которые позволяют получить оценки коэффициентов регрессии для выбранных факторов с учетом взаимного влияния эндогенных и экзогенных переменных друг на друга. С этой целью были построены и оценены две системы одновременных уравнений с тем же набором переменных, что и в изолированных уравнениях:

- для абсолютных значений анализируемых переменных:

$$\begin{cases} Y_2 = 22175{,}14 - 626{,}46N + 0{,}0006X_1 - 239{,}60M + 0{,}1473Y_1 \\ Y_4 = 7{,}51 - 6{,}70T + 0{,}75M + 0{,}0002Y_1 \\ X_5 = 4{,}77 - 0{,}04X_2 + 0{,}09M + 0{,}00001Y_1 \\ Y_1 = 55806{,}54 + 16{,}56X_2 \end{cases}, \quad (10)$$

- для их темпов роста:

$$\begin{cases} TY_2 = 38{,}82 + 2{,}98N + 0{,}77TX_1 - 1{,}31TM + 0{,}72TY_1 \\ TY_4 = -141{,}90 + 6{,}46T + 2{,}26TM + 0{,}03TY_1 \\ TX_5 = -192{,}59 + 0{,}05TX_2 + 3{,}07TM - 0{,}12TY_1 \\ TY_1 = 218{,}28 - 0{,}87TX_2 \end{cases} \quad (11)$$

Если сравнивать оценки одних и тех же параметров в изолированных уравнениях и в системах, то видно, что они отличаются. Например, в модели (3) по сравнению с моделью (10) коэффициенты регрессии для Y_2 выше по таким переменным как тип отрасли (N), выпуск продукции отрасли (X_1), доля промежуточного потребления (M), а по переменной Y_1 – на порядок меньше. На наш взгляд, более адекватными следует считать параметры уравнений в системах (10) и (11), поскольку они получены с учетом взаимного (прямого и обратного) влияния переменных.

Для анализа зависимости показателей производственной и природоохранной деятельности субъектов хозяйствования Республики Беларусь целесообразно применять комплекс статистических методов, каждый из которых поможет исследовать определенную сторону этой взаимосвязи. Начинать такой анализ следует с выбора исходных переменных, характеризующих оба направления деятельности субъекта и с учетом их возможного взаимного влияния. Так как перечень отраслей в межотраслевом балансе Республики Беларусь представлен в агрегированном виде по сравнению с отчетностью о природоохранных затратах и экологических платежах, следует использовать данные за несколько лет (панельные данные). При этом для устранения гетероскедастичности остатков модели можно вводить в модель фактор времени и порядковый номер (тип) отрасли.

1. Сошникова, Л.А., Тамашевич, В.Н., Уебе, Г., Шеффер, М. Многомерный статистический анализ в экономике: Учеб. пособие для вузов/ Под ред. проф. В.Н. Тамашевича. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 598 с.
2. Статистический ежегодник Республики Беларусь, 2007. – Мн., Минстат, 2007. – 620 с.
3. Система таблиц «Затраты-Выпуск» Республики Беларусь за 2003-2005 годы.
4. Охрана окружающей среды в Беларуси. – Мн., Минстат, 2007. – 206 с.

ОСОБЕННОСТИ АЛГОРИТМА И ПРОГРАММЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА SKAT

Р.И. Фурунжиев, *к.т.н., профессор*

В работе рассматриваются особенности алгоритма оптимизации, реализованного в программном комплексе конечноэлементного анализа Skat, который разработан в Белорусском государственном аграрном техническом университете. Комплекс характеризуется достаточной универсальностью и эффективностью алгоритма оптимизации объектов с нелинейными свойствами, а также простотой интерфейса. Программа разработана в визуальной среде программирования Delphi. Система обеспечивает оптимизацию широкого класса объектов благодаря тому, что в основе методики формирования моделей лежит известный универсальный метод конечных элементов [1, 2]. Общая стоимость системы, масса, напряжения, перемещения, собственные частоты и многие другие характеристики оптимизируемых объектов в программе могут рассматриваться либо в качестве целевой функции проекта (в этом случае их можно минимизировать или максимизировать), либо в качестве ограничений.

Как в большинстве алгоритмов оптимизации, задача на условный экстремум первоначально преобразуется к задаче на безусловный экстремум с использованием метода штрафных функций [4]. С помощью весового коэффициента r формируется обобщенная целевая функция $\varphi(x,r)$, где x — вектор оптимизируемых параметров, r — весовые коэффициенты, модифицируемые в процессе поиска. В настоящее время разработано множество достаточно универсальных численных методов и алгоритмов для ее решения. Ниже рассматривается особенности алгоритма, реализованного в программе Skat, который характеризуются относительной простотой и устойчивой сходимостью к решению.

В основе алгоритма программы лежит модифицированная идея сопряженных направлений [3]. Наряду с построением сопряженных направлений в нем накапливается информация, с помощью которой аппроксимируются матрицы вторых производных обобщенной функции $\varphi(x,r)$, несмотря на то, что вычисляются только матрицы первых производных. В целом алгоритм оптимизации реализуется в следующей последовательности [3, 6].

Задается допустимое начальное приближение точки минимума x_0 и выбирается симметричная положительно определенная матрица H_0 размерностью n x n .

Вычисляются $s_i = - H_i \ \nabla\varphi_0^T(x_i)$ для $I = 0,1,\ldots$

Вычисляется $\alpha = \alpha_i$ из условия минимума $\phi_0^T(x_{i+}\alpha\, s_i)$.

Вычисляются $x_{i+1} = x_i + \sigma_i$, $H_{i+1} = H_i + A_i + C_i$;

где $\sigma_i = \alpha_i s_i$, $A_i = (\sigma_i \sigma_i^T) / (\sigma_i^T y_i)$, $y_i = \nabla\varphi_0^T(x_{i+1}) - \nabla\varphi_0^T(x_i)$, $C_i, = -(H_i y_i y_i^T H_i) / (y_i^T H_i y_i)$.

Если величины $\nabla\varphi_0^T(x_{i+1})$ или $||x_{i+1} - x_i||$ достаточно малы, то вычислительный процесс заканчивается. В противном случае осуществляется возврат к шагу 2.

Минимум функции $\varphi(x,r_0)$ находится при начальном значении параметра $r=r_0$. Далее значение r уменьшается: $r_1=r_0/c$, где константа $c>1$. Затем минимизируется функция $\varphi(x,r_1)$ по описанному выше алгоритму. На k-м шаге минимизируется функция $\varphi(x,r_k)$, минимум которой находится в точке x_k^*. Эта точка используется далее в качестве первой точки в итерационной процедуре минимизации функции $\varphi(x,r_{k+1})$, где $r_{k+1}=r_k/c$. Величина c определяется по специальному алгоритму с учетом матрицы градиента целевой функции. Последовательность r_k убывает и стремится к нулю. Предполагается, что начальная точка принадлежит допустимой области.

В рассматриваемом градиентном методе при одномерном поиске экстремума используется кубическая интерполяция. По мере приближения точки x к границе внутри допустимой области $\varphi(x,r) \to \infty$, а по мере приближения точки x к границе снаружи допустимой области $\varphi(x,r_0) \to -\infty$. Таким образом, если поиск осуществляется вдоль прямой, соединяющей две точки, одна из которых лежит внутри, а другая вне допустимой области, то кубическая интерполяция оказывается не приемлемой, поскольку функция разрывна вдоль данной прямой.

Для задач большой размерности выбор начального значения r оказывается важным с точки зрения сокращения числа итераций при минимизации функции $\varphi(x,r)$. Если сначала значение r выбрано очень малым, для того чтобы функция $\varphi(x,r)$ мало отличалась от функции f(x), то метод будет сходиться очень быстро. Функция $\varphi(x,r)$ будет быстро меняться в окрестности минимума, что может вызвать затруднения при использовании градиентного метода. Слишком же большое значение r может привести к тому, что штрафная функция станет доминирующей.

В рассматриваемом алгоритме используется упрощенная методика, обеспечивающая предотвращение в процессе одномерного поиска выхода за область ограничений. Это осуществляется в программе следующим образом. Выбирается точка p и направление поиска d = -Hg. Вычисляется следующая точка, необходимая для осуществления кубической интерполяции по формуле $q = p + \lambda d$ при начальном значении $\lambda = 2$. Затем выполняется проверка, является ли точка q допустимой, т.е. выполняется ли неравенство $g_j(q) > 0$ для всех j. Если оно выполняется, то λ не меняется, но если оно не выполняется, то λ заменяется на λ/c и находится новая точка q, а затем вновь производится проверка. В конце концов допустимая точка q определяется и затем осуществляется интерполяция.

Функция $\varphi(x,r)$ минимизируется до тех пор, пока два последовательных значения φ_1 и φ_2 не станут такими, что $|(\varphi_1-\varphi_2)/\varphi_1| < \varepsilon$.

Эффективность программы оптимизации рассматривается на примере поиска экстремальной точки функции Розенброка

$$F(x_1, x_2) = 100*(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 .$$

Как известно, эта функция носит ярко выраженный овражный характер. Задача поиска экстремума этой функции дополнена ограничениями. Итак, требуется найти минимум функции Розенброка при наличии, например, следующих ограничений:

$$x_1 \geq 1.1; \quad x_2 \geq 1.1; \quad x_1 + x_2 \geq 3.$$

Получены следующие значения для оптимизируемых параметров x_1=1.3025 и x_2=1.6975 , а для значения целевой функции - $F(x_1, x_2)$ = 0.0916 .

Опыт решения ряда практических задач оптимизации параметров конструкций показал эффективность описанной выше программы оптимизации, конструкций произвольной структуры на основе метода конечных элементов. В работе [6] приведены результаты уточненной оптимизации в среде комплекса Skat известной в литературе задачи оптимизации параметров десятистержневой фермы с учетом ограничений на жесткость конструкции.

1. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике.- М.: «Мир», 1975. – 511 с.
2. Фурунжиев, Р.И. Рекомендации по расчету конструкций методом конечных элементов. Ч. 2.- Минск: ИСиА. 1981. – 48 с.
3. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование. -М.: «Мир», 1981.
4. Фурунжиев, Р.И. Применение метода штрафных функций к оптимальному проектированию висячих строительных конструкций. Материалы научной сессии, посвященной 50 летию БССР и КПБ.- Минск: ИСиА, 1968.-102 с.
5. Фурунжиев, Р.И. Алгоритмы и программа оптимального проектирования технических систем. В сб.: «Вехи пройденного пути: кафедры факультета, научная деятельность» /под ред. Л.Ф. Догиля - Минск: БГАТУ, 2006.
6. Фурунжиев, Р.И. Объектно-ориентированный метод оптимизации систем, аппроксимированных конечно-элементными моделями. Материалы международной научно-технической конференции. «Научно-инновационная деятельность и предпринимательство в АПК. Проблемы эффективности и управления». Минск: БГАТУ, 2006
7. Фурунжиев Р.И. Компьютерный инженерный анализ и оптимизация конструкций. «Научно-инновационная деятельность и предпринимательство в АПК и проблемы эффективности и управления», сб. науч. ст. 2-й Междунар. научно-практ. конференции (Минск, 17-18 мая 2007 г.), Ч. 1. - Минск: БГАТУ, 2007.

КОМПЬЮТЕРНЫЙ ИНЖЕНЕРНЫЙ АНАЛИЗ КОНСТРУКЦИИ БОЛЬШЕПРОЛЕТНОГО ВАНТОВОГО ПОКРЫТИЯ КУЛЬТУРНО-СПОРТИВНОГО КОМПЛЕКСА «МИНСК-АРЕНА» В ПРОЦЕССЕ СТРОИТЕЛЬСТВА

С.Л. Березовский, Н.В. Фурунжиев, *к.т.н., профессор*

В настоящей работе рассматриваются результаты компьютерного инженерного анализа конструкции большепролетного вантового покрытия культурно-спортивного комплекса «Минск-Арена» в г. Минске в процессе строительства. Комплекс состоит из трех объемов — многофункциональной спортивно-зрелищной арены на 15000 зрителей, конькобежного стадиона на 3000 зрителей, велодрома на 2 тысячи зрителей. Многофункциональная спортивно-зрелищная арена рассчитана на проведение соревнований и учебно-тренировочного процесса по более чем 25 видам спорта, а также массовых мероприятий, концертов и эстрадно-цирковых шоу.

Для перекрытия спортивно-зрелищной арены принята двухпоясная вантовая система покрытия. Висячие покрытия являются одной из наиболее перспективных конструктивных форм для перекрытия сооружений больших пролетов. Во многих странах они находят широкое применение при строительстве спортивных и выставочных павильонов, крытых рынков и универсальных залов различного назначения. Этому способствует ряд преимуществ висячих покрытий перед традиционными жесткими формами покрытий. Не-