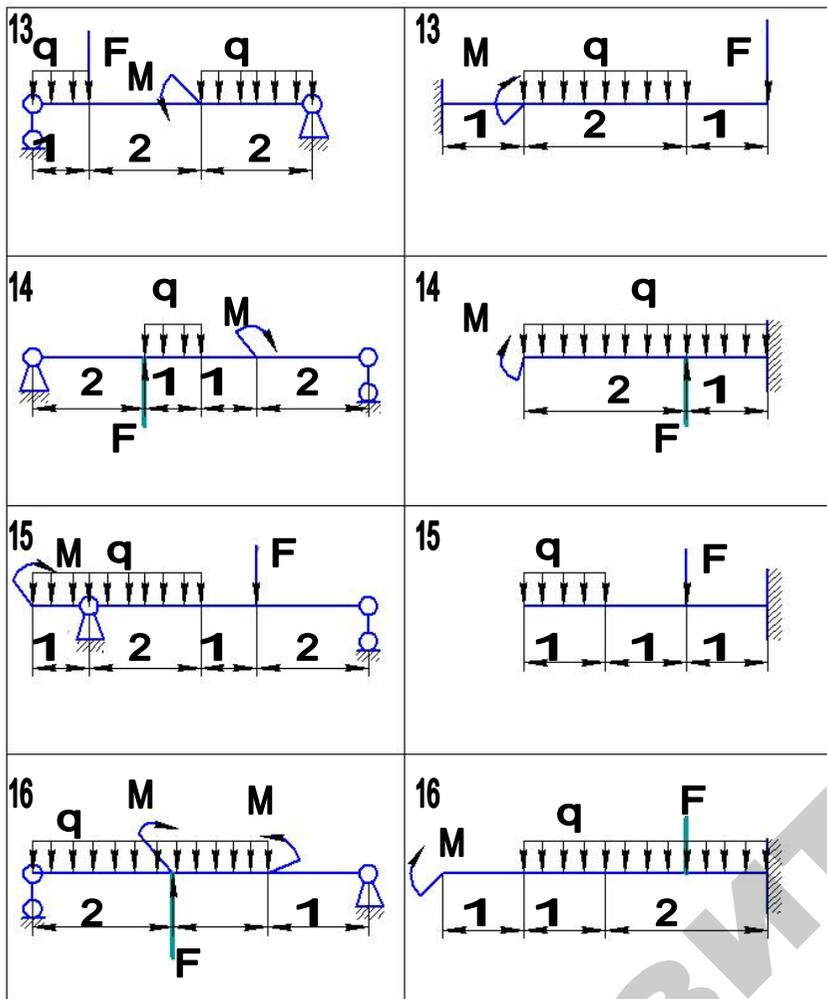


Рисунок 1.17 — К задаче 1.2

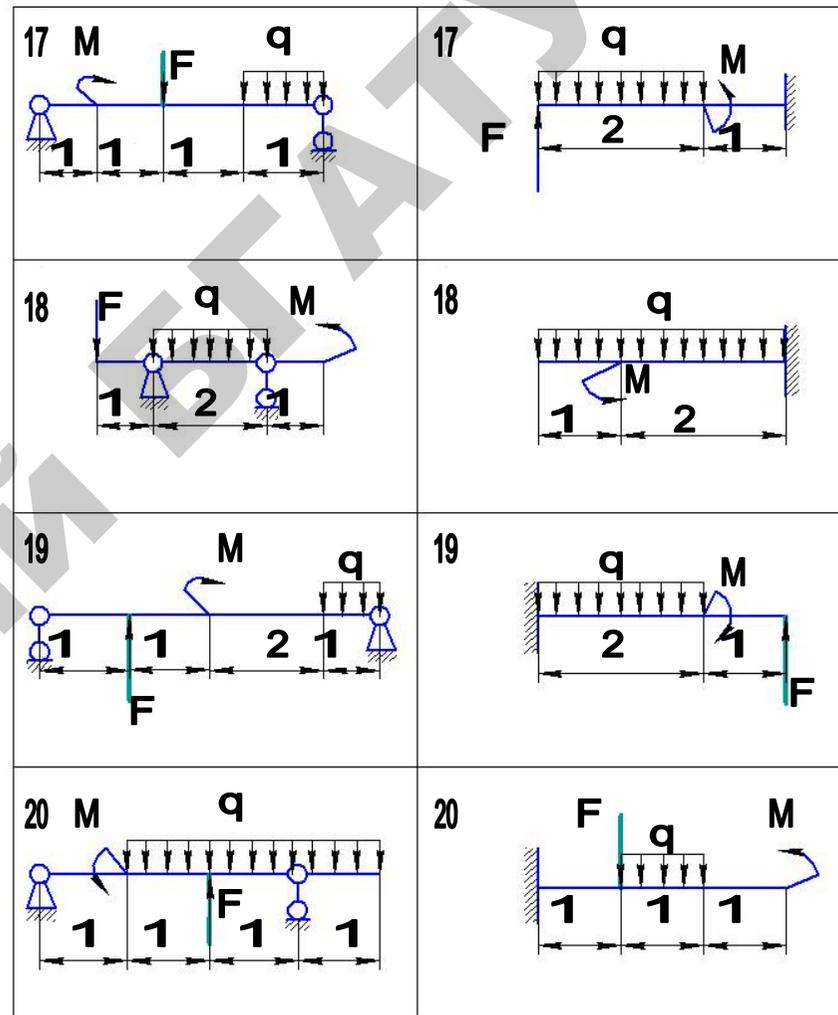


Рисунок 1.18 — К задаче 1.2

Задача 1.3. Соответствует схеме (рисунок 1.19) подъема мачтовых опор ЛЭП с помощью тягачей или лебедок с тяговым усилием F_T . На опору ЛЭП действует сила F_1 . Опора поднимается вокруг шарнира A из первоначального положения, определяемого углом β .

Определить:

- 1) значение угла наклона троса к горизонту α (который определяет высоту дополнительной подставки h_D) при $F_T = 1,5F_1$;
- 2) величину и направление реакции в шарнире A .

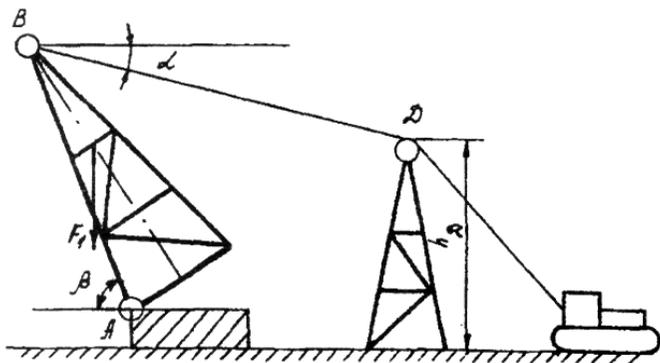


Рисунок 1.19 — К задаче 1.3

Проанализировать результаты решения.

Варианты схем к задаче – на рисунке 1.19, данные к схемам – в таблице 1.3; считать, что $l_{AC} = \frac{1}{3} l_{AB}$ или (для схем 9 и 10) $l_{BC} = \frac{1}{3} l_{AB}$.

Таблица 1.3 — Исходные данные к задаче 1.3

| № варианта | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------------|----|----|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|-----|
| F_1 , кН | 60 | 70 | 100 | 120 | 150 | 140 | 90 | 80 | 100 | 120 |
| l_{AB} , м | 21 | 24 | 27 | 30 | 21 | 24 | 27 | 30 | 21 | 30 |
| β° | 5 | 6 | 7 | 3 | 4 | 3 | 5 | 6 | 7 | 9 |

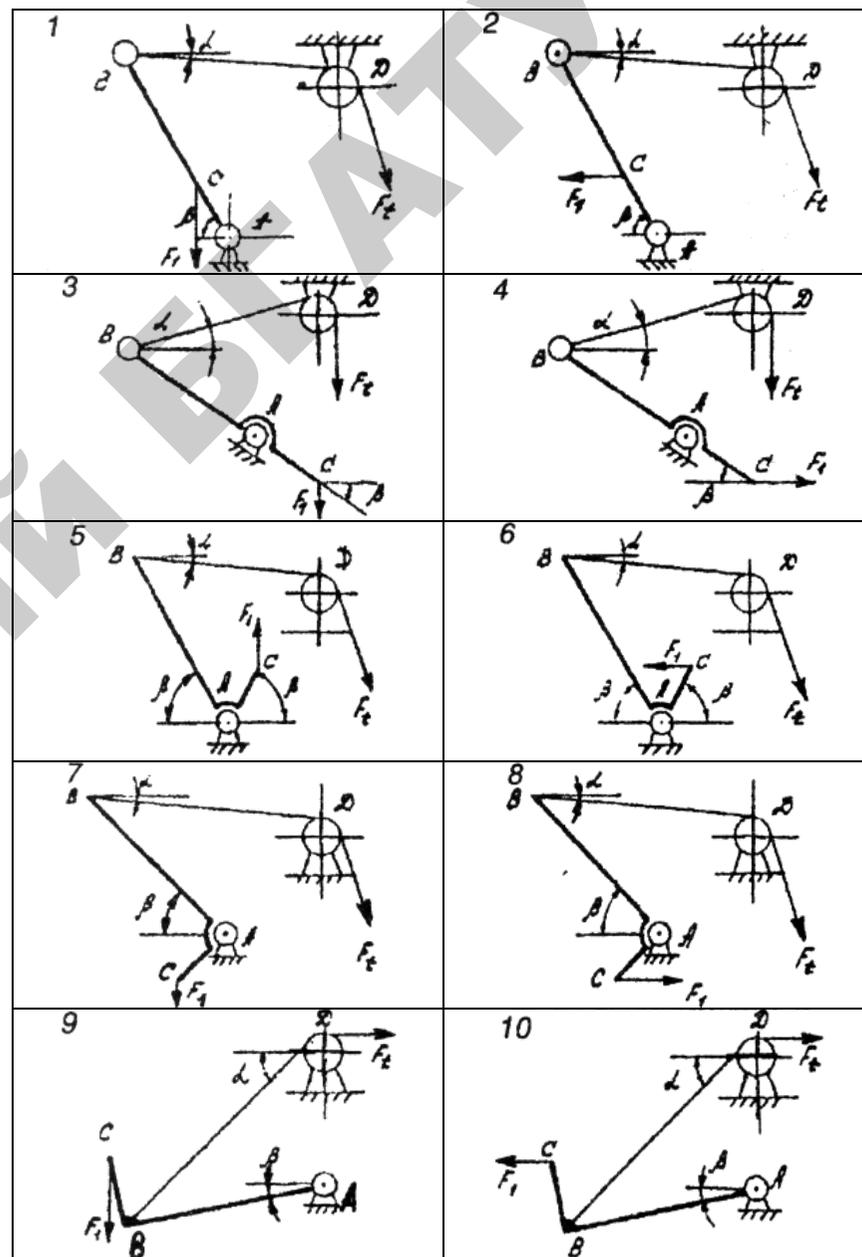


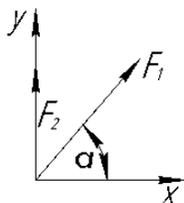
Рисунок 1.20 — К задаче 1.3

4. Примеры разноуровневых заданий для контроля результатов обучения

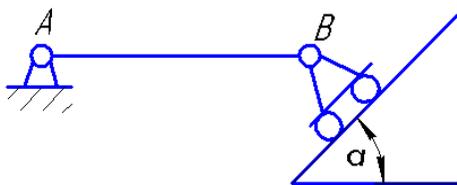
I уровень

Задача 1. Определить модуль равнодействующей двух равных по модулю сходящихся сил $F_1 = F_2 = 5$ кН, образующих между собой угол $\alpha = 45^\circ$.

Задача 2. Определить угол между равнодействующей двух сил $F_1 = 10$ кН и $F_2 = 8$ кН и осью ox , если угол $\alpha = 30^\circ$.

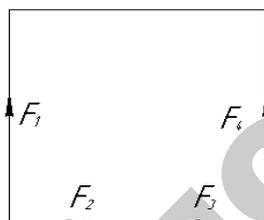


Задача 3. Вес однородной горизонтальной балки AB равен 180 Н. Задан угол $\alpha = 45^\circ$. Определить реакцию шарнира A .

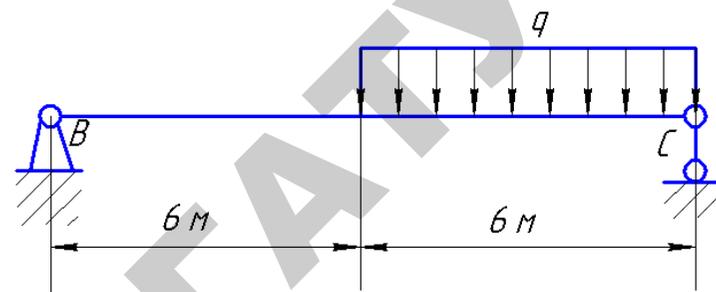


II уровень

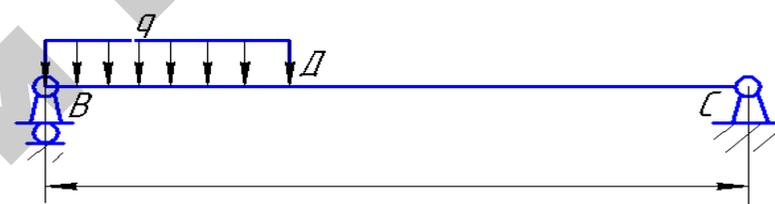
Задача 1. К вершинам квадрата приложены четыре силы $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 1$ Н. Определить модуль равнодействующей этой системы сил.



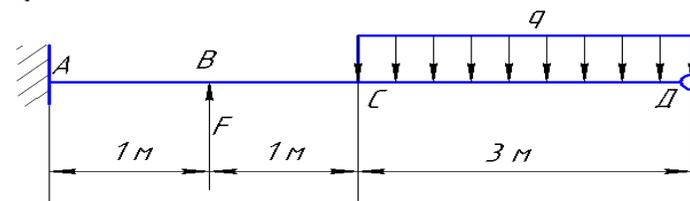
Задача 2. На однородную балку BC , вес которой $G = 20$ кН, действует распределенная нагрузка интенсивностью $q = 0,5$ кН/м. Определить реакцию опоры B .



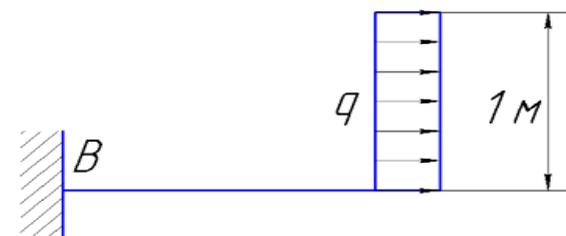
Задача 3. Какой должна быть длина участка BD с действующей на его распределенной нагрузкой интенсивностью $q = 5$ кН/м, для того чтобы реакция опоры C была равна 10 кН.



Задача 4. Определить вертикальную силу F , при которой момент в заделке A равен 240 Н·м, если интенсивность распределенной нагрузки $q = 40$ Н/м.

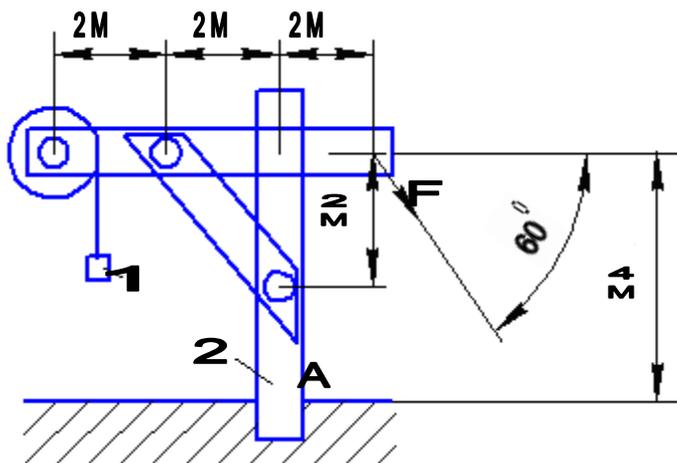


Задача 5. При какой интенсивности распределенной нагрузки q момент пары, возникающей в заделке, $M_e = 200$ Н·м.



III уровень

Задача 1. Определить модуль силы F , при которой момент в заделке A столба 2 равен 0, если вес тела 1 равен 10 кН. Весом остальных элементов конструкций пренебречь.



МОДУЛЬ 2

ОСНОВЫ ОЦЕНКИ ВНУТРЕННЕГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Изучив модуль, студенты должны:

знать:

критерии работоспособности элементов конструкций, метод сечений, механические характеристики материалов;

внутренние силовые факторы и их компоненты, связь напряжений, физические константы материалов, напряжения в наклонных сечениях стержня, условия прочности на растяжение (сжатие), на изгиб, на кручение, сложное напряженно-деформированное состояние, основные гипотезы прочности, циклы переменных напряжений;

уметь:

определять геометрические характеристики плоских сечений; допускать напряжения, оценивать прочность при растяжении (сжатии), кручении, изгибе;

подбирать рациональные формы сечения балок; оценивать прочность проводов и прочность элементов конструкций при переменных напряжениях; работать в малых группах при обработке данных лабораторных экспериментов.

1. Научно-теоретическое содержание модуля

1.1. Словарь новых понятий

Брус (стержень) – тело, длина которого существенно больше его поперечных размеров.

Оболочка – тело, один из размеров которого намного меньше остальных (толщина).

Массив – тело, размеры которого одного порядка.

Прочность – способность материала конструкций и их элементов сопротивляться действию внешних сил, не разрушаясь.

Жесткость – способность тела или конструкции сопротивляться возникновению деформации.

Устойчивость – способность конструкции сопротивляться усилиям, стремящимся вывести ее из исходного состояния равновесия.

Поперечное сечение – плоское сечение, перпендикулярное к оси бруса.

Продольное сечение – плоское сечение, параллельное оси бруса.

Силы упругости – препятствующие деформации и стремящиеся вернуть частицы тела в первоначальное положение.

Упругость – способность материала устранять деформацию после прекращения действия внешних сил.

Пластичность – способность материала иметь значительные остаточные деформации, не разрушаясь при этом.

Хрупкий материал – материал, обладающий весьма малой пластичностью.

Статическими называются нагрузки, числовое значение, направление и место приложения которых остаются постоянными.

Динамическими называются нагрузки, характеризующиеся быстрым изменением во времени.

Напряжение – характеризует закон распределения внутренних сил по сечению.

σ (сигма) – нормальное напряжение.

τ (тау) – касательное напряжение.

Коэффициент запаса прочности – число, показывающее, во сколько раз максимальное расчетное напряжение меньше предельного напряжения для материала рассчитываемой детали.

Допускаемое напряжение – максимальное значение напряжения, при котором будет гарантирована прочность детали.

1.2. Основной теоретический материал

Материалы к лекциям

Основы научно-теоретических знаний по модулю № 2 «Основы оценки внутреннего состояния элементов конструкций» представлены в лекционном материале по курсу «Прикладная механика» (разделы 1 и 2) [3]

К рассмотрению рекомендуются следующие темы:

- внутренние силовые факторы (с. 53–65);
- растяжение (сжатие) (с. 66–72);
- гибкие нити (с. 73–80);
- плоский поперечный изгиб (с. 83–93);
- кручение и сдвиг (с. 99–102);
- сложное сопротивление (с. 108–120);
- прочность при переменных напряжениях (с. 133–142).

Примерные планы лекций

План лекции 1:

1. Работоспособность элемента конструкции и ее критерии

- 1.1. Работоспособность и ее критерии.
- 1.2. Метод сечений.
- 1.3. Геометрические характеристики плоских сечений.

План лекции 2:

2. Внутренние силовые факторы в сечении и их компоненты

- 2.1. Напряжение и деформация в окрестности точки и их компоненты.
- 2.2. Закон Гука и коэффициент Пуассона.
- 2.3. Механические характеристики материалов.
- 2.4. Допускаемые напряжения и коэффициенты безопасности.

План лекции 3:

3. Растяжение (сжатие)

- 3.1. Эпюры внутренних силовых факторов.
- 3.2. Оценка прочности при растяжении (сжатии).
- 3.3. Напряжения в наклонных сечениях.
- 3.4. Статически неопределимые задачи.
- 3.5. Температурные напряжения.

План лекции 4:

4. Гибкие нити

- 4.1. Дифференциальное уравнение горизонтально подвешенного провода с учетом собственного веса, обледенения и ветровой нагрузки.
- 4.2. Оценка прочности провода.
- 4.3. Расчет биметаллических проводов.

План лекции 5:

5. Плоский поперечный изгиб

- 5.1. Плоский поперечный изгиб.
- 5.2. Оценка прочности балки при изгибе.
- 5.3. Рациональные формы сечения балок.
- 5.4. Оценка жесткости балок.

План лекции 6:

6. Кручение и сдвиг

- 6.1. Эпюры внутренних силовых факторов.
 - 6.1.1. Оценка прочности при кручении.
- 6.2. Сложное сопротивление
 - 6.2.1. Сложное напряженно-деформированное состояние.
 - 6.2.2. Основные гипотезы прочности.
 - 6.2.3. Статическая прочность при совместном действии изгиба и кручения.

6.3. Прочность при переменных напряжениях

- 6.3.1. Усталостная прочность. Циклы переменных напряжений.
- 6.3.2. Предел выносливости.

1.3. Вопросы для самоконтроля

1. Рассматривая вопросы сопротивления материалов, можно ли:
 - а) действующие на тело внешние силы заменять их равнодействующей или эквивалентной системой сил?
 - б) силу переносить вдоль линии ее действия?
 - в) пару сил перемещать в плоскости действия пары?
2. Сформулируйте закон Гука.
3. Что такое деформация?
4. В чем заключается метод сечений?
5. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечном сечении стержня при его растяжении или сжатии?
6. Что называется коэффициентом Пуассона?
7. Что такое статический момент сечения?
8. Что такое продольная сила? Как она обозначается?
9. Как определить изгибающий момент в каком-либо сечении балки?
10. Что такое эпюра крутящих моментов?
11. Что называется коэффициентом асимметрии цикла?
12. С какими внутренними силовыми факторами связано возникновение в поперечном сечении бруса нормальных напряжений и с какими – касательных напряжений?
13. Сформулируйте и запишите условие прочности при расчетах на растяжение (сжатие).
14. В каких случаях в деталях машин возникает концентрация напряжений?
15. Сформулируйте условие прочности при расчетах на срез.
16. Какой случай изгиба считается чистым изгибом?
17. Как записывается условие прочности при изгибе?
18. Как нужно нагрузить брус, чтобы он работал только на кручение?
19. Напишите условие прочности при кручении.
20. Какие напряжения называют главными?
21. В одинаковой ли степени увеличатся жесткость и прочность стального бруса круглого сечения, если увеличить его диаметр?
22. Какие напряжения возникают в поперечном сечении стержня при совместном действии изгиба и кручения?

2. Материалы к лабораторным работам

2.1. Лабораторная работа №1

Исследование механических характеристик материалов

Цель работы. Определить основные характеристики прочности (предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности); пластичности (относительное остаточное удлинение, относительное остаточное сужение) и вязкости (удельную работу деформации) материала образца при растяжении.

Теоретическое обоснование

При расчетах деталей машин и элементов инженерных сооружений конструктор должен располагать числовыми величинами прочностных и пластических свойств материалов. Эти величины получаются в результате испытания образцов материала на одноосное статическое растяжение. Основной задачей испытания является построение диаграммы растяжения, которая представляет собой график зависимости между силой F , действующей на образец, и его удлинением (Δl). Типичная диаграмма растяжения для пластичных материалов показана на рисунке 1, а.

Диаграмму растяжения условно разбивают на четыре зоны.

Зона $0-I$ называется *зоной упругости*. В этой зоне материал подчиняется закону Гука и зависимость силы от удлинения является линейной. Зона $I-II$ называется *зоной общей текучести*, а горизонтальный участок диаграммы – *площадкой текучести*. В этой зоне пластическая деформация охватывает весь объем материала, а на поверхности деформированного образца появляются полосы Чернова–Людерса, в которых локализуется деформация.

Реальный механизм пластической деформации отличается сложностью, большим многообразием сопровождающих процессов, определяется структурой, составом материала и подробно рассматривается в руководствах по механическим свойствам материалов.

Плавный переход от упругой зоны к зоне текучести возможен только при определенном состоянии металлических материалов, а также часто является следствием недостаточной чувствительности и жесткости испытательных машин.

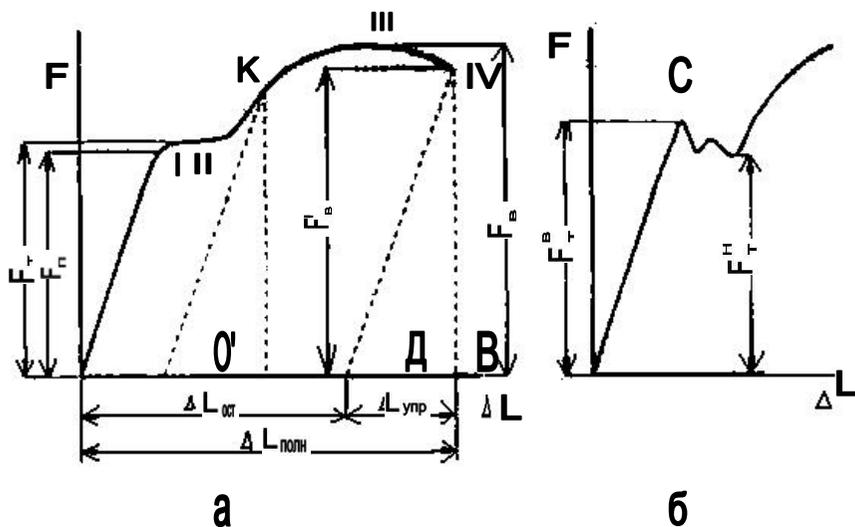


Рисунок 1 — Диаграмма растяжения

При испытании материалов на высокочувствительных, жестких машинах зона текучести обычно характеризуется зубчатостью диаграммы растяжения (рисунок 1, б). Такой характер кривой текучести объясняется различием внешней формы, размеров и ориентации зерен реального металла, неоднородностью деформации и особенностями деформационного упрочнения при растяжении. До точки *C* при упругом удлинении сопротивление материала повышается за счет обычного деформационного упрочнения путем сдвигов одних участков кристаллов относительно других. Дальше картина пластической деформации изменяется, диаграмма изображается скачкообразной кривой.

Зона II – III называется зоной упрочнения. В этой зоне удлинение образца сопровождается ростом нагрузки (хотя и медленнее, чем в зоне упругости). Образец сохраняет первоначальную форму, а его удлинение равномерно распределяется по рабочей длине.

Зона III – IV называется зоной местной текучести. Она характерна тем, что на образце в месте будущего разрыва образуется местное сужение, так называемая шейка, и деформация образца носит локальный характер (в области шейки).

Опыт показывает, что если в какой-либо точке *K* диаграммы растяжения образец разгрузить, то в процессе разгрузки зависимость между силой и удлинением изображается линией *KO*, параллельной прямой 0—1. При разрушении образца удлинение полностью не ис-

чезает, оно уменьшается на величину упругой части (отрезок *DB*). Отрезок *OD* представляет собой остаточное удлинение (пластическую деформацию). Таким образом

$$\Delta l_{\text{полн}} = \Delta l_{\text{упр}} + \Delta l_{\text{ост}}, \quad (1)$$

где $\Delta l_{\text{полн}}$ – полное удлинение (деформация).

Для получения числовых значений прочностных характеристик материала диаграмму растяжения (рисунок 1) перестраивают в координатах σ и ϵ . Для этого ординаты уменьшают в A_0 раз, а абсциссы – в l_0 раз, где A_0 и l_0 соответственно площадь поперечного сечения и расчетная длина образца до нагружения.

Учитывая, что A_0 и l_0 – величины постоянные, диаграмма $\sigma = f(\epsilon)$ (рисунок 2) имеет тот же вид, что и диаграмма растяжения, но уже будет характеризовать не свойства образца, а свойства материала.

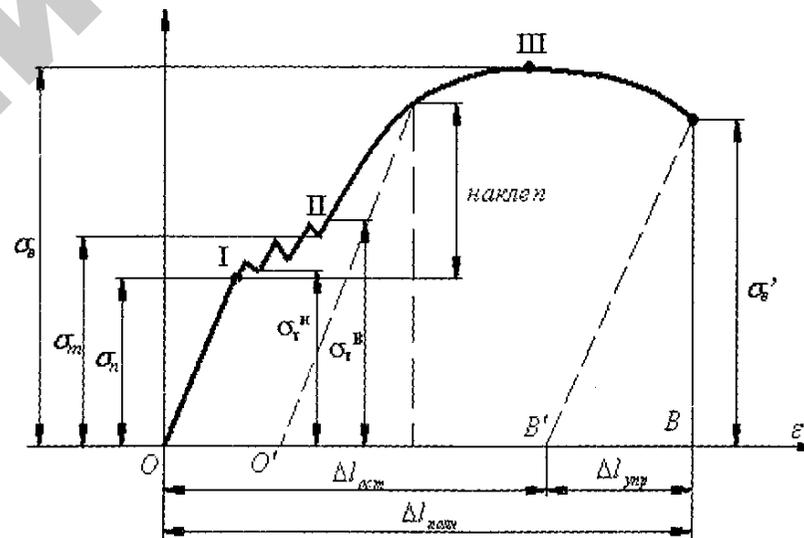


Рисунок 2 — Диаграмма деформаций

По результатам испытаний находят числовые значения прочностных характеристик материала. К ним относятся:

1. *Предел пропорциональности* – это наибольшее напряжение, до которого материал подчиняется закону Гука:

$$\sigma_n = \frac{F_n}{A_0}. \quad (2)$$

Величина F_n определяется по точке, где начинается расхождение диаграммы растяжения и продолжения ее прямолинейного участка; A_0 – площадь поперечного сечения образца до нагружения.

2. *Предел текучести* – напряжение, при котором происходит полный переход материала к пластической деформации:

$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}; \quad (3)$$

При отсутствии на диаграмме явно выраженной площадки текучести определяется условный предел текучести – напряжение, при котором остаточная деформация образца составляет 0,2 % (реже 5 %). Предел текучести в этом случае обозначается $\sigma_{0,2}$, или $\sigma_{0,5}$:

$$\sigma_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{A_0}. \quad (4)$$

Если зона текучести характеризуется скачкообразным изменением нагрузки, то вводят понятие верхнего предела текучести

$$\sigma_{ТВ} = \frac{F_T^B}{A_0}; \quad (5)$$

нижнего предела текучести:

$$\sigma_{ТН} = \frac{F_T^H}{A_0}. \quad (6)$$

Согласно ГОСТ 1497–73 под нижним пределом текучести $\sigma_{ТН}$ понимается наименьшая величина напряжения течения, а под верхним $\sigma_{ТВ}$ – напряжение, соответствующее первому пику нагрузки, зарегистрированному при течении образца. Так как на величину верхнего предела текучести существенно влияют многие факторы, в том числе и условия испытаний, то нижний предел текучести принимается за физический предел текучести.

Предел текучести является одной из основных механических характеристик материала.

3. *Предел прочности* – это отношение наибольшей нагрузки, выдерживаемой образцом, к первоначальной площади его поперечного сечения:

$$\sigma_B = \frac{F_B}{A_0}. \quad (7)$$

Следует отметить, что σ_B не есть напряжение, при котором разрушается образец. Если относить растягивающую силу не к начальной площади сечения образца (A_0), а к наименьшему сечению в данный момент, то получим истинное напряжение в момент разрыва:

$$\sigma_P = \frac{F_B^1}{A_{III}}, \quad (8)$$

где A_{III} – площадь поперечного сечения шейки образца после разрыва; σ_P не имеет инженерного применения и на практике не определяется.

Величины σ_n , σ_m и σ_B называются *прочностными характеристиками материала*.

Способность материала получать большие остаточные деформации, не разрушаясь при этом, носит название *пластичности*.

Противоположное пластичности свойство называется *хрупкостью*. *Хрупкость* – это способность материала разрушаться при незначительных остаточных деформациях.

Мерой пластичности являются две характеристики материала, определяемые при испытании на растяжение.

Относительное остаточное удлинение при разрыве:

$$\delta = \frac{\Delta l_{ост}}{l_0} \cdot 100 = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot 100\%, \quad (9)$$

где l_0 – расчетная длина образца до нагружения; l – то же после разрыва.

Относительное остаточное сужение при разрыве:

$$\psi = \frac{A_0 - A_{III}}{A_0} \cdot 100\% \quad (10)$$

Чем больше σ и ψ , тем более пластичным считается материал. Для хрупких материалов σ и ψ изменяются в пределах 2–5 %.

Величина удельной работы деформации является важной характеристикой материала, которой в последние годы уделяется все большее внимание. Удельную работу также называют статической вязкостью. Это – комплексная характеристика, определяемая совокупностью прочностных и пластических свойств материала. Она является чувствительной характеристикой изменения структурного состояния материала, способности материала поглощать энергию

при разрыве, сопротивляться действию динамических нагрузок, развитию трещин.

Работа, затраченная на деформацию и разрушение расчетной длины образца,

$$W_{расч} = F_B \Delta l_{осм} \eta \quad (11)$$

где F_B – величина наибольшей нагрузки;

η – коэффициент полноты диаграммы (для мягкой стали принимается равным 0,85).

Удельная работа, затраченная на разрушение единицы объема образца,

$$a = \frac{W_T}{V_0} \quad (12)$$

где $V_0 = A_0 l_0$ – первоначальный объем расчетной длины образца.

Описание установки

Работа выполняется на разрывной машине 2054 Р-5, автоматически вычерчивающей диаграмму растяжения. Принципиальная схема машины показана на рисунке. 1. От электродвигателя 1 через клиноремennую передачу вращение передается на вал червячного редуктора 2, который встроен на левом ходовом винте 3. Передачу с левого на правый ходовой винт выполняет плоскозубчатый ремень 4. Взаимодействие подвижной траверсы 5 с ходовыми винтами осуществляется с помощью гаек 6, на неподвижной траверсе 7 установлены два сельсина – датчика 8, которые предназначены для управления записью диаграммы «нагрузка – перемещение».

На подвижной траверсе 5 закреплен нижний захват, а на неподвижной траверсе 7 – верхний захват. При перемещении подвижной траверсы вниз в испытываемом образце создается растягивающее усилие. На правом ходовом винте имеется диск 9 с радиально расположенными пазами, который входит в прорезь фотоэлектрического датчика 10. При вращении диска датчик 10 подает сигнал на цифровой индикатор 11 перемещения активного захвата, установленного на пульте управления (рисунок 3, б).

Пульт управления имеет блочную конструкцию и состоит из следующих блоков: блока индикации перемещения активного захвата А, блока индикации нагрузки Б, блока преобразователя В, блока управления Г и блока записи диаграммы Д.

При испытании образцов усилие воспринимается датчиком силы 12 и регистрируется на цифровом табло 13 индикатора нагрузки,

на втором табло 14 регистрируется наибольшая нагрузка, приложенная к образцу в процессе испытания.

На панели блока преобразователя имеются клавиши 15 диапазонов нагрузки, с помощью которых устанавливается цена одного деления на табло индикатора нагрузки:

✓ диапазон 1 – цена одного деления 5 Н, максимальная сила $F_{max} = 50$ кН;

✓ диапазон 0,5 – цена одного деления 2,5 Н, $F_{max} = 25$ кН; диапазон 0,2 – цена одного деления 1 Н, $F_{max} = 10$ кН;

✓ диапазон 0,1 – цена одного деления 0,5 Н, $F_{max} = 5$ кН.

Скорость движения активного захвата задается резисторами грубой 16 и точной 17 регулировок скорости, расположенных на панели блока управления. Измеритель скорости имеет два диапазона:

○ диапазон I – от I до 10 мм/мин (клавиша 18);

○ диапазон II – от 10 до 100 мм/мин (клавиша 19).

Показания указателя скорости 20 при этом умножают соответственно на коэффициенты 0,1 и на 1,0. На панели блока управления имеется также тумблер 21, с помощью которого устанавливается масштаб удлинений на диаграмме растяжения.

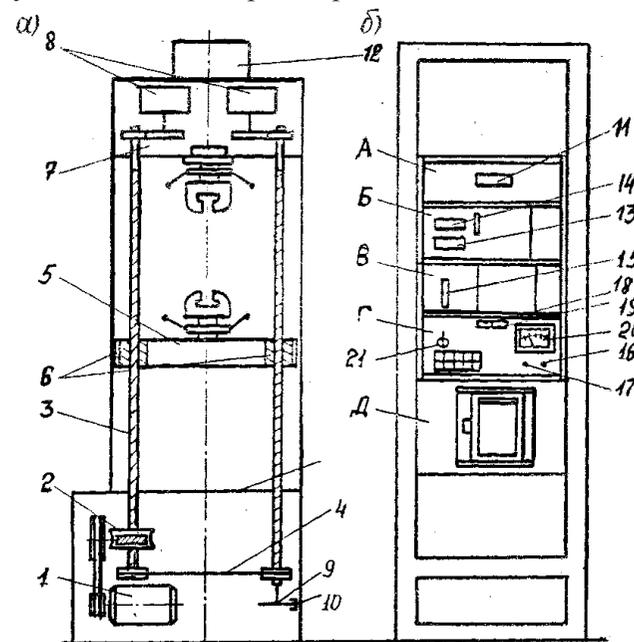


Рисунок 3 — Схема разрывной машины

Для испытания берется стандартный образец диаметром $d_0 = 10$ мм (рисунок 3) из малоуглеродистой стали. На концах образца имеются головки для закрепления его в захватах машины.

Стандартные образцы могут быть круглого или прямоугольного поперечного сечения. Особенностью стандартных образцов является наличие усиленных мест для захвата и плавного перехода к рабочей части образца. Длина рабочей части (L) образца обычно в 15 раз больше диаметра. Существуют и короткие образцы, у которых $L \leq 5d_0$.

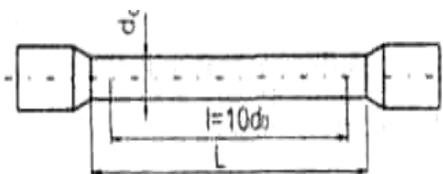


Рисунок 4 — Стандартный образец

Расчетная длина образца принимается равной $l_0 = 10d_0$, она фиксируется на рабочей части двумя точками, с помощью кернов.

Подготовка к проведению работы

1. Проработать текст данных методических указаний.
2. Подготовить рисунки, таблицы для записи показаний и составления отчета по лабораторной работе.

Порядок проведения работы

1. Измерить диаметр рабочей части образца с точностью до 0,02 мм и расчетную длину с точностью до 0,1 мм. Результаты замера занести в таблицу 1. Закрепить образец в захватах машины.

Таблица 1

| Размер образца | | | | | | Нагрузки | | | |
|----------------|-------|-----------------|-------------|----------|-----------------|----------|---------|---------|-------|
| до опыта | | | после опыта | | | F_n | F_T^B | F_T^H | F_B |
| L_0 | d_0 | A_0 | L | d_{11} | A_{11} | | | | |
| мм | мм | см ² | мм | мм | см ² | Н | Н | Н | Н |
| | | | | | | | | | |

2. Установить масштаб диаграммы растяжения 4:1 ($A-1$) и диапазон I измерения нагрузки. Включить механизм записи диаграммы растяжения.

3. Включить механический привод машины и установить скорость перемещения нижнего захвата. При испытании материалов на растяжение установлено, что скорость деформации в интервале от

10^{-4} до 10^{-2} 1/с для большинства металлов практически не влияет на вид диаграммы растяжения. Скорость деформации определяется выражением:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{v}{l_0}, \quad (13)$$

где v – скорость растяжения образца (скорость перемещения подвижной траверсы).

Для скорости деформации 10^{-4} 1/с скорость перемещения траверсы будет $v = 0,6$ мм/мин; для скорости деформации 10^{-2} 1/с перемещение траверсы составит 60 мм/мин. В работе скорость перемещения нижнего захвата принимается не более 10 мм/мин.

В процессе испытания необходимо наблюдать за поведением образца, изменением нагрузки и вычерчиванием диаграммы растяжения. После разрыва образца привод машины выключить.

4. Освободить части образца из захватов и, плотно прижав обе части друг к другу, измерить расчетную длину образца после разрыва и диаметр шейки (d_{11}) в месте разрыва.

Результаты замеров внести в таблицу 1.

Обработка опытных данных

По полученной диаграмме растяжения определить нагрузки, соответствующие пределу пропорциональности F_n , пределам текучести F_T^B и F_T^H и пределу прочности F_B . Масштаб нагрузки диаграммы при работе на диапазоне I будет равно 500 Н, т. е. одно деление. Значения нагрузок записать в таблицу 1.

Определить первоначальную площадь (A_0) поперечного сечения образца. По соответствующим формулам вычислить механические характеристики материала: предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности, относительное остаточное удлинение, относительное остаточное сужение и удельную работу, затраченную на разрушение образца. Полученные значения занести в таблицу 2.

Таблица 2

| Механические характеристики | | | | | | |
|-----------------------------|---------------|---------------|------------|-----------------------------|--------|-------------------------|
| Характеристики прочности | | | | Характеристики пластичности | | Характеристики вязкости |
| σ_n | σ_{TB} | σ_{TH} | σ_B | δ | ψ | A |
| МПа | МПа | МПа | МПа | % | % | Н · см/см ³ |
| | | | | | | |

Контрольные вопросы

1. Что называется диаграммой растяжения?
2. Как формулируется закон Гука?
3. Напишите формулы абсолютной и относительной продольных деформаций бруса.
4. Что такое предел пропорциональности?
5. Что такое предел текучести?
6. Что такое предел прочности?
7. Какие деформации называются упругими, остаточными (пластическими)?
8. Какие материалы называются хрупкими и пластичными?
9. Чем отличаются диаграммы растяжения для хрупких и пластичных материалов?
10. Что такое наклеп? Как он используется в технике?
11. Что такое относительное остаточное сужение поперечного сечения образца?
12. Какое свойство материала характеризует удельная работа разрыва образца?

Темы для учебно-исследовательской работы студентов

1. Испытание образцов из чугуна и легированной стали на растяжение.
2. Испытание образцов из полимерных и неметаллических материалов.

Лабораторная работа № 2

Определение коэффициента Пуассона и модуля продольной упругости для стали

Цель работы. Ознакомиться с электротензометрическим методом определения деформаций и принципами тарировки аппаратуры. Провести тарировку измерительной аппаратуры в единицах деформации. Определить коэффициент Пуассона μ (коэффициент поперечной деформации) и модуль упругости E для стали.

Теоретическое обоснование

Электротензометрией называется электрический метод измерения малых деформаций в деталях машин и элементах конструкций. По величинам деформаций могут определяться напряжения, действующие нагрузки, перемещения и другие, связанные с задачами исследования, величины. Так как в реальных условиях прямое измерение деформаций представляет большие технические трудности или практически невозможно, то в настоящее время в измеритель-

ной технике широко используют методы преобразования деформаций в другие сравнительно просто измеряемые величины. Наиболее совершенным является метод электротензометрии, при котором используется физическое явление, заключающееся в изменении электрического сопротивления проводника при его деформации. Это явление называется *тензорезистивным эффектом*.

Опытами установлено, что относительное изменение омического сопротивления проводника при растяжении и сжатии прямо пропорционально его относительной деформации:

$$\frac{\Delta R}{R} = S \frac{\Delta l}{l} = S \varepsilon, \quad (1)$$

где S – коэффициент тензочувствительности, постоянная безразмерная величина, зависящая от материала проводника. Для константановой проволоки он равен 2, 1;

R, l – начальное (номинальное) омическое сопротивление и начальная длина проводника;

$\Delta R, \Delta l$ – соответственно приращение сопротивления и длины проводника.

Обычно исследователя интересуют деформации в определенных точках детали или конструкции. В связи с этим проводники должны точно воспринимать деформации на небольших участках деталей. Такими чувствительными проводниками-преобразователями являются специальные тензодатчики омического сопротивления – тензорезисторы, прочно наклеиваемые на деформируемые детали. Наибольшее распространение получили константановые проволочные и фольговые тензорезисторы. Проволочные тензорезисторы (рисунок 1) изготавливаются из проволоки диаметром 0,012–0,020 мм, зигзагообразно уложенной между листочками тонкой бумаги. Длина зигзагов (петель) называется базой тензорезистора. Тензорезисторы выпускаются с базой $l = 5\text{--}50$ мм и электрическим сопротивлением $R = 50; 100; 150; 200$ Ом.

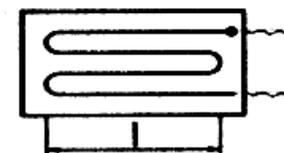


Рисунок 1 — Проволочный тензорезистор

Наиболее распространены тензорезисторы с базой $l = 20$ и 25 мм и сопротивлением 100 и 200 Ом. Маркировка тензорезисторов связана с их устройством. Например, маркировка ПКБ-15-100 обозначает проволоочный, константановый тензорезистор, на бумажной основе с базой 15 мм и сопротивлением 100 Ом. Обозначение ФКП-15-100 расшифровывается следующим образом: фольговый, константановый, прямоугольный. Бумажная прослойка осуществляет изоляцию проволоки от детали. Выводы служат для подключения датчика в измерительную схему. Тензорезисторы наклеиваются на детали специальными клеями. Для датчиков типа ПКБ можно использовать клей БФ-2. Наклейка тензорезистора представляет ответственную операцию, которая должна быть выполнена тщательно и настолько прочно, чтобы при последующем нагружении поверхностные волокна детали и проволока датчика деформировались как одно целое. При этом вызываемое изменение сопротивления тензорезистора может быть зарегистрировано с помощью моста сопротивлений как изменение электрического тока. Мост сопротивлений представляет собой четыре сопротивления: R_1, R_2, R_3, R_4 , соединенные в виде квадрата (рисунок 2).

Диагональ моста BD называется измерительной диагональю. В нее включается чувствительный гальванометр или осциллограф. Диагональ EC является питающей, так как к ней подводится напряжение от батареи или выпрямителя. Сопротивления R_1 и R_2 (равные по величине) образуют внешний полумост, а одинаковые по величине сопротивления R_3 и R_4 , – внутренний полумост, смонтированный внутри прибора. Переменное сопротивление в точке D называется *реохордом*, служит для балансировки моста. Сопротивление R_1 представляет тензорезистор, наклеенный на исследуемую деталь. До приложения нагрузки производится балансировка моста, означающая выполнение равенства:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}. \quad (2)$$

В этом случае (как известно из электротехники) ток в измерительной диагонали BD будет отсутствовать, т. е. стрелка гальванометра останется на нуле или луч осциллографа будет на фотобумаге чертить нулевую линию.

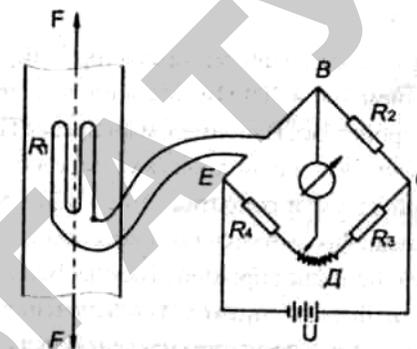


Рисунок 2 — Мост сопротивлений

При растяжении детали силами F тензорезистор R_1 получит деформацию и его сопротивление изменится на некоторую величину ΔR_1 . В результате произойдет разбалансирование моста (нарушится равенство 2) и в измерительной диагонали появится ток i («тензосигнал»), величина которого будет прямо пропорциональна в общем случае, разности относительных изменений сопротивлений тензорезисторов R_1 и R_2 внешнего полумоста:

$$i = C \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} \right), \quad (3)$$

где C — коэффициент, зависящий от напряжения питания и чувствительности тензодатчика.

Подставляя в (3) выражение (1), получим формулу, связывающую ток в измерительной диагонали моста с разностью деформаций, воспринимаемых тензорезисторами:

$$i = c S (\varepsilon_1 - \varepsilon_2). \quad (4)$$

Зависимость (4) является *основным уравнением электротензометрии*.

Уравнением (4) пользуются для выбора мест размещения тензорезисторов на детали с целью наилучшего выделения интересных сигналов и автоматической взаимной компенсации ненужных сигналов. Основной погрешностью датчиков сопротивления является температурная погрешность, так как во время опыта они воспринимают не только деформацию от нагрузки, но и теп-

ловую деформацию от изменения температуры. При изменении температуры сопротивление проволоки датчиков существенно меняется. У константанового тензорезистора, наклеенного на стальную деталь, при изменении температуры на 1 °С сопротивление меняется на такую величину, как и при изменении напряжения в детали на 70 Н/см². Для компенсации температурной погрешности служит тензорезистор R_2 , который включается во внешний полумост и называется *компенсационным* (рисунок 2). Этот датчик должен иметь одинаковое сопротивление с рабочим датчиком (обычно выбирается из одной партии) и должен наклеиваться на деталь в зоне одинаковой температуры с рабочим, но в месте, где бы он не испытывал упругих деформаций (на торцах валов, вдоль нейтральных линий и т.д.). В тех случаях, когда исключить упругие деформации не представляется возможным, компенсационный датчик наклеивается на отдельную пластинку из того же материала, что и испытываемая деталь, и эта пластинка располагается рядом с рабочим датчиком (этим достигается единство значений упругих и температурных величин).

Если температура детали во время опыта изменилась, тогда полная деформация рабочего датчика будет включать упругую и тепловую деформации, а компенсационного – только тепловую деформацию, так как оба датчика внешнего полумоста находятся в области одинаковых температур:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_y + \varepsilon_T; \quad \varepsilon_2 = 0 + \varepsilon_T, \quad (5)$$

где ε_y и ε_m — соответственно упругая и тепловая деформации. Согласно (4) будем иметь:

$$i = cS \left[(\varepsilon_y + \varepsilon_T) - (0 + \varepsilon_T) \right] = cS\varepsilon_y. \quad (6)$$

Таким образом, тепловые деформации в результате вычитания взаимно скомпенсировались и не повлияли на измерение упругой деформации рабочим датчиком.

Изменение сопротивления тензорезисторов при деформации деталей составляет малую величину. Например, при растяжении стального образца $R_0 = 200$ Ом, напряжении $\sigma = 1000$ Н/см², $S = 2,0$, модуле упругости материала $E = 2 \cdot 10^7$ Н/см² сопротивление тензорезистора, согласно формуле (1), изменится на величину:

$$\Delta R_D = S\varepsilon R_D = S \frac{\sigma}{E} R_D = 2,0 \cdot \frac{1000}{2 \cdot 10^7} \cdot 200 = 0,02 \text{ Ом.}$$

Малым изменениям сопротивления тензорезисторов соответствуют и слабые токи. Для усиления слабых токов (тензосигналов), возникающих в измерительной диагонали, в схему электротензометрической установки включается усилитель, а для записи сигналов – шлейфовый или катодный осциллограф (рисунок 3).

Электротензометрический метод позволяет:

- а) измерять с большой точностью не только постоянные, но и переменные деформации;
- б) проводить измерения на значительных расстояниях от объекта, причем одновременно в нескольких точках и в разных направлениях.

Для определения действительных величин деформаций, напряжений или нагрузок проводится тарировка прибора, т.е. устанавливается в единицах деформации, напряжения или нагрузки цена одной единицы показаний прибора (для стрелочных гальванометров – это будет цена одного деления шкалы, для цифровых тензометрических мостов – цена одной единицы показаний на табло).

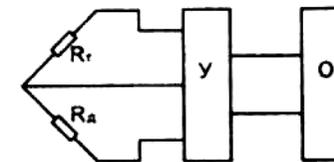


Рисунок 3 — Катодный осциллограф:
 R_D и R_T — рабочий и компенсационный датчик;
 Y — усилитель; O — осциллограф

Таким образом, тарировочный коэффициент показывает, какой относительной деформации, какому напряжению или силе соответствует одна единица показаний прибора (один миллиметр ординаты осциллограммы, одно деление шкалы стрелочного прибора, одна единица на табло и т.д.). Относительная деформация (ε), напряжение (σ), сила (F) будут вычисляться по формулам:

$$\varepsilon = \varepsilon^{\circ} n; \quad \sigma = \sigma^{\circ} n; \quad F = F^{\circ} n; \quad (7)$$

где n — величина тензосигнала, т. е. число единиц показаний регистрирующего прибора, соответствующее деформации тензорезистора; ε^0 , σ^0 , F^0 — соответствующие тарировочные коэффициенты.

Для определения тарировочных коэффициентов проводят специальные опыты, в которых (одновременно с измерением исследуемой величины) прибором проводится ее непосредственное измерение в месте наклейки датчика другими средствами, например, измерение деформации рычажным тензомером, измерение силы образцовым динамометром и т.д. Подставляя найденные значения изучаемых величин и число единиц показаний прибора в формулу (7), находят искомые значения тарировочных коэффициентов:

$$\varepsilon^0 = \frac{\varepsilon}{n}, \quad \sigma^0 = \frac{\sigma}{n}, \quad F^0 = \frac{F}{n} \quad (8)$$

На практике стремятся делать тарировку непосредственно на детали (с учетом сопротивления и длины присоединительных проводов, с включением всех приборов, входящих в измерительную схему). В том случае, когда нельзя протарировать датчики непосредственно на детали, их тарировка проводится на тарировочной балке, представляющей балку равного сопротивления, у которой во всех поперечных сечениях наибольшие нормальные напряжения одинаковы.

При этом является обязательным наклейка на деталь и тарировочную балку тензорезисторов одной партии. Так как датчики в партии имеют разброс значений коэффициента тензочувствительности в пределах 0,2–1,5 % и разброс сопротивлений в пределах 0,1–0,2 %, то рекомендуется тарировку проводить по количеству датчиков, равному не ниже 5 % от числа рабочих датчиков, но не менее 5 штук. Тарировочный коэффициент принимается как среднее по всем тарлируемым тензорезисторам.

Коэффициентом Пуассона называется абсолютная величина отношения относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации стержня при растяжении:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_{\text{non}}}{\varepsilon_{\text{прод}}} \right| \quad (9)$$

Для различных материалов μ изменяется в пределах 0–0,5. Для металлов $\mu = 0,25–0,35$.

Закон Гука в пределах малых деформаций устанавливает для большинства материалов линейную зависимость между напряжениями и деформациями:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (10)$$

Коэффициент пропорциональности E представляет отношение напряжения к деформации и называется *модулем упругости* или *модулем Юнга*. В переводе с латинского слово «модуль» означает «малая мера». Модуль упругости является фундаментальным понятием. Для каждого материала модуль упругости величина постоянная, определяемая экспериментально. Так как ε величина безразмерная, то модуль упругости E измеряется в единицах напряжения. Для металлов $E = (0,8–2,1) \cdot 10^5$ МПа. Коэффициент Пуассона и модуль упругости удобно находить методом электротензометрии, используя тензорезисторы для измерения поперечной и продольной деформаций.

Описание установки

Лабораторная установка включает универсальную разрывную машину 2054Р-5 (описание машины см. в лабораторной работе № 1), измерительную тензометрическую систему СИИТ-3 и образец, представляющий стальную полосу прямоугольного поперечного сечения. Для закрепления в машине образец имеет утолщенные концы. На плоской поверхности образца наклеены два одинаковых тензодатчика для измерения поперечной и продольной деформаций (рисунок 4).

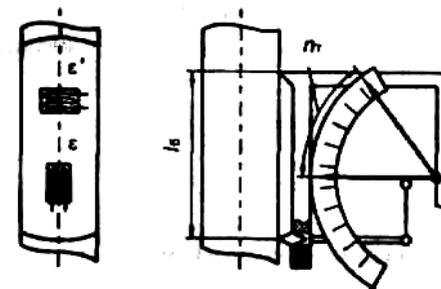


Рисунок 4 — Тензодатчики

Компенсационные тензорезисторы наклеиваются на отдельную пластину из материала одинакового с образцом и располагаются рядом с рабочими датчиками. Рабочие датчики (вместе с компенсационными) образуют два отдельных внешних полумоста, ко-

торые подсоединяются к двум измерительным каналам СИИТ-3. Всего СИИТ-3 имеет сто измерительных каналов. Однако внутренний полумост у него один, поэтому показания тензорезисторов снимаются последовательно при их подключении с помощью кнопок, расположенных на панели прибора. Назначение кнопок указано на панели. Кроме кнопок на панели расположены два цифровых табло. Правое табло указывает номер подключенного канала, левое – величину выходного сигнала тензорезистора в цифровом виде. Так как СИИТ-3 не имеет устройства для балансировки мостовой схемы, то при подключении даже ненагруженного тензорезистора на левом табло появляется тензосигнал в виде числа n_0 , не равного нулю, которое необходимо считать «нулевой отметкой». Вычитая n_0 из n_i , появляющегося на табло при деформации тензорезистора, получим величину, пропорциональную измеряемой деформации (нагрузке):

$$\varepsilon = \varepsilon^0 (n_i - n_0), \quad (11)$$

где ε^0 – тарировочный коэффициент.

На передней панели тензометрической измерительной системы СИИТ-3 (рисунок 5) располагаются: блок измерения *I* для индикации показаний тензорезисторов; блок индикации каналов *II*, показывающий номер подключенного канала; панель управления *III*.

Панель управления предназначена для задания режимов работы системы. Она включает следующие кнопки: 1 – кнопка «Аналог» обеспечивает подачу на входы каналов фиксированного сигнала; 2, 3, 4 – кнопки «М», «М/2», «М/4к» обеспечивают исходную настройку измерительных и управляющих цепей системы на работу, с внешними мостами или внешними тензорезисторными полумостами; 5 – кнопка «Авт» служит для задания автоматического режима выбора и измерения показаний тензорезисторов; 6 – кнопка «Ручн» задает режим ручного управления выбором измерительных каналов; 7 – кнопка «Ускор» позволяет менять каналы с частотой 5 Гц для ускоренного выбора требуемого канала; 8 – кнопка «Однокр» служит для пошаговой смены каналов; 9 – кнопка «Сброс» производит сброс в нуль счетчика блока индикации каналов; 10 и 11 – кнопки «Начало», «Конец» – обеспечивают запоминание установленного в данный момент на счетчике номера канала; 12 – кнопка «Пуск» производит однократное измерение показаний выбранного канала в режиме ручного управления. Для включения прибора в сеть и отключения его от сети служит кнопка 13.

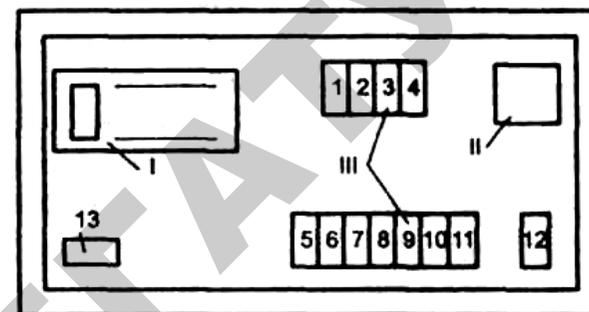


Рисунок 5 — Передняя панель СИИТ-3

Подготовка к проведению работы

1. Проработать текст настоящих методических указаний.
2. Заготовить рисунки, таблицы для записи показаний и выполнения расчетов.

Порядок проведения работы

1. Установить образец в захваты испытательной машины и подсоединить кабели от тензорезисторов к измерительной тензометрической системе СИИТ-3.

2. Установить на образец для измерения продольных деформаций рычажный тензометр Гугенбергера с базой 20 мм. Ознакомиться с работой и ценой деления тензометра, со схемой наклейки датчиков (рисунок 4). Измерить с точностью до 0,1 мм размеры поперечного сечения образца (a – ширина прямоугольника, b – длина прямоугольника). Данные измерений записать в таблицу 1.

3. Включить питание и изучить переднюю панель СИИТ-3. Нажать кнопки «М», «М/2», «М/4к», соответствующие заданному режиму работы системы. Записать номера каналов, к которым подключены поперечный и продольный тензорезисторы.

4. Установить на правом табло номер канала поперечного датчика, для чего сначала нажать на кнопки «Сброс», «Ручн», затем кнопкой «Однокр» вывести на табло соответствующий канал.

5. Включить разрывную машину и приложить к образцу предварительную нагрузку $F_0 = 5000$ Н. Нажать последовательно кнопки «Начало», «Конец», «Пуск» и записать показания поперечного тензорезистора.

6. Установить на правом табло номер канала продольного тензорезистора, для чего нажать кнопку «Сброс», затем кнопкой «Однокр» вывести на табло требуемый канал. Последовательно нажать кнопки «Начало», «Конец», «Пуск» и записать показания продольного датчика. Записать также показания рычажного тензометра.

7. Нагружать образец ступенями через 5000 Н до нагрузки 30000 Н. На каждой ступени записывать показания поперечного и продольного тензорезисторов, а также показания рычажного тензометра.

Данные опытов занести в соответствующие строки таблицы 1. Если при повторном нажатии кнопки «Пуск» показания СИИТ-3 несколько отличаются, то следует на каждой ступени нагрузки принимать среднее арифметическое из трех показаний.

Таблица 1

| Нагрузка F , Н | 5000 | 10 000 | 15 000 | 20 000 | 25 000 | 30 000 |
|-------------------------------------|----------|----------|-----------------------|--------|--------|--------|
| Поперечный датчик n_i | | | | | | |
| Продольный датчик n_p | | | | | | |
| Рычажный тензометр n_{iT} | | | | | | |
| Размеры поперечного сечения образца | $A =$ мм | $b =$ мм | $A =$ см ² | | | |

8. После заполнения таблицы машину разгрузить и выключить, тензометрическую систему СИИТ-3 также выключить.

Обработка опытных данных

1. Полученные опытные данные из таблицы 1 внести для продольного тензорезистора и рычажного тензометра в таблицу 2, для поперечного тензорезистора – в таблицу 3. Для датчиков и тензометра величины n_i ; n_p ; n_T получаются в результате вычитания показаний при начальной нагрузке $F_0 = 5000$ Н, принимаемой за начало отсчета, из показаний при остальных нагрузках:

$$n_i = n_i - n_0, \quad n_p = n_p - n_0, \quad n_T = n_{iT} - n_{oT},$$

где n_0 , n_0 – соответственно показания СИИТ-3 при нагрузке $F_0 = 5000$ Н;

n_{oT} – показания рычажного тензометра при нагрузке $F_0 = 5000$ Н.

Таблица 2 — Тарировка измерительной системы СИИТ-3 в единицах относительной деформации

| Нагрузка $F = F_i - F_0$, Н | 0 | 5000 | 10 000 | 15 000 | 20 000 | 25 000 |
|---|---|------|--------|--------|--------|--------|
| Продольный датчик n | 0 | | | | | |
| Рычажный n_T | 0 | | | | | |
| Тензометр ε_T | | | | | | |
| ε_i^0 | | | | | | |
| $\varepsilon_p = \varepsilon_i^0 \cdot n$ | | | | | | |

2. Вычислить величину относительной продольной деформации, измеренной рычажным тензометром для каждой нагрузки:

$$\varepsilon_T = \frac{1}{K \cdot l_0} n_T, \quad (12)$$

где K – коэффициент увеличения тензометра;

l_0 – база тензометра;

n_T – показания шкалы тензометра.

Для используемого рычажного тензометра Гугенбергера $K = 1000$; $l_0 = 20$ мм.

$$\varepsilon_T = \frac{1}{1000 \cdot 20} \cdot n_T = 5 \cdot 10^{-5} n_T, \text{ мм} \quad (13)$$

3. Построить график изменения деформации (1), замеренной тензометром Гугенбергера (рисунок 6) как функцию тензосигнала продольного датчика. По оси ординат откладываются величины ε_T – для тензометра, по оси абсцисс – значения n для продольного датчика. Этот график должен достаточно точно изображаться прямой линией (2).

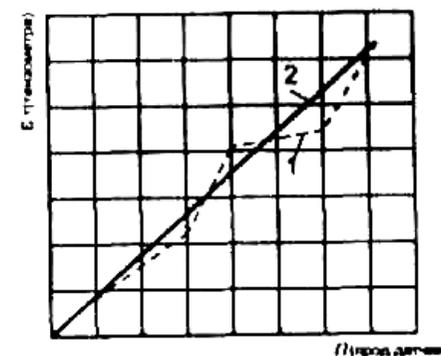


Рисунок 6 — График изменения деформации

4. Вычислить тарировочный коэффициент ε_i^0 для каждой ступени нагрузки:

$$\varepsilon_i^0 = \frac{\varepsilon_T}{n} \quad (14)$$

Тарировочный коэффициент ε^0 прибора будет определяться как среднее значение:

$$\varepsilon^0 = \frac{\sum_i^m \varepsilon_i^0}{m} \frac{ЕОД}{ед. показаний прибора}, \quad (15)$$

где m – число ступеней (опытов); ЕОД – единица относительной деформации

5. Вычислить, используя ε^0 , расчетное значение продольной деформации ε_p для каждой ступени и построить тарировочный график (2) (рисунок 6):

$$\varepsilon_p = \varepsilon^0 n. \quad (16)$$

6. Внести величины продольной деформации ε_p из таблицы 2 в таблицу 3 и вычислить, используя тарировочный коэффициент ε^0 , расчетные значения поперечной деформации ε_p' для каждой ступени нагрузки:

$$\varepsilon_p' = \varepsilon^0 n'. \quad (17)$$

Таблица 3 — Вычисление коэффициента Пуассона

| Нагрузка F | H | 0 | 5000 | 10000 | 15000 | 20000 | 25000 | Результат |
|-------------------|------------------|---|------|-------|-------|-------|-------|---------------|
| Поперечный датчик | N' | | | | | | | |
| Продольный датчик | ε_p' | | | | | | | |
| μ_i | | | | | | | | $\bar{\mu} =$ |

7. Вычислить для каждой ступени значение коэффициента Пуассона по формуле:

$$\mu_i = \left| \frac{\varepsilon_p'}{\varepsilon_p} \right|, \quad (18)$$

где отношение берется по абсолютной величине.

8. Рассчитать среднее значение коэффициента Пуассона по формуле

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_i^m \mu_i}{m}, \quad (19)$$

где m – число опытов (ступеней).

9. Определить модуль упругости E , для чего внести величины продольной деформации ε_p из таблицы 3 в таблицу 4.

Таблица 4

| Нагрузка $F = F_i - F_0$, Н | 0 | 5000 | 10 000 | 15 000 | 20 000 | 25 000 | Результат |
|-------------------------------------|---|------|--------|--------|--------|--------|--------------------|
| ε_p | | | | | | | |
| $\sigma_i = F/A$, /см ² | | | | | | | |
| $E_i = \sigma_i/\varepsilon_{pi}$ | | | | | | | $E = \Sigma E_i/m$ |

10. Вычислить нормальные напряжения для каждой ступени нагружения:

$$\sigma_i = \frac{F_i}{A}, \quad (20)$$

где A – площадь поперечного сечения образца, см².

11. Вычислить значения модуля упругости E_i для каждой ступени нагружения и найти его среднее значение E , которое записать в графу «Результат» таблицы 4:

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_{pi}}; \quad \bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^m E_i}{m}, \quad (21)$$

где m – число ступеней (опытов).

12. Сравнить полученные значения μ и E с табличными величинами для стали.

Контрольные вопросы

1. Что называется коэффициентом Пуассона и модулем упругости?

2. Дайте формулировку закона Гука.

3. Какие свойства материала характеризуют коэффициент Пуассона и модуль упругости?

4. Назовите материалы, для которых закон Гука соблюдается с большой степенью точности, и материалы, для которых он является приближенным.

5. Почему различны знаки поперечной и продольной деформаций при растяжении стержня? Как обнаруживается различие знаков продольной и поперечной деформаций в данной работе?

6. В чем сущность основного уравнения тензометрии?
7. Объясните действие компенсационного датчика.
8. Что означает тарировочный коэффициент?
9. В чем сущность физического явления, называемого тензорезистивным эффектом?
10. Расскажите, как должен располагаться компенсационный датчик на детали и почему?
11. Что представляет собой тензорезистор и какими параметрами он характеризуется?
12. Когда компенсационный датчик называется активным и когда пассивным?

Темы для учебно-исследовательской работы студентов

Исследование влияния базы и сопротивления тензорезисторов на уровень тензосигналов.

1. Определение коэффициента Пуассона и модуля упругости для неметаллических материалов (пластмасс), для нелинейно-упругих материалов.

2. Изучить характер изменения тарировочного коэффициента прибора в зависимости от величины сопротивления рабочих датчиков и при использовании активных компенсационных датчиков.

3. Материалы к практическим занятиям

3.1. Примеры решения типовых задач

Тема «Растяжение (сжатие)»

При работе бруса на растяжение (сжатие) в его поперечных сечениях возникает продольная сила N . Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных по одну сторону от проведенного сечения.

Для расчета бруса на прочность надо знать закон изменения продольных сил по его длине. При растяжении продольную силу будем считать положительной, при сжатии – отрицательной.

Изменение продольной силы по длине бруса удобно представлять в виде графика, называемого эпюрой продольных сил.

Расчеты на прочность при растяжении и сжатии проводят по условию прочности

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma],$$

где σ – нормальное напряжение в сечении бруса;

A – площадь поперечного сечения бруса;

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение.

График изменения напряжения σ по длине бруса называется эпюрой нормальных напряжений.

Используя закон Гука $\Delta l = \frac{N l}{E A}$, можно определить удлинение свободного конца бруса как алгебраическую сумму удлинений (укорочений) всех его участков.

Пример 1. На стальной стержень действуют внешние силы: $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 20$ кН; $F_3 = 60$ кН. Площади поперечного сечения участков стержня составляют: $A_1 = 10$ см²; $A_2 = 30$ см²; $A_3 = 20$ см². Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений, собственную массу стержня не учитывать.

Решение. Для построения эпюр применим метод сечений. Знак «плюс» в значении продольной силы N показывает, что стержень подвергается растяжению, знак «минус» – сжатию. Разобьем стержень на участки в местах приложения нагрузок и изменения площадей поперечных сечений (рисунок 2.1).

Решение. Для построения эпюр применим метод сечений. Знак «плюс» в значении продольной силы N показывает, что стержень подвергается растяжению, знак «минус» – сжатию. Разобьем стержень на участки в местах приложения нагрузок и изменения площадей поперечных сечений (рисунок 2.1).

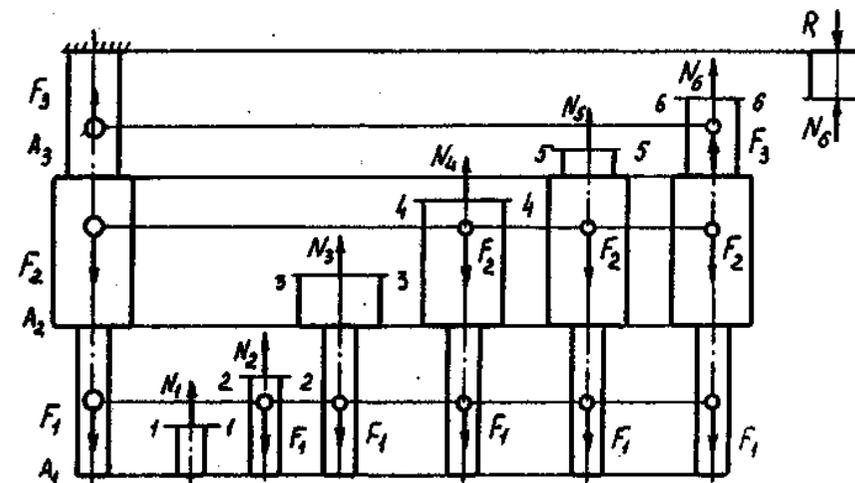


Рисунок 2.1 — К примеру 1

Сечение 1 – 1:
 $\Sigma F_{iy} = -N_1 = 0$.
 Сечение 2 – 2:
 $\Sigma F_{iy} = -N_2 + F_1 = 0$; $N_2 = F_1 = 10$ кН.
 Сечение 3 – 3:
 $\Sigma F_{iy} = -N_3 + F_1 = 0$; $N_3 = F_1 = 10$ кН.
 Сечение 4 – 4:
 $\Sigma F_{iy} = -N_4 + F_1 + F_2 = 0$; $N_4 = F_1 + F_2 = 10 + 20 = 30$ кН.
 Сечение 5 – 5:
 $\Sigma F_{iy} = -N_5 + F_1 + F_2 = 0$; $N_5 = F_1 + F_2 = 10 + 20 = 30$ кН.
 Сечение 6 – 6:
 $\Sigma F_{iy} = -N_6 + F_1 + F_2 - F_3 = 0$; $N_6 = F_1 + F_2 - F_3 = 10 + 20 - 60 = -30$ кН.
 Реакция заделки $R = -30$ кН.
 Построим эпюру продольных сил N (рисунок 2.2).

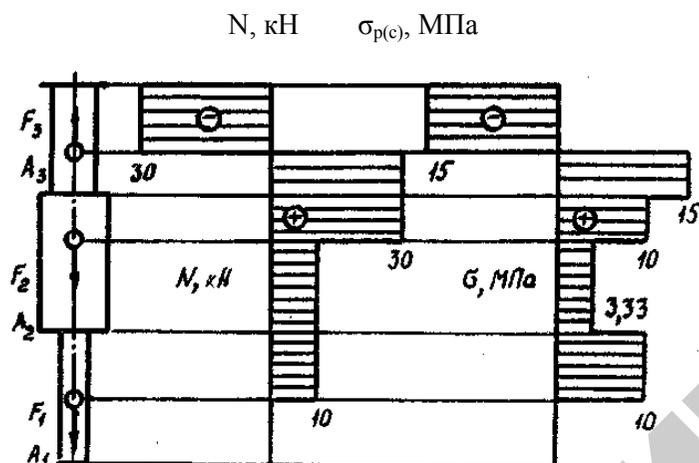


Рисунок 2.2 — К примеру 1

Определим напряжения на участках стержня, используя закон Гука для растяжения – сжатия.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = 0;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_1} = \frac{10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^2} = 10 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^2} = 3,33 \text{ МПа};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_2} = \frac{30 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^2} = 10 \text{ МПа};$$

$$\sigma_5 = \frac{N_5}{A_3} = \frac{30 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^2} = 15 \text{ МПа};$$

$$\sigma_6 = \frac{N_6}{A_3} = \frac{30 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^2} = -15 \text{ МПа}.$$

Построим эпюру нормальных напряжений (рисунок 2.2).

Определим перемещение свободного конца стержня под действием сил.

Для этого зададим длину участков стержня:

$$l_1 = 150 \text{ мм} \quad l_2 = 150 \text{ мм}$$

$$l_3 = 250 \text{ мм} \quad l_4 = 100 \text{ мм}$$

$$l_5 = 100 \text{ мм} \quad l_6 = 150 \text{ мм}$$

Из закона Гука, полагая модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5$ МПа:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} + \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_1} + \frac{N_3 \cdot l_3}{E \cdot A_2} + \frac{N_4 \cdot l_4}{E \cdot A_2} + \frac{N_5 \cdot l_5}{E \cdot A_3} + \frac{N_6 \cdot l_6}{E \cdot A_3} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 10^5} \left(\frac{0 \cdot 150}{10 \cdot 10^2} + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 150}{10 \cdot 10^2} + \frac{10 \cdot 10^3 \cdot 250}{30 \cdot 10^2} + \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 100}{30 \cdot 10^2} + \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 100}{20 \cdot 10^2} + \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 150}{30 \cdot 10^2} \right) = 0,13 \text{ мм}$$

Тема «Плоский поперечный изгиб»

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

В поперечных сечениях балок возникают поперечные силы Q_y и изгибающие моменты M_x .

Правила знаков, применяемые при построении эпюр Q_y и M_x .

Поперечная сила в сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на ось y внешних сил, лежащих по одну сторону от сечения.

Внешняя сила, стремящаяся повернуть отсеченную часть балки относительно точки сечения по ходу часовой стрелки, входит в уравнение поперечной силы со знаком плюс, если против хода часовой стрелки – минус.

Изгибающий момент численно равен алгебраической сумме моментов относительно центра тяжести сечения всех сил, действующих на балку по одну сторону от этого сечения.

Внешняя сила (или пара сил), изгибающая отсеченную часть балки относительно центра тяжести сечения выпуклостью вниз, входит в уравнение моментов со знаком плюс, изгибающая выпуклостью вверх — со знаком минус.

Пример 2. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для балки, изображенной на рисунке 2.3.

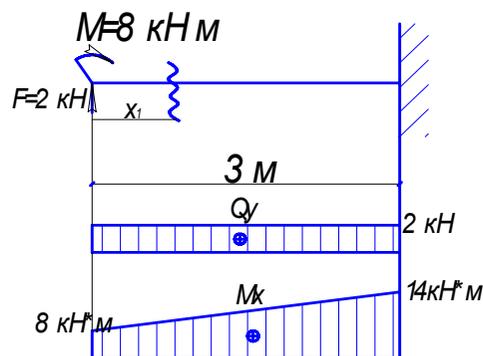


Рисунок 2.3 — К примеру 2

Решение. При построении эпюр для балок с одним зашпеленным концом можно не определять опорные реакции. Будем рассматривать равновесие той части, к которой приложены только внешние силы (левой части).

Рассматриваем равновесие левой, отсеченной части балки:

$$0 \leq x_1 < 3.$$

Уравнение для определения поперечной силы в рассматриваемом сечении:

$Q_{x_1} = F = 2$ кН (поперечная сила положительна, так как внешняя нагрузка стремится повернуть отсеченную часть балки относительно точки сечения по часовой стрелке). Поперечная сила постоянна на всем протяжении балки, эпюра Q_y (рисунок 2.3).

Уравнение, по которому можно определить изгибающий момент на участке $0 \leq x_1 < 3$, имеет вид:

$$M_{x_1} = M + F \cdot x_1.$$

Оба слагаемых, входящих в выражение изгибающего момента, положительны, так как соответствующие внешние силы изгибают балку выпуклостью вниз.

Изгибающий момент выражается линейной функцией, поэтому для построения эпюры достаточно найти значения изгибающего момента в 2-ух сечениях балки:

при $x_1 = 0$, $M_{x_1} = M = 8$ кН·м;

при $x_2 = 3$ м, $M_{x_2} = M + 2 \cdot 3 = 14$ кН·м.

Эпюра изгибающих моментов показана на рисунке 2.3

Пример 3. Для балки (рисунок 2.4) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Решение. Определяем опорные реакции. Для определения R_{Bx} составляем уравнение проекции сил на ось x :

$$\sum F_{kx} = R_{Bx} = 0.$$

Сумма моментов всех сил относительно опоры B :

$$\sum M_B = q \cdot 2 \cdot 1 - F \cdot 4 + R_{Cy} \cdot 7 - M = 0,$$

откуда

$$R_{Cy} = \frac{-q \cdot 2 \cdot 1 + F \cdot 4 + M}{7} = \frac{-4 \cdot 2 + 8 \cdot 4 + 11}{7} = 5 \text{ кН.}$$

Сумма моментов всех сил относительно опоры C :

$$\sum M_C = -M + F \cdot 3 - R_{By} \cdot 7 + q \cdot 2 \cdot 8 = 0,$$

откуда

$$R_{By} = \frac{-M + F \cdot 3 + q \cdot 2 \cdot 8}{7} = \frac{-11 + 8 \cdot 3 + 4 \cdot 2 \cdot 8}{7} = 11 \text{ кН.}$$

Уравнение проверки – сумма проекций всех сил на вертикальную ось y :

$$\sum F_{ky} = R_{By} - q \cdot 2 - F + R_{Cy} = 11 - 4 \cdot 2 - 8 + 5 = 0.$$

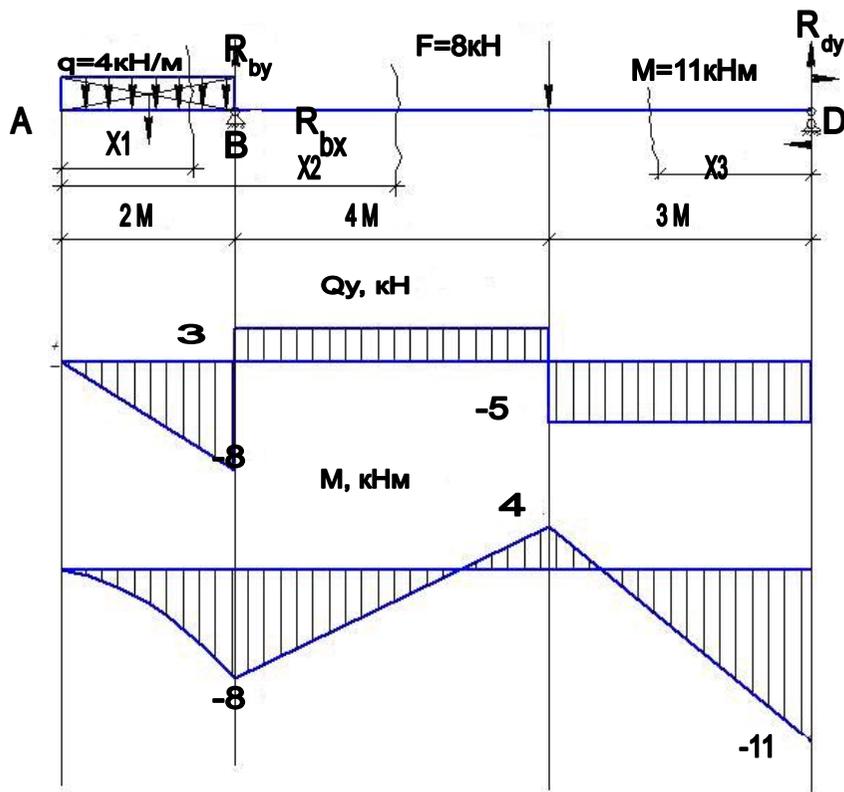


Рисунок 2.4 — К примеру 3

Строим эпюру поперечных сил.

Балку условно разбиваем на участки: 1-ый участок от точки K до опоры B , 2-ой – от опоры B до точки D , 3-ий – от опоры C до точки D .

На первом участке произвольно выбираем сечение, отстоящее на расстоянии x_1 от точки K , то есть $0 \leq x_1 < 2$. Равномерно распределенную нагрузку на длине x_1 заменяем равнодействующей силой, равной $q \cdot x_1$, приложенной по середине длины x_1 .

Поперечная сила в сечении x_1 :

$Q_{x_1} = -qx_1$ (относительно точки сечения равнодействующая вращает отсеченную часть балки против хода стрелки часов).

при $x_1 = 0$, $Q_{x_1} = 0$;

при $x_1 = 2$, $Q_{x_1} = -4 \cdot 2 = -8$ кН.

Второе сечение проводим за опорой B . Рассматриваем участок, когда $2 \leq x_2 < 6$. Поперечную силу можно определить на этом участке по уравнению:

$$Q_{x_2} = -q \cdot 2 + R_{BY} \text{ (кН)}.$$

Относительно центра тяжести сечения x_2 сила $q \cdot 2$ вращает отсеченную часть балки против хода часовой стрелки, в уравнение она вошла со знаком минус. Реакция R_{BY} проектируется со знаком плюс, так как вращает отсеченную часть балки по ходу часовой стрелки.

При $x_2 = 2$ м, $Q_{x_2} = -4 \cdot 2 + 11 = 3$ кН.

Рассматриваем балку справа. Делаем сечение x_3 , когда $0 \leq x_3 < 3$. Уравнение для определения поперечной силы на обозначенном участке:

$Q_{x_3} = -R_{CY}$ (минус, так как сила реакции R_{CY} вращает относительно точки сечения правую, отсеченную часть балки против хода часовой стрелки);

$$Q_{x_3} = -R_{CY} = -5 \text{ кН}.$$

По полученным значениям строим эпюру Q_y . Переходим к построению эпюры изгибающих моментов.

Рассматриваем сечение x_1 . На балку действует равномерно распределенная нагрузка. Мысленно закрепим отсеченную левую часть балки в проведенном сечении на первом участке. Равнодействующая равномерно распределенной нагрузки $q \cdot x_1$ изгибает отсеченную часть балки относительно проведенного сечения выпуклостью вверх, следовательно, изгибающий момент от равнодействующей распределенной нагрузки в сечении x_1 будет отрицательным:

$$0 \leq x_1 < 2;$$

$$M_{x_1} = -q \cdot x_1 \cdot \frac{x_1}{2} = q \frac{x_1^2}{2},$$

где $\frac{x_1}{2}$ – расстояние от равнодействующей до точки сечения, то

есть точки, относительно которой определяем значение момента.

На участке от точки K до опоры B – парабола.

Рассматриваем участок $2 \leq x_2 < 6$, для которого значение изгибающего момента $M_{x_2} = -q \cdot 2(x_2 - 1) + R_{BY}(x_2 - 2)$.

Решаем: при $x_2 = 2$; $M_{x_2} = -4 \cdot 2 = -8$ кН·м;

при $x_2 = 6$; $M_{x_2} = -4 \cdot 2 \cdot 5 + 11 \cdot 4 = 4$ кН·м.

Рассматриваем правую часть балки:

$0 \leq x_3 < 2$; $M_{x_3} = -M + R_{CY} \cdot x_3$ (сосредоточенный момент относительно точки сечения изгибает балку выпуклостью вверх, в уравнение вошел со знаком минус, а момент от реакции $R_{CY} \cdot x_3$ изгибает балку выпуклостью вниз, поэтому в уравнение включаем со знаком плюс).

Решим:

при $x_3 = 0$, $M_{x_3} = -M = -11 \text{ кН}\cdot\text{м}$;

при $x_3 = 3 \text{ м}$, $M_{x_3} = 11 + 5 \cdot 3 = 4 \text{ кН}\cdot\text{м}$

По полученным значениям моментов строим эпюру изгибающих моментов (рис. 2.4).

Пример 4. Для балки, изображенной на рисунке 2.5, построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Решение. Определяем опорные реакции. Для определения R_{Ax} составляем уравнение проекции сил на ось x :

$$\sum F_{kx} = R_{Ax} = 0.$$

$$\sum M_A = -q \cdot 6 \cdot 3 - M + R_{By} \cdot 10 = 0;$$

$$R_{By} = \frac{q \cdot 6 \cdot 3 + M}{10} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 3 + 20}{10} = 5,6 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = -M + q \cdot 6 \cdot 7 - R_{Ay} \cdot 10 = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{-M + q \cdot 6 \cdot 7}{10} = \frac{-20 + 2 \cdot 6 \cdot 7}{10} = 6,4 \text{ кН}.$$

Составляем проверочное уравнение:

$$\sum F_{ky} = R_{Ay} - q \cdot 6 + R_{By} = 6,4 - 2,6 + 5,6 = 0.$$

Следовательно, опорные реакции определены верно.

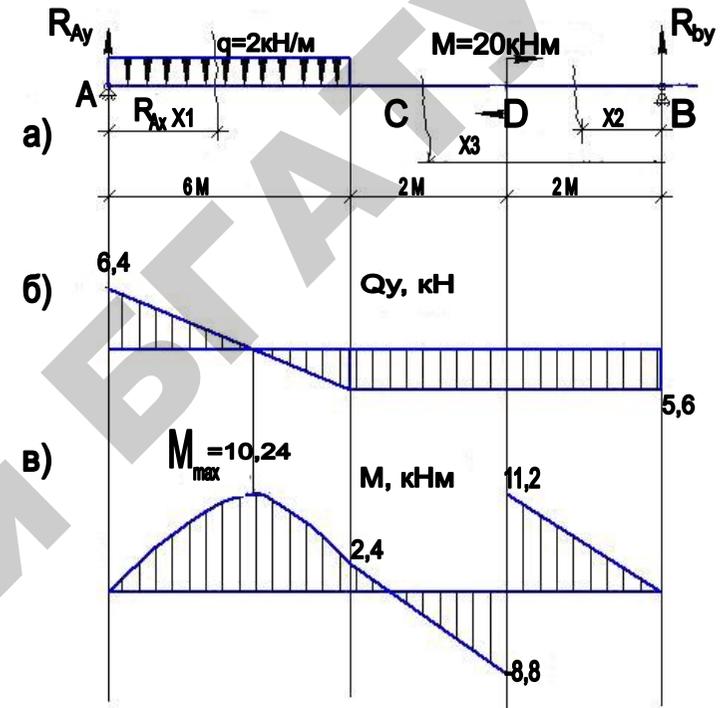


Рисунок 2.5 — К примеру 4

Балка имеет три участка: AC , CD и DB .

Строим эпюру поперечных сил.

$0 \leq x_1 < 6$; $Q_{x_1} = R_{Ay} - q \cdot x_1$ — уравнение прямой.

Подставляя в уравнение крайние значения x_1 , получим:

при $x_1 = 0$, $Q_{x_1} = R_{Ay} = 6,4 \text{ кН}$;

при $x_1 = 6$, $Q_{x_1} = 6,4 - 2 \cdot 6 = -5,6 \text{ кН}$.

Сечение x_2 удобно обозначить справа.

$0 \leq x_2 < 2$; $Q_{x_2} = -R_{By} = -5,6 \text{ кН}$.

За точкой приложения момента $M = 20 \text{ кН}\cdot\text{м}$ характер уравнения для вычисления поперечной силы не изменится, то есть и на участке за точкой D численное значение поперечной силы — $-5,6 \text{ кН}$.

По найденным числовым значениям строим эпюру поперечной силы. Определим значения изгибающих моментов для каждого из участков балки. Для этого воспользуемся теми же сечениями, которые были выбраны ранее. На первом участке, где $0 \leq x_1 < 6$, изги-

бающий момент $M_{x_1} = R_{AY} \cdot x_1 - qx_1 \cdot \frac{x_1}{2} = R_{AY} \cdot x_1 - \frac{qx_1^2}{2}$ (момент

изменяется по закону квадратной параболы).

Чтобы найти максимальное значение изгибающего момента на участке AC, приравняем к нулю значение поперечной силы на этом участке:

$$Q_{x_1} = 6,4 - q \cdot x_1 = 0; \text{ откуда } x_1 = \frac{6,4}{2} = 3,2 \text{ м.}$$

Подставив значения x_1 в уравнение моментов, получим:
при $x_1 = 0$; $M_{x_1} = 0$.

$$\text{при } x_1 = 6 \text{ м; } M_{x_1} = 6,4 \cdot 6 - 2 \cdot \frac{6^2}{2} = 2,4 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

$$\text{при } x_1 = 3,2 \text{ м; } M_{x_1} = 6,4 \cdot 3,2 - 2 \cdot \frac{3,2^2}{2} = 10,24 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Для второго участка:

$$0 \leq x_2 < 2; M_{x_2} = R_{BY} \cdot x_2.$$

Решаем: при $x_2 = 0$; $M_{x_2} = 0$;

$$x_2 = 2 \text{ м; } M_{x_2} = 5,6 \cdot 2 = 11,2 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Для третьего участка:

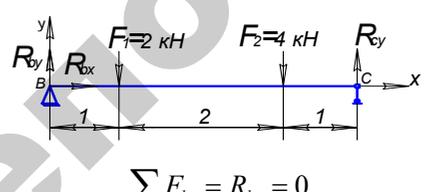
$$2 \leq x_3 < 4; M_{x_3} = R_{BY} \cdot x_3 - M;$$

$$\text{при } x_3 = 2 \text{ м; } M_{x_3} = 5,6 \cdot 2 - 20 = -8,8 \text{ кН}\cdot\text{м;}$$

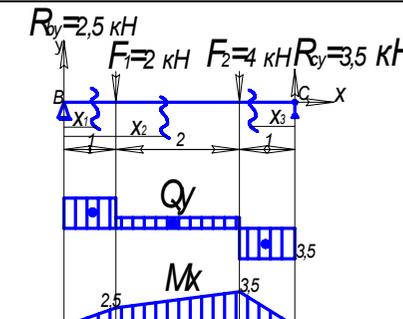
$$\text{при } x_3 = 4 \text{ м; } M_{x_3} = 5,6 \cdot 4 - 20 = 2,4 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Эпюры поперечной силы и изгибающих моментов построены на рисунках 2.4, б, в.

3.2. Последовательность построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по уравнениям

| Что делать | Чем руководствоваться |
|---|--|
| 1. Определить опорные реакции и полученные данные проверить |  $\sum F_{kx} = R_{bx} = 0$ |

Продолжение таблицы

| Что делать | Чем руководствоваться |
|---|---|
| 1. Определить опорные реакции и полученные данные проверить | $\sum M_B = R_{cy} \cdot 4 - F_2 \cdot 3 - F_1 \cdot 2 = 0;$ $R_{cy} = \frac{F_2 \cdot 3 + F_1 \cdot 2}{4} = \frac{4 \cdot 3 + 2 \cdot 1}{4} = 3,5 \text{ кН};$ $\sum M_c = F \cdot 1 + F \cdot 3 - R_{by} \cdot 4 = 0;$ $R_{by} = \frac{F_2 \cdot 1 + F_1 \cdot 3}{4} = \frac{4 \cdot 1 + 2 \cdot 3}{4} = 2,5 \text{ кН};$ $\sum F_{ky} = R_{By} - F_1 - F_2 + R_{cy} = 2,5 - 2 - 4 + 3,5 = 0$ |
| 2. Балку разделить на участки, границы которых совпадают с точками приложения сил, пар сил или с точками начала и конца распределенной нагрузки | <p>I участок $- 0 \leq x_1 < 1$; II участок $- 1 \leq x_2 < 3$; III участок $- 0 \leq x_3 < 1$</p> |
| 3. На каждом участке провести сечение и, рассматривая равновесие отсеченной части балки (левой или правой), составить уравнения, выражающие поперечную силу и изгибающий момент. Для поперечной силы Q_y : $0 \leq x_1 < 1$. Поперечная сила в сечении x_1 $Q_{x_1} = R_{BY} = 2,5 \text{ кН.}$ $1 \leq x_2 < 3$. Поперечная сила в сечении x_2 $Q_{x_2} = R_{BY} - F_1 = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ кН.}$ Удобнее сечение x_3 рассмотреть справа. $0 \leq x_3 < 1$. Поперечная сила в сечении x_3 $Q_{x_3} = -R_{BY}$ (относительно точки сечения вращает отсеченную часть балки против часовой стрелки). $Q_{x_3} = -3,5 \text{ кН.}$ |  <p>Обращаем внимание, что сечения x_1, x_2 и x_3 (в нашем случае) показаны от «конца» балки, а запись, например, $2 \leq x_2 < 3$ означает, что только на участке от точки приложения силы F_1 до точки приложения силы F_2 будет действовать уравнение по определению Q_{x_2}. В пределах каждого из участков поперечная сила постоянна. Эпюра имеет скачки под сосредоточенными силами R_{By}, R_{Cy}, F_1, F_2. Величина и направление скачка соответствуют направлению внешней силы</p> |

Окончание таблицы

| Что делать | Чем руководствоваться |
|---|---|
| <p>Для построения эпюры изгибающего момента рассматриваем указанные выше участки $0 \leq x_1 < 1$.</p> <p>$Mx_1 = R_{By} \cdot x_1$ – уравнение прямой. Для построения эпюры моментов достаточно найти ординаты двух точек: при $x_1 = 0$, $Mx_1 = 0$; при $x_1 = 2$, $Mx_1 = 2,5 \cdot 1 = 2,5$ кН·м</p> <p>$1 \leq x_2 < 3$.</p> <p>$Mx_2 = R_{By} \cdot x_1 - F_1(x_2 - 1)$; при $x_2 = 1$, $Mx_2 = 2,5 \cdot 1 - 2(1-1) = 2,5$ кН·м при $x_2 = 3$, $Mx_2 = 2,5 \cdot 3 - 2(3-1) = 3,5$ кН·м.</p> <p>Далее целесообразно рассмотреть правую часть балки: $0 \leq x_3 < 1$; $Mx_3 = R_{Cy} \cdot x_3$; при $x_3 = 0$, $Mx_3 = 0$; при $x_3 = 1$, $Mx_3 = 7,5 \cdot 1 = 7,5$ кН·м</p> | <p>Рассматриваем правую часть балки, так как к ней приложено меньше сил, чем к левой.</p> <p>Под силой F_2 значения $Mx_2 = Mx_3$, что подтверждает правильность решения.</p> <p>Строим эпюры Q_y и Mx по полученным значениям этих внутренних силовых факторов</p> |

3.3. Построение эпюр поперечной силы и изгибающих моментов по характерным точкам

Между выражениями изгибающего момента M_x , поперечной силы Q_y и интенсивностью распределенной нагрузки q существуют дифференциальные зависимости. Производная от поперечной силы по длине бруса равна интенсивности нагрузки:

$$\frac{dQ_y}{dx} = q;$$

а производная от изгибающего момента по длине бруса равна поперечной силе:

$$\frac{dM_x}{dx} = Q_y; \text{ и, следовательно, } \frac{d^2 M_x}{dx^2} = q.$$

На основе метода сечений и дифференциальных зависимостей можно сделать выводы о характере эпюр Q_y и M_x .

Для эпюр поперечных сил:

- 1) на участке, нагруженном равномерно распределённой нагрузкой, эпюра изображается прямой, наклонённой к оси балки;
- 2) на участке, свободном от распределенной нагрузки, эпюра изображается прямой, параллельной оси балки;
- 3) под сечением балки, где приложена сосредоточенная сила, в эпюре поперечных сил есть скачок, равный величине приложенной силы;
- 4) в сечении балки, где приложена пара сил, поперечная сила не изменяет своего значения.

Для эпюр изгибающих моментов:

- 1) на участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра моментов изображается квадратной параболой, обращенной выпуклостью навстречу стрелкам распределенной нагрузки;
- 2) на участке, свободном от распределенной нагрузки, эпюра моментов – прямая линия;
- 3) под сечением балки, где приложена сосредоточенная пара сил, на эпюре изгибающих моментов имеется скачок, равный величине момента пары;
- 4) на участке, где поперечная сила равна нулю, балка испытывает чистый изгиб, и эпюра изгибающих моментов – прямая, параллельная оси балки;
- 5) изгибающий момент принимает экстремальное значение в сечении, где поперечная сила равна нулю.

3.4. Расчеты на прочность при изгибе

Условие прочности на изгиб для балок с сечениями, симметричными относительно нейтральной оси, имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma] \text{ Н/мм}^2,$$

где σ_{\max} – максимальное расчетное значение напряжения изгиба, Н/мм²;

M_{\max} – максимальное значение изгибающего момента, Н·мм;

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение на изгиб для материала балки;

W_x – осевой момент сопротивления изгибу сечения балки (геометрическая характеристика сечения), мм³.

Осевой момент сопротивления W_x для простых сечений (рисунок 2.5) можно определить по формулам:

для квадрата $W_x = \frac{a^3}{6}$ (рисунок 2.5, а);

для прямоугольника $W_x = \frac{bh^2}{6}$; $W_y = \frac{hb^2}{6}$ (рисунок 2.5, б);

для круга $W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$ (рисунок 2.5, в);

для прокатных профилей значения моментов инерции приведены в приложении 2.

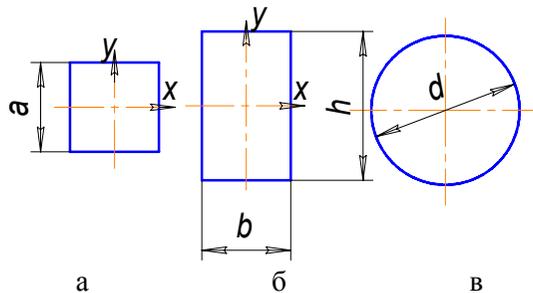


Рисунок 2.5 — К подбору сечения балки

Пример 5. Проверить прочность балки круглого сечения диаметром $d = 200$ мм, если $[\sigma] = 160$ МПа (см. пример 3).

Решение. Максимальное значение изгибающего момента

$$M_{max} = 11 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ (Н}\cdot\text{мм)},$$

момент сопротивления круглого сечения

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3 = 0,1 \cdot 200^3 = 800\,000 \text{ мм}^3.$$

Подставляем полученные значения в уравнение прочности

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{11 \cdot 10^6}{800\,000} = 13,75 \text{ Н/мм}^2,$$

$$\sigma_{max} < [\sigma].$$

Пример 6. Подобрать сечение для балки с прямоугольным профилем с соотношением сторон $b = \frac{3}{4}h$ (см. пример 2), если $[\sigma] = 160$ МПа.

Решение. Из условия прочности на изгиб определяем осевой момент сопротивления

$$W_x = \frac{M_{max}}{\sigma_{max}} = \frac{14 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ (Н}\cdot\text{мм)}}{160} = 87\,500 \text{ мм}^3.$$

Для прямоугольного сечения

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{3 \cdot h \cdot h^2}{4 \cdot 6} = \frac{h^3}{8} = 87\,500 \text{ мм}^3;$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{87500}{8}} = 12,2 \text{ мм}; \quad b = \frac{3}{4}h = \frac{3}{4} \cdot 12,2 = 9,2 \text{ мм}.$$

4. Задания к управляемой самостоятельной работе студентов

Задача 2.1. Для бруса (рисунки 2.6, 2.7, схемы 1–24) построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений. Исходные данные приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1

| N п/п | Нагрузки, кН | | | Размеры, мм | | | | | | |
|----------|--------------|-------|-------|-------------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|
| | F_1 | F_2 | F_3 | d_1 | d_2 | d_3 | a | b | c | D |
| 1 | 20 | 25 | 14 | 14 | 40 | 52 | 35 | 47 | 79 | 102 |
| 2 | 18 | 27 | 12 | 20 | 45 | 56 | 28 | 49 | 82 | 114 |
| 3 | 21 | 17 | 10 | 16 | 42 | 62 | 38 | 60 | 85 | 104 |
| 4 | 19 | 15 | 16 | 10 | 41 | 50 | 20 | 45 | 75 | 105 |
| 5 | 17 | 24 | 15 | 12 | 43 | 58 | 22 | 48 | 70 | 100 |
| 6 | 22 | 26 | 30 | 18 | 30 | 56 | 32 | 44 | 76 | 112 |
| 7 | 16 | 23 | 29 | 22 | 34 | 50 | 39 | 52 | 78 | 118 |
| 8 | 23 | 26 | 38 | 25 | 40 | 64 | 37 | 64 | 80 | 120 |
| 9 | 15 | 18 | 11 | 11 | 44 | 57 | 16 | 46 | 88 | 110 |
| 10 | 24 | 19 | 18 | 20 | 45 | 60 | 40 | 52 | 77 | 111 |
| 11 | 14 | 16 | 13 | 12 | 32 | 52 | 18 | 50 | 72 | 106 |
| 12 | 13 | 28 | 32 | 10 | 42 | 55 | 33 | 48 | 86 | 116 |
| 13 | 25 | 14 | 9 | 23 | 36 | 62 | 36 | 56 | 90 | 108 |
| 14 | 10 | 12 | 31 | 14 | 31 | 54 | 31 | 45 | 83 | 115 |
| 15 | 26 | 10 | 34 | 18 | 38 | 58 | 34 | 62 | 76 | 95 |
| 16 | 9 | 15 | 32 | 13 | 33 | 65 | 30 | 51 | 79 | 103 |
| 17 | 27 | 11 | 37 | 16 | 41 | 52 | 39 | 54 | 70 | 97 |
| 18 | 12 | 29 | 17 | 11 | 35 | 56 | 20 | 45 | 75 | 118 |
| 19 | 28 | 20 | 22 | 24 | 43 | 59 | 26 | 60 | 81 | 100 |
| 20 | 30 | 21 | 19 | 12 | 37 | 60 | 20 | 53 | 98 | 117 |

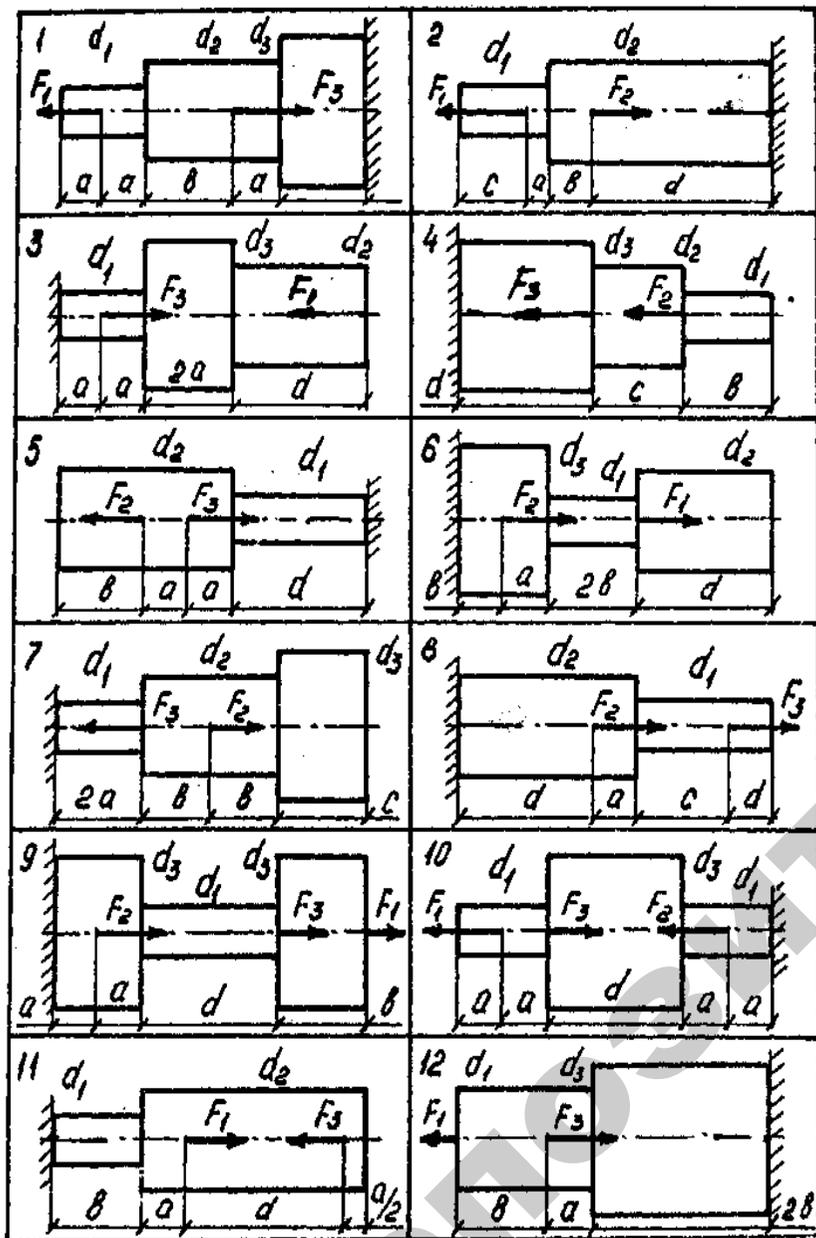


Рисунок 2.6 — К задаче 2.1

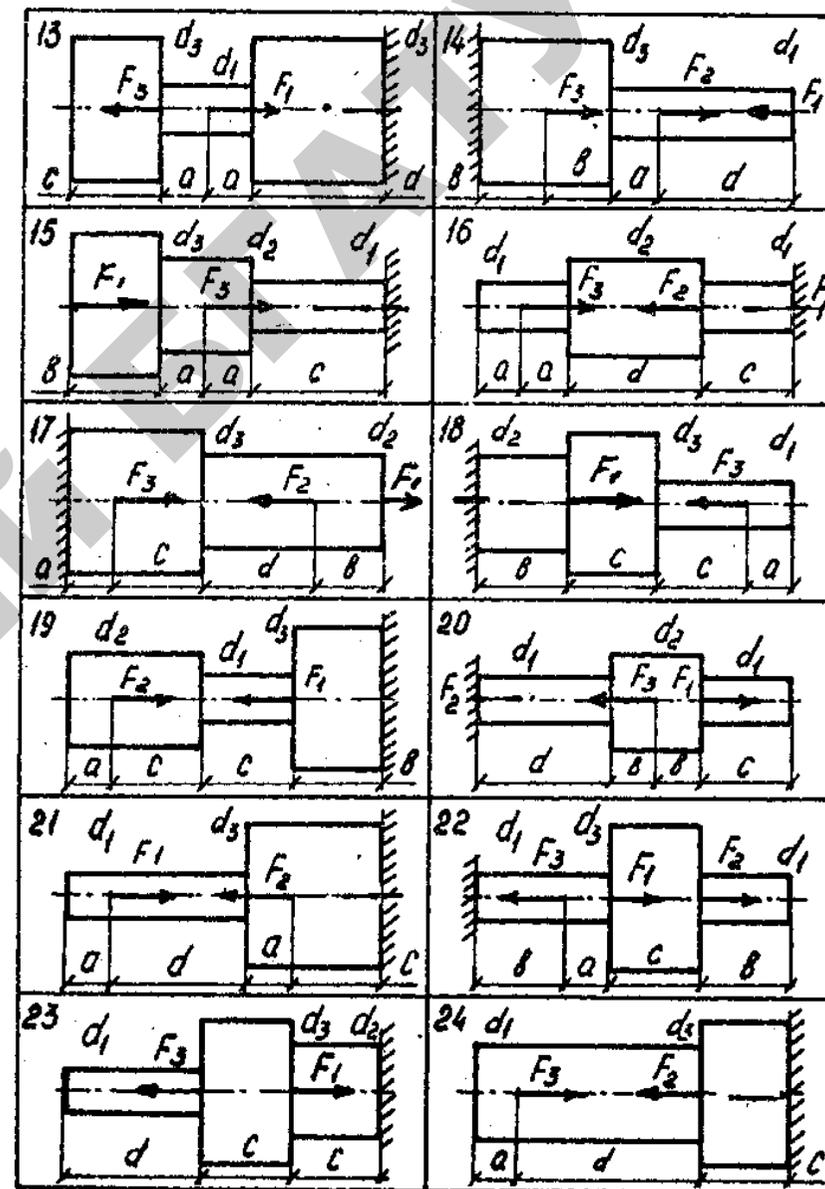


Рисунок 2.7 — К задаче 2.1

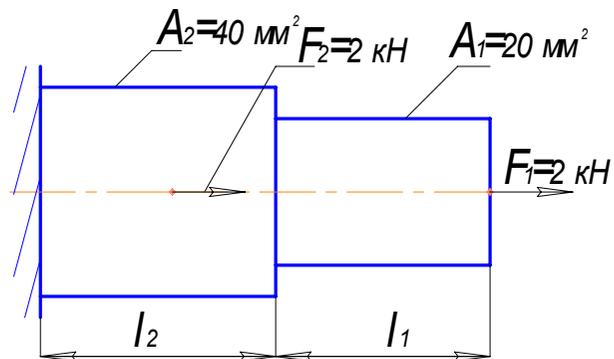
Задача 2.2. Для балок (рисунки 1.12, 1.13, схемы 1–10, таблица 1.1) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Подобрать сечение круглого профиля, если для материала балки $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$

Задача 2.3. Для заданных схем балок (рисунки 1.14–1.18, схемы 1–20, таблица 1.2) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать сечения круглого и прямоугольного профилей, а также сечение в виде двутавра (см. приложение 2) из сортамента прокатной стали, если для материала балки $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

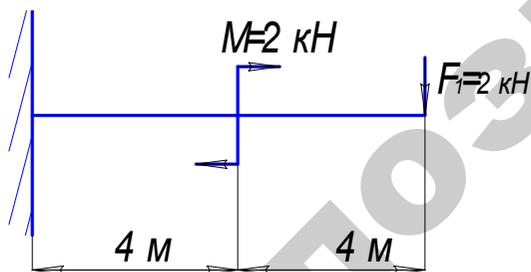
5. Примеры разноуровневых контрольных заданий для проверки результатов обучения

I уровень

Задача 1. Для двухступенчатого бруса построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений.

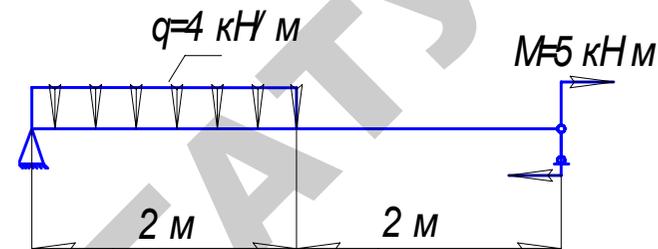


Задача 2. Определить реакции в защемлении и построить эпюры поперечной силы и изгибающих моментов.

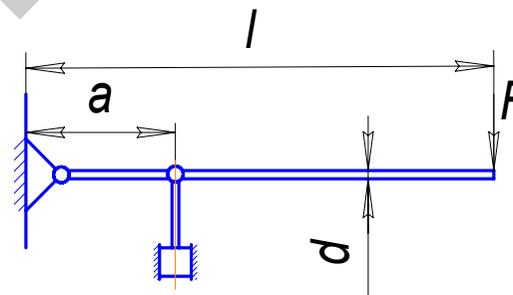


II уровень

Задача 3. Определить реакции в опорах и подобрать сечение балки круглого профиля, если $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

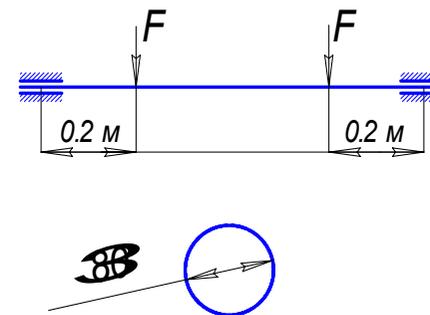


Задача 4. На рукоятку пресса длиной $l = 0,5 \text{ м}$ действуют силой $F = 150 \text{ Н}$. Расстояние от опоры A до шарнира штока $a = 0,1 \text{ м}$, диаметр рукоятки $d = 20 \text{ мм}$. Определить максимальное напряжение изгиба рукоятки.



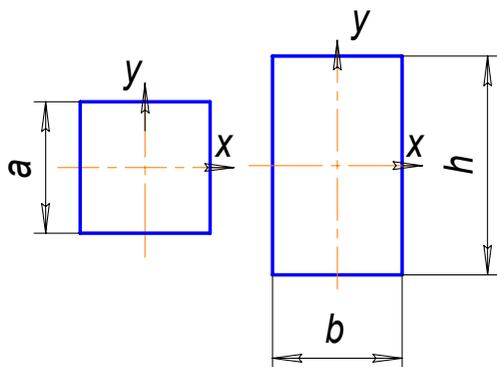
III уровень

Задача 5. Проверить прочность вращающейся оси из стали Ст.4 с $\sigma_b = 520 \text{ МПа}$, $\sigma_{-1} = 210 \text{ МПа}$, $[S] = 3$. Ось гладко обточена, действующие силы $F = 15 \text{ кН}$. Цикл изменения напряжений – симметричный.



Задача 6. Определить, какую наибольшую равномерно распределенную нагрузку q можно приложить к двухопорной балке пролетом $l = 2$ м, если ее сечение представляет круг $d = 220$ мм, а допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

Задача 7. Балка квадратного сечения со стороной a и балка прямоугольного сечения с отношением сторон $b:h = 5:7$ являются равнопрочными. Определить, какая из балок и на сколько процентов более материалоемкая.



БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет _____
Кафедра «Сопротивление материалов и детали машин»

Расчетно-графическая работа № _____

по прикладной механике

Тема: « _____ »

« _____ »

Вариант № _____

Схема № _____

Выполнил студент _____

группа _____

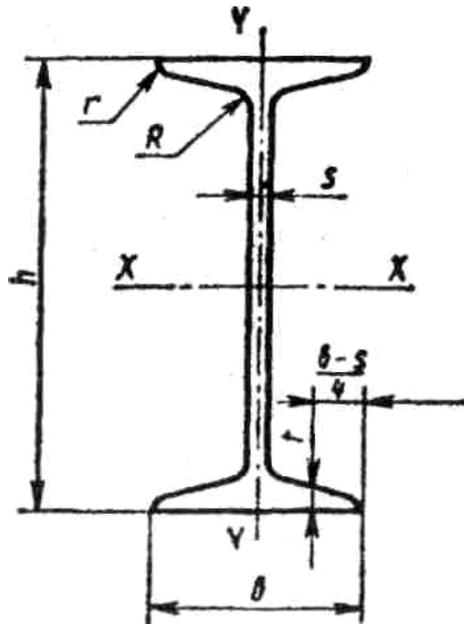
Преподаватель _____

200__г.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Сортамент прокатной стали

Сталь горячекатаная. Балки двутавровые. ГОСТ 8239-89.



Обозначения:

- h — высота двутавра;
- b — ширина полки;
- s — толщина стенки;
- t — средняя толщина полки;
- R — радиус внутреннего закругления;
- r — радиус закругления полки.

| Номер дву- тавра | Размеры | | | | | | Пло- щадь поле- речного сечения, см ² | Масса 1м, кг | Справочные значения для осей | | | | | | |
|------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---|-----------------|--|--|---------------------------|--|--|--|---------------------------|
| | <i>h</i> | <i>b</i> | <i>s</i> | <i>t</i> | <i>R</i> | <i>r</i> | | | X - X | | | | Y - Y | | |
| | мм | | | | | | | | <i>I_x</i> , см ⁴ | <i>W_x</i> , см ³ | <i>i_x</i> , см | <i>S_x</i> , см ³ | <i>I_y</i> , см ⁴ | <i>W_y</i> , см ³ | <i>i_y</i> , см |
| 10 | 100 | 55 | 4,5 | 7,2 | 7,0 | 2,5 | 12,0 | 9,46 | 198 | 39,7 | 4,06 | 23,0 | 17,9 | 6,49 | 1,22 |
| 12 | 120 | 64 | 4,8 | 7,3 | 7,5 | 3,0 | 14,7 | 11,50 | 350 | 58,4 | 4,88 | 33,7 | 27,9 | 8,72 | 1,38 |
| 14 | 140 | 73 | 4,9 | 7,5 | 8,0 | 3,0 | 17,4 | 13,70 | 572 | 81,7 | 5,73 | 46,8 | 41,9 | 11,50 | 1,55 |
| 16 | 160 | 81 | 5,0 | 7,8 | 8,5 | 3,5 | 20,2 | 15,90 | 873 | 109,0 | 6,57 | 62,3 | 58,6 | 14,50 | 1,70 |
| 18 | 180 | 90 | 5,1 | 8,1 | 9,0 | 3,5 | 23,4 | 18,40 | 1290 | 143,0 | 7,42 | 81,4 | 82,6 | 18,40 | 1,88 |
| 20 | 200 | 100 | 5,2 | 8,4 | 9,5 | 4,0 | 26,8 | 21,00 | 1840 | 184,0 | 8,28 | 104,0 | 115,0 | 23,10 | 2,07 |
| 22 | 220 | 110 | 5,4 | 8,7 | 10,0 | 4,0 | 30,6 | 24,00 | 2550 | 232,0 | 9,13 | 131,0 | 157,0 | 28,60 | 2,27 |
| 24 | 240 | 115 | 5,6 | 9,5 | 10,5 | 4,0 | 34,8 | 27,30 | 3460 | 289,0 | 9,97 | 163,0 | 198,0 | 34,50 | 2,37 |
| 27 | 270 | 125 | 6,0 | 9,8 | 11,0 | 4,5 | 40,2 | 31,50 | 5010 | 371,0 | 11,20 | 210,0 | 260,0 | 41,50 | 2,54 |
| 30 | 300 | 135 | 6,5 | 10,2 | 12,0 | 5,0 | 46,5 | 36,50 | 7080 | 472,0 | 12,30 | 268,0 | 337,0 | 49,90 | 2,69 |
| 33 | 330 | 140 | 7,0 | 11,2 | 13,0 | 5,0 | 53,8 | 42,20 | 9840 | 597,0 | 13,50 | 339,0 | 419,0 | 59,90 | 2,79 |
| 36 | 360 | 145 | 7,5 | 12,3 | 14,0 | 6,0 | 61,9 | 48,60 | 13380 | 743,0 | 14,70 | 423,0 | 516,0 | 71,10 | 2,89 |
| 40 | 400 | 155 | 8,3 | 13,0 | 15,0 | 6,0 | 72,6 | 57,00 | 19062 | 953,0 | 16,20 | 545,0 | 667,0 | 86,10 | 3,03 |
| 45 | 450 | 160 | 9,0 | 14,2 | 16,0 | 7,0 | 87,7 | 66,50 | 27696 | 1231,0 | 18,10 | 708,0 | 808,0 | 101,00 | 3,09 |
| 50 | 500 | 170 | 10,0 | 15,2 | 17,0 | 7,0 | 100,0 | 78,50 | 39727 | 1589,0 | 19,90 | 919,0 | 1043,0 | 123,00 | 3,23 |
| 55 | 550 | 180 | 11,0 | 16,5 | 18,0 | 7,0 | 118,0 | 92,60 | 55962 | 2035,0 | 21,80 | 1181,0 | 1356,0 | 151,00 | 3,39 |
| 60 | 600 | 190 | 12,0 | 17,8 | 20,0 | 8,0 | 138,0 | 108,00 | 76806 | 2560,0 | 23,60 | 1491,0 | 1725,0 | 182,00 | 3,54 |

ЛИТЕРАТУРА

1. Прикладная механика : учеб. пособие / А.Т. Скойбеда [и др.]; под общ. ред. А.Т. Скойбеда. – Минск : Вышэйшая школа, 1997. – 521 с.
2. Иосилевич, Г.Б. Прикладная механика : учеб. пособие для вузов / Г.Б. Иосилевич, Г.Б. Строганов, Г.С. Маслов. – Москва : Высшая школа, 1989. – 575 с.
3. Прикладная механика. Лекционный материал по 1 и 2 разделам для агроинженеров немеханических специальностей сост.: А.Н. Шинкевич, С.С. Томило. – Минск : БГАТУ, 2004. – 142 с.
4. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов / С.М. Тарг. – Москва : Наука, 1998. – 384 с.
5. Подскребко, М.Д. Сопротивление материалов : учебник для вузов / М.Д. Подскребко. – Минск : Вышэйшая школа, 2007. – 564 с.
6. Николаенко, В.Л. Механика. В 2 ч. : учеб. пособие / В.Л. Николаенко. – Минск : БНТУ, 2007. – 435 с.
7. Соколовская, В.П. Механика. Практикум по решению задач: учеб. пособие / В.П. Соколовская. – Минск : Вышэйшая школа, 2006. – 315 с.
8. Прикладная механика. Сборник задач для специальности С030200 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства»: в 2 ч. Ч. 1. сост. : А.Н. Шинкевич, А.Н. Орда, С.С. Томило. – Минск, 2001. – 113 с.
9. Прикладная механика. Лабораторный практикум: в 2 ч. Ч. 1 сост.: М.Д. Подскребко [и др.]. – Минск : 1999. – 98 с.
10. Задания по расчетно-графическим работам курса «Прикладная механика» / М. Д. Подскребко [и др.]. – Минск : 1995. – 42 с.
11. Сопротивление материалов. Лабораторный практикум : учеб. пособие / М.Д. Подскребко [и др.]; под общ. ред. М.Д. Подскребко. – Минск : Амалфея, 2001. – 273 с.

Учебное издание

МЕХАНИКА

Учебно-методический комплекс

В двух частях

Часть 1

Жаркова Лилия Сергеевна
Основин Виктор Николаевич
Жаркова Наталья Николаевна

Ответственный за выпуск *В.Н. Основин*
Корректурa, компьютерная верстка *Ю.П. Каминская*

Издано в редакции авторов

Подписано в печать 04.03.2009 г. Формат 60×84¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman. Офсетная печать.
Усл. печ. л. 5,35. Уч.-изд. л. 4,18. Тираж 110 экз. Заказ 220.

Издатель и полиграфическое исполнение
Белорусский государственный аграрный технический университет
ЛИ № 02330/0131734 от 10.02.2006. ЛП № 02330/0131656 от 02.02.2006.
Пр-т Независимости, 99, к. 2, 220023, г. Минск.

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

МЕХАНИКА

В двух частях

Часть 1

**МИНСК
2009**

Репозиторий БГАТУ