

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра электротехники

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

### НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

*Учебно-методическое пособие  
для студентов факультета электрификации  
по подготовке к тестированию знаний*

МИНСК  
БГАТУ  
2010

УДК 621.3 (07)  
ББК 31.2я7  
Т33

*Рекомендовано научно-методическим советом  
агроэнергетического факультета БГАТУ.  
Протокол № 10 от 15 июня 2010 г.*

Составители:

кандидат технических наук, доцент А. В. Крутов,  
кандидат технических наук, доцент Э. Л. Кочетова,  
старший преподаватель Т. Ф. Гузанова,  
кандидат технических наук, старший преподаватель А. П. Мириленко,  
старший преподаватель М. А. Бойко

Рецензенты:

заведующий лабораторией учета электроэнергии  
Научно-исследовательского и проектного республиканского  
унитарного предприятия «БелТЭИ», доктор технических наук,  
старший научный сотрудник *Е. П. Забелло*;  
заведующий кафедрой электроснабжения БГАТУ,  
кандидат технических наук, доцент *Н. Е. Шевчик*

**Теоретические основы электротехники. Нелинейные це-  
Т33пи. Электромагнитное поле** : учебно-методическое пособие /  
сост. : А. В. Крутов [и др.]. – Минск: БГАТУ, 2010. – 112 с.  
ISBN 978-985-519-272-6.

Учебно-методическое пособие рекомендуется студентам заочной формы обучения по специальностям 1-74 06 05 Энергетическое обеспечение сельского хозяйства (по направлениям); 1-53 01 01 09 Автоматизация технологических процессов и производств (сельское хозяйство) для самостоятельной работы при подготовке к текущему контролю знаний по разделам «Нелинейные цепи постоянного и переменного тока», «Магнитные цепи», «Теория электромагнитного поля» дисциплины «Теоретические основы электротехники».

УДК 621.3 (07)  
ББК 31.2я7

ISBN 978-985-519-272-6

© БГАТУ, 2010

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ, ПАРАЛЛЕЛЬНОМ И СМЕШАННОМ СОЕДИНЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗИСТОРОВ .....	5
2. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ ДВУХ УЗЛОВ И МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ.....	18
3. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА .....	28
4. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗВЕТВЛЕННЫХ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА .....	37
5. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА .....	45
6. РАСЧЕТ ИНДУКТИВНОЙ КАТУШКИ С ФЕРРОМАГНИТНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА .....	58
7. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ .....	68
8. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ .....	79
9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ .....	86
ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКИМ ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ (ЧАСТЬ 3) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ФАКУЛЬТЕТА ЭЛЕКТРИФИКАЦИИ.....	95
ЛИТЕРАТУРА.....	101
Приложение А .....	104
Приложение Б.....	106
Приложение В .....	107

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие имеет своей целью оказать помощь студентам заочной формы обучения при изучении разделов «Нелинейные цепи», «Электромагнитное поле» дисциплины «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ) и подготовке к текущему контролю знаний по этим разделам. Пособие содержит общие сведения по конкретной теме, методические указания по решению задач, индивидуальные задания для самостоятельной работы. В задании по самоподготовке указана литература, которой можно воспользоваться при изучении той или иной темы. С целью определения степени усвоения учебного материала предусматривается самоконтроль знаний по вопросам, решение задач, а также выполнение одного из вариантов индивидуального задания. По каждой теме указаны цели и задачи, даны примеры расчета с пояснениями и задачи для самостоятельного решения с ответами, а также приведен вариант типового контрольного задания, которое студент выполняет в один из дней заочника до очередной сессии.

# 1. РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ, ПАРАЛЛЕЛЬНОМ И СМЕШАННОМ СОЕДИНЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗИСТОРОВ

Цель. Изучить и усвоить методику графического расчета цепей постоянного тока с последовательным, параллельным и смешанным соединением нелинейных резисторов.

## 1.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить по учебникам следующие разделы главы «Нелинейные электрические цепи постоянного тока»: основные определения, вольт-амперные характеристики (ВАХ) нелинейных резисторов, общая характеристика методов расчета нелинейных электрических цепей постоянного тока, последовательное, параллельное и смешанное соединение нелинейных резисторов [1] § 13.1...13.6

2. Проработать пп. 1.2 и 1.3 настоящей главы, решить задачи из п. 1.4 и на выбор из п. 1.5, ответить на контрольные вопросы п. 1.6.

## 1.2. Методические указания

До проведения расчета нелинейных электрических цепей должны быть известны вольт-амперные характеристики входящих в схему нелинейных резисторов. Сущность расчета состоит в замене нескольких резисторов одним эквивалентным нелинейным резистором с соответствующей результирующей ВАХ. Построение этой характеристики выполняют, как правило, графически. При этом руководствуются законами Кирхгофа. С помощью результирующей вольт-амперной характеристики по заданному напряжению на входе цепи находят ток.

1.2.1. Последовательное соединение нелинейных резисторов (рис. 1.1), ВАХ которых  $I(U_1)$  и  $I(U_2)$  заданы (рис. 1.2). Известно напряжение  $U$ . Определить  $I$ ,  $U_1$ ,  $U_2$ .

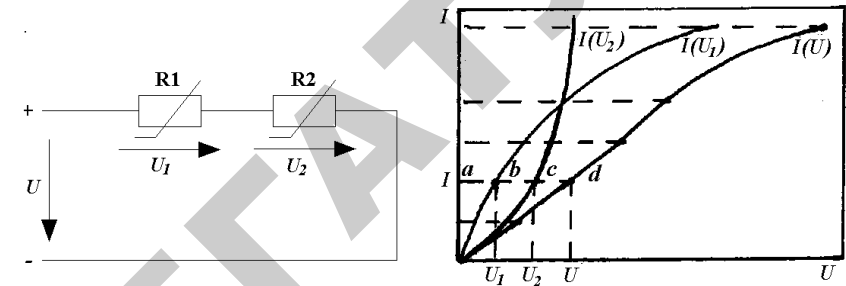


Рис. 1.1

Рис. 1.2

Поскольку задано напряжение  $U$  на входе цепи, то строят результирующую ВАХ  $I(U)$ , для чего:

1. Задаются произвольным значением тока  $I$ . По ВАХ  $I(U_1)$  и  $I(U_2)$  находят соответствующие значения  $U_1$  (отрезок  $ab$ ) и  $U_2$  (отрезок  $ac$ ) (рис. 1.2).

2. Суммируют эти напряжения в соответствии со вторым законом Кирхгофа и получают напряжение на входе цепи  $U$ , соответствующее выбранному току  $I$ :

$$U_1 + U_2 = U, \quad ab + ac = ad.$$

Точка  $d$  будет принадлежать результирующей ВАХ  $I(U)$  (рис. 1.2).

3. Аналогично, задаваясь другими значениями тока  $I$ , определяют нужное количество точек ВАХ  $I(U)$ , которые соединяют плавной кривой (рис. 1.2).

4. По заданному напряжению  $U$  и результирующей ВАХ  $I(U)$  определяют искомый ток  $I$ .

5. По этому значению тока  $I$  с помощью исходных ВАХ  $I(U_1)$  и  $I(U_2)$  определяют  $U_1$  и  $U_2$ .

1.2.2. Параллельное соединение резисторов (рис. 1.3), ВАХ которых  $I_1(U)$  и  $I_2(U)$  заданы (рис. 1.4). Известен ток  $I$  на неразветвленном участке. Определить  $U$ ,  $I_1$ ,  $I_2$

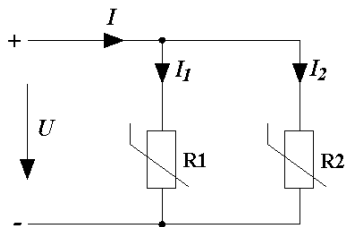


Рис. 1.3

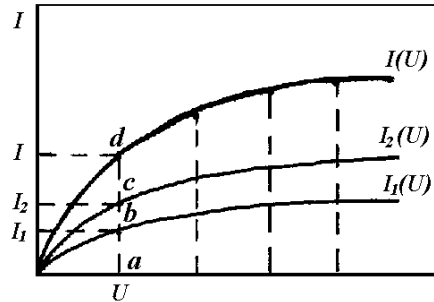


Рис. 1.4

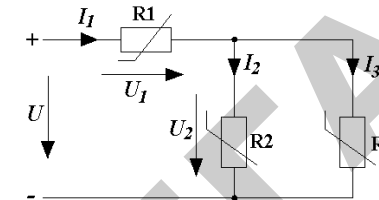


Рис. 1.5

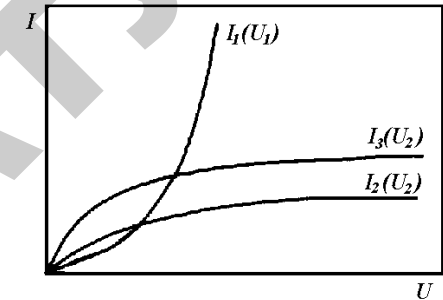


Рис. 1.6

Поскольку известен ток  $I$  на неразветвленном участке цепи, то для определения напряжения  $U$  на входе цепи, необходимо построить результирующую ВАХ  $I(U)$ , для чего:

1. Задаются произвольным значением напряжения  $U$ . По ВАХ  $I_1(U)$  и  $I_2(U)$  определяют соответствующие значения  $I_1$  (отрезок  $ab$ ) и  $I_2$  (отрезок  $ac$ ) (рис. 1.4).

2. Суммируют эти токи в соответствии с первым законом Кирхгофа и получают значение тока на неразветвленном участке цепи:

$$I_1 + I_2 = I, \quad ab + ac = ad.$$

Точка  $d$  будет принадлежать результирующей ВАХ  $I(U)$  (рис. 1.4).

3. Аналогично, задаваясь другими значениями напряжения  $U$ , определяют нужное количество точек ВАХ  $I(U)$ , которые соединяют плавной кривой (рис. 1.4).

4. По заданному значению тока  $I$  и результирующей ВАХ  $I(U)$  определяют искомое напряжение  $U$ .

5. По этому значению напряжения с помощью заданных ВАХ  $I_1(U)$  и  $I_2(U)$  определяют  $I_1$  и  $I_2$ .

1.2.3. Смешанное соединение резисторов (рис. 1.5), ВАХ которых  $I_1(U_1)$ ,  $I_2(U_2)$ ,  $I_3(U_2)$  заданы (рис. 1.6). Известно напряжение на входе цепи  $U$ . Определить  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $U_1$ ,  $U_2$ .

В данном случае необходимо заменить три нелинейных резистора одним эквивалентным со своей ВАХ  $I_1(U)$ , для чего:

1. Строят результирующую ВАХ параллельного соединения нелинейных резисторов  $R_2$  и  $R_3$  по методике, изложенной выше. Получают ВАХ эквивалентного нелинейного резистора  $R_{23}$   $I_1(U_2)$  (рис. 1.7) и схема цепи сводится к последовательному соединению нелинейных резисторов  $R_{23}$  и  $R_1$  (рис. 1.8).

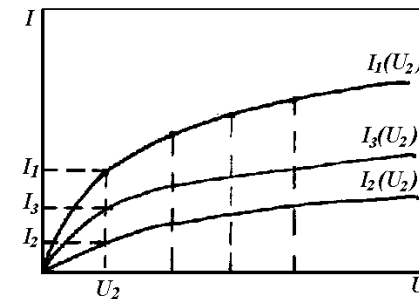


Рис. 1.7

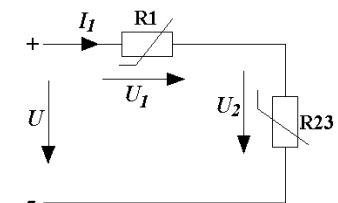


Рис. 1.8

2. Строят результирующую ВАХ последовательного соединения нелинейных резисторов  $R_1$  и  $R_{23}$  по методике, изложенной выше. Получают ВАХ  $I_1(U)$  (рис. 1.9).

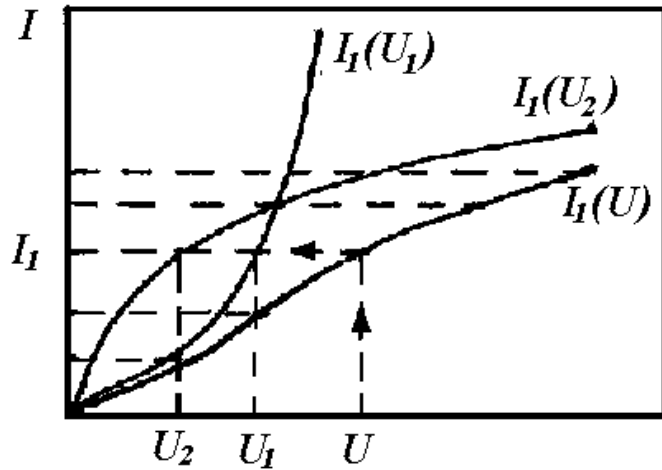


Рис. 1.9

3. По заданному в условии задачи напряжению  $U$ , используя ВАХ  $I_1(U)$  (рис. 1.9), определяют ток  $I_1$ .

По значению тока  $I_1$  с помощью ВАХ  $I_1(U_1)$  и  $I_1(U_2)$  (рис. 1.9) определяют значения напряжений  $U_1$  и  $U_2$ .

4. По найденному значению напряжения  $U_2$  с помощью характеристик  $I_2(U_2)$  и  $I_3(U_2)$  (рис. 1.7) определяют токи  $I_2$  и  $I_3$ .

После графического определения токов и напряжений рекомендуется сделать проверку:

$$U = U_1 + U_2, \quad I_1 = I_2 + I_3.$$

### 1.3. Примеры

1.3.1. Двухполюсник состоит из последовательно включенных резистора  $R = 100$  Ом и германиевого диода VD (рис. 1.10). ВАХ двухполюсника  $I(U)$  задана (табл. 1.1).

Таблица 1.1.

$U, \text{В}$	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0
$I, \text{мА}$	0	1,2	3,5	6,4	9,4	12,3

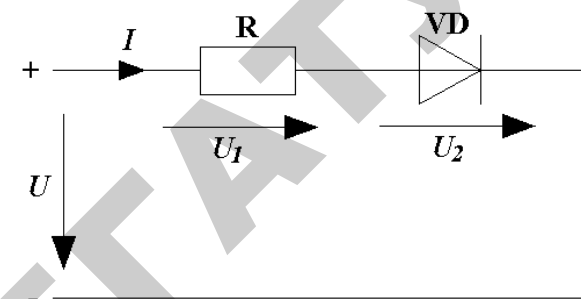


Рис. 1.10

Построить ВАХ диода  $I(U_2)$ . Определить напряжения  $U$ ,  $U_1$ ,  $U_2$  при  $I = 10 \text{ мА}$ .

### Решение

Расчет проводим графическим методом.

Построим ВАХ двухполюсника  $I(U)$  (рис. 1.11) на основании данных табл. 1.1. Чтобы построить ВАХ линейного резистора  $I(U_1)$ , необходимо иметь хотя бы две точки. Зададимся произвольно значением тока, протекающего по резистору. Пусть  $I = 8 \text{ мА} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ А}$ .

Тогда  $U_1 = IR = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = 0,8 \text{ В}$ .

По двум точкам с координатами 0,0 и 8 мА, 0,8 В строим линейную характеристику  $I(U_1)$  (рис. 1.11).

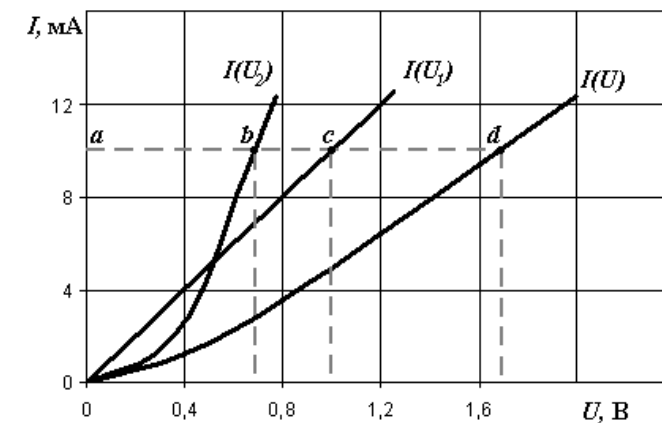


Рис. 1.11

На основании второго закона Кирхгофа

$$U_2 = U - U_1.$$

Для построения ВАХ диода необходимо произвести вычитание абсцисс ВАХ  $I(U)$  и  $I(U_1)$ , соответствующих каждому произвольно принятому значению тока. Например, для тока  $I = 10$  мА  $ab = ad - ac$ . Приняв другие значения тока, получим другие точки ВАХ  $I(U_2)$ .

По заданному току двухполюсника  $I = 10$  мА проводим горизонтальную линию и на пересечении с ВАХ в точках  $b$  и  $d$  находим соответствующие напряжения, то есть  $U_2 = 0,68$  В и  $U = 1,68$  В.

По закону Ома

$$U_1 = RI = 100 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 1 \text{ В.}$$

Проверка:  $U_1 + U_2 = U$ ;  $1 + 0,68 = 1,68$ , то есть расчет выполнен правильно.

1.3.2. Для стабилизации напряжения на приемнике параллельно ему присоединили стабилитрон (рис. 1.12), ВАХ которого  $I_1(U_H)$  задана (рис. 1.13). Определить пределы изменения напряжения приемника  $U_H$ , если напряжение источника питания  $U = 12$  В изменяется в пределах  $\pm 10\%$ . Сопротивление  $R = 1,2$  кОм,  $R_H = 10$  кОм.

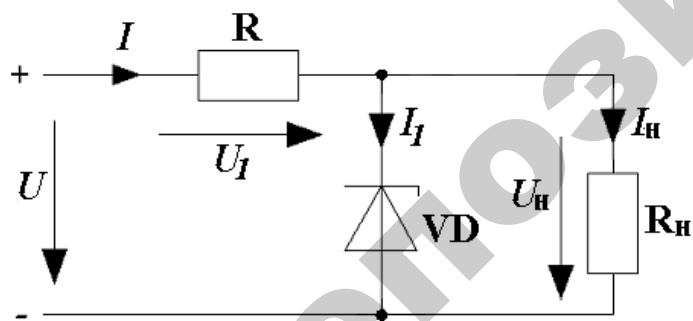


Рис. 1.12

### Решение

Строим результирующую ВАХ смешанного соединения резисторов в соответствии с методикой, изложенной в п. 1.2.3. Для этого сначала строим результирующую ВАХ  $I(U_H)$  параллельного соединения стабилитрона VD и резистора приемника  $R_H$ , а затем результирующую ВАХ  $I(U)$  последовательного соединения резистора  $R$  и эквивалентного резистора  $R_{HVD}$ .

Чтобы выполнить указанные преобразования, воспользуемся методами построения результирующих ВАХ для параллельного и последовательного соединений резисторов (п.п. 1.2.1 и 1.2.2).

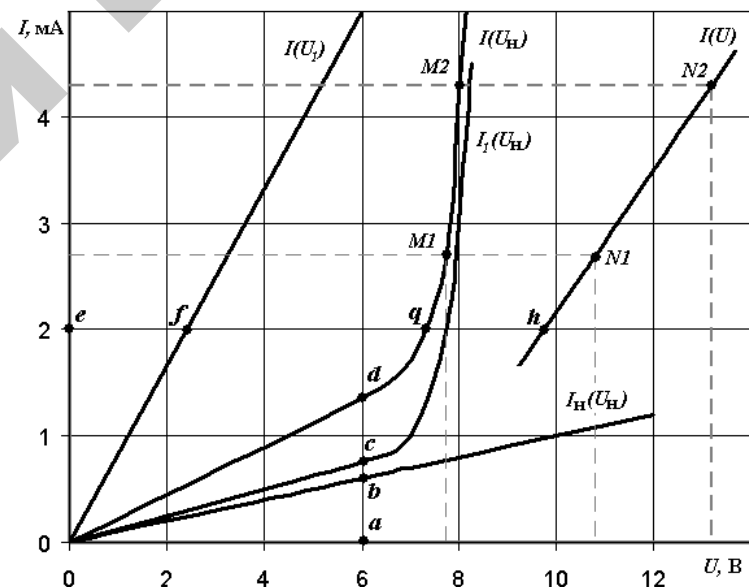


Рис. 1.13

ВАХ линейных элементов  $R$  и  $R_H$  строим, задавшись произвольными значениями токов:  $I = 5$  мА, тогда  $U_1 = IR = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1200 = 6$  В;  $I_H = 1$  мА, тогда  $U_H = I_H R_H = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3 = 10$  В.

По двум точкам (0,0 и 5 мА, 6 В) проводим прямую линию и получаем характеристику  $I(U_1)$ . Аналогично по двум точкам (0,0 и 1 мА, 10 В) строим ВАХ  $I_n(U_n)$  (рис. 1.13).

Зависимость  $I(U_n)$  (рис. 1.13) для параллельного соединения получаем суммированием ординат ВАХ стабилитрона  $I_1(U_n)$  и приемника  $I_n(U_n)$ , соответствующих выбранному напряжению. Например, при  $U_n = 6$  В суммируем отрезки  $ab$  и  $ac$  и получаем точку  $d$  характеристики  $I(U_n)$ . Аналогично для других точек.

Для последовательного соединения зависимость  $I(U)$  получаем суммированием абсцисс характеристик  $I(U_1)$  и  $I(U_n)$ , соответствующих выбранному току. Например, при  $I = 2$  мА суммируем отрезки  $ef$  и  $eq$  и получаем точку  $h$  характеристики  $I(U)$ . Аналогично для других точек. Кривая  $I(U)$  является результирующей ВАХ всей цепи.

По условию задачи напряжение  $U$  изменяется в пределах  $\pm 10\%$ , т.е. от  $0,9 \cdot U = 0,9 \cdot 12 = 10,8$  В до  $1,1 \cdot U = 1,1 \cdot 12 = 13,2$  В.

Чтобы определить в каких пределах при этом изменяется  $U_n$ , воспользуемся двумя характеристиками:  $I(U)$  и  $I(U_n)$ .

По ВАХ  $I(U)$  при  $U = 10,8$  В  $I = 2,7$  мА (точка  $M1$ );

при  $U = 13,2$  В  $I = 4,3$  мА (точка  $M2$ );

По ВАХ  $I(U_n)$  при  $I = 2,7$  мА  $U_n = 7,8$  В (точка  $M1$ );

при  $I = 4,3$  мА  $U_n = 8$  В (точка  $M2$ ).

Изменение напряжения на нагрузке

$$\Delta U_n = 8 - 7,8 = 0,2 \text{ В}$$

или в процентном выражении к среднему напряжению на нагрузке

$$\Delta U_{n, \text{ср.}} = \frac{0,2}{7,9} \cdot 100\% \approx 2,5\%$$

Таким образом, при колебаниях напряжения источника на  $\pm 10\%$  напряжение на нагрузке изменяется только на  $\pm 1,25\%$ , т.е. в 8 раз меньше.

## 1.4. Задачи для самостоятельного решения

1.4.1. Лампа накаливания, вольт-амперная характеристика которой задана (табл. 1.2), подключена последовательно с реостатом к источнику питания с напряжением  $U = 120$  В. На какое значение сопротивления следует установить реостат, чтобы напряжение на лампе составляло 75 В?

Таблица 1.2.

$U, \text{ В}$	0	20	40	60	80	100	120
$I, \text{ А}$	0	0,2	0,5	0,9	1,4	2,0	2,5

Ответ: 35 Ом.

1.4.2. Бареттер с ВАХ, показанной на рис. 1.14, и линейный резистор  $R = 80$  Ом соединены параллельно и включены на постоянное напряжение. Ток на входе цепи  $I = 0,4$  А. Определить напряжение  $U$  на входе цепи и токи в параллельных ветвях цепи.

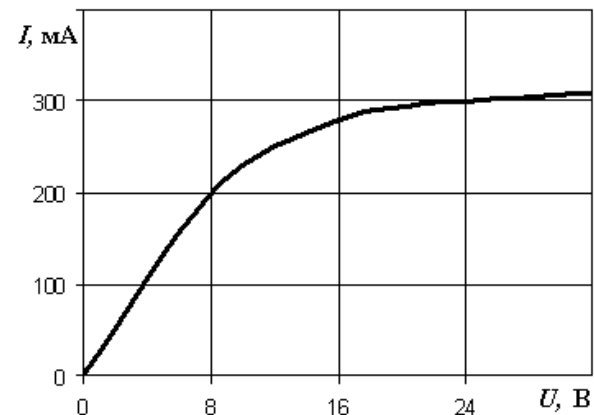


Рис. 1.14

Ответ: 12 В; 0,25 А; 0,15 А.

1.4.3. Последовательно с нелинейным участком цепи в задаче 1.4.2. включили линейный резистор  $R = 20$  Ом. Определить ток в цепи и напряжения на нелинейном участке и на резисторе  $R$ , если вся цепь питается от источника с напряжением 14 В.

Ответ: 0,3 А; 8 В; 6 В.

### 1.5. Индивидуальные задания

1.5.1. Рассчитать электрическую цепь, изображенную в табл. 1.3, в соответствии с заданным вариантом.

Таблица 1.3. Варианты индивидуальных заданий

№ варианта	Схема электрической цепи	ВАХ нелинейных резисторов	Напряжение источника $U$ , В	Ток цепи $I$ , А	Сопротивление $R1$ , Ом	Напряжения	
						$U_1$ , В	$U_2$ , В
1			40	?	10	?	?
2			?	2	30	?	?
3			30	?	20	?	?
4			?	3	15	?	?
5			50	?	5	?	?

Окончание таблицы 1.3

1	2	3	4	5	6	7	8														
6			250	?	-	?	?														
7			?	4	-	?	?														
8			200	?	-	?	?														
9			?	3	-	?	?														
10			150	?	-	?	?														
11			?	?	20	24	?														
12			?	?	25	?	40														
13		<table border="1"> <tr> <td><math>I, A</math></td> <td>0</td> <td>0,2</td> <td>0,5</td> <td>0,9</td> <td>1,4</td> <td>2,0</td> </tr> <tr> <td><math>U_2, B</math></td> <td>0</td> <td>20</td> <td>40</td> <td>60</td> <td>80</td> <td>100</td> </tr> </table>	$I, A$	0	0,2	0,5	0,9	1,4	2,0	$U_2, B$	0	20	40	60	80	100	?	?	30	30	?
$I, A$	0	0,2	0,5	0,9	1,4	2,0															
$U_2, B$	0	20	40	60	80	100															
14			?	?	35	?	60														
15			?	?	40	60	?														

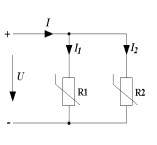
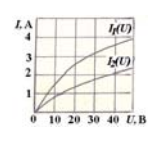
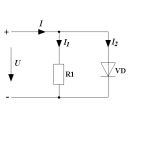
1.5.2. Рассчитать электрическую цепь, изображенную в табл. 1.4, в соответствии с заданным вариантом.

Таблица 1.4. Варианты индивидуальных заданий

№ Варианта	Схема электрической цепи	ВАХ нелинейных резисторов	Напряжение источника $U$ , В	Сопротивление $R1$ , Ом	Токи в ветвях		
					$I_1$ , А	$I_2$ , А	$I_3$ , А
1			200	100	?	?	?
2			?	50	4	?	?
3			250	100	?	?	?
4			?	75	3	?	?
5			150	80	?	?	?



Окончание таблицы 1.4

1	2	3	4	5	6	7	8														
6			25	-	?	?	?														
7			?	-	2	?	?														
8			40	-	?	?	?														
9			?	-	3	?	?														
10			50	-	?	?	?														
11		<table border="1" data-bbox="425 638 582 718"> <tr> <td><math>I_2, A</math></td> <td>0</td> <td>0,2</td> <td>0,5</td> <td>0,9</td> <td>1,4</td> <td>2,0</td> </tr> <tr> <td><math>U, B</math></td> <td>0</td> <td>20</td> <td>40</td> <td>60</td> <td>80</td> <td>100</td> </tr> </table>	$I_2, A$	0	0,2	0,5	0,9	1,4	2,0	$U, B$	0	20	40	60	80	100	?	10	?	1,0	?
$I_2, A$			0	0,2	0,5	0,9	1,4	2,0													
$U, B$			0	20	40	60	80	100													
12			?	15	?	?	1,														
13			?	20	?	2,0	0														
14	?	25	?	?	?																
15	?	30	?	1,5	1,																
						5	?														

### Контрольные вопросы

1. Понятие линейных и нелинейных электрических цепей.
2. Вольт-амперные характеристики нелинейных резисторов.
3. Способы представления вольт-амперной характеристики.
4. Законы Кирхгофа для нелинейных электрических цепей постоянного тока, правила знаков.
5. Последовательность графического метода расчета нелинейной электрической цепи:
  - а) при последовательном соединении резисторов;
  - б) при параллельном соединении резисторов;
  - в) при смешанном соединении резисторов.
6. Как по вольт-амперной характеристике получить зависимость сопротивления  $R$  от тока  $I$ ?

## 2. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ ДВУХ УЗЛОВ И МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ

Цель. Освоить методику расчета нелинейных цепей постоянного тока методом двух узлов и методом итераций.

### 2.1. Задание по самоподготовке

1. Проработать темы «Применение метода двух узлов для расчета цепей с нелинейными резисторами», «Метод итераций» по литературе [1] § 13.7, [3] § 23.6 или настоящему пособию.
2. Разобрать примеры 2.3.1, 2.3.2. данных методических указаний.
3. Решить задачи из п. 2.4 и на выбор из п. 2.5. Ответить на контрольные вопросы п. 2.6.

### 2.2. Методические указания

2.2.1. Для расчета нелинейных цепей постоянного тока, имеющих только два узла «а» и «b», используют метод двух узлов.

Сущность метода состоит в определении напряжения между двумя узлами, при котором выполняется первый закон Кирхгофа. Для нелинейной цепи решение можно найти графически.

Порядок расчета:

1. Указывают положительное направление напряжения между двумя узлами и положительные направления токов в ветвях. Рекомендуется принять направления токов совпадающими с направлением напряжения между двумя узлами.

2. Используя второй закон Кирхгофа, выражают напряжение между двумя узлами  $U_{ab}$  через ЭДС и падения напряжений каждой ветви.

3. Строят вольт-амперные характеристики ветвей  $I_k = f(U_{ab})$  в одной системе координат.

4. Суммируют токи (ординаты) характеристик  $I_k = f(U_{ab})$ , получают характеристику  $\sum I_k = f(U_{ab})$ .

5. Сумма токов, направленных к одному узлу, согласно первому закону Кирхгофа равна нулю, поэтому точка пересечения кривой

$\sum I_k = f(U_{ab})$  с осью абсцисс соответствует режиму данной цепи. Эта точка определяет искомое значение  $U_{ab}$ .

По найденному значению  $U_{ab}$  определяют токи в ветвях по соответствующим характеристикам  $I_k(U_{ab})$ .

2.2.2. Порядок расчета нелинейных цепей постоянного тока методом последовательных приближений (итераций).

Для расчета цепей методом итераций необходимо иметь ВАХ нелинейных элементов, заданные или графически, или аналитически. Сущность метода рассмотрим на примере расчета цепи, представленной на рис. 2.1.

Дано:  $E$ ,  $I(U_1)$ ,  $I(U_2)$ .

Определить ток  $I$ .

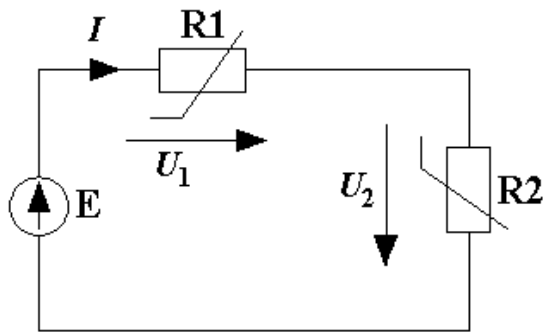


Рис. 2.1

1. На основании второго закона Кирхгофа составляют расчетную формулу для искомой величины:

$$E = U_1 + U_2; \quad E = I \cdot R_1(I) + I \cdot R_2(I),$$

откуда 
$$I = \frac{E}{R_1(I) + R_2(I)}, \quad (2.1)$$

где  $R_1(I)$ ,  $R_2(I)$  – значения сопротивлений нелинейных элементов при данном токе.

2. Произвольно задаются значением тока нулевого приближения  $I_0$ .

3. По ВАХ  $I(U_1)$  и  $I(U_2)$  находят значения напряжений  $U_{10}$  и  $U_{20}$ , которые соответствуют току  $I_0$ .

4. По закону Ома определяют  $R_{10}$  и  $R_{20}$

$$R_{10} = \frac{U_{10}}{I_0}, \quad R_{20} = \frac{U_{20}}{I_0}. \quad (2.2)$$

5. Найденные значения сопротивлений подставляют в формулу (2.1) и определяют значение тока в первом приближении

$$I_1 = \frac{E}{R_{10} + R_{20}}.$$

6. По найденному току  $I_1$  по ВАХ определяют  $U_{11}$  и  $U_{21}$ , затем  $R_{11}$  и  $R_{21}$ , подставляют эти значения сопротивлений в формулу (2.1), находят второе приближение тока  $I_2$ .

7. Аналогичные расчеты проводят до тех пор, пока из-за сходимости итерационного процесса результат практически начинает повторяться.

В случае расходящейся итерации нужно перейти к другой расчетной формуле.

### 2.3. Примеры

2.3.1. Определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 2.2) методом двух узлов, если  $E_1 = 4$  В,  $E_2 = 8$  В. Вольт-амперные характеристики нелинейных резисторов приведены на рис. 2.3.

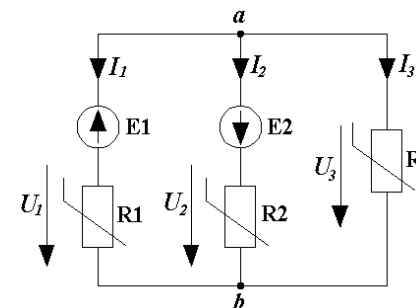


Рис. 2.2

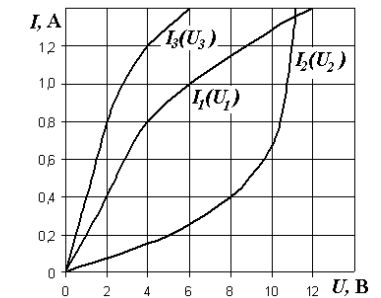


Рис. 2.3

### Решение

1. Направляем токи в ветвях к узлу «b».
2. Выражаем напряжения  $U_{ab}$  через ЭДС и падения напряжений для каждой ветви отдельно, используя второй закон Кирхгофа.

$$U_{ab} = U_1 + E_1, \quad (2.3)$$

$$U_{ab} = U_2 - E_2, \quad (2.4)$$

$$U_{ab} = U_3. \quad (2.5)$$

3. Строим вольт-амперные характеристики ветвей  $I_1(U_{ab})$ ,  $I_2(U_{ab})$ ,  $I_3(U_{ab})$  (рис. 2.4). Из выражений (2.3), (2.4), (2.5) следует, что характеристика  $I_1(U_{ab})$  есть характеристика  $I_1(U_1)$ , но смещенная вправо на величину  $E_1=4$  В, характеристика  $I_2(U_{ab})$  – это характеристика  $I_2(U_2)$ , но смещенная влево на  $E_2 = 8$  В, характеристика  $I_3(U_{ab})$  есть характеристика  $I_3(U_3)$ .

Для более точного построения вышеуказанных характеристик составляем табл. 2.2. Произвольно задаваясь значением токов  $I_1$  и  $I_2$ , по характеристикам  $I_1(U_1)$ ,  $I_2(U_2)$  определяем соответствующие значения  $U_1$  и  $U_2$ . Используя выражения (2.3), (2.4) находим значения  $U_{ab}$  для принятых значений токов  $I_1$  и  $I_2$ .

Таблица 2.1

$I_1, \text{A}$	0	0,4	0,6	0,8	1,2	-0,4	-0,6	-0,8	-1,2
$U_{ab}, \text{В}$	4	6	7	8	13	2	1	0	-5
$I_2, \text{A}$	0	0,4	0,6	0,8	1,2	-0,4	-0,6	-0,8	-1,2
$U_{ab}, \text{В}$	-8	0	1,6	2,4	3	-16	-17,4	-18,4	-19

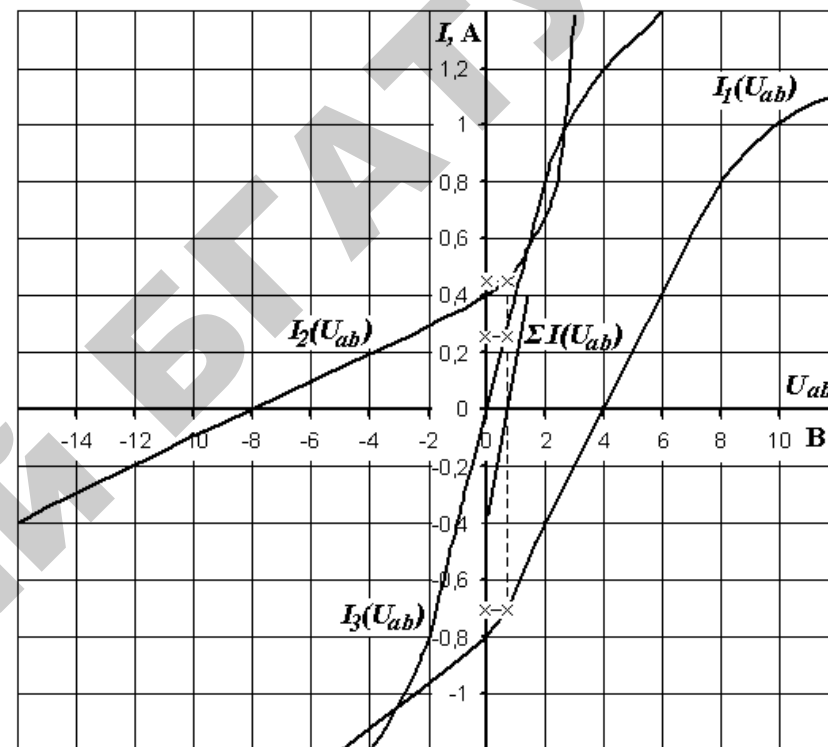


Рис. 2.4

4. Суммируем токи (ординаты) характеристик  $I_1(U_{ab})$ ,  $I_2(U_{ab})$ ,  $I_3(U_{ab})$ , для чего произвольно задаемся значением  $U_{ab}$ , по характеристикам  $I_1(U_{ab})$ ,  $I_2(U_{ab})$ ,  $I_3(U_{ab})$  находим соответствующие значения токов  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и получаем характеристику  $(I_1 + I_2 + I_3) = f(U_{ab})$  (рис. 2.4).

5. Сумма токов ветвей в рассматриваемой цепи равна нулю, поэтому точка пересечения характеристики  $(I_1 + I_2 + I_3) = f(U_{ab})$  с осью абсцисс определяет искомое значение напряжения  $U_{ab}$ .

$$U_{ab} = 0,7 \text{ В.}$$

6. По характеристикам  $I_1(U_{ab})$ ,  $I_2(U_{ab})$ ,  $I_3(U_{ab})$  определяем искомые токи при найденном значении  $U_{ab} = 0,7$  В (рис. 2.4):

$$I_1 = -0,70 \text{ A}, I_2 = 0,45 \text{ A}, I_3 = 0,25 \text{ A}.$$

2.3.2. Определить токи в нелинейной цепи постоянного тока (рис. 2.5) методом итераций, если  $U = 8 \text{ В}$ .

ВАХ нелинейных сопротивлений представлены на рис. 2.6.

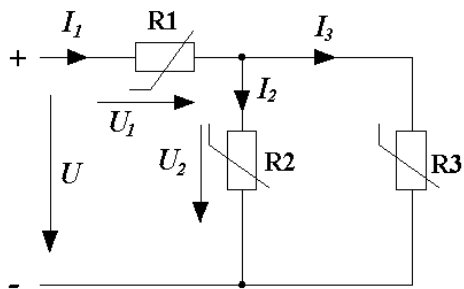


Рис. 2.5

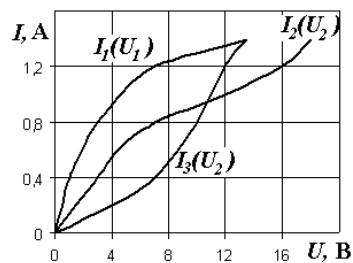


Рис. 2.6

### Решение

1. На основании закона Ома записываем расчетную формулу

$$I_{1(S+1)} = \frac{U}{R_{1S}(I_{1S}) + \frac{R_{2S}(I_{2S}) \cdot R_{3S}(I_{3S})}{R_{2S}(I_{2S}) + R_{3S}(I_{3S})}},$$

где  $S$  – порядковый номер приближения.

Расчет по формуле проводим при помощи вольт-амперных характеристик (рис. 2.6). Напряжение, необходимое для нахождения токов  $I_{3S}$  и  $I_{2S}$  по ВАХ, определяем на основании второго закона Кирхгофа как

$$U_{2S} = U - U_{1S}. \text{ Результаты расчета сведем в табл. 2.2.}$$

Таблица 2.2

S	$I_{1S}$ , А	$U_{1S}$ , В из ВАХ	$U_{2S} = U - U_{1S}$ , В	$I_{2S}$ , А из ВАХ	$I_{3S}$ , А из ВАХ	$R_{1S} = \frac{U_{1S}}{I_{1S}}$ , Ом	$R_{2S} = \frac{U_{2S}}{I_{2S}}$ , Ом	$R_{3S} = \frac{U_{2S}}{I_{3S}}$ , Ом	$I_{1(S+1)}$ , А
0	0,2	0,6	7,4	0,8	0,44	3	9,25	16,82	0,89
1	0,89	3,3	4,7	0,62	0,24	3,7	7,58	19,58	0,873
2	0,873	3,2	4,8	0,63	0,25	3,666	7,619	19,2	0,877

Из табл. 2.2 видно, что итерационный процесс практически заканчивается после второго приближения и токи можно принять равными  $I_1 = 0,873 \text{ А}$ ,  $I_2 = 0,63 \text{ А}$ ,  $I_3 = 0,25 \text{ А}$ .

### 2.4. Задачи для самостоятельного решения

2.4.1. Рассчитать токи в цепи (рис. 2.7) методом двух узлов, если  $E_1 = 30 \text{ В}$ ,  $E_2 = 35 \text{ В}$ ,  $R = 5 \text{ Ом}$ . ВАХ одинаковых нелинейных резисторов  $R_1$  и  $R_2$  дана на рис. 2.8.

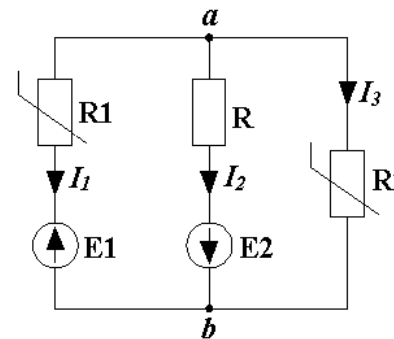


Рис. 2.7

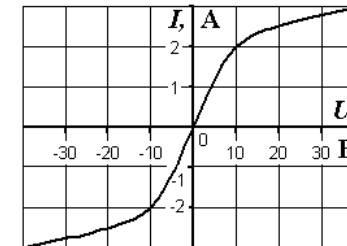


Рис. 2.8

Ответ:  $I_1 = -3 \text{ А}$ ,  $I_2 = 5 \text{ А}$ ,  $I_3 = -2 \text{ А}$ .

2.4.2. Определить токи  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I$  в электрической цепи (рис 2.9) итерационным методом. ВАХ нелинейных резисторов представлены на рис. 2.10, активное сопротивление  $R = 100 \text{ Ом}$ , напряжение  $U = 60 \text{ В}$ .

Ответ:  $I = 1,55 \text{ А}$ ,  $I_1 = 0,3 \text{ А}$ ,  $I_2 = 1,25 \text{ А}$ .

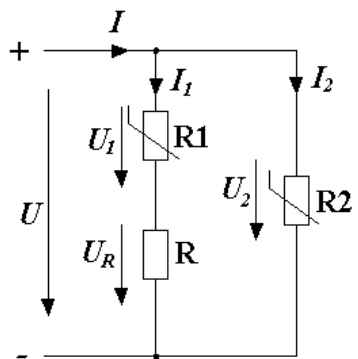


Рис. 2.9

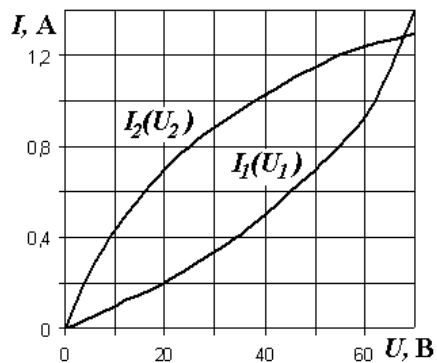


Рис. 2.10

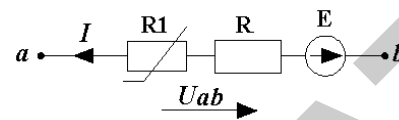


Рис. 2.16

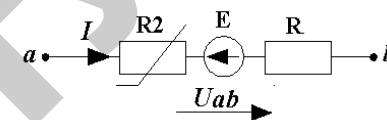


Рис. 2.17

Таблица 2.3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Рис.	2.11	2.12	2.13	2.14	2.15	2.16	2.17	2.11	2.12	2.13	2.14	2.15	2.16	2.17	2.13
E, В	5	10	15	20	25	10	15	20	25	5	10	15	20	10	10
R, Ом					30	40	60					50	60	100	

## 2.5. Индивидуальные задания

Построить вольт-амперную характеристику  $I = f(U_{ab})$  участка цепи (рис. 2.11...2.17).

Значения сопротивлений линейных резисторов и ЭДС заданы в табл. 2.3. Вольт-амперные характеристики нелинейных резисторов  $R_1$  и  $R_2$  представлены на рис. 2.18.

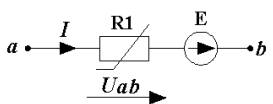


Рис. 2.11

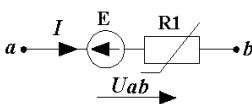


Рис. 2.12

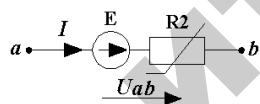


Рис. 2.13

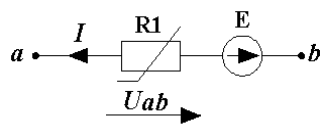


Рис. 2.14

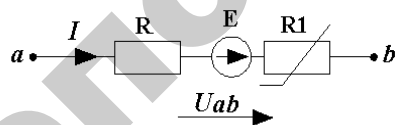


Рис. 2.15

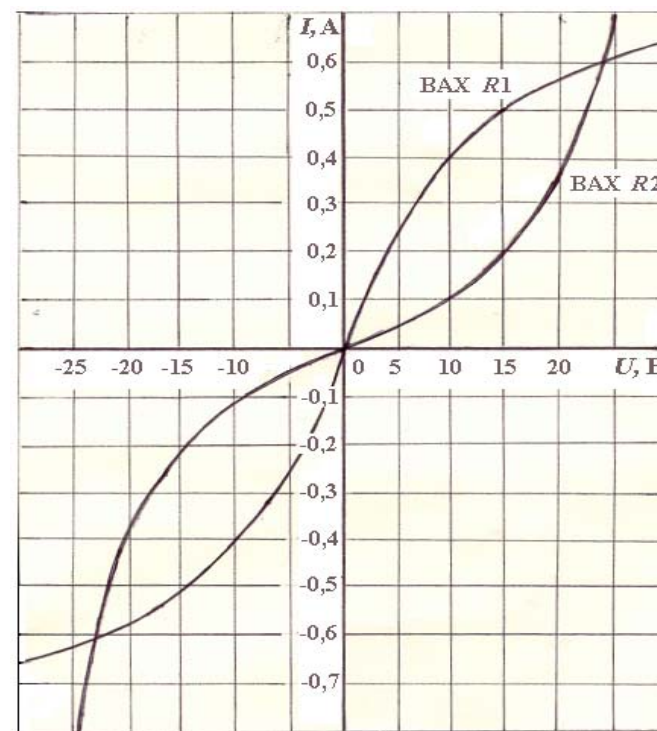


Рис. 2.18

### Контрольные вопросы

1. Как построить ВАХ участка цепи с нелинейным резистором и ЭДС?
2. Каков порядок расчета нелинейных цепей постоянного тока методом двух узлов?
3. В чем суть итерационного метода расчета нелинейных цепей постоянного тока?

### 3. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель. Изучить основные понятия и законы магнитных цепей. Приобрести навыки расчета неразветвленных магнитных цепей.

#### 3.1. Задание по самоподготовке

1. Проработать тему «Магнитные цепи» по литературе [1] § 14.1... 14.3; 14.7...14.9; 14.11...14.14; 14.16, 14.17, изучить п.3.2.
2. Разобрать примеры 14.1, 14.2 по [1] и примеры 3.3.1.и 3.3.2 данного методического пособия.
3. Решить задачи из п. 3.4 и на выбор из п.3.5. Ответить на контрольные вопросы п. 3.6.

#### 3.2. Методические указания

При расчете неразветвленных магнитных цепей встречаются с двумя видами задач.

3.2.1. Заданы магнитный поток  $\Phi$ , геометрические размеры и материал магнитопровода. Определить магнитодвижущую силу (МДС)  $Iw$ .

#### Порядок расчета

1. Так как магнитный поток одинаковый вдоль всей цепи, то по заданному его значению находят магнитную индукцию на каждом участке

$$B_k = \frac{\Phi}{S_k} \quad (3.1)$$

Если же задана магнитная индукция  $B_k$  на каком-либо участке, то определяют магнитный поток  $\Phi = B_k \cdot S_k$ , после чего по (3.1) определяют магнитные индукции на остальных участках.

2. По кривым намагничивания определяют напряженность поля  $H_k$  для ферромагнитных участков.

Напряженность в воздушном зазоре  $H_B$  находят по формуле

$$H_B = \frac{B_B}{\mu_0} = \frac{B_B}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_B. \quad (3.2)$$

3. Определяют сумму падений магнитных напряжений вдоль всей магнитной цепи  $\sum H_k l_k$ .

Согласно второму закону Кирхгофа для магнитной цепи

$$\sum H_k l_k = \sum I w. \quad (3.3)$$

По выражению (3.3) определяют искомую величину МДС.

3.2.2. Заданы МДС  $Iw$ , геометрические размеры и материал магнитопровода. Определить магнитный поток  $\Phi$ .

### Порядок расчета

1. Задаются произвольным значением потока  $\Phi$ .
2. Находят значения магнитной индукции на каждом участке.
3. По кривой намагничивания находят соответствующие значения напряженности  $H_k$  на всех участках цепи.

В воздушном зазоре напряженность находят по формуле (3.2).

4. Определяют сумму падений магнитных напряжений вдоль всей цепи.

5. Задаются новым значением потока и повторяют расчеты, аналогичные вышеприведенным.

6. По полученным данным строят вебер-амперную характеристику  $\Phi = f(\sum H_k l_k)$  и по заданному значению МДС находят искомое значение магнитного потока  $\Phi$ .

### 3.3. Примеры

3.3.1. Сколько витков надо намотать на сердечник (рис. 3.1) для получения магнитного потока  $\Phi = 47 \cdot 10^{-4}$  Вб при токе обмотки 25 А?

$$l_1 = 56 \text{ см}, S_1 = 36 \text{ см}^2, l_2 = 17 \text{ см}, S_2 = 36 \text{ см}^2, l_B = 0,5 \text{ см}, S_B = 36 \text{ см}^2.$$

Верхняя часть сердечника выполнена из электротехнической стали 3411, нижняя – из литой стали. Кривые намагничивания сталей приведены в приложении Б.

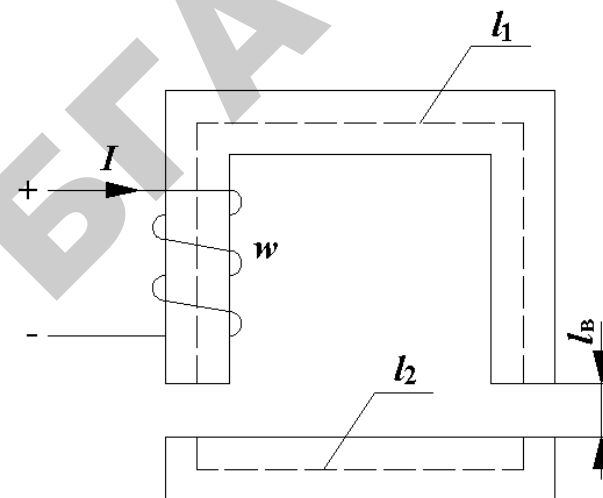


Рис. 3.1

### Решение

1. Определяем магнитную индукцию на участках цепи. Так как сечения участков равны между собой, то по (3.1)

$$B_1 = B_2 = B_B = \frac{\Phi}{S} = \frac{47 \cdot 10^{-4}}{36 \cdot 10^{-4}} = 1,3 \text{ Тл.}$$

2. Определяем напряженности на участках цепи по кривым намагничивания (приложение Б).

$$H_1 = 200 \text{ А/м}; \quad H_2 = 2000 \text{ А/м.}$$

Напряженность поля в воздушном зазоре по (3.2)

$$H_B = 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_B = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1,3 = 1,04 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

3. Определяем магнитодвижущую силу  $Iw$  по (3.3):

$$Iw = H_1 l_1 + H_2 l_2 + 2H_B l_B = 200 \cdot 0,56 + 2000 \cdot 0,17 + 2 \cdot 1,04 \cdot 10^6 \cdot 0,005 = 10852 \text{ А.}$$

4. Число витков

$$w = \frac{Iw}{I} = \frac{10852}{25} = 434.$$

3.3.2. Определить магнитный поток  $\Phi$  в сердечнике из стали 1512 (рис. 3.2), если  $l_B = 2 \text{ мм}$ ,  $l = 0,598 \text{ м}$ ,  $S = 25 \text{ см}^2$ ,  $Iw = 2000 \text{ А}$ .

Кривая намагничивания стали дана в приложении Б.

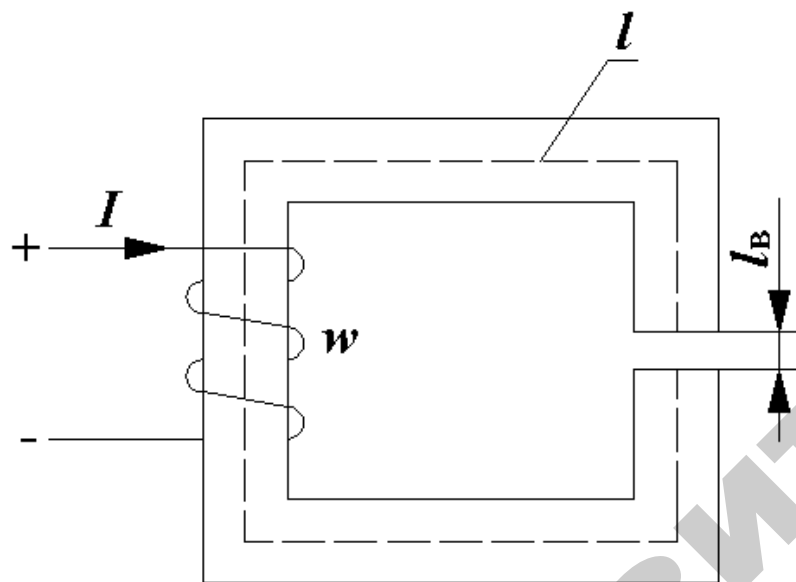


Рис. 3.2

**Решение**

1. Задаемся произвольно значением магнитной индукции  $B = 0,2 \text{ Тл}$  и определяем

$$\Phi = B \cdot S = 0,2 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

2. По кривой намагничивания определяем соответствующее значение напряженности  $H = 30 \text{ А/м}$ . Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_B = 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_B = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 0,2 = 1,6 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

Определяем МДС по (3.3):

$$Iw = Hl + H_B l_B,$$

$$Iw = 30 \cdot 0,593 + 1,6 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 337,94 \text{ А.}$$

Так как, рассчитанная МДС значительно меньше заданной, то задаемся новыми значениями магнитной индукции, проводим расчеты аналогичные вышеприведенному. Результаты расчетов сводим в табл. 3.1

Таблица 3.1.

$B, \text{Тл}$	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1	1,1	1,2
$\Phi \cdot 10^4, \text{Вб}$	5	10	15	20	22,5	25	27,5	30
$Iw, \text{А}$	338	700	1061,7	1441,5	1649	1869	2089	2398
$H, \text{А/м}$	30	100	170	270	350	450	550	800
$H_B \cdot 10^5, \text{А/м}$	1,6	3,2	4,8	6,4	7,2	8	8,8	9,6

По результатам расчета строим вебер-амперную характеристику  $\Phi = f(Iw)$  (рис.3.3).

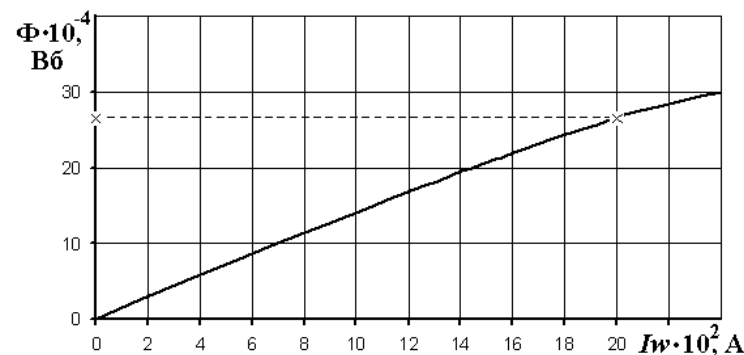


Рис. 3.3



3. По характеристике и заданному значению намагничивающей силы  $Iw = 2000$  А определяют значение магнитного потока  $\Phi = 26,5 \cdot 10^{-4}$  Вб.

### 3.4. Задачи для самостоятельного решения

3.4.1. В сердечнике из литой стали (рис. 3.4) необходимо создать магнитную индукцию  $B = 1$  Тл, число витков равномерно намотанной на сердечник обмотки  $w = 200$ , длина средней линии сердечника  $l_{cp} = 69$  см, сечение  $S = 6$  см<sup>2</sup>. Как следует изменить ток  $I$ , протекающий по обмотке, если в сердечнике сделать воздушный зазор  $l_B = 0,5$  мм?

Ответ: ток нужно увеличить на 2 А.

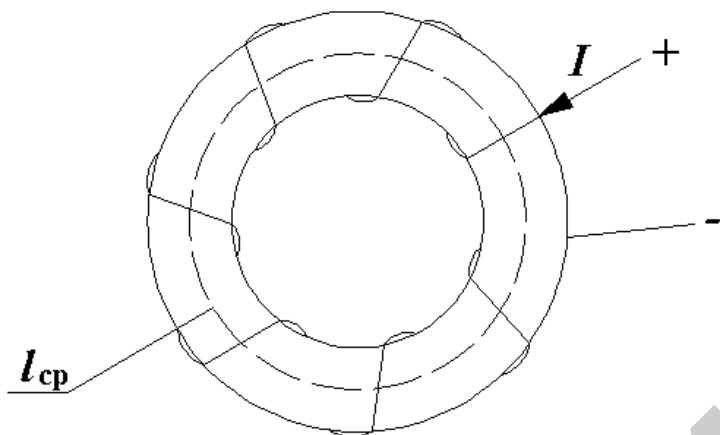


Рис. 3.4

3.4.2. Катушка с кольцевым сердечником, содержащим воздушный зазор  $l_B = 0,01$  см, подключена к сети постоянного тока с напряжением  $U = 12$  В. Обмотка катушки имеет сопротивление  $R = 12$  Ом и число витков  $w = 1000$ . Сердечник выполнен из стали 1512 и имеет внешний диаметр  $D = 22$  см, внутренний диаметр  $d = 18$  см, толщину пакета  $b = 1$  см.

Определить магнитный поток и индуктивность катушки.

Ответ:  $\Phi = 2,62 \cdot 10^{-4}$  Вб;  $L = 262$  мГн.

3.4.3. Магнитопровод катушки состоит из двух различных по сечению участков 1 и 2 и воздушного зазора  $l_B$  (рис. 3.5).

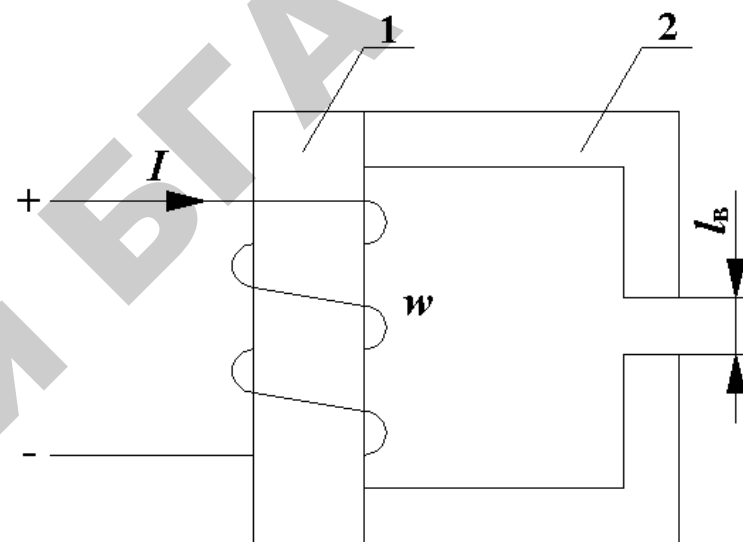


Рис. 3.5

Определить ток в обмотке катушки, если магнитная индукция в воздушном зазоре  $B_B = 1$  Тл, длина первого участка  $l_1 = 4$  см, его сечение  $S_1 = 1$  см<sup>2</sup>, длина второго участка  $l_2 = 7$  см, его сечение  $S_2 = 0,5$  см<sup>2</sup>, воздушный зазор  $l_B = 0,01$  мм, число витков обмотки  $w = 100$ . Материал магнитопровода – сталь 1512. При расчете рассеянием пренебречь и магнитное поле в зазоре считать равномерным.

Ответ:  $I = 1,15$  А.

### 3.5. Индивидуальные задания

Определить ток в катушке с ферромагнитным сердечником (рис. 3.6, 3.7), если заданы средняя длина  $l_{cp}$ , сечение сердечника  $S$ , длина воздушного зазора  $l_B$ , число витков  $w$  обмотки, магнитный поток  $\Phi$  в зазоре и материал сердечника (табл. 3.2).

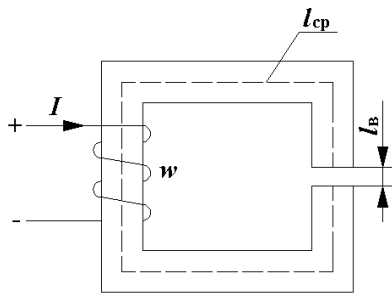


Рис. 3.6

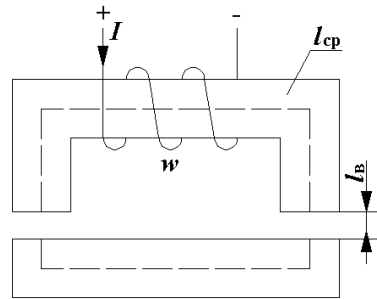


Рис. 3.7

Таблица 3.2.

Вариант	Рис.	$l_{ср}$ , см	$S$ , см <sup>2</sup>	$l_{вз}$ , см	$w$	$\Phi \cdot 10^{-4}$ , Вб	Материал сердечника
1	3.6	100	4	0,02	100	4	литая сталь
2	3.7	85	4	0,03	200	5	литая сталь
3	3.6	70	15	0,05	300	10	литая сталь
4	3.6	50	10	0,01	50	8	эл. техн. сталь 1512
5	3.7	40	2	0,01	40	2	эл. техн. сталь 1512
6	3.6	90	6	0,02	100	6	эл. техн. сталь 1512
7	3.6	60	8	0,03	80	5	эл. техн. сталь 3411
8	3.7	100	20	0,1	200	20	эл. техн. сталь 3411
9	3.6	110	25	0,1	300	30	эл. техн. сталь 3411
10	3.7	80	15	0,02	70	15	литая сталь
11	3.6	70	10	0,05	100	4	эл. техн. сталь 1512
12	3.7	120	25	0,2	400	30	эл. техн. сталь 3411
13	3.6	80	5	0,1	300	5	эл. техн. сталь 1512
14	3.7	60	4	0,05	200	4	литая сталь
15	3.6	100	20	0,2	500	20	эл. техн. сталь 3411

### Контрольные вопросы

1. Как связаны между собой магнитная индукция  $B$  и напряженность магнитного поля  $H$ ?
2. Как связаны между собой магнитный поток  $\Phi$  и магнитная индукция  $B$ ?

3. Что понимают под кривой намагничивания?
4. Что называют МДС и как определяют ее направление?
5. Что такое магнитное напряжение?
6. Законы Кирхгофа для магнитной цепи.
7. Как изменится магнитный поток при появлении воздушного зазора в сердечнике, если МДС осталась прежней?
8. Что собой представляет вебер-амперная характеристика, и как ее строят?
9. Какой порядок расчета неразветвленной магнитной цепи?

## 4. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗВЕТВЛЕННЫХ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель. Освоить методику расчета нелинейных разветвленных магнитных цепей методом двух узлов.

### 4.1. Задание по самоподготовке

1. Повторить законы Кирхгофа для магнитных цепей, построение вебер-амперных характеристик.
2. Изучить расчет нелинейных разветвленных магнитных цепей по методу двух узлов по литературе [1] § 14.18 и п.4.2 данной главы.
3. Разобрать примеры 143 по [1] и 4.3.1. настоящего пособия.
4. Решить задачи из п.4.4 и на выбор из п.4.5. Ответить на контрольные вопросы п. 4.6.

### 4.2. Методические указания

Для расчета нелинейных магнитных цепей, имеющих только два узла «а» и «b», используют метод двух узлов.

Сущность метода состоит в определении напряжения между двумя узлами, при котором выполняется первый закон Кирхгофа. После определения напряжения находят магнитные потоки в ветвях. Для нелинейных магнитных цепей решение можно выполнить графически.

#### Порядок расчета

1. Указывают направление магнитодвижущих сил (МДС), используя правило правоходового винта или обхвата катушки правой рукой.
2. Указывают положительное направление магнитного напряжения между двумя узлами и положительные направления магнитных потоков в ветвях, рекомендуется принимать направления магнитных потоков совпадающими с направлением магнитного напряжения между двумя узлами.
3. Используя второй закон Кирхгофа, выражают магнитное напряжение между двумя узлами  $U_{mab}$  через падения магнитных напряжений и МДС каждой ветви.

4. Строят характеристики  $\Phi_k = f(U_{mab})$  для каждой ветви в одной системе координат.

5. Суммируют магнитные потоки (ординаты) характеристик  $\Phi_k = f(U_{mab})$ , получают характеристику  $\sum \Phi_k = f(U_{mab})$ .

6. Сумма магнитных потоков, направленных к одному узлу, согласно первому закону Кирхгофа равна нулю, поэтому точка пересечения кривой  $\sum \Phi_k = f(U_{mab})$  с осью абсцисс соответствует режиму данной цепи. Эта точка определяет искомое значение  $U_{mab}$ .

7. По найденному значению  $U_{mab}$  определяют магнитные потоки в ветвях по соответствующим характеристикам  $\Phi_k = f(U_{mab})$ .

**Примечание** – В случае, когда не задана одна из МДС и требуется, кроме магнитных потоков, определить МДС, то при этом дается дополнительное условие, например,  $\Phi_1 - \Phi_2 = 20 \cdot 10^{-5}$  Вб.

Порядок расчета полностью сохраняется, но строят только кривые  $\Phi_k = f(U_{mab})$  ветвей, для которых МДС заданы или в которых МДС отсутствуют.

Первый закон Кирхгофа  $\sum \Phi = 0$  переписывают с учетом дополнительного условия.

Строят характеристику  $\sum \Phi_k = f(U_{mab})$  с учетом дополнительного условия. Точка пересечения характеристики  $\sum \Phi_k = f(U_{mab})$  с осью абсцисс определяет искомое значение  $U_{mab}$ , по которому находят магнитные потоки. Незвестное значение МДС определяют по найденному значению  $U_{mab}$ , используя уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа для соответствующей ветви.

### 4.3. Примеры

4.3.1. Определить магнитные потоки в ветвях магнитной цепи (рис. 4.1), материал магнитопровода – сталь 1512.

$$l_1 = 20 \text{ см}, S_1 = 4 \text{ см}^2, w_1 = 80 \text{ витков}, I_1 = 1 \text{ А}, l_2 = 12 \text{ см}, S_2 = 6 \text{ см}^2, w_2 = 150 \text{ витков}, I_2 = 2 \text{ А}, l_3 = 40 \text{ см}, S_3 = 36 \text{ см}^2, l_b = 0,5 \text{ см}.$$

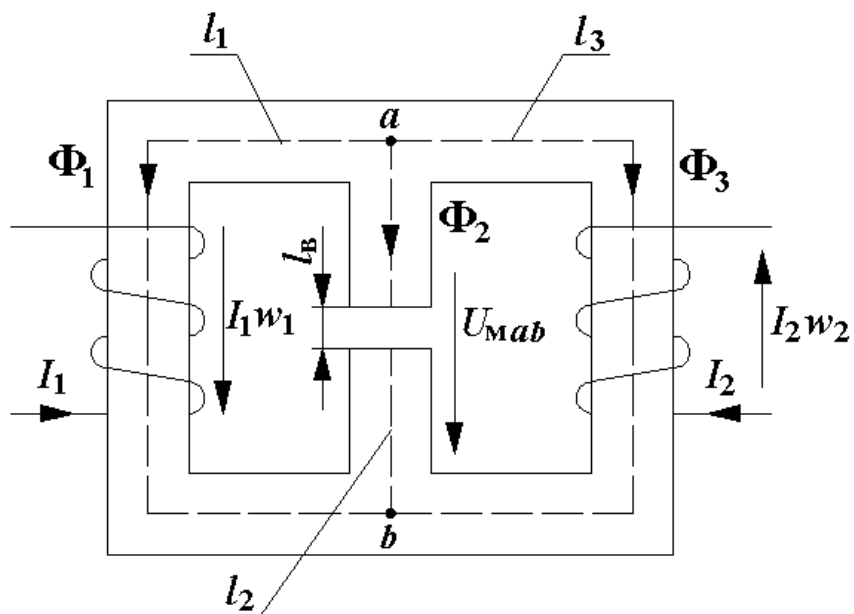


Рис. 4.1

### Решение

1. Указываем направления магнитодвижущих сил  $I_1 w_1$  и  $I_2 w_2$ , используя правило правоходного винта или обхвата катушки правой рукой.

2. Задаемся положительным направлением магнитного напряжения между двумя узлами и положительным направлением магнитных потоков (рис. 4.1).

3. Выражаем  $U_{Mab}$  через падения магнитных напряжений и МДС каждой ветви, используя второй закон Кирхгофа для магнитных цепей:

$$\begin{aligned} H_1 l_1 - U_{Mab} &= I_1 w_1; & H_2 l_2 + H_B l_B - U_{Mab} &= 0; \\ H_3 l_3 - U_{Mab} &= -I_2 w_2, \end{aligned}$$

откуда следует, что для левой ветви

$$U_{Mab} = H_1 l_1 - I_1 w_1, \quad (4.1)$$

для средней ветви

$$U_{Mab} = H_2 l_2 + H_B l_B, \quad (4.2)$$

для правой ветви

$$U_{Mab} = H_3 l_3 + I_2 w_2. \quad (4.3)$$

4. На основании выражений (4.1), (4.2), (4.3) строим вебер-амперные характеристики ветвей  $\Phi_1 = f(U_{Mab})$ ,  $\Phi_2 = f(U_{Mab})$ ,  $\Phi_3 = f(U_{Mab})$ , для чего выполняем следующий расчет.

Произвольно задаемся значениями магнитной индукции  $B$ . Определяем магнитные потоки в ветвях:

$$\Phi_1 = BS_1, \quad \Phi_2 = BS_2, \quad \Phi_3 = BS_3 \quad (4.4)$$

По кривой намагничивания (приложение Б) определяем напряженность магнитного поля в магнитопроводе  $H$ , а в воздушном зазоре согласно формуле

$$H_B = 0,8 \cdot 10^6 \cdot B \quad (4.5)$$

Падения магнитных напряжений в ветвях цепи определяем по формулам

$$U_{M1} = H_1 l_1, \quad U_{M2} = H_2 l_2 + H_B l_B, \quad U_{M3} = H_3 l_3. \quad (4.6)$$

Согласно выражениям (4.1), (4.2), (4.3) определяем  $U_{Mab}$  для принятых значений магнитной индукции. Расчеты выполняем как для положительных, так и для отрицательных значений магнитной индукции  $B$ . Результаты расчетов сводим в табл. 4.1.

По результатам расчетов строим в одной системе координат характеристики  $\Phi_1(U_{Mab})$ ,  $\Phi_2(U_{Mab})$ ,  $\Phi_3(U_{Mab})$  (рис. 4.2).

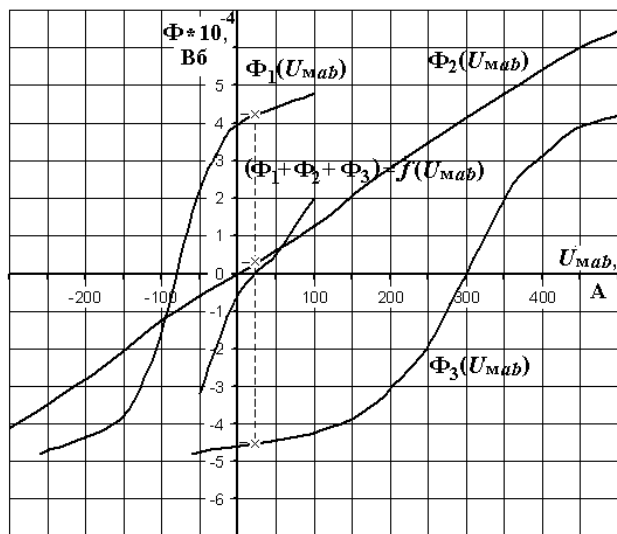


Рис. 4.2

5. По первому закону Кирхгофа для нашей цепи  $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$  строим кривую  $(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3) = f(U_{Mab})$ , для чего суммируем ординаты характеристик  $\Phi_1(U_{Mab})$ ,  $\Phi_2(U_{Mab})$ ,  $\Phi_3(U_{Mab})$  (рис. 4.2).

Для более точного построения составляем табл. 4.2.

Таблица 4.2.

$U_{Mab}, \text{A}$	100	50	0	-50
$\Phi_1 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$	4,8	4,3	4	2,2
$\Phi_2 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$	1,3	0,6	0	-0,7
$\Phi_3 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$	-4,1	-4,4	-4,6	-4,7
$(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3) \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$	2	0,5	-0,6	-3,2

6. Характеристика  $(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3) = f(U_{Mab})$  пересекает ось абсцисс в точке «а», которая определяет то значение напряжения  $U_{Mab}$ , при котором выполняется первый закон Кирхгофа:  $U_{Mab} = 25 \text{ A}$ .

7. По найденному значению  $U_{Mab}$  определяют магнитные потоки в ветвях по характеристикам  $\Phi_1(U_{Mab})$ ,  $\Phi_2(U_{Mab})$ ,  $\Phi_3(U_{Mab})$

$$\Phi_1 = 4,2 \cdot 10^{-4} \text{ Вб},$$

$$\Phi_2 = 0,3 \cdot 10^{-4} \text{ Вб},$$

$$\Phi_3 = -4,5 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$$

Знак «минус» при  $\Phi_3$  говорит о том, что истинное направление магнитного потока  $\Phi_3$  противоположно принятому.

#### 4.4. Задачи для самостоятельного решения

Для магнитной цепи, представленной на рис. 4.3, дано:

$$l_1 = 20 \text{ см}, \quad S_1 = 4 \text{ см}^2,$$

$$l_2 = 12 \text{ см}, \quad S_2 = 6 \text{ см}^2,$$

$$l_3 = 40 \text{ см}, \quad S_3 = 4 \text{ см}^2,$$

$$w_1 = 100 \text{ витков},$$

$$w_2 = 150 \text{ витков},$$

$$I_2 = 2 \text{ A}, \quad l_b = 0,5 \text{ мм},$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$$

Материал магнитопровода сталь 1512.

Определить магнитные потоки в ветвях и ток  $I_1$ .

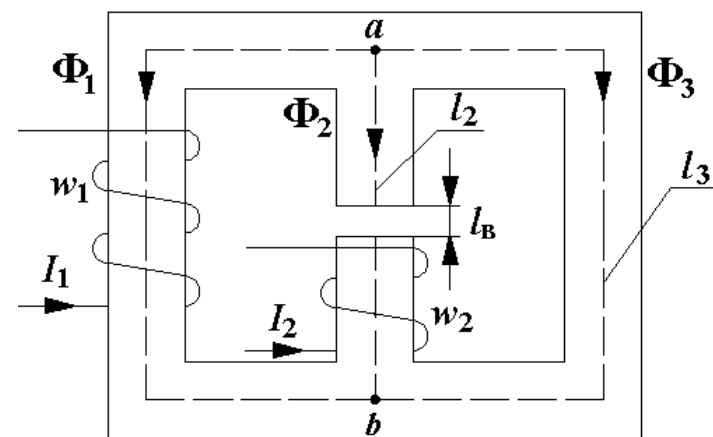


Рис. 4.3

Ответ:  $\Phi_1 = 2,4 \cdot 10^{-4}$  Вб,  
 $\Phi_2 = 1,9 \cdot 10^{-4}$  Вб,  
 $\Phi_3 = -4,3 \cdot 10^{-4}$  Вб,  
 $I_1 = 1,94$  А.

#### 4.5. Индивидуальное задание

Построить зависимость магнитного потока от магнитного напряжения  $U_{маб}$  (вебер-амперную характеристику) участка магнитной цепи (рис. 4.4), если заданы длина магнитного участка  $l$ , длина воздушного зазора  $l_b$ , сечение участка магнитопровода  $S$ , МДС, направление магнитного потока  $\Phi$ , направление тока в обмотке (табл. 4.4). Кривая намагничивания задана табл. 4.3.

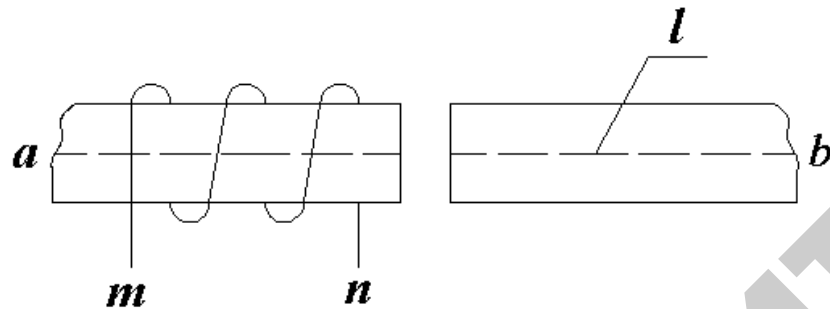


Рис. 4.4

Таблица 4.3

В, Тл	0	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
H, А/м	0	100	170	260	410	900

Таблица 4.4.

Вариант	$l$ , см	$l_b$ , см	$S$ , см <sup>2</sup>	МДС, А	Направление потока, $\Phi$	Ток втекает в зажим
1	20	0,2	5	200	от «а» к «b»	n
2	10	0,1	4	80	от «а» к «b»	m
3	15	0,2	6	150	от «b» к «а»	n
4	25	0,3	7	200	от «а» к «b»	m
5	30	0	5	20	от «а» к «b»	n
6	40	0,4	10	250	от «а» к «b»	m
7	35	0	8	50	от «b» к «а»	n
8	80	0,5	10	150	от «b» к «а»	m
9	60	0,2	15	180	от «а» к «b»	n
10	70	0,4	12	160	от «b» к «а»	m
11	50	0,2	8	120	от «в» к «а»	m
12	100	0	20	100	от «а» к «b»	n
13	70	0,1	10	80	от «а» к «b»	m
14	80	0,4	15	100	от «а» к «b»	n
15	100	0,5	20	220	от «b» к «а»	m

#### Контрольные вопросы

1. Как определяют направление магнитодвижущей силы?
2. Сформулируйте законы Кирхгофа для магнитных цепей.
3. Изложите порядок расчета разветвленных магнитных цепей постоянного тока по методу двух узлов.
4. Как определяют напряженность в воздушном зазоре?
5. Как связаны между собой магнитная индукция  $B$  и напряженность магнитного поля  $H$ ?
6. Что понимают под кривой намагничивания?
7. Что такое магнитное напряжение?
8. Что собой представляет вебер-амперная характеристика и как ее строят?
9. Каков порядок расчета методом двух узлов?

## 5. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель. Изучить методы расчета нелинейных электрических цепей переменного тока.

### 5.1. Задание по самоподготовке

1. Повторить формулировку первого и второго законов Кирхгофа в дифференциальной и комплексной формах.
2. Проработать тему «Нелинейные электрические цепи переменного тока» по литературе [1] § 15.1...15.3, 15.7, 15.19...15.22, 15.44...15.48 и п.5.2 данной главы..
3. Рассмотреть примеры пункта 5.3. данных указаний.
4. Решить задачи из п.5.4 и на выбор из п.5.5. Ответить на контрольные вопросы п. 5.6.

### 5.2. Методические указания

Процессы в нелинейных цепях переменного тока описываются по законам Кирхгофа. Общего метода решений нелинейных уравнений не существует, однако для практики часто достаточным является приближенное решение.

Наиболее широко распространены следующие методы расчета нелинейных цепей переменного тока:

1. Графический метод, использующий вольт-амперные, вебер-амперные и кулон-вольтные характеристики нелинейных элементов для мгновенных значений (см. пример 5.3.1)
2. Аналитический метод, использующий вольт-амперные характеристики для мгновенных значений, при замене этих характеристик отрезками прямых линий (аппроксимации) (см. пример 5.3.2).
3. Аналитический метод расчета по первым гармоникам тока и напряжения. Для выполнения расчета должна быть задана вольт-амперная характеристика нелинейного элемента по первым гармоникам тока и напряжения, высшими гармониками пренебрегают. Последовательность расчета рассмотрена в примере 5.3.3.
4. Аналитический метод, использующий вольт-амперные характеристики по действующим значениям. В этом методе реальные

несинусоидальные кривые  $i(t)$  и  $u(t)$  в цепи с нелинейными элементами заменяют эквивалентными синусоидами. Последовательность расчета такая же, как в предыдущем методе.

### Примеры

5.3.1. Катушка с сердечником, набранным из листовой стали, подключена к синусоидальному напряжению, действующее значение которого 220 В (рис. 5.1).

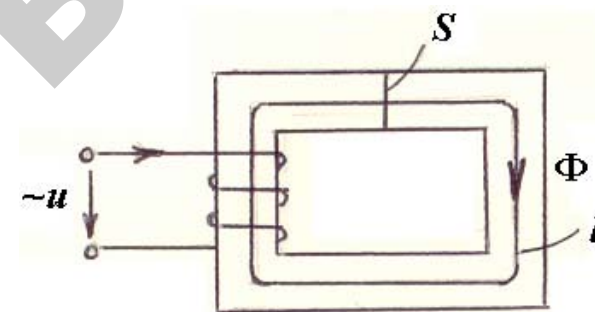


Рис. 5.1

Сечение сердечника  $S = 12 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ , число витков обмотки  $w = 600$ , длина средней линии магнитной индукции  $l = 36 \text{ см}$ . Частота напряжения сети  $f = 50 \text{ Гц}$ . Кривая намагничивания стали приведена в табл. 5.1.

Таблица 5.1.

В, Тл	0	0,7	0,96	1,2	1,24	1,28	1,3	1,41	1,5	1,54
Н, А/м	0	200	400	1000	1200	1400	1600	2600	3500	5000

Пренебрегая магнитным потоком рассеяния, потерями в стали и в активном сопротивлении обмотки, нарисовать график тока  $i = f(\omega t)$  определить максимальное значение тока при заданном напряжении и при увеличении напряжения на 10%.

### Решение

Поскольку ток катушки переменный, то и магнитный поток, создаваемый им, будет переменным. По закону электромагнитной индукции переменный магнитный поток наведет в катушке ЭДС  $e = -\frac{d\psi}{dt}$ . При допущении, что падение напряжения на активном сопротивлении катушки ничтожно мало, по закону Кирхгофа напряжение на зажимах катушки

$$u = \frac{d\psi}{dt} = w \frac{d\Phi}{dt}.$$

Если принять  $u = U_m \cos \omega t$ , то магнитный поток  $\Phi$  в сердечнике в установившемся режиме будет изменяться по синусоидальному закону:

$$\Phi = \frac{U_m}{\omega w} \sin \omega t = \frac{220\sqrt{2}}{314 \cdot 600} \sin \omega t = 16,4 \cdot 10^{-4} \sin \omega t \text{ Вб.}$$

Для построения графика тока  $i = f(\omega t)$  построим предварительно вебер-амперную характеристику  $\Phi = f(i)$  для заданной катушки.

Задаваясь значениями магнитной индукции  $B$  и соответствующими значениями напряженности  $H$  из кривой намагничивания стали, проводим расчеты магнитного потока  $\Phi = B \cdot S$  и тока

$$i = \frac{Hl}{w}.$$

Результаты расчета сведем в табл. 5.2.

Таблица 5.2.

$B, \text{Тл}$	0	0,7	0,96	1,2	1,24	1,28	1,3	1,41	1,5	1,54
$\Phi \cdot 10^{-4}, \text{Вб}$	0	8,4	11,5	14,4	14,9	15,4	15,6	16,9	18	18,5
$Hl, \text{А}$	0	72	144	360	432	504	576	936	1260	1800
$i, \text{А}$	0	0,12	0,24	0,6	0,72	0,84	0,96	1,56	2,1	3

Кривая  $\Phi = f(i)$  построена на рис. 5.2, а.

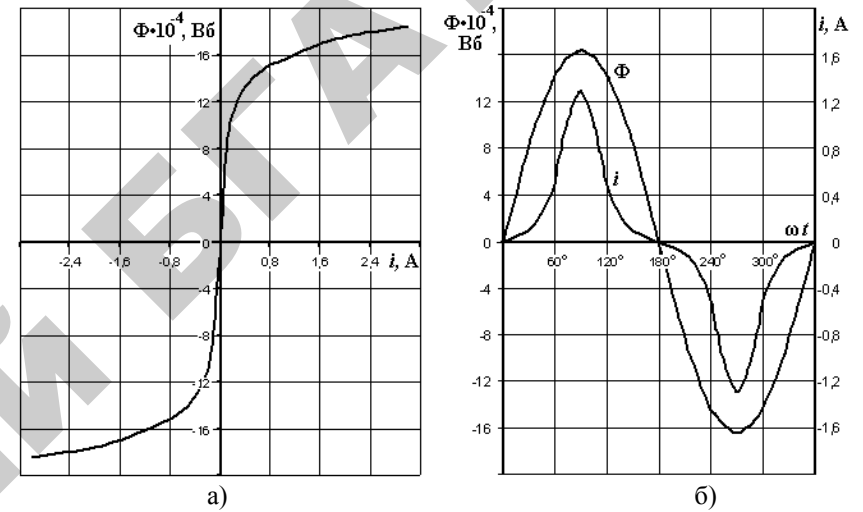


Рис. 5.2

Задаваясь значениями  $\omega t$ , рассчитываем магнитный поток  $\Phi = 16,4 \cdot 10^{-4} \sin \omega t$  и по вебер-амперной характеристике  $\Phi = f(i)$  находим ток  $i$ . Расчеты сводим в табл. 5.3.

Таблица 5.3.

$\omega t, \text{град}$	0	30	60	90	120	150	180
$\Phi \cdot 10^{-4}, \text{Вб}$	0	8,2	14,2	16,4	14,2	8,2	0
$i, \text{А}$	0	0,1	0,5	1,3	0,5	0,1	0

Кривые  $\Phi = f(i)$  и  $i = f(\omega t)$  построены на рис. 5.2, б.

Как видно из графика  $i = f(\omega t)$ , ток изменяется по несинусоидальному закону, кривая тока имеет заостренную форму. Максимальное значение тока при заданном напряжении  $i_{max} = 1,3 \text{ А}$ .



При увеличении напряжения на 10%, амплитуда магнитного потока также возрастает на 10% и будет равна  $\Phi_m = 16,4 \cdot 10^{-4} \cdot 1,1 = 18,04 \cdot 10^{-4}$  Вб. Из характеристики  $\Phi = f(i)$  находим максимальное значение тока  $i'_{max} = 2,1$  А. Оно увеличивается в сравнении с максимальным значением тока в номинальном режиме в

$$\frac{i'_{max}}{i_{max}} = \frac{2,1}{1,3} = 1,6 \text{ раза.}$$

5.3.2. Аккумуляторная батарея, ЭДС которой  $E = 12$  В и внутреннее сопротивление  $R = 6$  Ом, подключена через идеальный диод к источнику синусоидального напряжения с амплитудой 24 В (рис. 5.3, а) и частотой  $f = 50$  Гц. Характеристика диода дана на рис. 5.3, б.

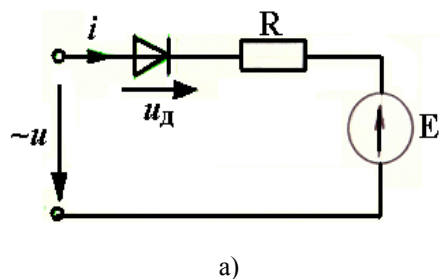


Рис. 5.3

Определить максимальное  $i_{max}$  и среднее  $I_{cp}$  значения тока и максимальное обратное напряжение на диоде  $u_{dmax}$ . Построить графики  $i = f(t)$  и  $u_d = f(t)$ .

**Решение**

Напряжение, приложенное к цепи,  $u = 24 \sin \omega t$  В.  
Составляем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$u_d + iR - u = -E \quad (5.1)$$

Судя по вольт-амперной характеристике идеального диода (рис. 5.3,б), когда диод открыт и проводит ток, напряжение на диоде  $u_d = 0$  и из уравнения (5.1) ток

$$i = \frac{u - E}{R} = \frac{24 \sin \omega t - 12}{6} = 4 \sin \omega t - 2 \text{ А.} \quad (5.2)$$

Из уравнения (5.2) следует, что  $i_{max} = 2$  А при  $\sin \omega t = 1$ .

Когда диод закрыт, то  $i = 0$  и из уравнения (5.1)

$$u_d = u - E = 24 \sin \omega t - 12 \text{ В.} \quad (5.3)$$

Из уравнения (5.3) следует, что максимальное обратное напряжение на диоде  $u_{dmax} = -36$  В при  $\sin \omega t = -1$ .

Для определения среднего значения тока через диод  $I_{cp}$  и построения графиков  $i = f(t)$  и  $u_d = f(t)$  необходимо определить моменты времени открытия и закрытия диода.

Открытию диода соответствует момент времени  $t = t_1$ , когда напряжение на диоде  $u_d$  станет равным нулю. Тогда по уравнению (5.3)

$$24 \sin \omega t_1 - 12 = 0.$$

Следовательно,  $\omega t_1 = \arcsin 0,5 = 30^\circ = 0,523$  рад.

Момент открытия диода

$$t_1 = \frac{0,523}{\omega} = \frac{0,523}{2\pi f} = \frac{0,523}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 1,66 \cdot 10^{-3} \text{ с,}$$

Момент времени закрытия диода  $t = t_2$  также соответствует значению  $u_d = 0$ , но уже во второй четверти изменения синусои-

дальнего напряжения, т.е.  $\omega t_2 = 150^\circ = 2,61$  рад,

$$a) t_2 = \frac{2,61}{\omega} = 8,33 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Графики  $u = f(t)$ ,  $i = f(t)$ ,  $u_d = f(t)$  показаны на рис. 5.4. На этих графиках период  $T = 1/f = 1/50 = 0,02$  с. Пунктиром показаны составляющие тока  $i$  по уравнению (5.2) и напряжения на диоде  $u_d$  по уравнению (5.3).

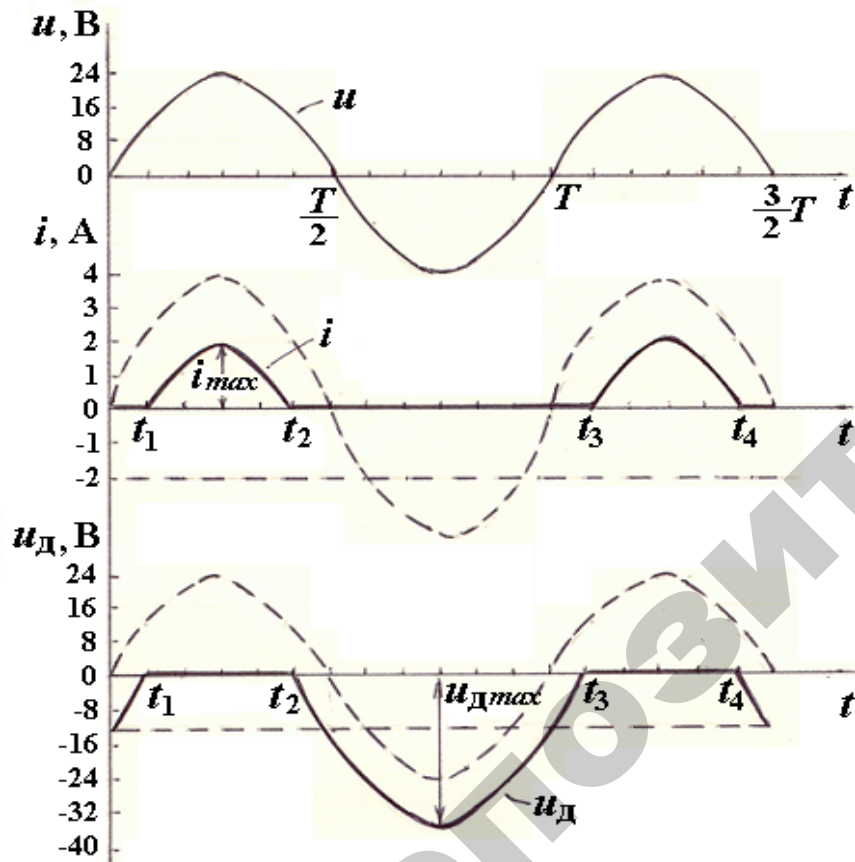


Рис. 5.4

Среднее значение тока за период  $T$ , которое измеряется приборами магнитоэлектрической системы, определим по формуле

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} i dt = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} (4 \sin \omega t - 2) dt = \frac{4}{T \omega} (-\cos \omega t) \Big|_{t_1}^{t_2} - \frac{2}{T} t \Big|_{t_1}^{t_2} = 0,434 \text{ А.}$$

5.3.3. Электрическая цепь (рис. 5.5,а) питается от источника синусоидального напряжения. Вольт-амперная характеристика (ВАХ) нелинейных конденсаторов по первой гармонике представлена на рис. 5.5,б. Значения сопротивлений по первой гармонике  $X_L = 60 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 30 \text{ Ом}$ .

Определить значение напряжения  $U_{ab}$  при токе  $I_3 = 1,2 \text{ А}$ . Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

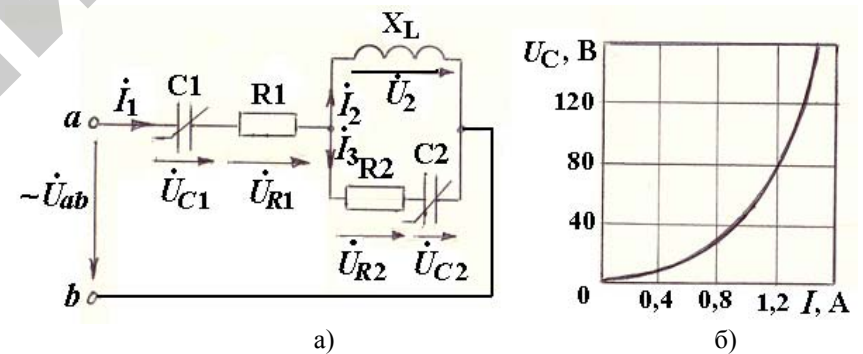


Рис. 5.5

### Решение

Для определения напряжения  $U_{ab}$  составим уравнение по второму закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{R1} + \dot{I}_3 R_2 + \dot{U}_{C2}.$$

Как видим, в этом уравнении неизвестны комплексные значения  $\dot{U}_{C1}$ ,  $\dot{U}_{R1}$ ,  $\dot{U}_{C2}$ . Для их определения по заданному значению тока

$I_3 = 1,2 \text{ A}$  находим по ВАХ напряжение на нелинейной емкости  $\dot{U}_{C2} = 80 \text{ В}$ . Примем в комплексной форме  $\dot{I}_3 = 1,2 \text{ A}$ , тогда  $\dot{U}_{C2} = -j 80 \text{ В}$ , т.к. напряжение на конденсаторе отстает от тока на  $90^\circ$ .

Напряжение на участке с параллельным соединением ветвей

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_3 R_2 + \dot{U}_{C2} = 36 - j 80 \text{ В};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{jX_L} = \frac{36 - j 80}{j 50} = -1,6 - j 0,72 \text{ A}.$$

По первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 1,2 - 1,6 - j 0,72 = -0,4 - j 0,72 \text{ A}.$$

Определяем действующее значение тока

$$I_1 = \sqrt{0,4^2 + 0,72^2} = 0,82 \text{ A}.$$

Начальная фаза этого тока  $\psi_{i1} = \arctg \frac{-0,72}{-0,4} = 61^\circ - 180^\circ = -119^\circ$ .

Судя по комплексной записи тока  $\dot{I}_1$ , вектор этого тока лежит в третьей четверти, поэтому при нахождении  $\psi_{i1}$  вычитается  $180^\circ$ .

При токе  $I_1 = 0,82 \text{ A}$  определяем по ВАХ напряжение на нелинейном конденсаторе  $U_{C1} = 30 \text{ В}$ .

Для комплексной записи этого напряжения учтем, что напряжение на конденсаторе отстает от тока по фазе на  $90^\circ$ , т.е. начальная фаза напряжения

$$\psi_{UC1} = \psi_{i1} - 90^\circ = -119^\circ - 90^\circ = -209^\circ = 151^\circ.$$

Комплексная запись напряжения

$$\dot{U}_{C1} = 30e^{j151^\circ} = 30(\cos 151^\circ + j \sin 151^\circ) = -26,28 + j 14,54 \text{ В}.$$

Находим напряжение на входе цепи

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{C1} + \dot{I}_1 R_1 + \dot{U}_2 = -26,28 + j 14,54 + (-0,4 - j 0,72) \cdot 40 + 36 - j 80 = \\ &= -6,28 - j 94,26 \text{ В}. \end{aligned}$$

Действующее значение напряжения  $U_{ab}$  по первой гармонике

$$U_{ab} = \sqrt{6,28^2 + 94,26^2} = 94,5 \text{ В}.$$

Строим векторную диаграмму (рис. 5.6). Выбираем масштабы для тока  $m_i = 0,4 \text{ A/см}$  и для напряжения  $m_u = 20 \text{ В/см}$ .

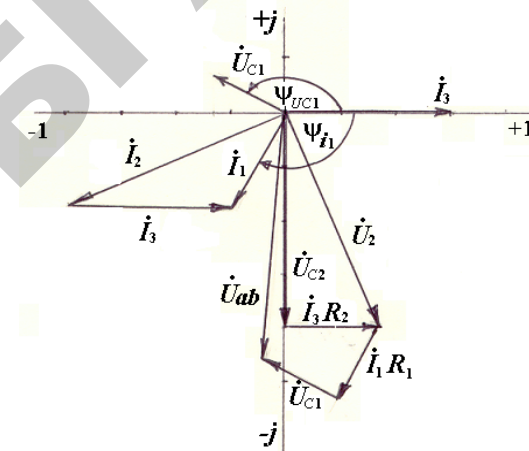


Рис. 5.6

Векторная диаграмма может быть основой для графического решения задачи, а также для проверки выполнения комплексных расчетов. На векторной диаграмме проверяется выполнение законов Кирхгофа и взаимное расположение векторов токов и напряжений на участках цепи. На резистивном элементе ток и напряжение должны совпадать по фазе, на индуктивном элементе ток отстает от приложенного напряжения на  $90^\circ$ , на емкостном элементе опережает напряжение на  $90^\circ$ .

#### 5.4. Задачи для самостоятельного решения

5.4.1. В схеме цепи (рис. 5.7,а) последовательно включены источник синусоидальной ЭДС  $e(t) = 150 \sin \omega t \text{ В}$ , источник постоянной ЭДС  $E_0 = 50 \text{ В}$ , идеальный полупроводниковый диод (характеристика диода дана на рис. 5.7,б) и резистор с сопротивлением  $R = 1 \text{ кОм}$ .

Определить максимальное значение тока через диод и какое время в течение периода диод остается открытым, если  $\omega = 314$  рад/с.

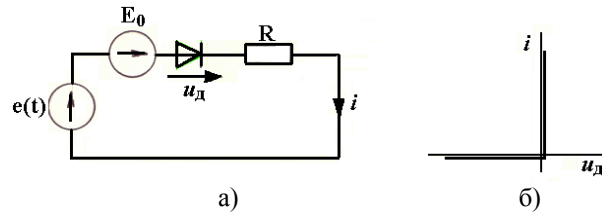


Рис. 5.7.

Ответ:  $i_{max} = 0,2$  А, время открытия диода  $t_1 = -0,104 \cdot 10^{-2}$  с, время закрытия  $t_2 = 1,1 \cdot 10^{-2}$  с, диод остается открытым в течение  $t = 1,204 \cdot 10^{-2}$  с.

5.4.2. Схема цепи (рис. 5.8,а) содержит индуктивную катушку с ферромагнитным сердечником, ВАХ которой по действующим значениям тока и напряжения изображена на рис. 5.8,б. Цепь питается от синусоидального напряжения, значения сопротивлений линейных элементов:

$$X_{C1} = 30 \text{ Ом}, X_{C2} = 100 \text{ Ом}, R_3 = 100 \text{ Ом}.$$

Определить значение напряжения  $U_{ab}$  при токе на входе цепи  $I_1 = 0,6$  А.

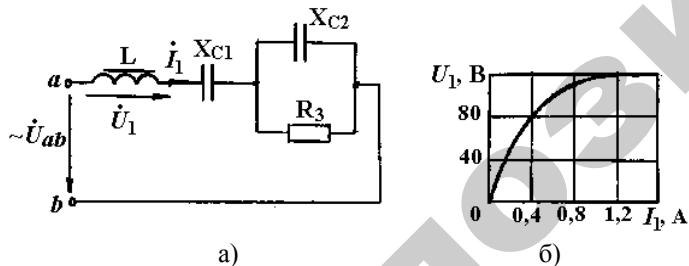


Рис. 5.8.

Ответ:  $U_{ab} = 60$  В.

## 5.5. Индивидуальные задания

На рис. 5.9...5.16 приведены схемы электрических цепей, содержащих нелинейный элемент. ВАХ нелинейных элементов, по действующим значениям тока и напряжения, приведены на рис. 5.17. Определить напряжение на входе цепи по заданным значениям тока в нелинейном элементе и сопротивлений элементов цепи (табл. 5.4).

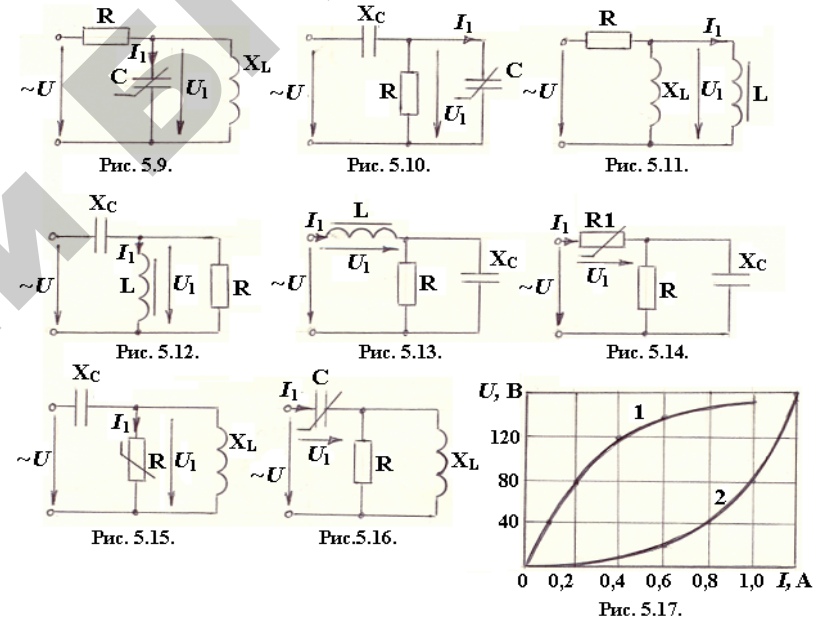


Таблица 5.4.

№ вар.	№ схемы	№ ВАХ	$I_1$ , А	$R$ , Ом	$X_L$ , Ом	$X_C$ , Ом
1	2	3	4	5	6	7
1	5.9	2	0,6	20	20	-
2	5.10	2	0,8	40	-	50
3	5.11	1	0,2	100	160	-
4	5.12	1	0,4	240	-	100
5	5.13	1	0,6	100	-	100
6	5.14	2	1	40	-	40
7	5.15	1	1	-	150	50
8	5.16	2	1,2	30	40	-

Окончание таблицы 5.4

1	2	3	4	5	6	7
9	5.9	2	1,2	160	100	-
10	5.10	2	0,4	10	-	30
11	5.11	1	1	20	100	-
12	5.12	1	0,6	100	-	20
13	5.13	1	0,4	60	-	80
14	5.14	1	0,2	40	-	30
15	5.15	2	0,6	-	20	10
16	5.16	1	1	60	20	-

### Контрольные вопросы

1. Какие нелинейные элементы создают сопротивление в цепи переменного тока?
2. Какие методы расчета используют для нелинейных электрических цепей переменного тока?
3. Что означают вольт-амперная, вебер-амперная, кулон-вольтная характеристики?
4. Нарисуйте вольт-амперную характеристику идеального диода.
5. Нарисуйте вебер-амперную характеристику нелинейной индуктивности.

## 6. РАСЧЕТ ИНДУКТИВНОЙ КАТУШКИ С ФЕРРОМАГНИТНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель. Изучить особенности расчета индуктивных катушек с ферромагнитным сердечником.

### 6.1. Задание по самоподготовке

1. Повторить тему «Электромагнитная индукция, самоиндукция, ЭДС самоиндукции, индуктивность» [1] § 2.1, 2.2.
2. Проработать разделы «Общая характеристика нелинейных индуктивных сопротивлений. Потери энергии в ферромагнитных сердечниках. Векторная диаграмма нелинейной индуктивности» по литературе [1] § 15.3...15.5, 16.64...15.66; [3] § 25.5, 25.9, 25.10 и п.6.2 настоящей главы.
3. Рассмотреть примеры пункта 6.3 данного пособия. Решить задачи из п.6.4 и на выбор из п.6.5.
4. Ответить на контрольные вопросы п. 6.6.

### 6.2. Методические указания

Индуктивность катушки с ферромагнитным сердечником зависит от величины тока в ее обмотке, поэтому при расчетах приходится пользоваться непосредственно связью между ЭДС самоиндукции, наведенной в обмотке, и магнитным потоком в сердечнике катушки. Для синусоидального магнитного потока  $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$  эта связь (при отсутствии магнитного потока рассеяния) имеет вид:

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} = -w \omega \Phi_m \cos \omega t = w \omega \Phi_m \sin (\omega t - 90^\circ).$$

Откуда действующее значение ЭДС

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{w \omega \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{w 2 \pi f \Phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f w \Phi_m.$$

При синусоидальном напряжении на зажимах катушки ток в обмотке несинусоидален, соответственно и падения напряжений бу-

дут несинусоидальными. При расчетах такие напряжения и ток удобно заменять эквивалентными синусоидами. Это позволяет при расчетах цепи пользоваться комплексным методом и векторными диаграммами.

Уравнение катушки, составленное по второму закону Кирхгофа в комплексной форме, имеет вид:

$$\dot{I}R + j\omega L_S \dot{I} + \dot{U}_0 = \dot{U},$$

где  $R$  – активное сопротивление обмотки;  $L_S$  – индуктивность рассеяния, учитывающая магнитный поток рассеяния  $\Phi_S$ ;  $U_0$  – напряжение, равное ЭДС самоиндукции, наведенное основным магнитным потоком  $\Phi_0$ , замыкающимся по сердечнику:

$$\dot{U}_0 = j4,44 w f \Phi_{m0}.$$

Под действием переменного магнитного потока в сердечниках катушек создаются вихревые токи. Кроме того, ферромагнитному материалу присуще явление гистерезиса. На перемагничивание ферромагнитного материала затрачивается энергия, пропорциональная площади петли гистерезиса. Таким образом, часть электрической энергии преобразуется в ферромагнитных сердечниках в теплоту. Мощность, соответствующая этой части энергии, называется потерями в стали, обозначается  $P_{ст}$ . В расчетах обычно пользуются удельными потерями в стали  $p_{ост}$ , измеряемыми в ваттах на килограмм массы сердечника.

Ток в обмотке состоит из двух составляющих: намагничивающей (реактивной)  $I_p$  и активной  $I_a$ . Первая составляющая (намагничивающая) определяется магнитными свойствами катушки. Вторая составляющая (активная) определяется потерями мощности в стали. Ток в обмотке:  $\dot{I} = \dot{I}_a + \dot{I}_p$  или  $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$ .

При расчетах катушек часто вводят ряд допущений, упрощающих расчет. Например, в некоторых случаях пренебрегают магнитным потоком рассеяния и падением напряжения на активном сопротивлении обмотки. В некоторых случаях не учитывают потери в стали.

### 6.3. Примеры

6.3.1. Для определения параметров элементов схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником собрана цепь по схеме рис. 6.1.

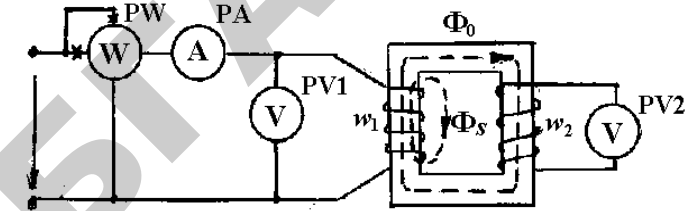


Рис. 6.1

Число витков катушки  $w_1 = 500$ , напряжение  $U_1 = 220$  В, частота  $f = 50$  Гц, ток катушки  $I = 10$  А; активная мощность  $P = 1500$  Вт. Сопротивление обмотки из медного провода постоянному току  $R = 10$  Ом. Для определения величины основного магнитного потока  $\Phi_0$  в сердечнике на него намотана вспомогательная обмотка с числом витков  $w_2 = 50$ . Вольтметр PV2 показал  $U_2 = 11$  В.

Составить схему замещения катушки и построить векторную диаграмму.

#### Решение

Схема замещения катушки представлена на рис. 6.2,а.

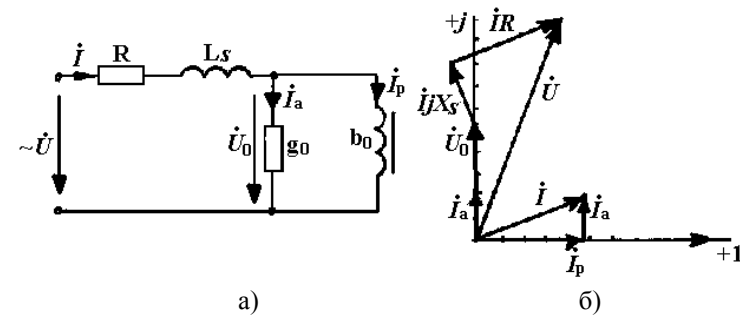


Рис. 6.2

$g_0$  – активная проводимость, обусловленная потерями в стали;

$b_0$  – нелинейная индуктивная проводимость, обусловленная основным магнитным потоком  $\Phi_0$ .

Для определения параметров схемы замещения вычислим амплитуду основного магнитного потока, замыкающегося по сердечнику.

Напряжение на вспомогательной обмотке равно наведенной в ней ЭДС:

$$U_2 = 4,44 f w_2 \Phi_{mo}.$$

$$\Phi_{mo} = \frac{U_2}{4,44 f w_2} = \frac{11}{4,44 \cdot 50 \cdot 50} = 9,9 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Тогда напряжение  $U_0$ , равное ЭДС самоиндукции, наведенной в первой катушке основным магнитным потоком  $\Phi_0$

$$U_0 = 4,44 f w_1 \Phi_{mo} = 4,44 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 9,9 \cdot 10^{-4} = 110 \text{ В.}$$

Потери в стали

$$P_{ст} = P - I^2 R = 1500 - 1000 = 500 \text{ Вт.}$$

$P_{ст} = U_0 \cdot I_a$ , откуда активная составляющая тока катушки

$$I_a = \frac{P_{ст}}{U_0} = \frac{500}{110} = 4,54 \text{ А.}$$

Активная проводимость  $g_0 = \frac{I_a}{U_0} = \frac{4,54}{110} = 4,13 \cdot 10^{-2} = 4,13 \cdot 10^{-2} \text{ См.}$

Реактивная составляющая тока  $I_p = \sqrt{I^2 - I_a^2} = \sqrt{10^2 - 4,54^2} = 8,91 \text{ А.}$

Реактивная проводимость  $b_0 = \frac{I_p}{U_0} = \frac{8,91}{110} = 8,1 \cdot 10^{-2} \text{ См.}$

Для определения индуктивного сопротивления рассеяния проводим расчет комплексного сопротивления цепи по схеме замещения (рис. 6.2,а).

Комплексная проводимость участка с параллельным соединением ветвей

$$Y_0 = g_0 - j b_0 = 4,13 \cdot 10^{-2} - j 8,1 \cdot 10^{-2} \text{ См.}$$

Комплексное сопротивление этого участка

$$\underline{Z}_0 = \frac{1}{\underline{Y}_0} = \frac{1}{4,13 \cdot 10^{-2} - j 8,1 \cdot 10^{-2}} = 5 + j 9,9 \text{ Ом.}$$

Комплексное сопротивление всей цепи

$$\underline{Z} = R + j \omega L_s + \underline{Z}_0 = 15 + j (9,9 + X_s).$$

Полное сопротивление цепи по закону Ома  $Z = \frac{U}{I} = 22 \text{ Ом.}$

Таким образом,  $22 = \sqrt{15^2 + (9,9 + X_s)^2}$ , откуда  $X_s = 6,2 \text{ Ом.}$

Векторная диаграмма для схемы замещения приведена на рис. 6.2,б.

6.3.2. Обмотка с числом витков  $w = 380$  и активным сопротивлением  $R = 3,6 \text{ Ом}$  размещается на сердечнике из электротехнической стали 1512 (рис. 6.3). Длина средней магнитной линии по стали  $l_{ст} = 50 \text{ см}$ , воздушный промежуток  $l_{в} = 0,06 \text{ см}$ , сечение  $S = 22 \text{ см}^2$ , масса сердечника  $m = 8,55 \text{ кг}$ . Вычислить ток в обмотке, если она присоединена к сети переменного напряжения  $U = 220 \text{ В}$ , частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Магнитным током рассеяния пренебречь.

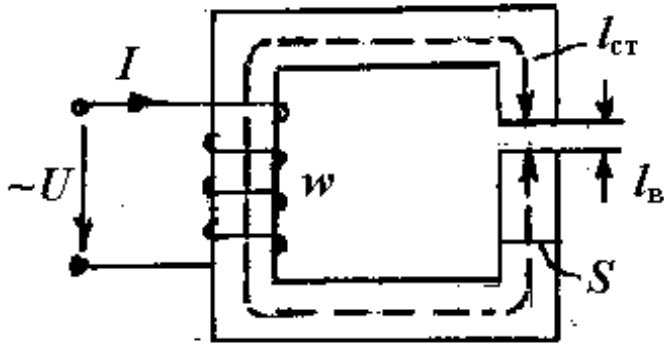


Рис. 6.3

**Решение**

Так как потоком рассеяния пренебрегаем, уравнение катушки в комплексной форме приобретает вид

$$\dot{I}R + \dot{U}_0 = \dot{U}.$$

Падение напряжения  $IR$  в катушках с ферромагнитным сердечником мало, не превышает нескольких процентов от  $U$ , поэтому примем, что приложенное напряжение  $U$  численно равно ЭДС, наведенной в обмотке, т.е.

$$U = U_0 = 4,44 f w \Phi_m.$$

Таким образом, максимальное значение магнитного потока в сердечнике

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44 \cdot f \cdot w} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 380} = 2,63 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Магнитная индукция

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{2,63 \cdot 10^{-3}}{2,2 \cdot 10^{-4}} = 1,2 \text{ Тл.}$$

По кривой намагничивания для стали 1512 (приложение 3) находим максимальное значение напряженности поля в стали  $H_{мст} = 900 \text{ А/м}$ .

Для воздушного промежутка

$$H_{мв} = \frac{B_m}{\mu_0} = \frac{1,2}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1,2 = 0,96 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

По второму закону Кирхгофа для магнитной цепи

$$I_{мп} w = H_{мст} \cdot l_{ст} + H_{мв} \cdot l_{в} = 900 \cdot 0,5 + 0,96 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4} = 1026 \text{ А.}$$

Максимальное значение намагничивающего тока

$$I_{мп} = \frac{1026}{w} = \frac{1026}{380} = 2,7 \text{ А.}$$

Действующее значение этого тока  $I_p = \frac{I_{мп}}{\sqrt{2}} = \frac{2,7}{\sqrt{2}} = 1,91 \text{ А.}$

Вычислим активную составляющую тока  $I_a$ , используя значение мощности потерь в стали. Мощность удельных потерь в стали 1512 при  $B_m = 1,2 \text{ Тл}$  определим по графику, приведенному в приложении Б,

$$p_{0ст} = 1,5 \text{ Вт/кг.}$$

С учетом массы сердечника

$$P_{ст} = p_{0ст} \cdot m = 1,5 \cdot 8,55 = 12,82 \text{ Вт.}$$

Активная составляющая тока

$$I_a = \frac{P_{ст}}{U} = \frac{12,82}{220} = 0,058 \text{ А.}$$

Ток катушки  $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{1,91^2 + 0,058^2} = 1,91 \text{ А.}$

Как видим, в данной задаче учет потерь в стали не повлиял на величину тока катушки.

Падение напряжения на активном сопротивлении обмотки  $IR = 1,91 \cdot 3,6 = 6,87 \text{ В}$ . Как и предполагалось, это напряжение значительно меньше 220 В.



## 6.4. Задачи для самостоятельного решения

6.4.1. При напряжении 200 В с частотой 50 Гц на зажимах дросселя (рис. 6.4, а) ток в обмотке равен 5 А, а потребляемая мощность 300 Вт. Число витков обмотки дросселя 600, ее активное сопротивление  $R = 6$  Ом.

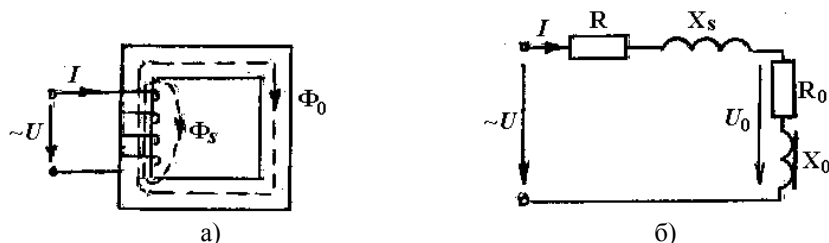


Рис. 6.4

Измерения показали, что максимальное значение основного рабочего магнитного потока в магнитопроводе  $\Phi_{m0} = 12 \cdot 10^{-4}$  Вб.

Определить параметры всех элементов последовательной схемы замещения дросселя (рис. 6.4, б).

Указания:  $R_0$  – активное сопротивление, обусловленное наличием потерь в стали,  $X_0$  – реактивное сопротивление, обусловленное наличием основного магнитного потока.

Ответ:  $R = 6$  Ом,  $X_S = 6,8$  Ом,  $R_0 = 6$  Ом,  $X_0 = 31,4$  Ом.

6.4.2. На сердечнике из стали 1512, площадью поперечного сечения  $S = 16$  см<sup>2</sup> и длиной средней магнитной линии  $l = 44$  см, расположена обмотка с числом витков  $w = 480$ . Масса сердечника 5,5 кг.

Определить ток  $I$  в обмотке, его активную  $I_a$  и намагничивающую  $I_p$  составляющие, если напряжение на зажимах обмотки  $U = 120$  В при частоте  $f = 50$  Гц. Магнитным потоком рассеяния и активным сопротивлением обмотки можно пренебречь.

Ответ:  $I \approx 0,143$  А,  $I_p \approx 0,141$  А,  $I_a \approx 0,028$  А.

## 6.5. Индивидуальные задания

Обмотка с числом витков  $w$  и активным сопротивлением  $R$  размещена на сердечнике из электрической стали 1512 (рис. 6.4, а). По данным табл. 6.1. определить величину, указанную в крайнем правом столбце таблицы, если обмотка присоединена к переменному напряжению  $U = 120$  В, частота  $f = 50$  Гц. Магнитным потоком рассеяния можно пренебречь,  $P_m$  – потери энергии в проводах обмотки:  $P_m = RI^2$ .

Таблица 6.1.

№ варианта	$R$	$w$	$P$	$I$	$l$	$S$	$m$	$\Phi_m$	Определить
	Ом	витков	Вт	А	см	см <sup>2</sup>	кг	Вб	
1	2	-	55	2,5					$P_{м2}, P_{ст}$
2		150							$\Phi_m$
3		400				20			$B_m$
4	1		20	2					$P_{м2}, P_{ст}$
5								$12 \cdot 10^{-4}$	$w$
6		600			50	20			$I_p$
7		500				40			$H_m$
8	3		60	3					$I_a$
9		300				30	10		$P_{ст}$
10								$15 \cdot 10^{-4}$	$w$
11						15	10	$15 \cdot 10^{-4}$	$P_{ст}$
12	1		50	5					$P_{м2}, P_{ст}$
13		100				100	64		$P_{ст}$
14		800			100	20			$I_p$
15		250				20			$H_m$
16		200							$\Phi_m$

### Контрольные вопросы

1. Почему сердечники катушек выполняют из ферромагнитного материала?
2. Почему зависимость  $I = f(U)$  для катушки с ферромагнитным сердечником нелинейна?

## 7. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Цель. Изучить величины, характеризующие электростатическое поле, и связи между ними. Изучить методику расчета электростатического поля и методику расчета емкости электротехнических установок.

### 7.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить теорию электростатического поля по учебнику [2] § 19.1...19.22, 19.26...19.29, [4] § 1.2, 3.5.
2. Ознакомиться с методикой расчета поля и емкости в п.7.2 и в примерах п. 7.3 данного пособия. Решить задачи из п.7.4.
3. Ответить на контрольные вопросы п. 7.5.

### 7.2. Методические указания

Основная векторная величина, характеризующая электростатическое поле, напряженность  $\vec{E}$  определяется силой  $\vec{F}$ , действующей со стороны поля на единицу положительного пробного заряда, помещенного в данную точку поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Сила взаимодействия двух точечных зарядов определяется законом Кулона

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2 \vec{R}_0}{4\pi\epsilon_r \epsilon_0 R^2}.$$

Потенциал электрического поля

$$\varphi = -\int \vec{E} \vec{dl} + A,$$

где  $\vec{dl}$  – вектор элемента пути интегрирования;  $A$  – постоянная.

Разность потенциала между точками  $A$  и  $B$ :

$$\varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}.$$

Связь между напряженностью электрического поля и электрическим смещением определяется выражением  $\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}$ ,

где  $\epsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

Теорема Гаусса в интегральной форме  $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum q_{\text{св}}$ , если среда однородна, то

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \sum \frac{q_{\text{св}}}{\epsilon_r \epsilon_0}.$$

Энергия электрического поля

$$W_3 = \frac{1}{2} \int_V \vec{E} \vec{D} dV = \frac{1}{2} \int_V \epsilon_r \epsilon_0 E^2 dV.$$

Емкость двух проводящих тел

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

Энергия конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

### 7.3. Примеры

7.3.1. Определить напряженность поля в точках  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и силу, которая действует в вакууме на каждый из трех точечных зарядов  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$ , находящихся на расстоянии друг от друга  $R = 3$  мм,  $q_a = q_b = q_c = 15 \cdot 10^{-12}$  Кл (рис. 7.1)

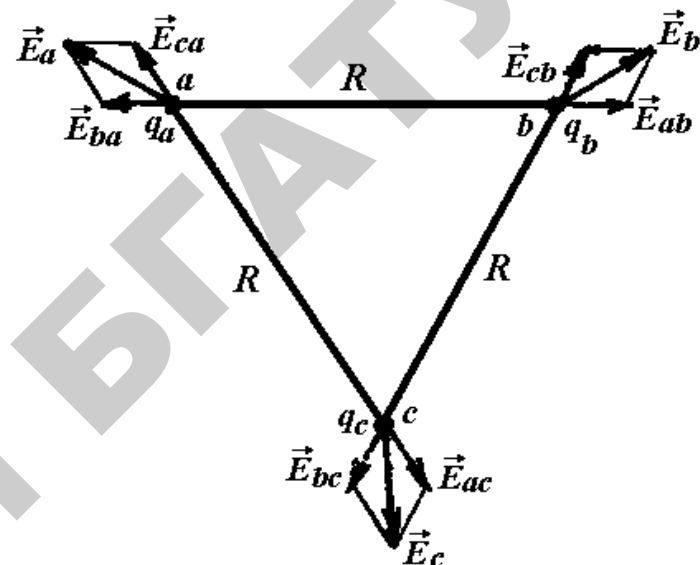


Рис. 7.1

#### Решение

Точка  $a$  находится в поле точечного заряда  $q_b$  и в поле точечного заряда  $q_c$ . Поэтому  $\vec{E}_a = \vec{E}_{ba} + \vec{E}_{ca}$ .

Аналогично:  $\vec{E}_b = \vec{E}_{ab} + \vec{E}_{cb}$ ,  $\vec{E}_c = \vec{E}_{ac} + \vec{E}_{bc}$ .

$$E_a = 2E_{ba} \cos 30^\circ = \sqrt{3}E_{ba}.$$

$$E_{ba} = \frac{F_{ba}}{q_a} = \frac{q_b q_a}{4\pi\epsilon_0 R^2 q_a} = \frac{q_b}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{15 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 3^2 \cdot 10^{-6}} = 15 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

$$E_{ca} = E_{bc} = E_{ba} = 15 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

$$E_a = E_{ba} \sqrt{3} = 25,95 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$$E_b = E_c = E_a.$$

$$\vec{F}_a = \vec{E}_a q_a = 25,95 \cdot 10^3 \cdot 15 \cdot 10^{-12} = 0,39 \cdot 10^{-6} \text{ Н};$$

$$F_b = F_c = F_a.$$

7.3.2. Заряд  $Q = 8,89 \cdot 10^{-12}$  Кл равномерно распределен на поверхности металлического шара с радиусом  $R_0 = 1 \cdot 10^{-3}$  м. Шар находится в воздухе,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м. Найти радиусы эквипотенциальных поверхностей, потенциалы которых отличаются на 10 В.

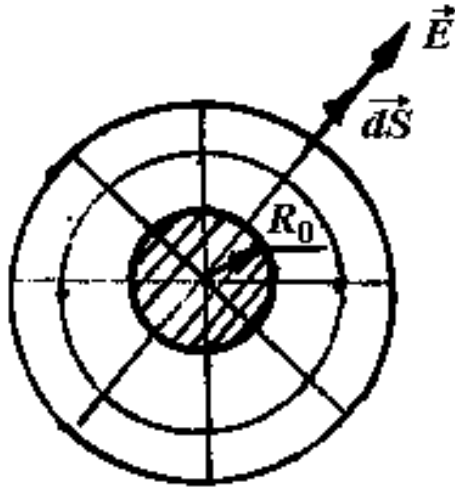


Рис. 7.2

### Решение

Согласно теореме Гаусса  $\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$ .

Так как векторы  $\vec{E}$  и  $d\vec{S}$  радиально направлены, то скалярное произведение  $\vec{E} d\vec{S} = E dS \cos 0 = E dS$ . Кроме того, напряженность по величине на поверхности сферы радиуса  $R$ , по причине про-

странственной симметрии, будет одинаковой и поэтому она может быть вынесена за знак интеграла

$$E \int_S dS = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad E 4\pi R^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}.$$

Найдем потенциал точки на расстоянии  $R$  от центра шара:

$$\varphi = -\int \vec{E} d\vec{R} + A = -\int \frac{Q dR}{4\pi\epsilon_0 R^2} + A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R} + A.$$

Если  $R = \infty$ ,  $\varphi = 0$ . Следовательно  $A = 0$ . Эквипотенциальной поверхностью будет сфера радиуса  $R$ .

Найдем радиус эквипотенциальной поверхности, потенциал которой меньше потенциала поверхности металлического шара на 10 В.

$$\varphi_1 - \varphi_0 = \int_{R_1}^{R_0} E dR = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0} \right).$$

$$R_1 = \frac{R_0 Q}{Q + (\varphi_1 - \varphi_0) 4\pi\epsilon_0 R_0} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 8,89 \cdot 10^{-12}}{8,89 \cdot 10^{-12} - 10 \cdot 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-3}} = 1,14 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

$R_2$  найдем из условия, что  $\varphi_0 - \varphi_2 = 20$  В,  $R_2 = 1,33 \cdot 10^{-3}$  и т. д.

7.3.3. Найти напряженность поля, электрическое смещение, емкость сферического конденсатора. Определить максимально допустимое напряжение, которое может быть приложено к конденсатору при запасе электрической прочности не менее 5.  $R_2 = 2,72$  см,  $R_1 = 1$  см, диэлектрик – конденсаторная бумага  $\epsilon_r = 3,7$ , пробивная напряженность  $E_{пр} = 2,5 \cdot 10^8$  В/м (рис. 7.3).

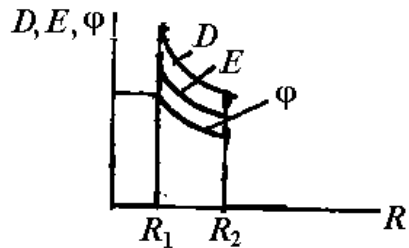
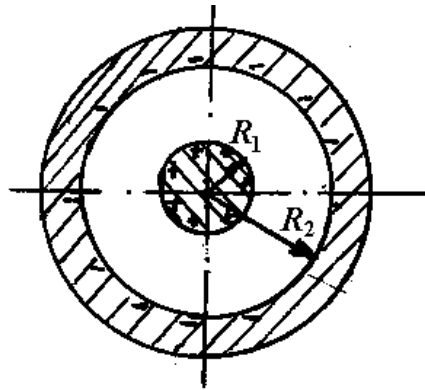


Рис. 7.3

**Решение**

Поле сферического конденсатора аналогично полю точечного заряда, расположенного в центре сферы. Основываясь на теореме Гаусса  $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = Q$ , получим

$$D = \frac{Q}{4\pi R^2}, \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 R^2}$$

$$\varphi = -\int \vec{E} d\vec{R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R} + A,$$

где  $A$  – постоянная.

Напряжение между электродами

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E dR = \frac{Q}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

емкость

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi\epsilon_r\epsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{4\pi \cdot 3,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{\frac{1}{1 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{2,72 \cdot 10^{-2}}} = 6,5 \cdot 10^{-12} \text{ Ф.}$$

Напряженность  $E$  максимальна при  $R = R_1$ :  $E_{max} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 R_1^2}$ .

Максимальное напряжение  $U_{max} = E_{max} R_1^2 \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ .

Учитывая пятикратный запас электрической прочности, максимальная напряженность должна быть в 5 раз меньше пробивной напряженности:

$$E_{max} = \frac{E_{пр}}{5}$$

$$U_{max} = \frac{E_{пр}}{5} R_1^2 \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{2,5 \cdot 10^8}{5} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \left( \frac{1}{1 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{2,72 \cdot 10^{-2}} \right) = 316 \text{ кВ.}$$

7.3.4. Найти емкость и энергию электрического поля плоского конденсатора, подключенного на постоянное напряжение  $U = 1000 \text{ В}$ . Площадь обкладок  $S = 40 \text{ см}^2$ , расстояние между ними  $d = 2 \text{ мм}$ , диэлектрик между обкладками – воздух. Как изменится емкость и энергия, если пространство между обкладками заполнить трансформаторным маслом  $\epsilon_r = 4$ , при этом конденсатор во время заполнения а) остается присоединенным к источнику напряжения; б) отсоединен от него.

### Решение

Пространство между обкладками заполнено воздухом

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 40 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = 17,7 \cdot 10^{-12} \text{ Ф},$$

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{17,7 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6}{2} = 8,85 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Пространство между обкладками заполнено трансформаторным маслом,  $\epsilon_r = 4$ .

В первом случае, когда напряжение остается неизменным.

$$C_1 = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{d} = \frac{4 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 40 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = 70,8 \cdot 10^{-12} \text{ Ф},$$

$$C_1 = \epsilon_r C; \quad W_1 = \frac{70,8 \cdot 10^{-6}}{2} = 35,4 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}; \quad W_1 = \epsilon_r W.$$

Емкость и энергия электрического поля возросла в  $\epsilon_r$  раз.

Во втором случае заряд  $Q$  на обкладках конденсатора остается неизменным.

$$Q_2 = Q, \quad C_2 = \epsilon_r C, \quad C_2 U_2 = CU,$$

$$U_2 = \frac{CU}{C_2} = \frac{U}{\epsilon_r}; \quad W_2 = \frac{C_2 U_2^2}{2} = \frac{\epsilon_r CU^2}{2\epsilon_r^2} = \frac{W}{\epsilon_r} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Емкость возросла в  $\epsilon_r$  раз.

Энергия уменьшилась в  $\epsilon_r$  раз. Энергия израсходовалась на нагрев масла.

7.3.5. Найти силу взаимодействия двух пластин плоского конденсатора площадью  $S = 20 \text{ см}^2$  при условии, что пластины были

подсоединены к источнику постоянного напряжения  $U = 5 \text{ кВ}$  при расстоянии между пластинами  $d = 3 \text{ мм}$ , а затем источник был отключен. Диэлектрик – масло  $\epsilon_r = 2,2$ .

### Решение

Так как источник постоянного напряжения отключен, то работа по перемещению пластин производится силами поля, то есть за счет уменьшения энергии поля:  $F_x = -\frac{dW}{dx}$ ,  $x$  – расстояние между пластинами.

$$F_x = -\frac{d}{dx} \left( \frac{CU^2}{2} \right) = -\frac{d}{dx} \left( \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S U^2}{2x} \right) = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S U^2}{2x^2} = \frac{2,2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 5^2 \cdot 10^6}{2 \cdot 3^2 \cdot 10^{-6}} = 5,4 \cdot 10^{-2} \text{ Н}.$$

7.3.6. Определить энергию электрического поля уединенного металлического шара радиусом  $a = 2 \text{ мм}$ , который находится в воздухе и потенциал которого  $\varphi_{\text{ш}} = 500 \text{ В}$  (полагая  $\varphi = 0$  на бесконечно большом расстоянии  $R$ ).

### Решение

Шар не присоединен к источнику. Поэтому его заряд  $Q = \text{const}$ , потенциал  $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + A$ . При  $R = \infty$ ,  $\varphi = 0$ , следовательно  $A = 0$ .

Заряд шара  $Q = 4\pi\epsilon_0 \varphi_{\text{ш}} a$ . Напряженность поля

$$E = E_R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}, \text{ смещение } D = D_R = \frac{Q}{4\pi R^2}.$$

Плотность энергии электрического поля на расстоянии  $R$ .

$$\frac{W}{V} = \frac{ED}{2} = \frac{Q^2}{32\pi^2 R^4 \epsilon_0}.$$

Энергия, заключенная в стенке сферической оболочки радиуса  $R$  и толщиной стенки  $dR$ .

$$dW = \frac{W}{V} \cdot 4\pi R^2 dR = \frac{Q^2 4\pi R^2 dR}{32\pi^2 \epsilon_0 R^4} = \frac{Q^2 dR}{8\pi \epsilon_0 R^2}.$$

Вся энергия

$$W = \int_a^\infty \frac{Q^2 dR}{8\pi \epsilon_0 R^2} = \frac{Q^2}{8\pi \epsilon_0 a} = 2\pi \epsilon_0 a \varphi_m^2 = 2\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 500^2 = 27,8 \cdot 10^{-9} \text{ Дж}.$$

#### 7.4. Задачи для самостоятельного решения

7.4.1. Две одинаковые заряженные частицы находятся в вакууме на расстоянии 5 см друг от друга. Заряд каждой частицы равен  $2 \cdot 10^{-10}$  Кл. Найти силу взаимодействия этих зарядов.

Ответ:  $1,44 \cdot 10^{-7}$  Н.

7.4.2. В электрическом поле заряженной оси напряженность в точке  $p$  равна 500 В/м. Найти напряжение между точками  $m$  и  $n$ .

Ответ:  $U_{mn} = 110$  В.

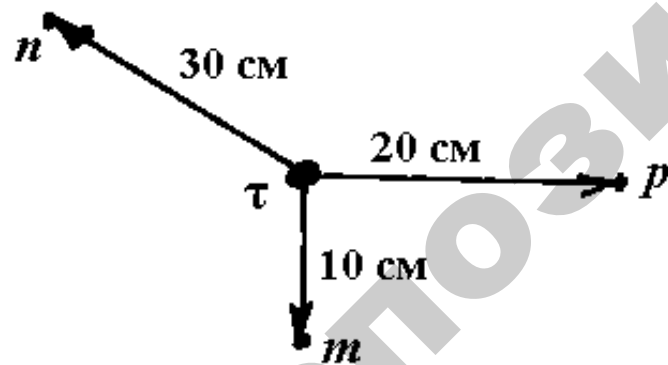


Рис. 7.4

7.4.3. Найти емкость плоского конденсатора с двухслойным диэлектриком, если толщина слоев  $d_1 = 1$  мм,  $d_2 = 2$  мм, площадь обкладок  $S = 10 \text{ см}^2$ , диэлектрики: конденсаторная бумага  $\epsilon_{r1} = 3,7$  и кабельное масло  $\epsilon_{r2} = 2,2$ .

Ответ: 7,5 пФ.

7.4.4. Определить емкость и заряд приходящийся на 1 км двухпроводной линии. Радиус проводов  $R_0 = 3$  мм. Расстояние между осями проводов  $d = 0,3$  м. Линия находится под напряжением  $U = 1000$  В.

Ответ:  $6,02 \cdot 10^{-9}$  Ф/км.  $6,02 \cdot 10^{-6}$  Кл/км.

#### Контрольные вопросы

1. Как определяется значение напряженности электрического поля?
2. Как определяется потенциал электростатического поля?
3. Что такое эквипотенциальные линии и линии вектора напряженности электрического поля?
4. Как определяется емкость между двумя проводящими телами?
5. Как находится энергия электрического поля?

## 8. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ

Цель. Изучить величины, характеризующие электрическое поле в проводящей среде, и методику расчета токов утечки через изоляцию в электрических устройствах.

### 8.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить теорию электромагнитного поля постоянных токов по учебнику [2] § 20.1...20.5, 20.7, 20.9.

2. Ознакомиться с методикой расчета электрического поля в проводящей среде, а также с методикой расчета токов утечки через изоляцию п.8.2 настоящей главы пособия и в примерах п. 8.3. Решить задачи из п.8.4.

3. Ответить на контрольные вопросы п. 8.5.

### 8.2. Методические указания

Основной величиной в электрическом поле проводящей среды является плотность тока  $\vec{J}$ . Электрический ток – есть поток вектора плотности тока сквозь площадку:

$$I = \int_S \vec{J} d\vec{S}$$

Связь вектора плотности тока с вектором напряженности электрического поля определяется законом Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{J} = \gamma \vec{E}$$

Мощность тепловых потерь в единице объема проводящей среды находится по закону Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:

$$P/V = \gamma E^2$$

Проводимость  $G$  между двумя телами, находящимися в проводящей среде с удельной проводимостью  $\gamma$ , может быть определена по формуле емкости  $C$  между этими телами, находящимися в сре-

де из диэлектрика с абсолютной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_a$ , путем замены  $C$  на  $G$  и  $\epsilon_a$  на  $\gamma$ .

### 8.3. Примеры

8.3.1. Стальная пластина представляет собой  $3/4$  диска с концентрически вырезанным круглым отверстием. Внутренний радиус диска  $R_1 = 1$  см, внешний  $R_2 = 2$  см. Толщина пластины  $h = 2$  мм. К электродам 1 и 2 приложено напряжение  $U = 2$  В. Удельная проводимость стали  $\gamma = 10^7$  См/м. Определить наибольшую и наименьшую плотность тока и ток источника питания.

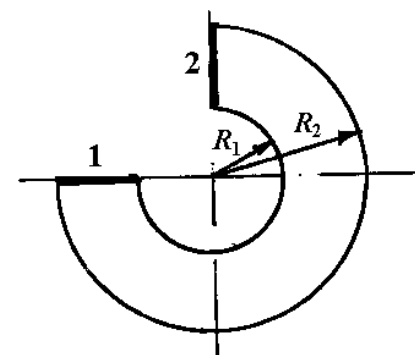


Рис. 8.1

### Решение

Из условия симметрии линии вектора плотности тока  $\vec{J}$  и линии вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  совпадают с концентрическими окружностями, проходящими по пластине.

$$U = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}, \quad U = E \cdot \frac{3}{4} 2\pi R, \quad E = \frac{2U}{3\pi R}, \quad \vec{J} = \gamma \vec{E}.$$

$$\text{Следовательно, } J = \frac{\gamma 2U}{3\pi R}$$



$$J_{max} = \frac{\gamma 2U}{3\pi R_1} = \frac{10^7 \cdot 2 \cdot 2}{3\pi \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 4,24 \cdot 10^8 \text{ A/M}^2;$$

$$J_{min} = \frac{\gamma 2U}{3\pi R_2} = \frac{10^7 \cdot 2 \cdot 2}{3\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 2,12 \cdot 10^8 \text{ A/M}^2;$$

$$I = \int_S \vec{J} d\vec{S};$$

$$I = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\gamma 2U h dR}{3\pi R} = \frac{\gamma 2U h}{3\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{10^7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{3\pi} \ln \frac{2}{1} = 5,9 \cdot 10^3 \text{ A.}$$

8.3.2. Водоподогреватель представляет собой металлический заземленный цилиндрический бак радиусом  $R_1 = 0,5$  м и высотой  $l = 1$  м. Дно и крышка бака выполнены из изолирующего материала. Бак имеет коаксиально расположенный электрод радиусом  $R_2 = 0,1$  м. Водоподогреватель присоединен к однофазному трансформатору  $U = 220$  В. Один полюс трансформатора заземлен. Удельную проводимость воды  $\gamma = 1$  См/м считать не зависящей от температуры. Определить ток и мощность нагревателя. Построить график зависимости удельной активной мощности в функции расстояния от оси цилиндров (рис. 8.2).

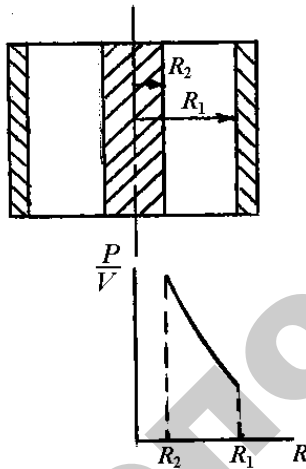


Рис. 8.2

### Решение

Конструкция водонагревателя аналогична цилиндрическому конденсатору.

Емкость цилиндрического конденсатора  $C = \frac{2\pi\epsilon_a l}{\ln R_1/R_2}$ , соответ-

ственно проводимость водонагревателя определим из выражения

$$G = \frac{2\pi\gamma l}{\ln \frac{R_1}{R_2}} = \frac{2\pi \cdot 1 \cdot 1}{\ln \frac{0,5}{0,1}} = 3,9 \text{ См.}$$

$$\text{Ток } I = GU = 3,9 \cdot 220 = 858 \text{ А.}$$

$$\text{Мощность } P = U \cdot I = 220 \cdot 858 = 188760 \text{ Вт.}$$

Из условия симметрии плотность тока имеет только радиальную составляющую  $J = \frac{I}{2\pi R l}$ , напряженность электрического поля

$$E = \frac{J}{\gamma} = \frac{I}{2\pi\gamma l R}.$$

Удельная активная мощность

$$\frac{P}{V} = \gamma E^2 = \frac{I^2}{4\pi^2 \gamma l^2 R^2} \cdot \frac{1}{R^2} = \frac{858^2}{4\pi^2 \cdot 1 \cdot 1 R^2} \cdot \frac{1}{R^2} = 18666 \frac{1}{R^2} \text{ Вт/м}^3,$$

$$R = R_2 = 0,1 \text{ м, } \frac{P}{V} = 1866600 \text{ Вт/м}^3.$$

$$R = R_1 = 0,5 \text{ м, } \frac{P}{V} = 74664 \text{ Вт/м}^3.$$

8.3.3. Два параллельных цилиндрических провода проходят через мраморный щит, толщина которого равна  $a = 3$  см, расстояние между осями отверстий для проводов  $d = 20$  см, радиус провода  $R_0 = 0,2$  см. Считая площадь щита неограниченно большой, найти ток утечки через

мрамор между проводами, если напряжение  $U = 220$  В, удельная проводимость мрамора  $\gamma = 10^{-10}$  См/м (рис. 8.3).

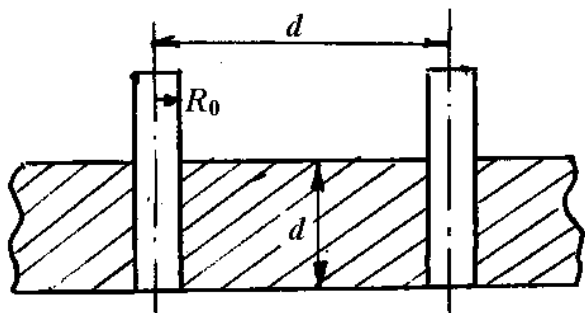


Рис. 8.3

**Решение**

Рассматриваемая конструкция шита с двумя проводами аналогична конструкции двухпроводной линии, между проводами которой находится идеальный диэлектрик. Используя формулу емкости двухпроводной линии

$$C = \frac{\pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{d}{R_0}}$$

$$G = \frac{\pi \gamma l}{\ln d/R_0} = \frac{\pi \cdot 10^{-10} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{\ln 20/0,2} = 2,04 \cdot 10^{-12} \text{ См.}$$

$$I = UG = 220 \cdot 2,04 \cdot 10^{-12} = 4,49 \cdot 10^{-10} \text{ А.}$$

8.3.4. Ток короткого замыкания 1000 А проходит через фундамент опоры, который можно рассматривать как полусферический заземлитель. Удельная проводимость земли  $2 \cdot 10^{-2}$  См/м. Найти шаговое напряжение на расстоянии 5 м от центра опоры (длина шага 0,8 м) (рис. 8.4).

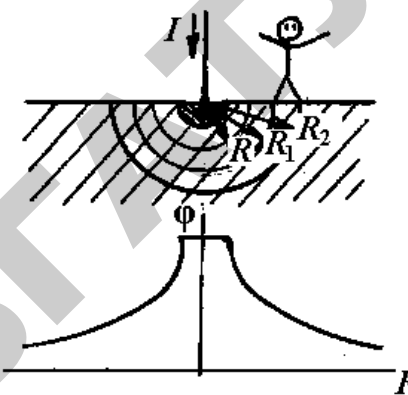


Рис. 8.4

**Решение**

Плотность тока имеет только радиальную составляющую  $J = \frac{I}{2\pi R^2}$ , напряженность электрического поля  $E = \frac{J}{\gamma} = \frac{I}{2\pi\gamma R^2}$ .

$$\text{Потенциал } \phi = -\int \vec{E} d\vec{R} = \frac{I}{2\pi\gamma} \cdot \frac{1}{R} + \text{const.}$$

Шаговое напряжение

$$U_{\text{ш}} = \int_{R_1}^{R_2} E dR = \frac{I}{2\pi\gamma} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1000}{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{5,8} \right) = 220 \text{ В.}$$

**8.4. Задачи для самостоятельного решения**

8.4.1. К плоскому конденсатору, расстояние между обкладками которого  $d = 5$  мм, а площадь каждой из них  $S = 50$  см<sup>2</sup>, подключено постоянное напряжение  $U = 500$  В. Удельная проводимость диэлектрика  $\gamma = 10^{-10}$  См/м. Определить сопротивление изоляции, ток утечки и мощность тепловых потерь.

Ответ:  $10^{10}$  Ом,  $5 \cdot 10^{-8}$  А,  $25 \cdot 10^{-6}$  Вт.

8.4.2. Изоляция коаксиального кабеля имеет удельную проводимость  $\gamma = 10^{-9}$  См/м. Радиус жилы 4 мм, внутренний радиус оболочки 8 мм. Напряжение между жилой и оболочкой 600 В. Определить проводимость, ток утечки и мощность тепловых потерь в изоляции кабеля на единицу длины.

Ответ:  $9,1 \cdot 10^{-9}$  См/м; 5,46 мкА/м; 3250 мкВт/м.

8.4.3. Определить радиус  $R_0$  полусферического заземлителя, погруженного в глинистую почву, если через него протекает ток 314 А, а максимальное шаговое напряжение не превышает 150 В. Шаг человека принять равным 0,8 м. Удельная проводимость глинистой почвы  $\gamma = 5 \cdot 10^{-2}$  См/м.

Ответ:  $R_0 = 1,93$  м.

### Контрольные вопросы

1. Как выражается ток через вектор плотности тока?
2. Как связаны между собой вектор плотности тока и вектор напряженности электрического поля?
3. Как определяется энергия, выделяющаяся в единицу времени в единице объема проводящей среды?
4. Как определяется проводимость между двумя электродами помещенными в проводящую среду?

## 9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ

Цель. Изучить величины, характеризующие магнитное поле и методику расчета магнитного поля и индуктивностей.

### 9.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить теорию магнитного поля постоянного тока по учебнику [1] § 14.2, 2.4, 2.5, [2] § 21.1...21.3, 21.6, 21.8.
2. Ознакомиться с методикой расчета магнитного поля постоянного тока, а также с методикой расчета индуктивности в примерах п. 9.3 данного пособия. Решить задачи из п.9.4.
3. Ответить на контрольные вопросы п. 9.5.

### 9.2. Методические указания

Основной величиной, характеризующей направление и интенсивность магнитного поля, является вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Связь между магнитной индукцией и напряженностью магнитного поля определяется выражением

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H},$$

где  $\mu_r$  – относительная магнитная проницаемость;

$\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$  Гн/м.

Магнитный поток есть поток  $\vec{B}$  сквозь поверхность  $S$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Магнитное поле вызывается электрическим током. Связь между напряженностью магнитного поля и током определяется законом полного тока:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum i \cdot$$

Сила взаимодействия магнитного поля на проводник с током, помещенный в это поле, определяется законом Ампера:

$$\vec{F} = i\vec{dl} \times \vec{B}.$$

Энергия магнитного поля

$$W_m = \int_V \frac{BH}{2} dV = \int_V \frac{\mu_0 H^2}{2} dV.$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{\Psi}{i} = w \frac{\Phi}{i}.$$

Энергия магнитного поля катушки

$$W_m = \frac{Li^2}{2}.$$

### 9.3. Примеры

9.3.1. Рассчитать магнитное поле в медной жиле, оболочке коаксиального кабеля и между ними, если в жиле и оболочке кабеля ток постоянный и равен 10А, радиусы  $R_1 = 3$  мм,  $R_2 = 9$  мм,  $R_3 = 10$  мм. Построить график зависимости напряженности магнитного поля от радиуса (рис. 9.1).

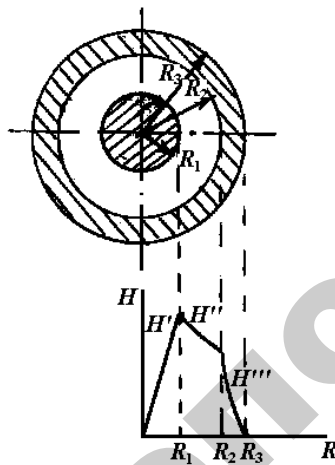


Рис. 9.1

### Решение

Магнитное поле кабеля обладает цилиндрической симметрией и зависит только от радиуса  $R$ . Основываясь на законе полного тока

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I$$

при  $R < R_1$  получим  $H'2\pi R = \frac{I}{\pi R_1^2} \pi R^2$ , откуда

$$H' = \frac{IR}{2\pi R_1^2} = \frac{10R}{2 \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 10^{-6}} = 177000R \text{ А/м.}$$

При  $R = R_1$ ,  $H' = 530$  А/м.

При  $R_1 < R < R_2$  напряженность

$$H'' = \frac{I}{2\pi R} = 1,59 \frac{1}{R} \text{ А/м.}$$

При  $R = R_2$ ,  $H'' = 177$  А/м.

При  $R > R_2$  контур интегрирования будет охватывать как ток жилы, так и частично ток оболочки, поэтому

$$H'''2\pi R = I - I \frac{\pi(R^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)},$$

$$\text{откуда } H''' = \frac{I}{2\pi R} \cdot \frac{R_3^2 - R^2}{R_3^2 - R_2^2} = 84000 \frac{R_3^2 - R^2}{R} \text{ А/м.}$$

При  $R = R_3$ ,  $H''' = 0$ , при  $R > R_3$  (вне кабеля)  $H \cdot 2\pi R = 0$ ,  $H = 0$  поле отсутствует.

9.3.2. Определить индуктивность коаксиального медного кабеля с радиусом жилы  $R_1 = 3$  мм и радиусом оболочки  $R_2 = 9$  мм и  $R_3 = 10$  мм (рис. 9.1).

### Решение

Индуктивность  $L$  кабеля можно и целесообразно определить из выражения энергии магнитного поля кабеля  $W = \frac{LI^2}{2}$ .

Энергия единицы длины кабеля

$$W = \int_V \frac{\mu_0 H^2}{2} dV = \frac{\mu_0}{2} \int_{R=0}^{R_3} H^2 2\pi R dR,$$

где  $V$  – объем на единицу длины кабеля.

Определим напряженность поля  $H$ , применив закон полного тока.

При  $0 < R < R_1$ , получим  $H' = \frac{IR}{2\pi R_1^2}$ ;

при  $R_1 < R < R_2$ ,  $H'' = \frac{I}{2\pi R}$ ;

при  $R_2 < R < R_3$ ,  $H''' = I \frac{(R_3^2 - R^2)}{2\pi R(R_3^2 - R_2^2)}$ .

Вне кабеля магнитное поле отсутствует.

$$W = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{R_1} \frac{I^2 R^3}{R_1^4} dR + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{I^2 dR}{R} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{R_2}^{R_3} \frac{I^2 (R_3^2 - R^2)^2}{(R_3^2 - R_2^2)^2 R} dR.$$

Индуктивность кабеля на единицу длины

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{4} + \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3^4}{(R_3^2 - R_2^2)^2} \ln \frac{R_3}{R_2} - \frac{3R_3^4 - 4R_2^2 \cdot R_3^2 + R_2^4}{4(R_3^2 - R_2^2)^2} \right] =$$

$$= \frac{1,25 \cdot 10^{-6}}{2\pi} \left[ \frac{1}{4} + \ln \frac{9}{3} + \frac{10^4}{(10^2 - 9^2)^2} \cdot \ln \frac{10}{9} - \frac{3 \cdot 10^4 - 4 \cdot 9^2 \cdot 10^2 + 9^4}{4(10^2 - 9^2)^2} \right] =$$

$$= 0,268 \text{ мкГн/м.}$$

Первое слагаемое обусловлено магнитным полем внутри жилы, второе – полем между жилой и оболочкой, два последних – полем внутри оболочки.

9.3.3. На тороид, указанный на рис. 9.2, из ферромагнитного материала с  $\mu_r = 1000$  нанесены равномерно две однослойные обмотки с числами витков  $w_1 = 20$  и  $w_2 = 200$ . Определить собственную индуктивность каждой обмотки и взаимную индуктивность.

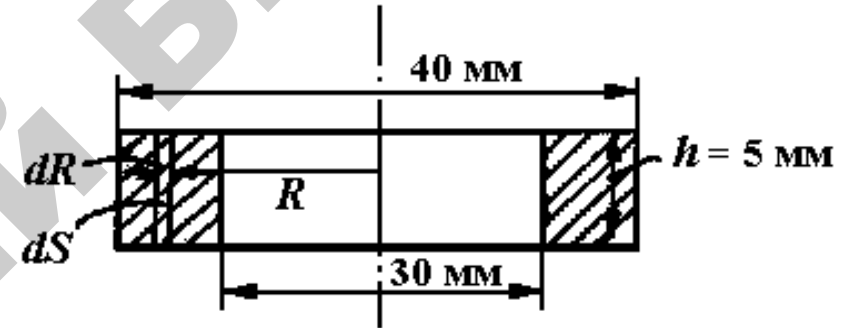


Рис. 9.2

### Решение

Напряженность поля в сердечнике

$$H = \frac{Iw}{2\pi R}.$$

Элементарный поток через площадку  $dS = h dR$  находим по формуле:

$$d\Phi = B dS = \mu_0 \mu_r \frac{Iwh}{2\pi} \frac{dR}{R}.$$

$$\Phi = \int_{R_1}^{R_2} \mu_0 \mu_r \frac{Iwh}{2\pi} \frac{dR}{R} = \mu_0 \mu_r \frac{Iwh}{2\pi} h \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

Потокоцепление первой катушки

$$\Psi_1 = w_1 \Phi,$$

$$L_1 = \frac{\Psi_1}{I_1} = \mu_0 \mu_r \frac{w_1^2}{2\pi} h \ln \frac{R_2}{R_1} = 1,25 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \cdot \frac{20^2}{2\pi} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \ln \frac{20}{15} = 0,116 \text{ мГн.}$$

$$L_2 = \frac{\Psi_2}{I_2} = \mu_0 \mu_r \frac{w_2^2}{2\pi} h \ln \frac{R_2}{R_1} = 11,6 \text{ мГн.}$$

Взаимная индуктивность

$$M = \frac{\Psi_{12}}{I_1} = \frac{w_2 \cdot \Phi_1}{I_1} = \mu_0 \mu_r \frac{I_1 w_1 h w_2}{2\pi I_1} \ln \frac{R_2}{R_1} = 1,25 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \frac{20 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 200}{2\pi} \ln \frac{20}{15} = 1,16 \text{ мГн.}$$

9.3.4. При поражении молнией трубчатого молниеотвода труба оказалась сплюсненной. Определить давление, действовавшее на стенки трубы при токе молнии  $I = 200$  кА в предположении, что ток протекает лишь в тонком поверхностном слое трубы (поверхностный эффект). Наружный радиус трубы  $R_0 = 1,25$  см.

**Решение**

Так как ток сосредоточен на поверхности трубы, то магнитное поле существует только вне трубы. Если элемент поверхности трубы переместится на расстояние  $dR$ , то приращение энергии магнитного поля

$$dW = -W_0 dV = -W_0 dS dR = -\frac{1}{2} B H dS dR,$$

где  $W_0 = \frac{B \cdot H}{2}$  – энергия магнитного поля в единице объема.

Сила, действующая на элемент поверхности

$$dF_R = \frac{\partial W}{\partial R} = -\frac{1}{2} B H dS.$$

Давление

$$P = -\frac{dF_R}{dS} = -\frac{1}{2} B H = -\frac{1}{2} \mu_0 H^2 = -\frac{1}{2} \mu_0 \left( \frac{I}{2\pi R_0} \right)^2 = \\ = \frac{1}{2} 1,256 \cdot 10^{-6} \left( \frac{200000}{2\pi \cdot 1,25 \cdot 10^{-2}} \right)^2 = -4070000 \text{ Н/м}^2.$$

Знак «минус» указывает на то, что сила стремится уменьшить радиус.

9.3.5. Определить силу взаимодействия двух проводов линии электропередачи постоянного тока  $I_1 = 1000$  А и  $I_2 = -1000$  А, если расстояние между проводами  $a = 0,5$  м, длина линии 100 м (рис. 9.3)

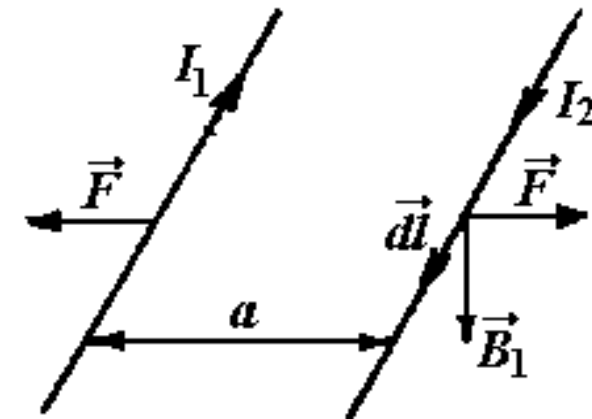


Рис. 9.3

**Решение**

Со стороны магнитного поля, создаваемого током первого провода, действует механическая сила на второй провод с током  $I_2$ . Эту силу определим из закона Ампера

## Контрольные вопросы

1. Как определяется напряженность магнитного поля?
2. Как находится магнитный поток?
3. Как рассчитывается энергия магнитного поля?
4. Как определяется индуктивность?
5. Как определяется взаимная индуктивность?

$$\vec{F} = i\vec{dl} \times \vec{B},$$

$$F = I_2 l B_1 \sin 90^\circ = I_2 l B_1 = I_2 l \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} = 1000^2 \cdot 100 \cdot \frac{1,256 \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 0,5} = 40 \text{ Н.}$$

### 9.4. Задачи для самостоятельного решения

9.4.1. Провод с постоянным током  $I = 360 \text{ А}$  находится на оси стальной трубы. Радиус провода  $R_0 = 0,4 \text{ см}$ . Внутренний радиус трубы  $R_1 = 4 \text{ см}$ , внешний радиус  $R_2 = 5 \text{ см}$ . Относительная магнитная проницаемость стали трубы при заданном токе  $\mu_r = 200$ .

Определить значения напряженности магнитного поля и значения магнитной индукции в точках  $R = 0,2 \text{ см}$ ,  $0,4 \text{ см}$ ,  $2 \text{ см}$ ,  $4,5 \text{ см}$ ,  $6 \text{ см}$ . Построить кривую  $H = f(R)$ . Изменяются ли найденные значения напряженности и магнитной индукции, если стальную трубу убрать.

Ответ. При наличии трубы  $H = 7160 \text{ А/м}$ ;  $14320 \text{ А/м}$ ;  $2860 \text{ А/м}$ ;  $1270 \text{ А/м}$ ;  $955 \text{ А/м}$ .  $B = 89 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ ;  $179 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ ;  $36 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ ;  $0,32 \text{ Тл}$ ;  $12 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ .

При отсутствии трубы изменится только значение индукции в стенке трубы при  $R = 4,5 \text{ см}$ ,  $B = 16 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ .

9.4.2. Найти значение индукции магнитного поля двухпроводной линии с постоянным током  $I = 100 \text{ А}$  на расстоянии  $R_1 = 0,2 \text{ м}$  от левого провода на оси, соединяющей центры проводов. Расстояние между проводами  $d = 1 \text{ м}$ ,  $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$ .

Ответ:  $125 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}$ .

9.4.3. Определить энергию магнитного поля, заключенную внутри стального провода с током  $I = 100 \text{ А}$ . Радиус провода  $R_0 = 1 \text{ см}$ , длина

$l = 100 \text{ м}$ ,  $\mu_r = 1000$ .

Ответ:  $25 \text{ Дж}$ .

## ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ

индивидуальных заданий по теоретическим основам электротехники (часть 3) для текущего контроля знаний студентов факультета электрификации

### Вариант А1

1. Установлено, что закон Ома не применяется к нелинейным цепям. Применимы ли к нелинейным цепям законы Кирхгофа? Выберите ответ: а) нет; б) да.

2. Как связаны между собой магнитный поток  $\Phi$  и магнитная индукция  $B$ ? Выберите нужный ответ: а)  $B = \frac{\Phi}{S}$ ; б)  $B = \Phi S$ ; в)  $\Phi = \frac{S}{B}$ .

3. Влияет ли направление обхода контура на конечный результат при использовании закона полного тока? Выберите ответ: а) не влияет; б) влияет.

4. К электрической цепи на рис. 1 приложено напряжение  $U = 25$  В. Сопротивление линейного резистора  $R = 30$  Ом. ВАХ нелинейного резистора задана таблицей.

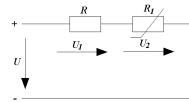


Рисунок 1

$I, A$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$U_2, B$	0	10	15	20	23	27	30

Постройте вольт-амперную характеристику всей цепи  $I(U)$ . Определите ток  $I$ , напряжения  $U_1, U_2$ .

5. Заданы магнитодвижущие силы (см. рис.2) и геометрические размеры магнитной цепи ( $l_1, l_2, l_3$  - длины ветвей,  $l_g$  - воздушный зазор,  $S_1, S_2, S_3$  - сечения ветвей). Составьте систему уравнений по законам Кирхгофа для данной магнитной цепи.

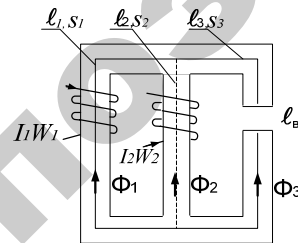
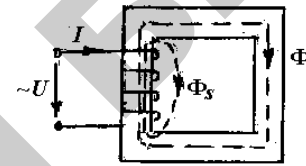
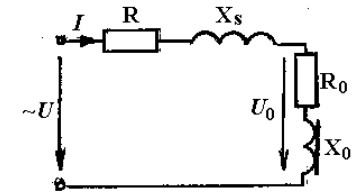


Рисунок 2

6. Обмотка с числом витков  $w=150$  и активным сопротивлением  $R$  размещена на сердечнике из электрической стали 1512 (рис. 3а). Определите величину амплитуды магнитного потока  $\Phi_m$ , если обмотка присоединена к переменному напряжению  $U = 220$  В, частота  $f = 50$  Гц. Магнитным потоком рассеяния можно пренебречь.



а)



б)

Рисунок 3

7. Бесконечной длины проводящий цилиндр радиусом  $R_0 = 30$  мм расположен в диэлектрике ( $\epsilon_r = 5, \epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$  Ф/м). Какой заряд на единицу длины  $\tau$  можно сообщить цилиндру, если пробивная напряженность диэлектрика  $E_{np} = 20 \cdot 10^4$  В/м.

### Вариант А2

1. Какую из приведенных ниже формул можно использовать для определения мощности нелинейного элемента? Выберите ответ: а)

$$P = I^2 R; \text{ б) } P = UI; \text{ в) } P = \frac{U^2}{R}.$$

2. В каких единицах измеряют магнитное напряжение?

Выберите нужный ответ: а) в вольтах; б) в амперах; в) в теслах.

3. Как определяют направление магнитодвижущей силы?

Выберите ответ: а) по правилу обхвата катушки правой рукой; б) указывают произвольно; в) по правилу левой руки.



4. Три одинаковых нелинейных резистора соединены согласно электрической схеме на рис. 1. Ток на входе цепи  $I = 0,6$  А. ВАХ нелинейного резистора задана таблицей.

$I_2, \text{A}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$U_2, \text{B}$	0	10	15	20	24	27	30

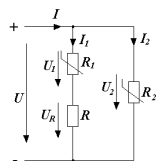


Рисунок 1

Определите напряжение  $U$  и токи  $I_1, I_2$ .

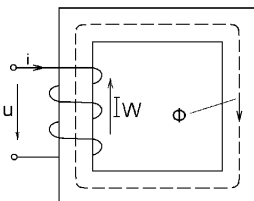


Рисунок 2

5. Определите магнитный поток  $\Phi$  (см. рис. 2), если  $I = 2,4$  А, число витков обмотки  $w = 50$ . Магнитопровод длиной  $l = 0,2$  м, поперечным сечением  $S = 2 \text{ см}^2$ , изготовлен из стали, магнитные свойства которой характеризуются кривой намагничивания  $B(H)$ , заданной таблицей:

$H, \text{A/м}$	0	100	200	300	400	500	600	700
$B, \text{Тл}$	0	0,4	0,7	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3

6. Катушка с ферромагнитным сердечником подключена к синусоидальному напряжению  $u = 141 \sin \omega t$  при частоте  $f = 50$  Гц. Число витков катушки  $w = 1000$ . Определить максимальное значение магнитного потока  $\Phi_m$  в сердечнике. Магнитным потоком рассеяния, активным сопротивлением обмотки и потерями в стали можно пренебречь.

7. Определите по величине и направлению силы взаимодействия на единицу длины каждого провода линии электропередачи постоянного тока, если по проводам идет ток  $I = 200$  А. Расстояние между проводами  $d = 1$  м, магнитная проницаемость воздуха  $\mu_0 = 1,25 \cdot 10^{-6}$  Гн/м.

### Вариант А3

1. Можно ли применять графический метод расчета к линейным цепям? Выберите ответ: а) можно; б) нельзя.

2. Укажите единицу измерения потокосцепления в СИ, выбрав нужный ответ:

а) А/м; б) Вб; в) Гн; г) Гн/м.

3. Магнитный поток – это векторная или скалярная величина в характеристике магнитного поля? Выберите ответ: а) векторная; б) скалярная.

4. Определите напряжение  $U$  и токи  $I_1, I_2$  в электрической цепи (см. рис.1), если ток  $I = 0,8$  А,  $R = 20$  Ом. Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента задана (см. табл.)

$I_2, \text{A}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$U, \text{B}$	0	2	4	7	12	20	30

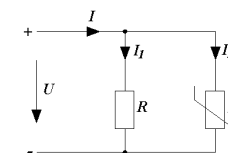


Рисунок 1

5. Определите магнитный поток  $\Phi$  в кольцевом сердечнике (см. рис.2), имеющем длину средней линии  $l_{cp} = 40$  см, сечение  $S = 10 \text{ см}^2$ . Обмотка имеет  $w = 280$  витков, ток в обмотке  $I = 1$  А. Кривая намагничивания стали задана (см. табл.)

$B, \text{Тл}$	0	0,4	0,6	0,8	1	1,1	1,2	1,3
$H, \text{A/м}$	0	75	115	170	290	420	700	1000

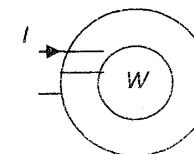


Рисунок 2

6. Обмотка с числом витков  $w = 400$  и активным сопротивлением  $R$  размещена на сердечнике из электрической стали 1512 (рис. 3а). Определите величину амплитуды магнитной индукции  $B_m$ , если обмотка присоединена к переменному напряжению  $U = 220$  В, частота  $f = 50$  Гц. Магнитным потоком рассеяния, потерями энергии в проводах обмотки можно пренебречь.

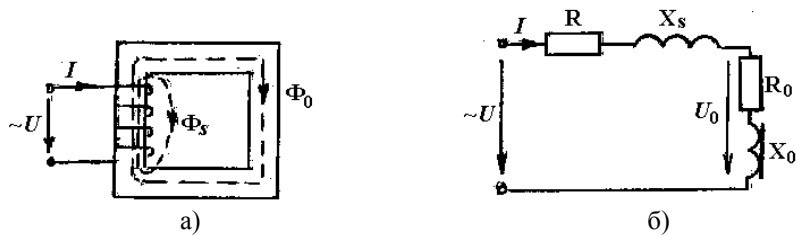


Рисунок 3

7. Определите по величине и направлению напряженность магнитного поля  $H$  в точке А, на расстоянии  $R = 10$  см от провода с током  $I = 10$  А.

### Вариант А4

1. В каких единицах измеряют напряженность электрического поля в СИ?

Выберите нужный ответ: а) в вольтах; б) в амперах; в) в вольтах, деленных на метр.

2. Потенциал электрического поля – это векторная или скалярная величина? Выберите ответ: а) векторная; б) скалярная.

3. Куда указывают направление вектора электрической напряженности? Выберите ответ: а) от отрицательного потенциала к положительному; б) от положительного потенциала к отрицательному.

4. Катушка с ферромагнитным сердечником подключена к синусоидальному напряжению  $u = 314 \sin \omega t$ , (В) при частоте тока  $f = 50$  Гц. Число витков катушки  $w = 1000$ . Определите максимальное значение магнитного потока  $\Phi_m$  в сердечнике. Магнитным потоком рассеяния, активным сопротивлением обмотки и потерями в стали пренебречь.

5. Магнитный поток в воздушном зазоре электромагнита  $\Phi = 10 \cdot 10^{-4}$  Вб; сечение ярма  $S = 10^{-3}$  м<sup>2</sup>. Для воздуха  $\mu_a = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Определите силу тяги электромагнита (см. рис. 2).

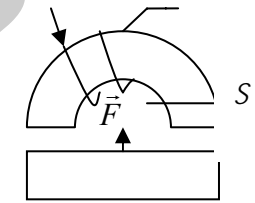


Рисунок 2

6. Цепь переменного тока содержит нелинейный элемент (см. рис.3), ВАХ которого задана таблицей

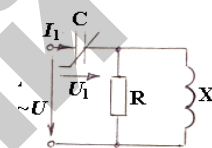
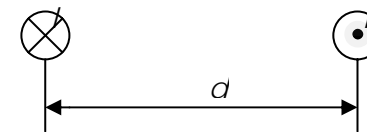


Рисунок 3

$I_1, \text{A}$	0	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
$U_1, \text{B}$	0	10	20	40	80	160	240

Определите напряжение  $U$  на входе цепи при токе  $I_1 = 1,2$  А,  
 $R = 200$  Ом,  $X_L = 50$  Ом.

7. Определите по величине и направлению силу взаимодействия между проводами на единицу длины линии электропередачи постоянного тока, если ток в проводах  $I = 200$  А. Расстояние между проводами  $d = 1$  м, магнитная проницаемость воздуха  $\mu_0 = 1,25 \cdot 10^{-6}$  Гн/м.



Примечание:

максимальное количество баллов по тестам 1-3 – 0,5 балла за каждый, за решение одной задачи – 2,0 балла.

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1 Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. — Москва : Гардарики, 2007. — 704 с.

2 Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле / Л. А. Бессонов. — Москва : Гардарики, 2003. — 320 с.

3 Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. — Москва : Энергоатомиздат, 1989. — 528 с.

4 Теоретические основы электротехники : в 3 т. / К. С. Демирчян [и др.]. — Санкт-Петербург : Питер, 2003.

Т. 1. — 463 с. — Содерж. : Основные понятия и законы теории электромагнитного поля и теории электрических и магнитных цепей. Теория линейных электрических цепей.

Т. 2 — 576 с. — Содерж. : Теория линейных электрических цепей. Теория нелинейных электрических и магнитных цепей.

Т. 3. — 377 с. — Содерж. : Теория электромагнитного поля.

5 Сборник задач по теоретическим основам электротехники./Под ред. Л.А. Бессонова. — Москва: Высшая школа, 2003. — 528 с.

### Дополнительная

6 Теоретические основы электротехники: учебно-методический комплекс для студентов вузов: в 3 ч. Ч.1./ БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов, Э.Л. Кочетова, Т.Ф. Гузанова. — Минск: БГАТУ, 2008. — 353 с.

7 Теоретические основы электротехники: курс лекций : в 2 ч. Ч. 1.: Линейные электрические цепи/ БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.]— Минск : БГАТУ, 2002. — 170 с.: ил.

8 Теоретические основы электротехники: курс лекций : в 2 ч. Ч. 2.: Линейные электрические цепи/БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.]— 2-е изд. — Минск : БГАТУ, 2004. — 120 с.

9 Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям : в 3 ч. Ч. 1. /БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.]— Минск: БГАТУ, 2003. — 137 с.

10 Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям : в 3 ч. Ч. 2./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.]— Минск: БГАТУ, 2005. — 99 с.

11 Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям : в 3 ч. Ч. 3./БГАТУ, кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.]— Минск: БГАТУ, 2006. — 84 с.

12 Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным занятиям : в 3 ч. Ч. 1./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.] — 2-е изд., перераб. — Минск : БГАТУ, 2007. — 97 с.

13 Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным занятиям : в 3 ч. Ч. 2./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост. В.С. Корко [и др.]— Минск: БГАТУ, 2001. — 66 с.

14 Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным занятиям : в 3 ч. Ч. 3./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.] 2-е изд. — Минск: БГАТУ, 2006. — 74 с.

15 Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических заданий с применением ЭВМ: в 3 ч. Ч. 1./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.] — Минск: БГАТУ, 2008. — 44 с.

16 Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических заданий: в 3 ч. Ч. 2./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.] — Минск: БГАТУ, 2003. — 33 с.

17 Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических заданий с применением ЭВМ: в 3 ч. Ч. 3./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.] — Минск: БГАТУ, 2005. — 25 с.

### Стандарты

18 ГОСТ 19880-74. Электротехника. Основные понятия. Термины и определения. — Москва: Издательство стандартов, 1974. — 32 с.

19 ГОСТ 1494-77. Электротехника. Буквенные обозначения основных величин. — Введ. 01.07.78; взамен ГОСТ 1494-61. — Москва: Издательство стандартов, 1987. — 36 с.

20 ГОСТ 2.710-81. Обозначения буквенно-цифровые в электрических схемах: ЕСКД. – Введ. 01.07.81; взамен ГОСТ 2.710-75. — Москва: Издательство стандартов, 1987. – 15 с.

21 ГОСТ 2.723-68. Обозначения условные графические в схемах. Катушка индуктивности, дроссели, трансформаторы, автотрансформаторы и магнитные усилители: ЕСКД. — Введ. 01.01.71; взамен ГОСТ 7624-62 в части разд. 11. — Москва: Издательство стандартов, 1973. — 15 с.

22 ГОСТ 2.728-74. Обозначения условные графические в схемах. Резисторы, конденсаторы: ЕСКД. — Введ. 01.07.75; взамен ГОСТ 2.728-68, ГОСТ 2.729-68 в части п.12, ГОСТ 2.747-68 в части подп. 24,25 таблицы. [переизд. Май 2002 г. с изменен. № 1, 2, утв. В августе 1980г., июле 1991 г.]— Москва: ИПК Изд-во стандартов, 2002, — 12 с.

23 ГОСТ 2.755-87. Обозначения условные графические в электрических схемах. Устройства коммутационные и контактные соединения: ЕСКД. — Введ.01.01.88. — Москва: ИПК Изд-во стандартов, 2005. — 11 с.

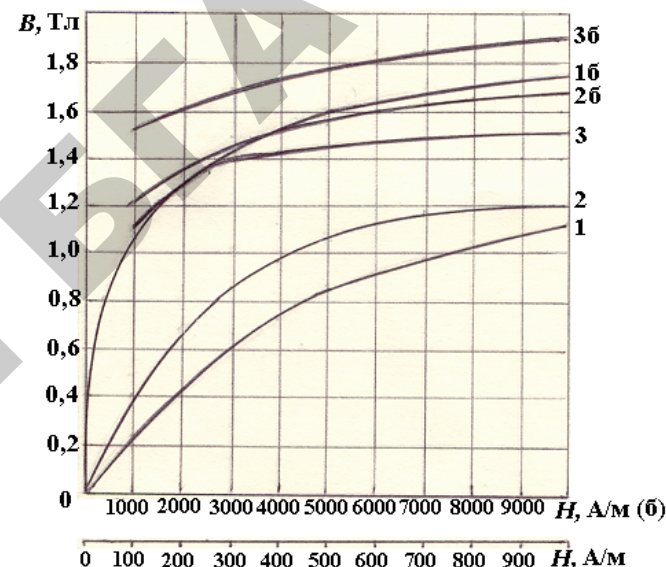
Основные законы электротехники	
Закон Ома	$i = \frac{u}{R}$
Первый закон Кирхгофа	$\sum i = 0$
Второй закон Кирхгофа	$\sum e = \sum u$
Закон Джоуля – Ленца	$p = i^2 R$
Закон электромагнитной индукции	$e = - \frac{d\Phi}{dt}$
Закон Ампера	$\vec{F} = i[d\vec{l} \vec{B}]$
Закон Кулона	$\vec{F} = \frac{q_1 q_2 \vec{R}_0}{4\pi\epsilon_0 R^2}$
Закон полного тока	$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum i$

Основные формулы и уравнения электротехники	
Мощность	$p = ui$
Энергия	$W = \int uidt$
Энергия магнитного поля катушки	$W_{\text{маг}} = \frac{Li^2}{2}$
Энергия электрического поля конденсатора	$W_{\text{эл}} = \frac{Cu^2}{2}$
Теорема Гаусса	$\oint \vec{D} d\vec{S} = \sum q_{\text{св}}$
Первое уравнение Максвелла	$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Основные формулы и уравнения электротехники	
Второе уравнение Максвелла	$rot \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Теорема Умова - Пойнтинга	$-\oint \vec{\Pi} d\vec{S} = \int_V \gamma E^2 dv + \frac{\partial W_{эм}}{\partial t}$

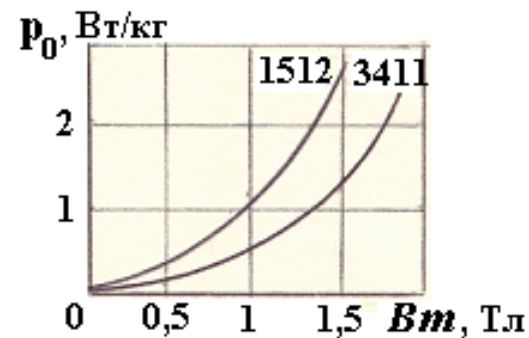
Соотношения между током и напряжением на элементах электрической цепи				
Эле-мент цепи	Вид тока			
	Переменный ток, мгновенное значение	Синусоидальный ток, комплексное значение	Синусоидальный ток, действующее значение	Постоянный ток
R	$u = iR$ $i = \frac{u}{R}$	$\dot{U} = \dot{I} R$ $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R}$	$U = IR$ $I = \frac{U}{R}$	$U = IR$ $I = \frac{U}{R}$
L	$u_L = L \frac{di}{dt}$ $i = \frac{1}{L} \int u_L dt$	$\dot{U} = j\omega L \dot{I}$ $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{j\omega L}$	$U = \omega L I$ $I = \frac{U}{\omega L}$	Индуктивность не оказывает сопротивления постоянному току
C	$u_C = \frac{1}{C} \int idt$ $i = C \frac{du_C}{dt}$	$\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$ $\dot{I} = j\omega C \dot{U}$	$U = \frac{1}{\omega C} I$ $I = \omega C U$	Емкость представляет собой разрыв цепи для постоянного тока
Закон Ома в комплексной форме для цепи синусоидального тока				
$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}; \dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)}$				

Основные кривые намагничивания  $B(H)$  различных марок сталей



1. Литая сталь
2. Листовая электротехническая сталь 1512 (горячекатаная)
3. Листовая электротехническая сталь 3411 (холоднокатаная)

Мощность удельных потерь в электротехнической стали



## Приложение В

### Методика использования программируемых калькуляторов для выполнения расчетов с комплексными числами

Подготовка: включение калькулятора – ON/C. Клавишей DRG устанавливают угловую единицу DEG (градусы). Вход в программу расчета: клавиши 2ndF и  $\leftrightarrow$  (cplx)

#### Примеры вычислений

##### Деление комплексного числа на комплексное число:

Пример 1

$$\frac{40 - j10}{5 - j5} = 5 + j3$$

Порядок действий: 40[a] 10[+/-][b] ÷ 5[a] 5[+/-][b] = [a][b] —

просмотр результата.

Клавиша [a] дает величину вещественной части. Клавиша [b] — величину мнимой части комплексного числа.

Пример 2

$$\frac{40 - j10}{j4} = -2,5 - j10$$

Порядок действий: 40[a] 10[+/-][b] ÷ 4[b] = [a][b] — просмотр результата.

Умножение, сложение и вычитание производят аналогично.

##### Переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной:

Пример:

$$-110 - j190 = 220e^{-j120^\circ}$$

Порядок действий: 110[+/-][a] 190[+/-][b] 2ndF[a].

Просмотр результата: клавиша [a] дает модуль комплексного числа, клавиша [b] — аргумент в градусах.

##### Переход от показательной формы комплексного числа к алгебраической:

Пример:

$$220e^{j120^\circ} = -110 + j190$$

Порядок действий: 220[a] 120[b] 2ndF[b].

Просмотр результата: клавиши [a] и [b].

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

РЕПОЗИТОРИЙ БГАТУ

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Учебное издание

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ.  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

*Учебно-методическое пособие*

Составители:

**Крутов** Анатолий Викторович,  
**Кочетова** Эмма Леонидовна,  
**Гузанова** Татьяна Федоровна и др.

Ответственный за выпуск *А. В. Крутов*  
Корректор *Е. Н. Дайнеко*  
Компьютерная верстка *А. И. Стебуля*

Подписано в печать 27.07.2010 г. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 6,51. Уч.-изд. л. 5,09. Тираж 200 экз. Заказ 718.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования  
«Белорусский государственный аграрный технический университет».

ЛИ № 02330/0552841 от 14.04.2010.

ЛП № 02330/0552743 от 02.02.2010.

Пр. Независимости, 99–2, 220023, Минск.