О НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Н.Н. Дедок, *к..ф.-м.н., доцент*

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = \mu x + P_m(x,y) + x\sum_{i=m}^{n} R_i(x,y),$$

$$\frac{dy}{dt} = \mu y + Q_m(x,y) + y\sum_{i=m}^{n} R_i(x,y), \qquad (1)$$

где $P_m(x,y)$, $Q_m(x,y)$, $R_i(x,y)$ — однородные многочлены степени m, i относительно x,y с действительными постоянными коэффициентами, $n>m+1$.

Теорема 1. При m четном система (1) не имеет предельных циклов.

Доказательство. Преобразованием $y=zx$ система (1) приводится к виду

$$\frac{dx}{dt} = x(\mu + x^{m-1}P_m(1,z) + \sum_{i=m}^{n} R_i(x,zx)),$$

$$\frac{dz}{dt} = x^{m-1}(Q_m(1,z) - zP_m(1,z)).$$

При m четном уравнение

$$f(z) = Q_m(1,z) - zP_m(1,z) = 0 \qquad (2)$$

имеет по меньшей мере один действительный корень, а все состояния равновесия системы (1) находятся на интегральных прямых $y=z_jx$. Значит, через каждое состояние равновесие проходит интегральная прямая. Отсюда следует отсутствие предельных циклов.

Теорема 2. Если для системы (1) выполняются условия:

1) $\mu > 0$;

2) уравнение (2) не имеет действительных корней;

3) $\mu + \sum_{i=m}^{n} R_i(x,y) < 0$, то эта система имеет по меньшей мере один устойчивый предельный цикл.

Доказательство. Так как уравнение (2) действительных корней не имеет, то система (1) не имеет интегральных прямых и, следовательно, O(0,0) – единственная особая точка этой системы в конечной части плоскости.

В качестве топографической системы возьмем семейство кривых

$$F(x,y) = \frac{1}{2}(x^2+y^2) = C^2.$$

Производная от $F(x,y)$ в силу системы (1) имеет вид

$$\frac{dF}{dt} = xP_m(x,y) + yQ_m(x,y) + (x^2+y^2)(\mu + \sum_{i=m}^{n} R_i(x,y)). \qquad (3)$$

Для достаточно большого C при выполнении условия

$$\mu + \sum_{i=m}^{n} R_i(x,y) < 0$$

при возрастании значений t все траектории системы (1) входят во внутреннюю область, ограниченную кривой C. Так как $\mu > 0$, то O(0,0) – неустойчивый узел, и отсюда на основании [2] стр. 230 заключаем, что система (1) имеет по меньшей мере один устойчивый предельный цикл.

Рассмотрим систему (1) при $\mu = 0$

$$\frac{dx}{dt} = P_m(x,y) + x\sum_{i=m}^{n} R_i(x,y),$$

$$\frac{dy}{dt} = Q_m(x,y) + y\sum_{i=m}^{n} R_i(x,y). \qquad (4)$$

Теорема 3. Если для системы (4) выполняются условия:

$$xP_m(x,y) + yQ_m(x,y) > 0, \qquad (5)$$

$$\sum_{i=m}^{n} R_i(x,y) < 0, \qquad (6)$$

то эта система имеет по меньшей мере один устойчивый предельный цикл.

Доказательство.

Так как (2) не имеет действительных корней, то О (0,0) — единственное состояние равновесия системы (4). Производная от функции Ляпунова

$$V = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) = C^2$$

в силу системы (4) имеет вид

$$\frac{dV}{dt} = xP_m(x,y) + yQ_m(x,y) + (x^2 + y^2)\sum_{i=m}^{n} R_i(x,y). \qquad (7)$$

Из (5) следует, что О (0,0) асимптотически устойчивая особая точка системы (4) при $t \to -\infty$, а из (6) вытекает, что при достаточно больших $|x|$ и $|y|$ при возрастании значений t все траектории системы (4) входят во внутреннюю область, ограниченную кривой С. На основании [2] заключаем, что система (4) имеет по меньшей мере один устойчивый предельный цикл.

Частный случай системы (4) рассматривался в [2], стр. 517.

1. Дедок Н.Н. О существовании предельных циклов одной системы дифференциальных уравнений. [Текст]/Дедок Н.Н. Вехи пройденного пути.– Минск , 2006.–328с.

2. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка.– М.: Наука, 1966.– 568с.

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЕНЧЕСКОГО УЧЕТА НА ПРЕДПРИЯТИЯХ АПК

О.Л. Сапун, *к.пед.н., доцент,* **Е.М. Исаченко, О.Ю. Дударкова**

Первоначально большинство автоматизированных информационных систем (АИС) обеспечивали оперативный уровень управления: обработку счетов, учет товаров и материалов, расчет заработной платы, обработку заказов и др. Впоследствии стали разрабатываться системы по выполнению расчетов на среднем уровне: расчеты квартальных, месячных и годовых планов выпуска продукции, составление планов сбыта продукции и т.д. Современные АИС способны предоставлять и обрабатывать информацию для всех уровней управления. Особенный интерес для высшего уровня управления представляют экспертные системы, позволяющие обрабатывать ориентировочную информацию при разработке прогнозных планов.

Процесс управления заключается в изменении состояния объекта системы, ведущем к достижению поставленной цели. Цели системы задаются при её создании и в процессе функционирования все время корректируются в соответствии с изменениями внешних условий.

Первичная информация, поступающая в систему управленческого учета, должна быть достоверной, полной и оперативной. Если существующая информационная система способна предоставлять необходимые данные в приемлемые сроки, то в принципе можно ничего не менять. Если же руководство не устраивает скорость подачи и обработки ин-