

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} = \frac{Q \cdot h}{(Q \cdot \sin \alpha + Q \cdot \cos \alpha \cdot f + S \cdot f) \cdot 1} = \frac{(1 - f \cdot \operatorname{tg} \alpha) \cdot \operatorname{tg} \alpha}{f + \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \phi)} = \frac{1}{K}, \quad (11)$$

где $A_{\text{пол}}$ – полезная работа (на подъем почвенного пласта);

$A_{\text{затр}}$ – вся работа, затрачиваемая на перемещение почвенного пласта по лемеху.

Как отмечалось выше, величина силы подпора, полученная по уравнению (8), не учитывает силу динамического давления почвенного пласта на лемех. С учетом этой силы, величина подпора, которую обозначим P_n , определяется уравнением:

$$P_n = a \cdot B \cdot \gamma \cdot (h \cdot g \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{(1 - f \cdot \operatorname{tg} \alpha) \cdot \operatorname{tg} \alpha} + V_m^2 \cdot \frac{f \cdot \sin \alpha}{1 - f \cdot \operatorname{tg} \alpha}), \quad (12)$$

где V_m – скорость машины, м/с.

Правая часть уравнения (12) в скобках определяет силу динамического давления почвенного пласта на лемех и составляет 5...7 % от силы P_n при реальных скоростях картофелеуборочных машин 0,5...2,0 м/с (1,8...7,2 км/ч).

Определение угла наклона лемеха α по уравнению (12) не существенно его меняет по сравнению с уравнением (9). Уравнение (12) следует использовать при больших скоростях машин.

Заключение

В результате проведенных расчетов установлено, что при использовании ротационного сепаратора почвы в начале технологического процесса картофелеуборочной машины с диаметром описанной окружности паллеров $D = 180$ мм, длина лемеха должна быть не менее $L = 455$ мм, при среднем значении коэффициента трения почвенного пласта о лемех $f=0,6$ оптимальное значение угла наклона лемеха к горизонту $\alpha_{\text{опт}} = 29,5^\circ$. При этом сила подпора почвенного пласта $P = 640$ Н, тяговое сопротивление лемеха имеет минимальное значение при $\alpha_{\text{опт}} R = 690$ Н, а коэффициент полезного действия лемеха $\eta=0,31$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров, Г.Д. Картофелеуборочные машины / Г.Д. Петров. – М.: Машиностроение, 1984. – 384 с.
2. Принципы и методы расчета и проектирования рабочих органов картофелеуборочных машин / Н.В. Бышов [и др.]; под общ. ред. Н.В. Бышова. – 2005. – 284 с.
3. Справочник конструктора сельскохозяйственных машин. – Т. 1. – М.: Машиностроение, 1967. – 722 с.

УДК 631.431.73:629

ПОСТУПИЛА В РЕДАКЦИЮ 5.11.2012

К СТОХАСТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАСТИНКИ С НАЧАЛЬНЫМ ПРОГИБОМ

А.В. Чигарев, докт. ф.-м. наук, профессор (БНТУ); Ю.В. Чигарев, докт. ф.-м. наук, профессор (БГАТУ; Западнопоморский технологический университет, Респ. Польша); И.С. Крук, канд. техн. наук, доцент (БГАТУ; ИПК МЧС РБ); А.С. Воробей, научн. сотр. (РУП «НПЦ НАН Б по механизации сельского хозяйства»); А.В. Мучинский, канд. техн. наук, доцент (БГАТУ)

Аннотация

В статье рассмотрены вопросы стохастизации колебаний пластин, входящих в конструкции сельскохозяйственных машин. В случае выполнения критерия стохастичности, определена устойчивость колебаний пластины в среднем квадратичном.

The article deals with the issues of stochasticity of vibrations of plates that are parts of constructions of agricultural machinery. Stability of vibrations of plate in average quadric is defined on condition that the criterion of stochasticity is observed.

Введение

Сельскохозяйственные машины и орудия содержат в своих конструкциях множество пластин и оболочек, которые на своих границах имеют различные связи с другими элементами машины. Через эти элементы или непосредственно на пластину передается нагрузка, которая может быть статическая или динамическая. Нагрузка, как и материал пластины, влияет на ее прочность и устойчивость. Исследованию задач,

связанных с определением параметров изгиба и устойчивости пластин и оболочек, посвящена монография [1]. Основам теории устойчивости пластин и оболочек посвящены работы [2-4] и др. Несмотря на большое количество работ в этом направлении, существует еще множество нерешенных задач, в том числе и подходов, требующих дополнительных уточнений. Это связано в основном с задачами устойчивости динамического движения (колебаний) пластин и оболочек

чек, когда классические методы могут давать ошибочные или неточные результаты. При эксплуатации сельскохозяйственной техники нагружение элементов конструкции и, в частности пластин, может носить очень сложный характер. В этом случае регулярный характер колебаний пластины может переходить в стохастический, обуславливая применение соответствующих методов. В данной публикации рассмотрен такой случай, когда колебания пластины стохастизируются не за счет ввода в систему случайных величин, а за счет параметров сложного нагружения.

Основная часть

В настоящей работе также рассматривается явление стохастической неустойчивости нелинейных колебаний шарнирно опертой пластинки со сторонами a и b .

Пусть вдоль стороны a к пластинке приложены статические усилия P , а к поверхности пластинки приложена равномерно распределенная, нестационарная нагрузка $Q(x_1, x_2, t)$ (рис. 1).

Уравнение движения в перемещениях представим в форме

$$(1 - R^*) \frac{N}{h} \nabla^4 (u_3 - u_{03}) = L(u, \Phi) + \frac{Q}{h} - \frac{\beta}{g} \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Деформации срединной поверхности ($z = 0$) с начальными несовершенствами формы, в случае равенства нулю начальных главных кривизн координатных линий x, y , имеют вид [1]

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial(u_3 + u_{30})}{\partial x} \right]^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{30}}{\partial x} \right)^2; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial(u_3 + u_{30})}{\partial y} \right]^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{30}}{\partial y} \right)^2; \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{u_2}{\partial x} + \frac{\partial(u_3 + u_{30})}{\partial x} \frac{\partial(u_3 + u_{30})}{\partial y}.$$

и удовлетворяют уравнению совместности

$$\frac{1}{N} \nabla^4 \Phi = -\frac{1}{2} [L(u_3, u_3) - L(u_{30}, u_{30})]. \quad (3)$$

Граничные условия при $x = 0, y = a$

$$u_3 = 0, \quad M_x = 0 \quad y = 0, \quad y = b \quad (4) \quad u_3 = 0, \quad M_y = 0.$$

Закон распределения полного и начального прогиба примем в виде

$$u_3 = f(t) \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{m\pi x_2}{b}; \quad (5)$$

$$u_{30} = f_o(t) \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{m\pi x_2}{b}.$$

В соотношениях (2) – (4) принято:

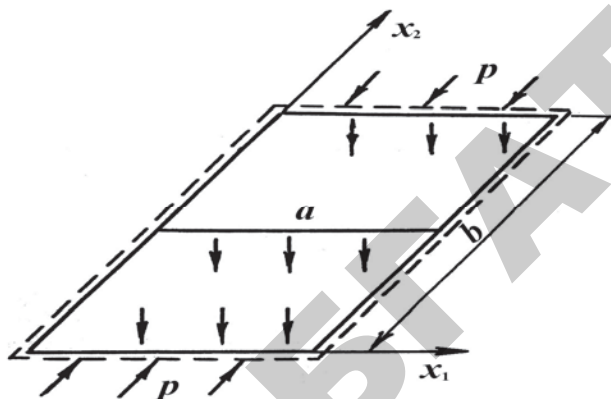


Рисунок 1. Колебания пластинки при шарнирном опирании

$$\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4};$$

$$L(u_3, \Phi) = \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} - 2 \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1 \partial x_2};$$

$$L(u_3, u_3) = 2 \left[\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} - \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 \right],$$

где R^* – интегральный оператор с ядром релаксации $R(t)$ Колтунова-Ржаницина;

h – толщина пластинки;

β – удельный вес материала;

g – ускорение силы тяжести;

$$N = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)} \quad \text{– жесткость на изгиб пластинки;}$$

где μ – коэффициент Пуассона;

E – модуль упругости;

m – число полуволн в направлении образующей;

n – число полуволн вдоль дуги;

$f(t)$ – параметр, зависящий от времени,

$$f_o = const.$$

Подстановкой формулы (5) в формулу (3) определим функцию напряжений Φ и применяя к уравнению (1) метод Бубнова-Галеркина, перейдем к нелинейному

обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, которое при $f_o = 0$, $m = n = 1$ имеет вид [5]

$$\ddot{\xi}(t) + \omega^2(\xi + \alpha\xi^3) = Q^*, \quad (6)$$

здесь

$$\xi = \frac{f}{h}; \quad Q^* = \varepsilon = \frac{16c^2}{E\Pi^2h^2}\theta;$$

$$\alpha = \frac{\frac{3}{4}(1-\mu^2) \left[1 + \left(\frac{b}{a} \right)^4 \right] R^*}{\left[1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] \left[1 - \frac{12b^2(1-\mu^2)}{Eh^2\Pi^2(1+(b/a)^2)^2} \right]};$$

$$v^2 = \frac{\Pi^4 \left(1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right)^2}{12 \left(\frac{b}{a} \right)^2 (1-\mu^2)} \left(\frac{ch}{ab} \right)^2 \times$$

$$\times \left[1 - \frac{12b^2(1-\mu^2)}{Eh^2\Pi(1+(b/a)^2)^2} \right], \quad (\varepsilon \ll 1)$$

где ω^2 – собственные колебания;

$c = \sqrt{Eg/\beta}$ – скорость распространения продольных волн в материале пластинки.

В уравнении (6) выберем внешнее воздействие Q^* в виде суммы δ -функций с периодом $2\Pi/\Omega$ (Ω – частота Q^*)

$$Q^*(t) = \varepsilon b \omega \sum \delta(t - kT), \quad b = \frac{16c^2}{E\Pi^2h^2}. \quad (7)$$

При отсутствии внешнего воздействия, т.е. между соседними значениями δ -функций, уравнение (6) имеет вид

$$\ddot{\xi} + \omega^2(\xi + \alpha\xi^3) = 0 \quad (8)$$

Представим решение уравнения (8) в форме $\xi + A \cos[(\omega + \Delta\omega)t + \theta]$;

$$\Delta\omega = \frac{3}{8}\alpha\omega A^2. \quad (9)$$

Прогиб, представленный в зависимости (9), соответствует решению уравнения (6) слева и справа от одной гармоники Q в точке $t_n = nT$.

Вследствие периодичности внешнего воздействия колебания пластинки можно описать изменение амплитуд и фаз разностными уравнениями вида:

$$A_{n+1} = \frac{1}{2}(2 + \varepsilon \sin 2\theta_n);$$

$$\theta_{n+1} = \left\{ Q_n + k_n \sin 2\theta + \frac{\omega_n}{\Omega} + \frac{\varepsilon}{2}(1 + \cos 2\theta) \right\}, \quad (10)$$

$$\text{где } k_n = \frac{3}{8}\alpha A_n^2 \varepsilon \omega T.$$

Фигурные скобки в формуле (10) означают дробную часть аргумента. Вычисляя корреляционную функцию R_1 для фазы θ , получим

$$R_n = \frac{1}{k_n}. \quad (11)$$

При $k \gg 1$ происходит затухание фазовых корреляций, что соответствует выполнению критерия стохастичности. Следовательно, исследование устойчивости нелинейных колебаний нужно проводить вероятностными методами.

Выпишем уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК) относительно функции распределения при начальных условиях $W_n(J, 0) = W_o(J, 0)\delta_{no}$. В переменных «действие-угол» имеем

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial J}(H_1 \sqrt{J} W_o) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial J^2}(H_2 J W_o), \quad (12)$$

$$\text{где } H_1 = \frac{1}{2}H_2 = 32\lambda; \quad \lambda = \frac{756\varepsilon^2}{Th^2\beta}. \quad (13)$$

Запишем стохастическое дифференциальное уравнение, соответствующее выражению (13) в переменных $(\xi, \dot{\xi})$

$$\dot{\xi} = 8 \frac{\varepsilon}{h} \sqrt{\frac{952}{\Pi\beta}} \xi v_o(t); \quad (14)$$

$$\langle v(t) \rangle = 0, \quad \langle v(t)v(t+\tau) \rangle = \frac{N_o}{2} \delta(\tau).$$

Уравнение (14) описывает колебание пластинки под действием случайной нагрузки в виде «белого шума», что характерно для пластин, подверженных давлению вблизи двигателя и некоторых тонкостенных конструкций. Случайное давление в виде «белого шума» позволяет построить для зависимости (14) уравнение ФПК

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \xi} \left(2 \frac{\varepsilon}{h} \sqrt{\frac{g\Omega}{\Pi\beta}} \xi W_o \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(8 \frac{\varepsilon}{h} \sqrt{\frac{g\Omega}{\Pi\beta}} \xi^2 W_o \right). \quad (15)$$

Точное решение при $\frac{\partial W_0}{\partial t} = 0$ будет

$$W_{os}(\xi) = \frac{8Mh}{\sqrt{\frac{g\Omega}{\Pi\beta}}} \exp \ln \xi^{1/2}, \quad (16)$$

где M – постоянная интегрирования, определяемая из условия нормировки.

$$M^{-1} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{8h\sqrt{\Pi\beta}}{\sqrt{g\Omega}} \exp \ln \xi^{1/2} d\xi. \quad (17)$$

Средний квадрат прогиба пластинки определяется выражением

$$E[\xi^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 W_{os}(\xi) d\xi. \quad (18)$$

О стохастической устойчивости (неустойчивости) колебаний пластинки можно судить по среднему квадрату прогиба пластинки, т.е. решение $\xi^*(t) = 0$ является устойчивым в среднем квадратичном, если для любого $D > 0$ найдется $\Delta(D) > 0$, что если $|\xi_o| < \Delta(D)$ для любого $t > t_o$, $E[\xi^2] < D$ [6].

Выводы

В статье исследована устойчивость шарнирно опёртой по всем сторонам пластины с начальным про-

гибом, для которой получен критерий стохастизации ее колебаний. В случае колебаний пластины под действием случайной нагрузки в виде «белого шума», получено уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова, решение которого дает выражение для плотности вероятности, которое зависит от параметров свойств пластины и внешнего возмущения. Получено выражение о среднем прогибе пластины. Определена устойчивость колебаний пластины в среднем квадратичном.

ЛИТЕРАТУРА

1. Огибалов, П.М. Оболочки и пластины/ П.М. Огибалов, М.А. Колтунов. – М.: Изд-во МГУ, 1969. – С. 695.
2. Циглер, Г. Основы теории устойчивости конструкций/ Г. Циглер. – М.: Мир, 1971. – С. 411.
3. Пановко, Я.Г. Устойчивость и колебания упругих систем/ Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. – М.: Наука, 1964. – С. 320.
4. Ключников, В.Д. Устойчивость упруго-пластических конструкций/ В.Д. Ключников, 1976. – С. 198.
5. Ворович, И.И. О методе Бубнова – Галёркина в нелинейной теории колебания пологих оболочек: доклады АН СССР/ И.И. Ворович. – Т. 110, 1956. – №5. – С. 723-726.
6. Хасьминский, Р.З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров/ Р.З. Хасьминский. – М.: Наука, 1969. – 257 с.

“Агропанорама” - научно-технический журнал для работников агропромышленного комплекса. Это издание для тех, кто стремится донести результаты своих исследований до широкого круга читателей, кого интересуют новые технологии, кто обладает практическим опытом решения задач.

Журнал “Агропанорама” включен в список изданий, рекомендуемых Высшей аттестационной комиссией для опубликования результатов диссертационных исследований по техническим (сельскохозяйственное машиностроение и энергетика, технический сервис в АПК), экономическим (АПК) и сельскохозяйственным наукам (зоотехния).

Журнал выходит раз в два месяца, распространяется по подписке и в розницу в киоске БГАТУ. Подписной индекс в каталоге Республики Беларусь: для индивидуальных подписчиков - 74884, предприятий и организаций - 748842. Стоимость подписки на первое полугодие 2013 года: для индивидуальных подписчиков - 80250 руб., ведомственная подписка - 142836 руб.