МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра электротехники

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Учебно-методическое пособие

Минск
БГАТУ
2010

УДК 621.3 (07)
ББК 31.2я7
Т 33

*Рекомендовано научно-методическим советом агроэнергетического факультета БГАТУ.
Протокол № 6 от 9 февраля 2009 г.*

Составители:
кандидат технических наук, доцент *А. В. Крутов*,
кандидат технических наук, доцент *Э. Л. Кочетова*,
старший преподаватель *Т.Ф. Гузанова*,
кандидат технических наук, доцент *А. П. Мириленко*,
старший преподаватель *М. А. Бойко*

Рецензенты:
заведующий лабораторией учета электрической энергии Научно-исследовательского и проектного республиканского унитарного предприятия «БелТЭИ», доктор технических наук, старший научный сотрудник *Е. П. Забелло;*
заведующий кафедрой электроснабжения БГАТУ, кандидат технических наук, доцент *Н. Е. Шевчик*

Т 33 **Теоретические осовы электротехники. Трехфазные цепи и переходные процессы** : учебно-методическое пособие / сост. : А. В. Крутов [и др.]. — Минск : БГАТУ, 2010. — 132 с.
ISBN 978-985-519-219-1.

УДК 621.3 (07)
ББК 31.2я7

ISBN 978-985-519-219-1

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие является продолжением аналогичного издания по первой части теоретических основ электротехники (раздел «Теория цепей постоянного и переменного тока»), имеет цель – оказание помощи студентам заочной формы обучения при изучении дисциплины «Теоретические основы электротехники» и подготовке к текущему контролю знаний по разделам «Трехфазные цепи», «Переходные процессы в электрических цепях».

В настоящем учебно-методическом пособии рассматриваются вопросы расчета трехфазных цепей в симметричном и несимметричном режимах, при соединении фаз звездой и треугольником. Излагается метод применения симметричных составляющих к расчету трехфазных цепей, а также расчет переходных процессов в электрических цепях классическим и операторным методами.

В пособии приведены наиболее важные понятия, соотношения, особенности расчета, которые должны быть освоены в ходе изучения ТОЭ. По каждой теме определены цели и задачи, даны примеры расчета с пояснениями, задания для самостоятельного решения и ответы на них. С целью определения степени усвоения учебного материала предусмотрен самоконтроль знаний, решение задач, а также выполнение индивидуального задания. Приводится типовой вариант контрольного задания и перечень примерных тестов для подготовки к письменной контрольной работе.

Тема 1
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ЗВЕЗДОЙ

Цель: изучить основные понятия и величины, характеризующие трехфазную электрическую цепь, усвоить методику ее расчета при соединении приемников звездой.

1.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить по настоящему пособию, учебникам следующие основные понятия и законы: трехфазная система ЭДС, трехфазная цепь, основные схемы соединения трехфазных цепей, определение линейных и фазовых величин, соотношения между линейными и фазовыми напряжениями и токами, расчет трехфазных цепей, соединение звезда-звезда с нулевым проводом [1] § 6.1...6.8; [3] гл.10; [7] § 1.1…1.6.
2. Рассмотреть приведенные в разделе примеры, задачи.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Решить самостоятельно по выбору 1-2 варианта задач, приведенных в индивидуальных заданиях.

1.2. Общие сведения и методические указания

СЛОВАРЬ ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ

Трехфазная цепь — совокупность трех однофазных цепей, в каждой из которых действуют три синусоидальные ЭДС, создаваемые одним источником, одной и той же частоты, сдвинутые по фазе друг относительно друга на 120º.

Фаза — часть многофазной системы электрических цепей, в которой может протекать один из токов многофазной системы токов.

Фаза тока — аргумент синусоидального тока, отсчитываемый от точки перехода тока через нуль к положительному значению. Аналогично определяются фазы синусоидальных напряжений, ЭДС, магнитодвижущей силы, магнитного потока, синусоидально меняющегося электрического заряда и т. д.

Последовательность фаз (порядок чередования фаз) — порядок, в котором ЭДС в фазных обмотках генератора проходят через одинаковые значения (например, максимумы).

Прямая последовательность фаз — последовательность фаз *ABC*.

Обратная последовательность фаз — последовательность фаз *ACB*

Симметричная система ЭДС (токов, напряжений) — совокупность ЭДС (токов, напряжений), равных по амплитуде и отстающих по фазе относительно друг друга на 120°.

Трехфазный симметричный приемник — приемник, у которого комплексные сопротивления фаз одинаковы.

1.2.1. Симметричный режим: $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$.

Схема трехфазной цепи при соединении генератора и приемника звездой представлена на рисунке 1.1.

Пусть $\underline{Z}_N = 0$, тогда $\dot{U}_{AN1} = \dot{U}_A$; $\dot{U}_{BN1} = \dot{U}_B$; $\dot{U}_{CN1} = \dot{U}_C$.

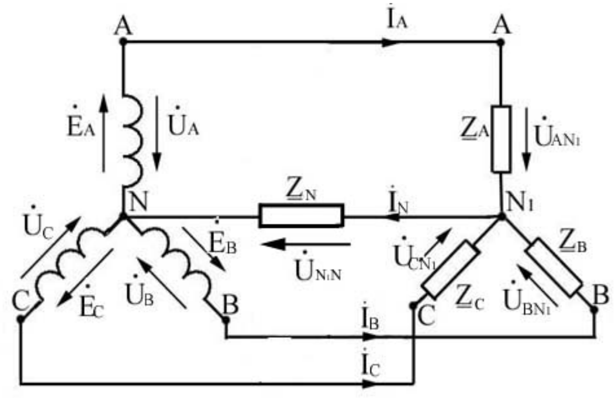


Рисунок 1.1

Как правило, при симметричной нагрузке ток определяют в одной из фаз, например, в фазе *A*:

$$\dot I_A = \frac{\dot U_A}{\underline{Z}_A}.$$

Тогда токи в других фазах:

$$\dot I_B = \dot I_A e^{-j120^0}; \quad \dot I_C = \dot I_A e^{+j120^0}.$$

Ток в нейтральном проводе согласно первому закону Кирхгофа

$$\dot I_N = \dot I_A + \dot I_B + \dot I_C = \dot I_A\left(1 + e^{-j120^0} + e^{+j120^0}\right) =$$

$$= \dot I_A(1 - 0{,}5 - j0{,}865 - 0{,}5 + j0{,}865) = 0.$$

Так как ток в нейтральном проводе равен нулю, то при симметричном режиме, как правило, нейтральный провод отсутствует. Методика расчета цепи при этом остается такой же.

Активную, реактивную и полную мощности симметричной трехфазной цепи определяют по формулам:

$$P = 3U_Ф I_Ф \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_Л I_Л \cos\varphi,$$

$$Q = 3U_Ф I_Ф \sin\varphi = \sqrt{3}\, U_Л I_Л \sin\varphi,$$

$$S = 3U_Ф I_Ф = \sqrt{3} U_Л I_Л = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

где $U_Ф,\ I_Ф$ – фазное напряжение и фазный ток; $U_Л, I_Л$ – линейное напряжение и линейный ток; $\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{X_A}{R_A}$ – угол сдвига между фазным напряжением и фазным током.

1.2.2. Несимметричный режим: $\underline{Z}_A \ne \underline{Z}_B \ne \underline{Z}_C$.

а) $\underline{Z}_N = 0$. Фазные напряжения приемника равны фазным напряжениям генератора.

Токи в фазах находят по закону Ома:

$$\dot I_A = \frac{\dot U_A}{\underline{Z}_A}; \quad \dot I_B = \frac{\dot U_B}{\underline{Z}_B} = \frac{\dot U_A e^{-j120^0}}{\underline{Z}_B}; \quad \dot I_C = \frac{\dot U_C}{\underline{Z}_C} = \frac{\dot U_A e^{+j120^0}}{\underline{Z}_C}.$$

Ток в нейтральном проводе определяют по первому закону Кирхгофа:

$$\dot I_N = \dot I_A + \dot I_B + \dot I_C.$$

Углы сдвига фаз определяются параметрами нагрузок фаз:

$$\varphi_A = \operatorname{arctg}\frac{X_A}{R_A}; \quad \varphi_B = \operatorname{arctg}\frac{X_B}{R_B}; \quad \varphi_C = \operatorname{arctg}\frac{X_C}{R_C}.$$

б) $\underline{Z}_N \ne 0$.

Согласно методу двух узлов напряжение между нейтральными точками потребителя и генератора

$$\dot U_{N1N} = \frac{\dot U_A \underline{Y}_A + \dot U_B \underline{Y}_B + \dot U_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}, \tag{1.1}$$

где $\underline{Y}_A$, $\underline{Y}_B$, $\underline{Y}_C$, $\underline{Y}_N$ – соответственно комплексные проводимости фаз и нейтрального провода.

Напряжения на фазах потребителя находят по второму закону Кирхгофа:

$$\dot U_{AN1} = \dot U_A - \dot U_{N1N}; \dot U_{BN1} = \dot U_B - \dot U_{N1N}; \quad \dot U_{CN1} = \dot U_C - \dot U_{N1N}.$$

Токи в фазах и в нейтральном проводе находят по закону Ома:

$$\dot I_A = \frac{\dot U_{AN1}}{\underline{Z}_A}; \quad \dot I_B = \frac{\dot U_{BN1}}{\underline{Z}_B}; \quad \dot I_C = \frac{\dot U_{CN1}}{\underline{Z}_C}; \quad \dot I_N = \frac{\dot U_{N1N}}{\underline{Z}_N}.$$

По первому закону Кирхгофа $\dot I_N = \dot I_A + \dot I_B + \dot I_C$.

При отсутствии нейтрального провода $(\underline{Z}_N = \infty)$ расчеты ведут аналогично, приняв в формуле (1.1) $\underline{Y}_N = 0$.

Активную, реактивную и полную мощности несимметричной трехфазной цепи определяют по формулам:

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C;$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C;$$

где $\varphi_A = \psi_{uA} - \psi_{iA}$; $\varphi_B = \psi_{uB} - \psi_{iB}$; $\varphi_C = \psi_{uC} - \psi_{iC}$.

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

В данном случае удобно использовать комплексную мощность:

$$\underline{S} = \underline{S}_A + \underline{S}_B + \underline{S}_C = \dot{U}_A \overset{*}{I}_A + \dot{U}_B \overset{*}{I}_B + \dot{U}_C \overset{*}{I}_C = P + jQ.$$

При заданных параметрах приемника активную мощность P можно найти по закону Джоуля – Ленца:

$$P = I_A^2 R_A + I_B^2 R_B + I_C^2 R_C + I_N^2 R_N.$$

Примечание. При наличии явления взаимоиндукции в трехфазных цепях как при симметричном, так и несимметричном режимах расчет ведут по методу уравнений Кирхгофа.

1.3. Примеры

1.3.1. Определить токи и мощность P в трехфазной цепи (рисунок 1.1), если линейное напряжение $U_Л = 380$ В, сопротивления фаз $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = 4 + j3$ Ом, нейтральный провод отсутствует, т. е. $\underline{Z}_N = \infty$. Построить векторные диаграммы напряжений и токов.

Решение

Так как режим работы симметричный, то фазные напряжения

$U_Ф = \dfrac{U_Л}{\sqrt{3}} = \dfrac{380}{3} = 220$ В; $\dot{U}_A = 220$ В; $\dot{U}_B = 220e^{-j120^0}$ В;

$\dot{U}_C = 220e^{j120^0}$ В.

По закону Ома ток фазы A

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220}{4 + j3} = 35{,}2 - j26{,}4 = 44e^{-j370^\circ} \text{ А}.$$

Угол сдвига фаз $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - \left(-37^0\right) = 37^0$.

Токи двух других фаз записываются следующим образом:

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^0} = 44\, e^{-j37^0}\, e^{-j120^0} = 44e^{-j157^0} \text{ А},$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A e^{j120^0} = 44\, e^{-j37^0}\, e^{j120^0} = 44\, e^{j83^0} \text{ А}.$$

Мощность

$$P = 3U_ф I_ф \cos\varphi = 3 \times 220 \times 44 \cos 37^0 = 23192 \text{ Вт}.$$

Выбираем масштаб $m_U = 100$ В/см, $m_I = 20$ А/см и строим векторную диаграмму (рисунок 1.2).

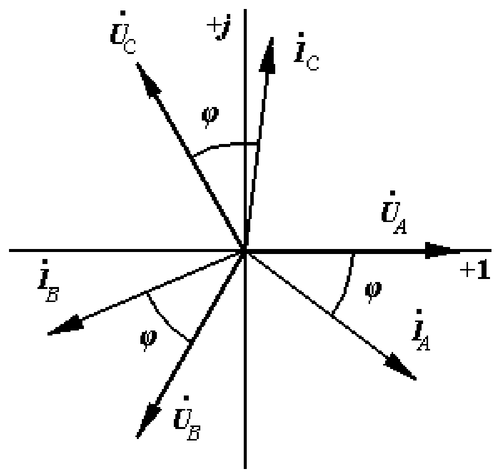


Рисунок 1.2

1.3.2. Определить токи и мощность P в трехфазной цепи (рисунок 1.1), если фазное напряжение генератора $U_{\Phi} = 220$ В, сопротивления фаз потребителя $\underline{Z}_A = 10$ Ом, $\underline{Z}_B = j10$ Ом, $\underline{Z}_C = -j10$ Ом, сопротивление нейтрального провода: а) $\underline{Z}_N = 0$; б) $\underline{Z}_N = \infty$; в) $\underline{Z}_N = 10$ Ом. Построить топографические диаграммы напряжений и векторные диаграммы токов.

Решение

1. Если $\underline{Z}_N = 0$, то напряжения генератора равны напряжениям потребителя:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{AN1} = U_{\text{ф}} = 220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_B = \dot{U}_{BN1} = \dot{U}_A e^{-j120^0} = 220(-0{,}5 - j0{,}866) = -110 - j190 \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_{CN1} = \dot{U}_A e^{j120^0} = 220(-0{,}5 + j0{,}866) = -110 + j190 \text{ В}.$$

Токи в фазах потребителя находим по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN1}}{\underline{Z}_A} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А, действующее значение } I_A = 22 \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BN1}}{\underline{Z}_B} = \frac{-110 - j190}{j10} = -19 + j11 \text{ А}, \quad I_B = \sqrt{19^2 + 11^2} = 22 \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{CN1}}{\underline{Z}_C} = \frac{-110 + j190}{-j10} = -19 - j11 \text{ А}, \quad I_C = \sqrt{19^2 + 11^2} = 22 \text{ А}.$$

Ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 22 - 19 + j11 - 19 - j11 = -16 \text{ А}; \quad I_N = 16 \text{ А}.$$

Мощность по закону Джоуля – Ленца

$$P = I_A^2 R_A + I_B^2 R_B + I_C^2 R_C + I_N^2 R_N = 22^2 \times 10 = 4840 \text{ Вт}. \ (R_B = R_C = 0).$$

При построении топографической диаграммы напряжений и векторной диаграммы токов (рисунок 1.3) на комплексной плоскости в масштабе откладывают векторы напряжений $\dot{U}_A$, $\dot{U}_B$, $\dot{U}_C$, $\dot{U}_{AB}$, $\dot{U}_{BC}$, $\dot{U}_{CA}$, затем векторы токов $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$, $\dot{I}_N$.

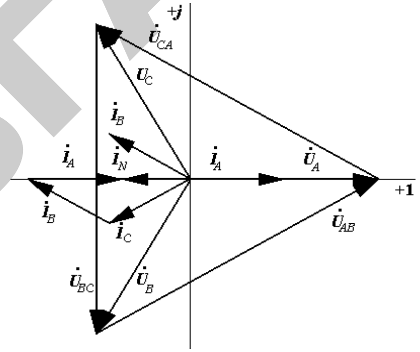


Рисунок 1.3

2. Если $\underline{Z}_N = \infty$, значит отсутствует нейтральный провод. Так как нагрузка несимметричная, то появляется напряжение между нейтральными точками потребителя и генератора

$$\dot{U}_{N1N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} =$$

$$= \frac{220\frac{1}{10} + (-110 - j190)\frac{1}{j10} + (-110 + j190)\frac{1}{(-j10)}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{j10} - \frac{1}{j10}} = -160 \text{ В}.$$

Напряжения на фазах потребителя

$$\dot{U}_{AN1} = \dot{U}_A - \dot{U}_{N1N} = 220 + 160 = 380 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{BN1} = \dot{U}_B - \dot{U}_{N1N} = -110 - j190 + 160 = 50 - j190 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CN1} = \dot{U}_C - \dot{U}_{N1N} = -110 + j190 + 160 = 50 + j190 \text{ В}.$$

Токи в фазах потребителя

$\dot I_A = \dfrac{\dot U_{AN1}}{\underline{Z}_A} = \dfrac{380}{10} = 38$ А, действующее значение $I_A = 38$ А;

$\dot I_B = \dfrac{\dot U_{BN1}}{\underline{Z}_B} = \dfrac{50 - j190}{j10} = -19 - j5$ А, $I_B = \sqrt{19^2 + 5^2} = 19{,}6$ А;

$\dot I_C = \dfrac{\dot U_{CN1}}{\underline{Z}_C} = \dfrac{50 + j190}{-j10} = -19 + j5$ А; $I_C = \sqrt{19^2 + 5^2} = 19{,}6$ А.

Проверка по первому закону Кирхгофа: $\dot I_A + \dot I_B + \dot I_C = 0$.

$38 - 19 - j5 - 19 + j5 = 0$.

Мощность по закону Джоуля – Ленца

$P = I_A^2 R_A + I_B^2 R_B + I_C^2 R_C = 38^2 \times 10 = 14440$ Вт, так как ($R_B = R_C = 0$).

При построении топографической диаграммы напряжений и векторной диаграммы токов (рисунок 1.4) на комплексной плоскости в масштабе откладывают векторы фазных и линейных напряжений генератора $\dot U_A$, $\dot U_B$, $\dot U_C$, $\dot U_{AB}$, $\dot U_{BC}$, $\dot U_{CA}$, затем напряжение $\dot U_{N1N}$. Соединив полученную точку N_1 с вершинами *A*, *B* и *C*, получают векторы фазных напряжений

потребителя $\dot U_{AN1}$, $\dot U_{BN1}$ и $\dot U_{CN1}$. Затем из точки N_1 строят векторы $\dot I_A$, $\dot I_B$, $\dot I_C$.

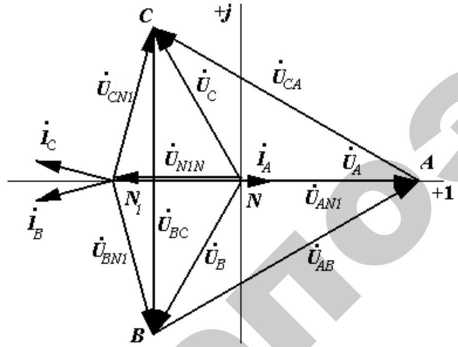


Рисунок 1.4

3. $Z_N = 10$ Ом. Так как нейтральный провод имеет сопротивление и нагрузка несимметричная, то напряжения на фазах потребителя будут различными. Напряжение между нейтральными точками потребителя и генератора

$$\dot U_{N1N} = \frac{\dot U_A Y_A + \dot U_B Y_B + \dot U_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N} =$$

$$= \frac{220\,\dfrac{1}{10} + (-110 - j190)\dfrac{1}{j10} + (-110 + j190)\dfrac{1}{(-j10)}}{\dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{j10} - \dfrac{1}{j10} + \dfrac{1}{10}} = -80 \text{ В}.$$

Фазные напряжения потребителя

$\dot U_{AN1} = \dot U_A - \dot U_{N1N} = 220 + 80 = 300$ В;

$\dot U_{BN1} = \dot U_B - \dot U_{N1N} = -110 - j190 + 80 = -30 - j190$ В;

$\dot U_{CN1} = \dot U_C - \dot U_{N1N} = -110 + j190 + 80 = -30 + j190$ В.

Действующие значения фазных напряжений

$U_{AN1} = 300$ В; $U_{BN1} = \sqrt{30^2 + 190^2} = 192{,}4$ В;

$U_{CN1} = \sqrt{30^2 + 190^2} = 192{,}4$ В.

Токи в фазах потребителя

$\dot I_A = \dfrac{\dot U_{AN1}}{\underline{Z}_A} = \dfrac{300}{10} = 30$ А, действующее значение $I_A = 30$ А;

$\dot I_B = \dfrac{\dot U_{BN1}}{\underline{Z}_B} = \dfrac{-30 - j190}{j10} = -19 + j3$ А; $I_B = \sqrt{19^2 + 3^2} = 19{,}2$ А;

$\dot I_C = \dfrac{\dot U_{CN1}}{\underline{Z}_C} = \dfrac{-30 + j190}{-j10} = -19 - j3$ А,

$I_C = \sqrt{19^2 + 3}^{\,2} = 19{,}2$ А.

Ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{U}_{N1N}}{Z_N} = -\frac{80}{10} = -8 \text{ A}, \quad I_N = 8 \text{ A}.$$

Проверка: $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$; $30 - 19 + j3 - 19 - j3 = -8$.

Мощность $P = I_A^2 R_A + I_N^2 R_N = 30^2 \times 10 + 8^2 \times 10 = 9640$ Вт.

Топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов подобны изображенным на рисунке 1.4.

1.4. Задачи для самостоятельного решения

1.4.1. Фазное напряжение $\dot{U}_A = 100$ В. Записать в комплексной форме напряжения $\dot{U}_B, \dot{U}_C, \dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$.

1.4.2. Определить действующее значение токов в фазах потребителя, соединенного звездой, если линейное напряжение $U_Л = 173{,}2$ В, сопротивления фаз $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = 10$ Ом.

1.4.3. Симметричный трехфазный потребитель соединен звездой, сопротивление фазы $Z_ф = j10$ Ом, линейный ток $I_Л = 20$ А. Определить линейное напряжение $U_Л$.

1.4.4. Несимметричный потребитель с сопротивлениями фаз $\underline{Z}_A = 20$ Ом; $\underline{Z}_B = 10$ Ом; $\underline{Z}_C = 20$ Ом соединен звездой без нейтрального провода. Линейное напряжение $U_Л = 200$ В. Определить токи в фазах потребителя, построить векторную диаграмму.

1.5. Индивидуальные задания

Определить токи трехфазного приемника, соединенного звездой, если известно значение фазного напряжения симметричного генератора и сопротивления фаз приемника (таблица 1.1). Сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_N = 0$ (или $\underline{Z}_N = \infty$, по указанию преподавателя). Построить топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов.

1.1. Варианты заданий и исходные данные

Номера вариантов	Фазное напряжение генератора, $U_ф$, В	Сопротивления фаз потребителя , Ом		
		$\underline{Z}_A$	$\underline{Z}_B$	$\underline{Z}_C$
1	50	$2+j4$	$4-j3$	$3-j1$
2	100	$2+j3$	$3-j4$	$3+j4$
3	200	$1+j1$	5	3
4	300	5	$10-j10$	10
5	300	$3+j3$	$4-j4$	$2+j4$
6	200	10	10	5
7	100	$8+j6$	$6+j8$	$6-j8$
8	200	$10-j10$	5	15
9	50	$5-j5$	$10+j10$	10
10	200	10	$j10$	10
11	300	$10+j10$	$6-j8$	$3-j4$
12	100	$8+j6$	$6+j8$	$10+j8$
13	200	3	5	$5-j6$
14	300	6	8	10
15	200	$8-j6$	$8-j6$	$3-j4$

Контрольные вопросы

1. Как получают трехфазную систему ЭДС?
2. Какую цепь называют трехфазной?
3. Что понимают под фазой в трехфазной цепи?
4. Как записать мгновенные и комплексные выражения ЭДС трехфазного генератора?
5. Графическое изображение трехфазной системы ЭДС?
6. Понятие симметричной трехфазной системы ЭДС и симметричной нагрузки?
7. Какие соотношения между линейными и фазными напряжениями и между линейными и фазными токами при соединении звездой?
8. В чем состоит назначение нейтрального провода?

9. Что значит несимметричный режим трехфазной цепи?

10. Каков порядок расчета трехфазной цепи: а) при симметричном режиме; б) при несимметричном режиме с нейтральным проводом; в) при несимметричном режиме без нейтрального провода; г) при наличии сопротивления в нейтральном проводе.

11. Как строят топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов?

Тема 2
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ТРЕУГОЛЬНИКОМ

Цель: освоить методику расчета трехфазной цепи при соединении треугольником в симметричном и несимметричном режимах.

2.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить по настоящему пособию, учебникам следующие вопросы данного раздела: соотношения между линейными и фазовыми напряжениями и токами, соединение нагрузки треугольником [1] § 6.5, 6.9; симметричный режим трехфазной цепи, некоторые свойства трехфазных цепей с различными схемами соединений, расчет симметричных и несимметричных режимов трехфазных цепей [3] § 10.3, 10.4, 10.5, 10.6; [7] § 1.5.
2. Проработать п.п. 2.2 и 2.3 указаний.
3. Ответить на контрольные вопросы п. 2.6.

2.2. Методические указания

Схема трехфазной цепи при соединении генератора и приемника треугольником приведена на рисунке 2.1.

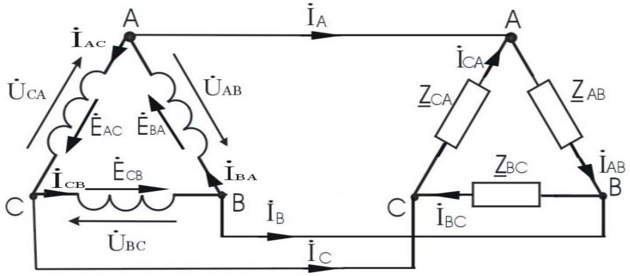


Рисунок 2.1

При соединении обмоток генератора треугольником линейное напряжение равно фазному $U_{Л} = U_{Ф}$.

Комплексные линейные токи определяют через комплексные фазные токи по первому закону Кирхгофа:

$$\dot I_A = \dot I_{AB} - \dot I_{CA};\ \dot I_B = \dot I_{BC} - \dot I_{AB};\ \dot I_C = \dot I_{CA} - \dot I_{BC}.$$

2.2.1. Симметричный режим.

Комплексные сопротивления фаз приемника одинаковые:

$$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA}.$$

Как правило, при симметричной нагрузке определяют ток в одной из фаз, например, в фазе *AB*:

$$\dot I_{AB} = \frac{\dot U_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}.$$

Тогда токи в других фазах

$$\dot I_{BC} = \dot I_{AB}\, e^{-j120^\circ};\ \dot I_{CA} = \dot I_{AB}\, e^{j120^\circ}.$$

Углы сдвига фаз

$$\varphi_{AB} = \varphi_{BC} = \varphi_{CA} = \operatorname{arctg}\frac{X_{AB}}{R_{AB}},$$

где R_{AB} и X_{AB} – активная и реактивная составляющие комплексного сопротивления фазы потребителя.

Линейный ток при симметричном режиме $I_Л = \sqrt{3}\, I_Ф$, в комплексной форме $\dot I_A = \sqrt{3}\dot I_{AB}\, e^{-j30^\circ}$.

Активную, реактивную и полную мощности симметричной трехфазной цепи определяют по формулам

$$P = 3U_Ф I_Ф \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_Л I_Л \cos\varphi;$$

$$Q = 3U_Ф I_Ф \sin\varphi = \sqrt{3}\, U_Л I_Л \sin\varphi;$$

$$S = 3U_Ф I_Ф = \sqrt{3} U_Л I_Л;\quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

2.2.2. Несимметричный режим.

Комплексные сопротивления фаз приемника различные, то есть $\underline{Z}_{AB} \ne \underline{Z}_{BC} \ne \underline{Z}_{CA}$.

Токи в фазах потребителя не равны друг другу:

$$\dot I_{AB} = \frac{\dot U_{AB}}{\underline{Z}_{AB}};\ \dot I_{BC} = \frac{\dot U_{BC}}{\underline{Z}_{BC}};\ \dot I_{CA} = \frac{\dot U_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}$$

и имеют различные углы сдвига относительно своих напряжений

$$\varphi_{AB} = \operatorname{arctg}\frac{X_{AB}}{R_{AB}};\quad \varphi_{BC} = \operatorname{arctg}\frac{X_{BC}}{R_{BC}};\quad \varphi_{CA} = \operatorname{arctg}\frac{X_{CA}}{R_{CA}}.$$

Комплексные линейные токи находят как разность соответствующих комплексных фазных токов

$$\dot I_A = \dot I_{AB} - \dot I_{CA};\quad \dot I_B = \dot I_{BC} - \dot I_{AB};\quad \dot I_C = \dot I_{CA} - \dot I_{BC}.$$

Активную, реактивную и полную мощности несимметричного трехфазного приемника определяют по формулам

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = U_{AB} I_{AB}\cos\varphi_{AB} + U_{BC} I_{BC}\cos\varphi_{BC} + U_{CA} I_{CA}\cos\varphi_{CA}.$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = U_{AB} I_{AB}\sin\varphi_{AB} + U_{BC} I_{BC}\sin\varphi_{BC} + U_{CA} I_{CA}\sin\varphi_{CA}.$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Примечание. При определении активной мощности с помощью двух ваттметров (рисунок 2.2)

$$P = P_1 + P_2 = U_{AC} I_A \cos\alpha_1 + U_{BC} I_B \cos\alpha_2,$$

где α_1 – угол сдвига фаз между комплексным напряжением $\dot U_{AC}$ и комплексным линейным током $\dot I_A$; α_2 – угол сдвига фаз между комплексным напряжением $\dot U_{BC}$ и комплексным линейным током $\dot I_B$.

В данном случае удобно воспользоваться комплексной мощностью

$$\underline{S}_1 = \dot U_{AC} \overset{*}{I}_A = P_1 + jQ_1;$$

$$\underline{S}_2 = \dot{U}_{BC} \overset{*}{I}_B = P_2 + jQ_2 .$$

Показания ваттметров равны действительной части $\underline{S}$, то есть P_1 и P_2.

2.3. Пример

Несимметричный трехфазный приемник, соединенный треугольником, имеет $\underline{Z}_{AB} = 10$ Ом; $\underline{Z}_{BC} = 6 + j8$ Ом; $\underline{Z}_{CA} = 6 - j8$ Ом. Напряжение сети $U_{Л} = 200$ В. Определить линейные токи, показания ваттметров, активную мощность, построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Решение

Составим расчетную схему (рисунок 2.2), выберем положительные направления напряжений и токов.

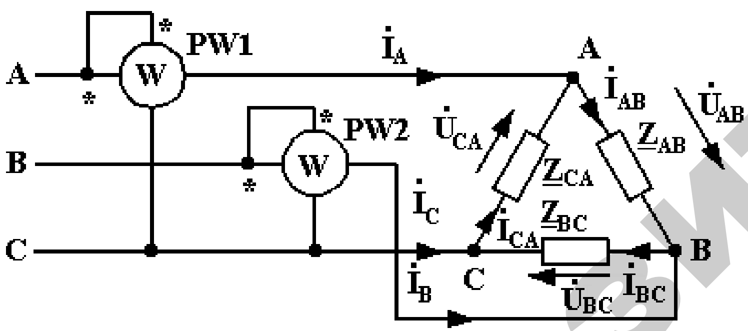


Рисунок 2.2

Фазные напряжения равны линейным, поэтому $\dot{U}_{AB} = 200$ В;

$$\dot{U}_{BC} = 200\, e^{-j120^0}; \quad \dot{U}_{CA} = 200\, e^{j120^0}.$$

Фазные токи

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{200}{10} = 20 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{200\, e^{-j120^0}}{6 + j8} = \frac{200(-0{,}5 - j0{,}866)}{6 + j8} = -19{,}8 - j2{,}4 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{200\, e^{j1200}}{6 - j8} = \frac{200(-0{,}5 + j0{,}866)}{6 - j8} = -19{,}8 + j2{,}4 \text{ А}.$$

Действующие значения фазных токов $I_{AB} = 20$ А;

$$I_{BC} = I_{CA} = \sqrt{19{,}8^2 + 2{,}4^2} = 20 \text{ А};$$

Линейные комплексные токи

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 20 + 19{,}8 - j2{,}4 = 39{,}8 - j2{,}4 \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = -19{,}8 - j2{,}4 - 20 = -39{,}8 - j2{,}4 \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = -19{,}8 + j2{,}4 + 19{,}8 + j2{,}4 = j4{,}8 \text{ А}.$$

Действующие значения линейных токов $I_A = \sqrt{39{,}8^2 + 2{,}4^2} = 39{,}87$ А;

$I_B = \sqrt{39{,}8^2 + 2{,}4^2} = 39{,}87$ А; $I_C = 4{,}8$ А.

Определяем показания ваттметров:

$$\underline{S}_1 = \dot{U}_{AC} \overset{*}{I}_A = (100 - j173)(39{,}8 + j2{,}4) = 4395{,}2 - j6645;$$

$P_1 = 4395{,}2$ Вт;

$$\underline{S}_2 = \dot{U}_{BC} \overset{*}{I}_B = (-100 - j173)(-39{,}8 + j2{,}4) = 4395{,}2 + j6645;$$

$P_2 = 4395{,}2$ Вт.

Мощность приемника

$P = P_1 + P_2 = 4395{,}2 + 4395{,}2 = 8790{,}4$ Вт.

По закону Джоуля-Ленца

$P = I_{AB}^2 R_{AB} + I_{BC}^2 R_{BC} + I_{CA}^2 R_{CA} = 20^2 \times 10 + 20^2 \times 6 + 20^2 \times 6 = 8800$ Вт.

Мощности по показаниям ваттметров и по закону Джоуля-Ленца совпадают.

При построении векторной диаграммы напряжений и токов (рисунок 2.3) на комплексной плоскости откладывают векторы напряжений $\dot{U}_{AB}$, $\dot{U}_{BC}$ и $\dot{U}_{CA}$, затем векторы фазных токов $\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$. Линейный ток $\dot{I}_A$ получают суммированием векторов $\dot{I}_{AB}$ и $-\dot{I}_{CA}$, ток $\dot{I}_B$ – суммированием векторов $\dot{I}_{BC}$ и $-\dot{I}_{AB}$, ток $\dot{I}_C$ – суммированием векторов $\dot{I}_{CA}$ и $-\dot{I}_{BC}$.

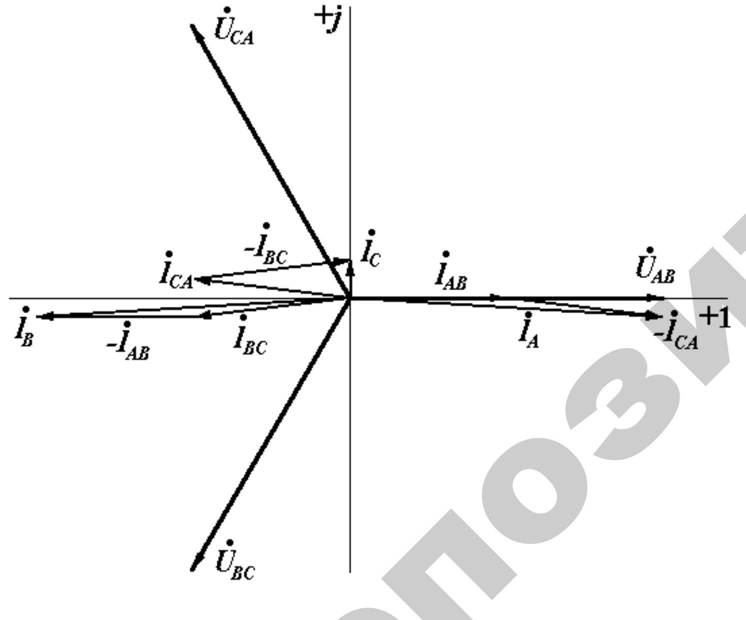


Рисунок 2.3

2.4. Задачи для самостоятельного решения

2.4.1. Симметричный потребитель, соединенный треугольником, имеет $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = 10$ Ом. Фазный ток по показанию амперметра равен 10 А. Определить комплексные значения линейных токов.

2.4.2. Несимметричный трехфазный приемник, соединенный треугольником, имеет $R = \dfrac{1}{\omega C} = \omega L$ (рисунок 2.4). Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

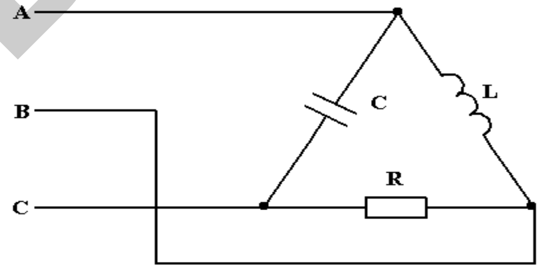


Рисунок 2.4

2.4.3. Определить показания амперметров в цепи (рисунок 2.5), если $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{CA} = \underline{Z}_{BC} = 10$ Ом, $U_{\text{Л}} = 220$ В.

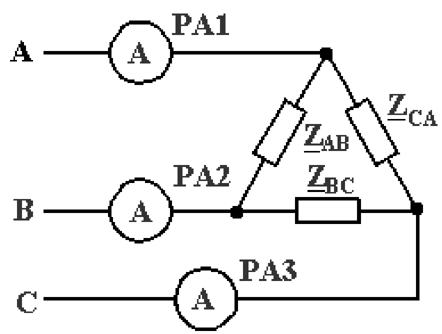


Рисунок 2.5

2.4.4. Напряжение фазы A симметричного трехфазного генератора $u_A = 100\sin(\omega t - 30^0)$. Записать комплексы напряжений $\dot{U}_C$ и $\dot{U}_{CA}$.

2.5. Индивидуальные задания

Для трехфазной цепи при соединении приемника треугольником в соответствии с заданным вариантом таблицы 2.1 определить фазные и линейные токи, построить векторную диаграмму напряжений и токов.

2.1. Варианты заданий и исходные данные

Номера вариантов	Напряжение сети, В	Сопротивление фаз, Ом		
		$\underline{Z}_{AB}$	$\underline{Z}_{BC}$	$\underline{Z}_{CA}$
1	2	3	4	5
1	100	10	20	10
2	100	$10j$	$20j$	$10j$
3	200	20	10	10
4	200	$-10j$	$-10j$	$-20j$
5	300	10	10	20
6	300	$6 + j8$	$3 + j4$	$6 + j4$
7	100	$3 - j4$	$6 - j8$	$3 - j4$
8	100	$-10j$	$-20j$	$-25j$
9	200	$20j$	$10j$	$25j$
10	200	10	25	20
1	2	3	4	5
11	300	$3 - j4$	$6 - j8$	$8 - j6$
12	300	$3 + j4$	$6 + j8$	$8 + j6$
13	100	$10j$	$6 + j8$	$5j$
14	200	$5j$	$10j$	$6 + j8$
15	300	$20j$	$15j$	$8 + j6$

Контрольные вопросы

1. Как соединяют приемники треугольником?
2. Каково понятие фазы при соединении треугольником?
3. Каково понятие симметричной и несимметричной нагрузок?
4. Каковы соотношения между фазными и линейными напряжениями и между фазными и линейными токами при симметричной нагрузке.
5. Каков порядок расчета трехфазной цепи:

а) при симметричной нагрузке;

б) при несимметричной нагрузке?

6. Каким образом строятся векторные диаграммы напряжений и токов?

Тема 3
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ С НЕСКОЛЬКИМИ ПРИЕМНИКАМИ

Цель:
1) освоить методику расчета трехфазных цепей с несколькими приемниками;
2) освоить метод симметричных составляющих для расчета трехфазных цепей.

3.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить по настоящему пособию, учебникам следующие вопросы данного раздела: «Расчет сложных трехфазных цепей», «Метод симметричных составляющих» [1] § 6.20, 6.21; [2] § 10.5, 10.6, 11.1 … 11.7.
2. Разобрать примеры 11.1; 11.2 по литературе [3] и примеры 3.3.1; 3.3.2 данных методических указаний.
3. Ответить на контрольные вопросы п. 3.6.

3.2. Методические указания

3.2.1. Порядок расчета трехфазной цепи с несколькими приемниками при симметричном режиме

При симметричном режиме достаточно рассчитать токи в одной фазе.

1. Генератор и приемник, соединенные треугольником, заменяют эквивалентным генератором и эквивалентным приемником, соединенными звездой.

Сопротивление фазы эквивалентного приемника, соединенного звездой, в 3 раза меньше сопротивления фазы приемника, соединенного треугольником.

Фазные напряжения эквивалентного генератора, соединенного звездой, в $\sqrt{3}$ раз меньше заданных линейных.

2. Поскольку все нейтральные точки генератора и приемников имеют один и тот же потенциал, их можно соединить нейтральным проводом, имеющим сопротивление, равное нулю. Это не нарушит режим цепи.

Рисуют полученную схему.

3. Выделяют в цепи фазу A с нейтральным проводом, фазы B и C удаляют.

Рисуют полученную схему.

4. Рассчитывают полученную однофазную цепь. Токи в фазе B и фазе C будут такие же по величине, но сдвинутые по фазе соответственно на угол -120° и на угол $+120^{\circ}$.

3.2.2. Порядок расчета трехфазной цепи с несколькими приемниками при несимметричном режиме

1. Необходимо все приемники, линии электропередачи заменить одним эквивалентным приемником, соединенным звездой или треугольником. Для этого необходимо использовать эквивалентные преобразования приемников, соединенных звездой, в приемники, соединенные треугольником, и наоборот, с той целью, чтобы иметь последовательное или параллельное соединение ветвей отдельных приемников. При выполнении эквивалентных преобразований рекомендуется рисовать промежуточные эквивалентные схемы.
2. Рассчитать токи на входе эквивалентной цепи по правилам расчета несимметричной звезды или несимметричного треугольника.
3. На основании второго закона Кирхгофа определить линейные напряжения на отдельных приемниках исходной цепи, после чего находят токи этих приемников (см. пример 3.3.1).

3.2.3. Метод симметричных составляющих для расчета трехфазных цепей при несимметричном режиме

Метод симметричных составляющих основан на том, что любую несимметричную систему токов, напряжений, ЭДС можно представить в виде трех симметричных систем прямой, обратной и нулевой последовательностей.

Так, если симметричный потребитель подключается к источнику с несимметричной системой фазовых напряжений, то эту систему несимметричных напряжений представляют в виде трех систем по формулам:

$$\dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C),$$

$$\dot{U}_{A2} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C), \qquad (3.1)$$

$$\dot{U}_{AO} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C),$$

где $a = e^{j120^0}$ – оператор трехфазной системы. Умножение вектора на a поворачивает вектор на 120° против часовой стрелки.

Это позволит перейти от несимметричной трехфазной цепи к трем симметричным трехфазным цепям. Ведут расчет симметричных цепей и определяют токи $\dot{I}_{A1}$, $\dot{I}_{A2}$, $\dot{I}_{AO}$. После чего находят истинные токи по формулам:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{AO}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2} + \dot{I}_{BO} = a^2\dot{I}_{A1} + a\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{AO}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} + \dot{I}_{CO} = a\dot{I}_{A1} + a^2\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{AO}. \end{aligned} \qquad (3.2)$$

Если несимметрия трехфазной цепи обусловлена несимметричным потребителем, то три неодинаковых сопротивления заменяют на основании теоремы компенсации тремя напряжениями. Систему этих напряжений по формулам (3.2) раскладывают на три симметричные системы.

3.3. Примеры

3.3.1. Определить токи на всех участках и мощность P трехфазной цепи (рисунок 3.1) при несимметричном режиме, если линейное напряжение генератора $U_Л$ = 380 В; комплексы сопротивлений линии и комплексные сопротивления фаз двух потребителей, соединенных звездой:

$\underline{Z}_{ЛA}$ = 3,02 + j 5,855 Ом,

$\underline{Z}_{ЛB}$ = 1,11 + j 2,36 Ом,

$\underline{Z}_{ЛC}$ = 2,65 + j 7,32 Ом.

$\underline{Z}_{a1}$ = 3+ j Ом, $\underline{Z}_{a2}$ = 1 – 3 j Ом,

$\underline{Z}_{b1}$ = 4+ 6 j Ом, $\underline{Z}_{b2}$ = 10 Ом,

$\underline{Z}_{c1}$ = 3+ 4 j Ом. $\underline{Z}_{c2}$ = 4 – 3 j Ом.

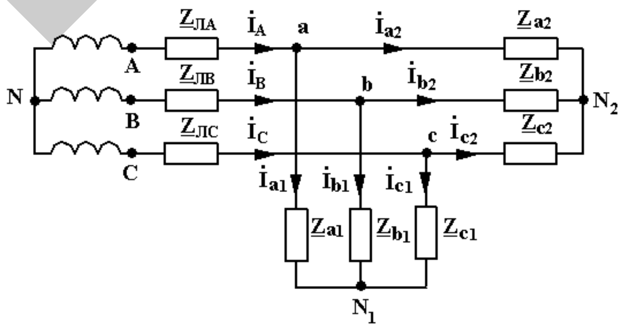


Рисунок 3.1

Решение

1. Заменим приемники, соединенные звездой эквивалентными приемниками, соединенными треугольником (рисунок 3.2).

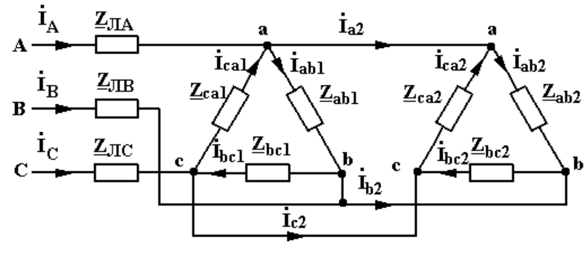


Рисунок 3.2

$$\underline{Z}_{ab1} = \underline{Z}_{a1} + \underline{Z}_{b1} + \frac{\underline{Z}_{a1} \cdot \underline{Z}_{b1}}{\underline{Z}_{c1}} = 3 + j + 4 + 6j + \frac{(3+j)(4+6j)}{3+4j} =$$

$$= 11{,}24 + 8{,}68\,j \text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_{bc1} = \underline{Z}_{b1} + \underline{Z}_{c1} + \frac{\underline{Z}_{b1} \cdot \underline{Z}_{c1}}{\underline{Z}_{a1}} = 4 + 6j + 3 + 4j + \frac{(4+6j)(3+4j)}{3+j} =$$

$$= 6{,}8 + 21{,}4\,j \text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_{ca1} = \underline{Z}_{c1} + \underline{Z}_{a1} + \frac{\underline{Z}_{c1}\,\underline{Z}_{a1}}{\underline{Z}_{b1}} = 3 + 4j + 3 + j + \frac{(3+4j)(3+j)}{4+6j} = 7{,}1 + 5{,}3\,j \text{ Ом.}$$

$$Z_{ab2} = \underline{Z}_{a2} + \underline{Z}_{b2} + \frac{\underline{Z}_{a2}\,\underline{Z}_{b2}}{\underline{Z}_{c2}} = 1 - 3j + 10 + \frac{(1-3j)\cdot 10}{4-3j} = 16{,}2 - 6{,}6\,j \text{ Ом;}$$

$$Z_{bc2} = \underline{Z}_{b2} + \underline{Z}_{c2} + \frac{\underline{Z}_{b2}\,\underline{Z}_{c2}}{\underline{Z}_{a2}} = 10 + 4 - 3j + \frac{10\,(4-3j)}{1-3j} = 27 + 6\,j \text{ Ом;}$$

$$Z_{ca2} = \underline{Z}_{c2} + \underline{Z}_{a2} + \frac{\underline{Z}_{c2}\,\underline{Z}_{a2}}{\underline{Z}_{b2}} = 4 - 3j + 1 - 3j + \frac{(4-3j)(1-3j)}{10} =$$

$$= 4{,}5 - 7{,}5\,j \text{ Ом.}$$

2. Так как сопротивления $\underline{Z}_{ab1}$ и $\underline{Z}_{ab2}$, $\underline{Z}_{bc1}$ и $\underline{Z}_{bc2}$, $\underline{Z}_{ca1}$ и $\underline{Z}_{ca2}$ соединены параллельно, то их можно заменить одним эквивалентным (рисунок 3.3).

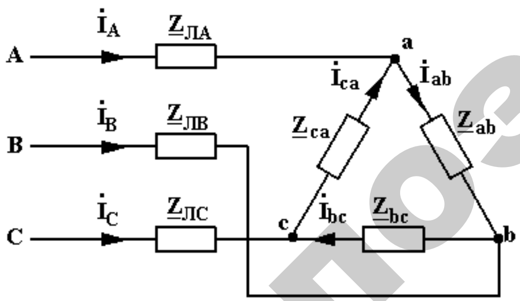


Рисунок 3.3

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{\underline{Z}_{ab1}\,\underline{Z}_{ab2}}{\underline{Z}_{ab1} + \underline{Z}_{ab2}} = \frac{(11{,}24 + 8{,}68\,j)(16{,}2 - 6{,}6\,j)}{11{,}24 + 8{,}68\,j + 16{,}2 - 6{,}6\,j} = 8{,}85 + 1{,}75j \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{bc} = \frac{\underline{Z}_{bc1}\,\underline{Z}_{bc2}}{\underline{Z}_{bc1} + \underline{Z}_{bc2}} = \frac{(6{,}8 + 21{,}4\,j)(27 + 6\,j)}{6{,}8 + 21{,}4\,j + 27 + 6\,j} = 9{,}94 + 10{,}25j \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{ca} = \frac{\underline{Z}_{ca1}\,\underline{Z}_{ca2}}{\underline{Z}_{ca1} + \underline{Z}_{ca2}} = \frac{(7{,}1 + j5{,}3)(4{,}5 - j7{,}5)}{7{,}1 + j5{,}3 + 4{,}5 - j7{,}5} = 6{,}43 - 1{,}31j \text{ Ом.}$$

3. Заменим приемник, соединенный треугольником, эквивалентным приемником, соединенным звездой (рисунок 3.4)

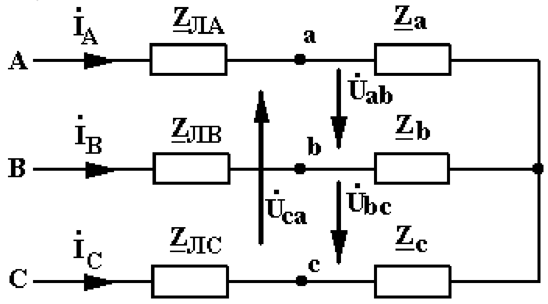


Рисунок 3.4

$$\underline{Z}_{a} = \frac{\underline{Z}_{ab}\,\underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{(8{,}85 + 1{,}75\,j)(6{,}43 - 1{,}31\,j)}{8{,}85 + 1{,}75\,j + 9{,}94 + 10{,}25\,j + 6{,}43 - 1{,}31\,j} =$$

$$= 1{,}98 - j\,0{,}855 \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{b} = \frac{\underline{Z}_{ab}\,\underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{(8{,}85 + 1{,}75\,j)(9{,}94 + 10{,}25\,j)}{8{,}85 + 1{,}75\,j + 9{,}94 + 10{,}25\,j + 6{,}43 - 1{,}31\,j} =$$

$$= 3{,}89 + 2{,}646j \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{c} = \frac{\underline{Z}_{bc}\,\underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}} = \frac{(9{,}94 + 10{,}25\,j)(6{,}43 - 1{,}31\,j)}{8{,}85 + 1{,}75\,j + 9{,}94 + 10{,}25\,j + 6{,}43 - 1{,}31\,j} =$$

$$= 3{,}35 + 0{,}68j \text{ Ом.}$$

4. Заменим линию и приемник одним эквивалентным приемником, соединенным звездой (рисунок 3.5).

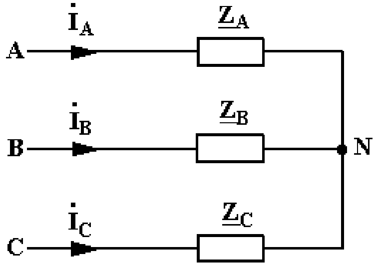


Рисунок 3.5

$\underline{Z}_A = \underline{Z}_{ЛA} + \underline{Z}_a = 3{,}02 + 5{,}855j + 1{,}98 - 0{,}855j = 5 + 5j$ Ом;

$\underline{Z}_B = \underline{Z}_{ЛB} + \underline{Z}_b = 1{,}11 + 2{,}36j + 3{,}89 + 2{,}646j = 5 + 5j$ Ом;

$\underline{Z}_C = \underline{Z}_{ЛC} + \underline{Z}_c = 2{,}65 + 7{,}32j + 3{,}35 + 0{,}68j = 6 + 8j$ Ом.

5. Рассчитываем полученную цепь (рисунок 3.5), для чего определяем напряжение $\dot{U}_{N1N}$:

$$\dot{U}_{N1N} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

где $\dot{U}_A = \dfrac{U_Л}{\sqrt{3}} = \dfrac{380}{\sqrt{3}} = 220$ В,

$\dot{U}_B = \dot{U}_A\, e^{-j120^0} = 220e^{-j120^0} = -110 - j190$ В,

$\dot{U}_C = \dot{U}_A\, e^{j120^0} = 220e^{j120^0} = -110 + j190$ В,

$\underline{Y}_A = \dfrac{1}{\underline{Z}_A} = \dfrac{1}{5 + j5} = 0{,}1 - j\,0{,}1$ См, $\underline{Y}_C = \dfrac{1}{\underline{Z}_C} = \dfrac{1}{6+8j} = 0{,}06 - j\,0{,}08$ См,

$\underline{Y}_B = \underline{Y}_A = 0{,}1 - j\,0{,}1$ См.

$$\dot{U}_{N1N} = \frac{220(0{,}1 - 0{,}1j) + 220e^{-j120°}(0{,}1 - 0{,}1j) + 220e^{j120°}(0{,}06 - j0{,}08)}{0{,}1 - 0{,}1j + 0{,}1 - 0{,}1j + 0{,}06 - j0{,}08} =$$

$= 19{,}86 - j\,16{,}3$ В.

Определяем фазные напряжения эквивалентного приемника:

$\dot{U}_{AN1} = \dot{U}_A - \dot{U}_{N1N} = 220 - 19{,}86 + j16{,}3 = 200{,}14 + 16{,}3j$ В;

$\dot{U}_{BN1} = \dot{U}_B - \dot{U}_{N1N} = -110 - j190 - 19{,}86 + j16{,}3 = -129{,}86 - j173{,}7$ В;

$\dot{U}_{CN1} = \dot{U}_C - \dot{U}_{N1N} = -110 + 190j - 19{,}86 + 16{,}3j = -129{,}86 + 206{,}3j$ В.

Определяем токи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$:

$\dot{I}_A = \dot{U}_{AN1}\, \underline{Y}_A = (200{,}14 + 16{,}3j)\,(0{,}1 - j0{,}1) = 21{,}644 - j18{,}384$ А;

$\dot{I}_B = \dot{U}_{BN1}\, \underline{Y}_B = (-129{,}86 - j173{,}7)(0{,}1 - j0{,}1) = -30{,}356 - j4{,}384$ А;

$\dot{I}_C = \dot{U}_{CN1}\, \underline{Y}_C = (-129{,}86 + j206{,}3)(0{,}06 - j0{,}08) = 8{,}7124 + j22{,}7668$ А.

Проверка:

$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 21{,}644 - 18{,}384j - 30{,}356 - j4{,}384 + 8{,}7124 + j22{,}7668$ $= 0{,}0004 - 0{,}0012j \approx 0$

6. Определяем линейные напряжения $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ на потребителях, соединенных звездой, по второму закону Кирхгофа, используя схему рисунка 3.4.

$\dot{U}_{ab} = \dot{I}_A \underline{Z}_a - \dot{I}_B \underline{Z}_b = (21{,}644 - 18{,}384j)(1{,}98 - j0{,}855) -$

$(-30{,}356 - j4{,}384)\,(3{,}89 + j2{,}64) = 133{,}4 + j\,42{,}65$ В;

$\dot{U}_{bc} = \dot{I}_B \underline{Z}_b - \dot{I}_C \underline{Z}_c$

$= (-30{,}356 - j4{,}384)(3{,}89 + 2{,}64j) - (8{,}7124 + 22{,}7668j)$

$(3{,}35+0{,}68j)=-120{,}185-j179{,}57$ В;

$$\dot{U}_{ca}=-(\dot{U}_{ab}+\dot{U}_{bc})=-(133{,}4+j\,42{,}65-120{,}185-j179{,}57)=$$

$$=-13{,}22+j136{,}92 \text{ В}.$$

7. Определяем токи $\dot{I}_{ab2}$, $\dot{I}_{bc2}$, $\dot{I}_{ca2}$ по закону Ома

$$\dot{I}_{ab2}=\frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab2}}=\frac{133{,}4+j42{,}65}{16{,}2-6{,}6j}=6{,}273+j5{,}135 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{bc2}=\frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc2}}=\frac{-120{,}185-j179{,}57}{27+6j}=-5{,}65-j5{,}395 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{ca2}=\frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca2}}=\frac{-13{,}22+j136{,}92}{4{,}5-7{,}5j}=-14{,}2+6{,}76j \text{ А}.$$

8. Определяем токи $\dot{I}_{a2}$, $\dot{I}_{b2}$, $\dot{I}_{c2}$ по первому закону Кирхгофа, используя схему рисунка 3.2.

$$\dot{I}_{a2}=\dot{I}_{ab2}-\dot{I}_{ca2}=6{,}273+j5{,}135+14{,}2-6{,}76j=20{,}473-1{,}625j \text{ А};$$

$$\dot{I}_{b2}=\dot{I}_{bc2}-\dot{I}_{ab2}=-5{,}65-j5{,}395-6{,}273-j5{,}135=-11{,}92-j10{,}53 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{c2}=\dot{I}_{ca2}-\dot{I}_{bc2}=-14{,}2+6{,}76j+5{,}65+j5{,}395=-8{,}55+12{,}155j \text{ А}.$$

Проверка:

$$\dot{I}_{a2}+\dot{I}_{b2}+\dot{I}_{c2}=20{,}473-j1{,}625-11{,}92-j10{,}53-8{,}55+12{,}155j\approx 0.$$

9. Определяем токи $\dot{I}_{a1}$, $\dot{I}_{b1}$, $\dot{I}_{c1}$ по первому закону Кирхгофа, используя исходную схему цепи (рисунок 3.1).

$\dot{I}_{a1}=\dot{I}_{A}-\dot{I}_{a2}=21{,}644-18{,}384j-20{,}473+1{,}625j=1{,}171-16{,}759j$ А;

$\dot{I}_{b1}=\dot{I}_{B}-\dot{I}_{b2}=$
$-30{,}356-j4{,}384+11{,}92+j10{,}53=-18{,}436+6{,}146j$ А;

$\dot{I}_{c1}=\dot{I}_{C}-\dot{I}_{c2}=8{,}7124+22{,}7668j+8{,}55-12{,}155j=17{,}2624+10{,}61j$ А.

10. Действующие значения токов:

$$I_A==\sqrt{21{,}644^2+18{,}384^2}=28{,}4 \text{ А};$$

$$I_B==\sqrt{30{,}356^2+4{,}384^2}=30{,}67 \text{ А};$$

$$I_C==\sqrt{8{,}7124^2+22{,}7668^2}=24{,}38 \text{ А};$$

$$I_{a1}==\sqrt{1{,}171^2+16{,}759^2}=16{,}8 \text{ А};$$

$$I_{b1}==\sqrt{18{,}436^2+6{,}146^2}=19{,}43 \text{ А};$$

$$I_{c1}==\sqrt{17{,}2624^2+10{,}61^2}=20{,}26 \text{ А};$$

$$I_{a2}==\sqrt{20{,}473^2+1{,}625^2}=20{,}54 \text{ А};$$

$$I_{b2}==\sqrt{11{,}92^2+10{,}53^2}=15{,}9 \text{ А};$$

$$I_{c2}==\sqrt{8{,}55^2+12{,}155^2}=14{,}86 \text{ А}.$$

11. Комплексная мощность трехфазной цепи

$$\underline{S}=\underline{S}_A+\underline{S}_B+\underline{S}_C=\dot{U}_A\overset{*}{I}_A+\dot{U}_B\overset{*}{I}_B+\dot{U}_C\overset{*}{I}_C=220(21{,}64+18{,}38j)+$$
$$+(-110-j190)(-30{,}35+j4{,}38)+(-110+j190)(8{,}71-j22{,}76)=$$
$$=12297+j13486.$$

Активная мощность трехфазной цепи

$P = 12297$ Вт.

Проверка по закону Джоуля-Ленца

$$P = I_A^2 R_{ЛС} + I_B^2 R_{ЛВ} + I_C^2 R_{ЛС} + I_{a_1}^2 R_{a_1} + I_{b_1}^2 R_{b_1} + I_{c_1}^2 R_{c_1} + I_{a_2}^2 R_{a_2} +$$

$$I_{b_2}^2 R_{b_2} + I_{c_2}^2 R_{c_2} = 28{,}4^2 \times 3{,}02 + 30{,}67^2 \times 1{,}11 + 24{,}38^2 \times 2{,}65 + 16{,}8^2 \times 3 +$$

$$+19{,}43^2 \times 4 + 20{,}26^2 \times 3 + 20{,}54^2 \times 2 + 15{,}9^2 \times 10 + 14{,}86^2 \times 4 = 12476 \text{ Вт.}$$

Погрешность в расчете не превышает 3 %. Баланс мощностей источника и потребителей соблюдается, токи рассчитаны правильно.

3.3.2. К потребителю, соединенному звездой с нейтральным проводом (рисунок 3.6), сопротивления фаз которого равны $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = 10$ Ом и сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_N = 5$ Ом, приложена несимметричная система напряжений $\dot{U}_A = 100$ В, $\dot{U}_B = -j100$ В, $\dot{U}_C = j100$ В. Определить токи I_A, I_B, I_C, I_N, используя метод симметричных составляющих.

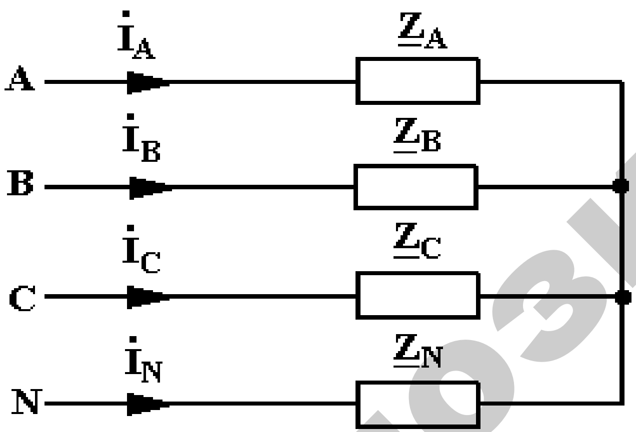


Рисунок 3.6

Решение

1. Разложим несимметричную систему фазных напряжений генератора на симметричные составляющие по формулам (3.1)

$$\dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}(100 - j100e^{j120^0} + j100e^{-j120^0}) = \frac{100}{3}(1 + e^{j120^0} \cdot e^{-j90^0} + e^{-j120^0} \cdot e^{j90^0}) =$$

$$= \frac{100}{3}(1 + \cos 30^0 + j\sin 30^0 + \cos 30^0 - j\sin 30^0) = \frac{100}{3}(1 + \sqrt{3}) = \frac{273}{3} = 91 \text{ В.}$$

$$\dot{U}_{A2} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C) = \frac{1}{3}(100 - j100e^{-j120^0} + j100e^{j120^0}) =$$

$$= \frac{100}{3}(1 + e^{-j120^0}\ e^{-j90^0} + e^{j120^0}\ e^{j90^0}) = \frac{100}{3}(1 + \cos 210^0 - j\sin 210^0 +$$

$$+\cos 210^0 + j\sin 210^0) = \frac{100}{3}(1 + 2\cos 210^0) = -24{,}4 \text{ В.}$$

$$\dot{U}_{AO} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = \frac{1}{3}(100 - j100 + j100) = 33{,}3 \text{ В.}$$

2. Рассчитываем симметричные составляющие токов по закону Ома.

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{A1}}{\underline{Z}_A} = \frac{91}{10} = 9{,}1 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_{A2}}{\underline{Z}_A} = \frac{-24{,}4}{10} = -2{,}44 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{AO} = \frac{\dot{U}_{A0}}{\underline{Z}_A + 3\underline{Z}_N} = \frac{33{,}3}{10 + 15} = \frac{33}{25} = 1{,}33 \text{ А.}$$

3. Определяем истинные токи фаз по формулам (3.2)

$$\dot{I}_A = (\dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{AO}) = 9{,}1 - 2{,}44 + 1{,}33 = 7{,}99 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{A1}\ a^2 + \dot{I}_{A2}\ a + \dot{I}_{AO} = 9{,}1e^{-j120^0} - 2{,}44e^{j120^0} + 1{,}33 = -2 - j9{,}924 \text{ А;}$$

$\dot I_C = \dot I_{A1}\, a + \dot I_{A2}\, a^2 + \dot I_{AO} = 9{,}1e^{j120^0} - 2{,}44e^{-j120^0} + 1{,}33 = -2 + j9{,}924$ A
;

$\dot I_N = \dot I_A + \dot I_B + \dot I_C = 3{,}99$ А.

3.4. Задачи для самостоятельного решения

3.4.1. В трехфазной цепи (рисунок 3.7) определить токи в проводах линии, фазах генератора и нагрузки, напряжения на фазах нагрузки, если на входе цепи $U_л = 220$ В, $\underline{Z} = 2 + j4$ Ом, $\underline{Z}_1 = 30 + j60$ Ом.

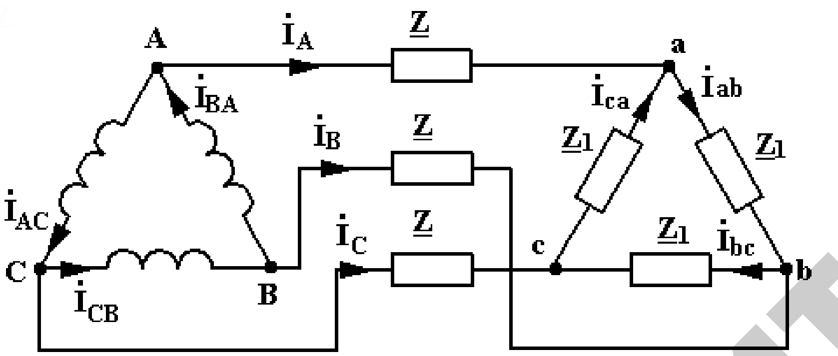


Рисунок 3.7

Ответ: $I_A = 4{,}73$ А, $I_{ab} = 2{,}73$ А, $I_{BA} = 2{,}73$ А, $U_{ab} = 173$ В.

3.4.2. Система фазных напряжений источника, соединенного треугольником, симметрична $\dot U_{AB} = 220e^{j30^0}$ В.

Симметричная нагрузка соединена звездой: $\underline{Z} = 3 + j\,4$ Ом (рисунок 3.8). Несимметричная нагрузка соединена треугольником:

$R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 50$ Ом. Сопротивление проводов линии $\underline{Z}_л = 3 + j3$ Ом. Определить токи в проводах линии.

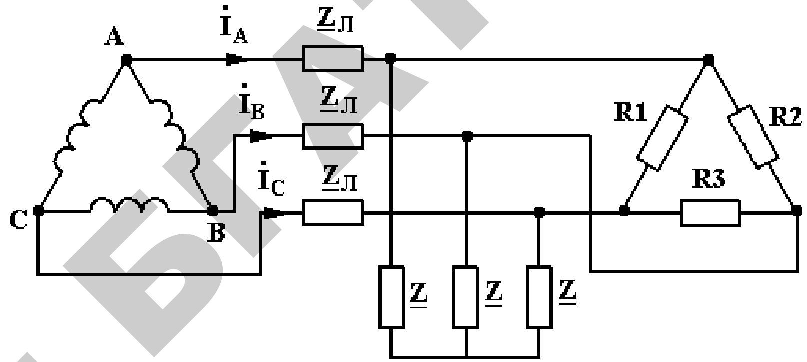


Рисунок 3.8

Ответ: $\dot I_A = 15{,}4e^{-j38^0}$ А; $\dot I_B = 16{,}5e^{-j163^0}$ А; $\dot I_C = 15e^{j74^0}$ А.

3.4.3. Разложить несимметричную систему фазных напряжений $\dot U_A$, $\dot U_B$, $\dot U_C$ на симметричные составляющие аналитическим и графическим методами (рисунок 3.9). Модули фазных напряжений $U_A = 100$ В, $U_B = 150$ В, $U_C = 75$ В.

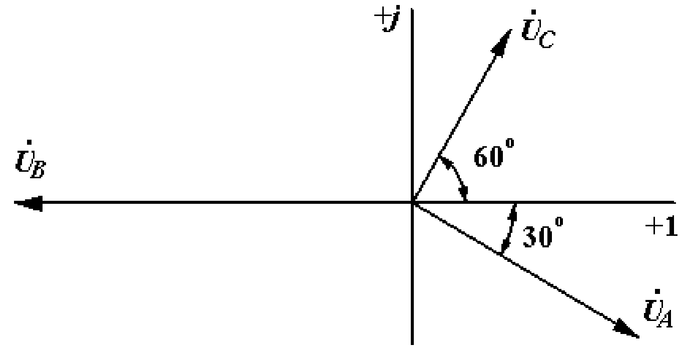


Рисунок 3.9

3.5. Индивидуальные задания

Для трехфазной цепи (рисунок 3.10) при симметричном режиме, согласно заданному варианту (таблица 3.1), определить токи $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$.

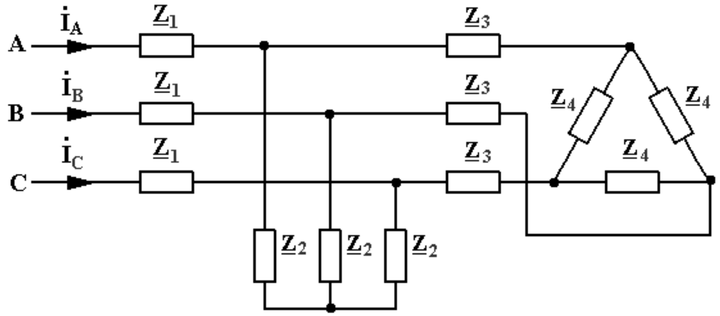


Рисунок 3.10

3.1. Варианты заданий и исходные данные

Вариант	Напряжение генератора	$\underline{Z}_1$, Ом	$\underline{Z}_2$, Ом	$\underline{Z}_3$, Ом	$\underline{Z}_4$, Ом
1	$U_Ф = 220$ В	$1 + j3$	$2 + j4$	$3\ j$	$9 + j12$
2	$U_Л = 380$ В	2	$2 – j$	$3 + 4j$	$15 – j15$
3	$U_Ф = 127$ В	5	2	$5 – j$	$6 + 3j$
4	$U_Л = 380$ В	$2j$	$3 – j$	$4 – 3j$	$3 – j6$
5	$U_Ф = 220$ В	0	$2 + 4j$	$3\ j$	$3 – j9$
6	$U_Л = 220$ В	$2 + j$	$3 - 4j$	0	$12 + j3$
7	$U_Л = 380$ В	$6 – j$	∞	$2 – 2j$	$18 – j12$
8	$U_Ф = 220$ В	j	$2 – 2j$	$4 + j$	18
9	$U_Л = 380$ В	0	$5 + j5$	$3 – j$	$3 + j15$
10	$U_Л = 220$ В	$1 + j$	$4 + 10j$	0	$6 – 9j$
11	$U_Ф = 127$ В	$5 – j$	∞	$3 + 7j$	$18 – j15$
12	$U_Ф = 220$ В	2	10	$– 4j$	$12 – 3j$
13	$U_Л = 380$ В	0	$5 + 5j$	$8 - 6j$	$3 + 15j$
14	$U_Л = 220$ В	10	$10 + 10j$	0	$3 – 18j$
15	$U_Ф = 127$ В	$2j$	∞	$3 – j$	$12 –15j$

Контрольные вопросы

1. Какой порядок расчета трехфазных цепей с несколькими приемниками при симметричном режиме?
2. Какой порядок расчета трехфазных цепей с несколькими приемниками при несимметричном режиме?
3. Что собой представляют симметричные системы прямой, обратной и нулевой последовательностей фаз?
4. Как графически и аналитически определить составляющие прямой, обратной и нулевой последовательностей фаз?
5. Каков порядок расчета трехфазных цепей методом симметричных составляющих?

Тема 4.
РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ПЕРИОДИЧЕСИХ ЭДС, НАПРЯЖЕНИЯХ, ТОКАХ

Цель: освоить методику расчета трехфазных цепей при несинусоидальных периодических ЭДС.

4.1. Задание по самоподготовке

1. Проработать тему «Высшие гармоники в трехфазных цепях», изучить этот же материал по литературе [1] § 7.13; [2] § 12.10; [7] § 1.18…1.20.
2. Повторить методику расчета однофазных электрических цепей при несинусоидальных периодических ЭДС и напряжениях [6] § 6.1…6.9; [8] § 15.
3. Рассмотреть примеры из раздела 4.3.
4. Ответить на контрольные вопросы.

4.2. Методические указания

Методика расчета трехфазных цепей при несинусоидальных периодических ЭДС сочетает в себе методику расчета трехфазных цепей при синусоидальных ЭДС (см. п.п. 1, 2 настоящих методических указаний) и методику расчета однофазных электрических цепей при несинусоидальных периодических ЭДС и напряжениях [8] § 15.

После разложения несинусоидальных периодических ЭДС в ряд Фурье следует учитывать, что в трехфазной цепи гармоники порядка 1, 4, 7, 10, 13 образуют симметричные системы напряжений прямой последовательности, гармоники 2, 5, 8, 11, 14 образуют симметричные системы напряжений обратной последовательности, гармоники, кратные трем, т. е. 3, 6, 9, 12 образуют системы напряжений нулевой последовательности. В большинстве практически важных случаев в напряжениях отсутствуют постоянная составляющая и все четные гармоники, поэтому при расчетах обычно фигурируют только нечетные гармоники.

Например, несинусоидальное напряжение фазы A трехфазного симметричного генератора после разложения в ряд Фурье имеет вид:

$$u_A = U_{1m}\sin\omega t + U_{3m}\sin 3\omega t + U_{5m}\sin 5\omega t\,.$$

Тогда симметричная система действующих значений фазных и линейных напряжений 1-й гармоники (рисунок 4.1) в комплексной форме запишется следующим образом:

$$\dot{U}_{A1} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}; \qquad \dot{U}_{AB1} = \sqrt{3}\dot{U}_{A1}e^{j30^0};$$

$$\dot{U}_{B1} = \dot{U}_{A1}\,e^{-j120^0}; \qquad \dot{U}_{BC1} = \dot{U}_{AB1}e^{-j120^0};$$

$$\dot{U}_{C1} = \dot{U}_{A1}\,e^{j120^0}; \qquad \dot{U}_{CA1} = \dot{U}_{AB1}e^{j120^0}.$$

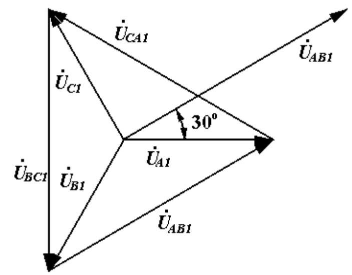


Рисунок 4.1

Для 3-й гармоники:

$$\dot{U}_{A3} = \dot{U}_{B3} = \dot{U}_{C3} = \frac{U_{3m}}{\sqrt{2}}.$$

В линейных напряжениях 3-я гармоника отсутствует.

Для 5-й гармоники (рисунок 4.2):

$$\dot{U}_{A5} = \frac{U_{5m}}{\sqrt{2}}; \qquad \dot{U}_{AB5} = \sqrt{3}\dot{U}_{A5}\,e^{-j30^0};$$

$$\dot{U}_{B5} = \dot{U}_{A5}\,e^{j120^0}; \qquad \dot{U}_{BC5} = \dot{U}_{AB5}\,e^{j120^0};$$

$$\dot{U}_{C5} = \dot{U}_{A5}\,e^{-j120^0}; \qquad \dot{U}_{CA5} = \dot{U}_{AB5}\,e^{-j120^0}.$$

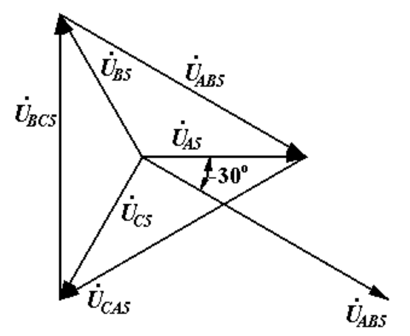


Рисунок 4.2

В случае, если цепь симметричная, расчет проводится для одной фазы; если несимметричная – для каждой фазы в отдельности.

4.3. Примеры

4.3.1. Определить токи, мгновенное и действующее значения напряжения u_{af}, активную и полную мощности трехфазной цепи (рисунок 4.3), если $u_{AB} = 100\sin\omega t + 20\sin 5\omega t$ В, сопротивления для первой гармоники: R = 80 0м; X_L = 6 Ом, X_C = 30 Ом.

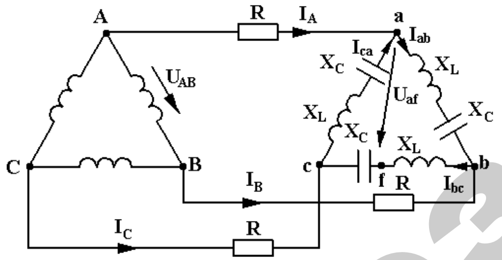


Рисунок 4.3

Решение

Так как напряжение генератора несинусоидальное, то расчет выполняем для каждой гармоники отдельно. Так как трехфазная цепь симметричная, токи рассчитываем для одной фазы.

Генератор и приемник, соединенные треугольником, преобразуем в эквивалентные генератор и приемник, соединенные звездой (рисунок 4.4).

При записи фазного напряжения u_A по заданному линейному напряжению u_{AB} учитываем, что напряжения 1-й гармоники образуют систему с прямым порядком следования фаз, а напряжения 5-й гармоники – систему с обратным порядком следования фаз.

Тогда

$$u_{A1} = \frac{100}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - 30°) \text{ В};$$

$$u_{A5} = \frac{20}{\sqrt{3}}\sin(5\omega t + 30°) \text{ В}.$$

Или для комплексных действующих значений

$$\dot{U}_{A1} = \frac{100}{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}e^{-j30°} = 40{,}8e^{-j30^0} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{A5} = \frac{20}{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}e^{j30°} = 8{,}16e^{j30^0} \text{ В}.$$

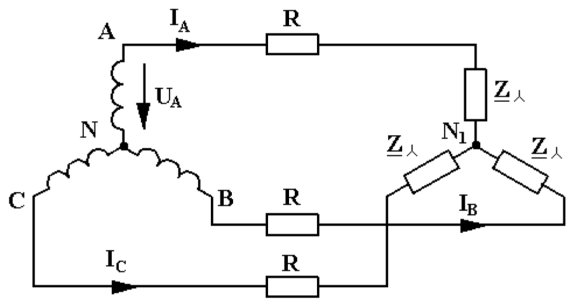


Рисунок 4.4

Найдем сопротивления фазы нагрузки, соединенной треугольником, для 1-й и 5-й гармоник:

$$\underline{Z}_{ф\Delta 1} = j(X_L - X_C) = j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = j(6 - 30) = -j24 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ф\Delta 5} = j(5\omega L - \frac{1}{5\omega C}) = j(6 \times 5 - \frac{30}{5}) = j24 \text{ Ом.}$$

Рассчитываем сопротивление фазы эквивалентной нагрузки, соединенной звездой, для 1-й и 5-й гармоник:

$$\underline{Z}_{Y1} = \frac{\underline{Z}_{Ф\Delta 1}}{3} = -j\frac{24}{3} = -j8 \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_{Y5} = \frac{\underline{Z}_{Ф\Delta 5}}{3} = j\frac{24}{3} = j8 \text{ Ом.}$$

Расчет токов и напряжений 1-й гармоники:
линейный ток

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{A1}}{R + Z_1} = \frac{40{,}8e^{-j30°}}{8 - j8} = \frac{40{,}8e^{-j30°}}{11{,}28\, e^{-j45°}} = 3{,}61\, e^{j15°} \text{ A;}$$

фазный ток потребителя, соединенного треугольником,

$$\dot{I}_{ab1} = \frac{\dot{I}_{A1}}{\sqrt{3}} e^{j30°} = \frac{3{,}61 e^{j15°}\, e^{j30°}}{\sqrt{3}} = 2{,}08\, e^{j45°} \text{A}.$$

Для определения напряжения u_{af} составляем уравнение по второму закону Кирхгофа для контура *abfa* (рисунок 4.3)

$$\underline{Z}_{Ф\Delta 1}\dot{I}_{ab1} + jX_L \dot{I}_{bc1} - \dot{U}_{af1} = 0.$$

Ток 1-й гармоники в фазе *bc*

$$\dot{I}_{bc1} = \dot{I}_{ab1} e^{-j120^0} = 2{,}08 e^{-j75^0} \text{ A.}$$

$$\dot{U}_{af1} = \underline{Z}_{Ф\Delta 1}\dot{I}_{ab1} + jX_L \dot{I}_{bc1} = 24e^{-j90^0} \times 2{,}08e^{j45^0} + 6e^{j90^0} \times 2{,}08e^{-j75^0} =$$
$$= 57{,}06e^{-j34^0} \text{ B.}$$

Мгновенное значение

$$u_{af1} = \sqrt{2} \times 57{,}06 \sin(\omega t - 34^0) = 80{,}7 \sin(\omega t - 34^0) \text{ B.}$$

Расчет токов и напряжений 5-й гармоники:

$$\dot{I}_{A5} = \frac{\dot{U}_{A5}}{R + \underline{Z}_{Y5}} = \frac{8{,}16e^{j30°}}{8 + j8} = 0{,}724e^{-j15°} \text{ A;}$$

$$\dot{I}_{ab5} = \frac{\dot{I}_{A5}}{\sqrt{3}} e^{-j30°} = \frac{0{,}724}{\sqrt{3}}\, e^{-j15^0}\, e^{-j30^0} = 0{,}418e^{-j45°} \text{ A;}$$

$$\dot{I}_{bc_5} = \dot{I}_{ab5} \cdot e^{j120°} = 0{,}418e^{-j45°}\, e^{j120°} = 0{,}418e^{j75°} \text{ A;}$$

$$\dot{U}_{af5} = \underline{Z}_{ф\Delta_5}\dot{I}_{ab5} + jX_{L5}\,\dot{I}_{bc5} = 24e^{j90°} \times 0{,}418e^{-j45°} +$$
$$+ 30e^{j90°} \times 0{,}418e^{j75} = 11{,}24e^{j115°30'} \text{ B;}$$

$$u_{af5} = \sqrt{2} \times 11{,}24 \sin(5\omega t + 115°30') = 15{,}9 \sin(5\omega t + 115^0 30') \text{ B.}$$

Мгновенное значение напряжения
$$u_{af} = u_{af1} + u_{af5} = 80{,}7\sin(\omega t - 34°) + 15{,}9\sin(5\omega t + 115°30') \text{ B.}$$

Действующее значение напряжения
$$U_{af} = \sqrt{U_{af1}^2 + U_{af5}^2} = \sqrt{57{,}06^2 + 11{,}24^2} = 59{,}23 \text{ B.}$$

Действующее значение тока в линии
$$I_A = \sqrt{I_{A1}^2 + I_{A5}^2} = \sqrt{3{,}61^2 + 0{,}724^2} = 3{,}68 \text{ A.}$$

Действующее значение фазного тока потребителя
$$I_{ab} = \sqrt{I_{ab1}^2 + I_{ab5}^2} = \sqrt{2{,}08^2 + 0{,}418^2} = 2{,}12 \text{ A.}$$

Активная мощность

$$P = 3U_{A1} I_{A1} \cos\varphi_1 + 3U_{A5} I_{A5} \cos\varphi_5;$$

$$\varphi_1 = \psi_{uA1} - \psi_{iA1} = -30^\circ - 15^\circ = -45^\circ;$$

$$\varphi_5 = \psi_{uA5} - \psi_{iA5} = 30^\circ - (-15^\circ) = 45^\circ;$$

$$P = 3\times 40{,}8 \times 3{,}61 \cos(-45^\circ) + 3\times 8{,}16 \times 0{,}724 \cos 45^\circ = 325 \text{ Вт.}$$

Проверка по закону Джоуля-Ленца:

$$P = 3I_A^2 R = 3\times 3{,}68^2 \times 8 = 325 \text{ Вт.}$$

Полная мощность

$$S = 3U_A I_A = 3\sqrt{U_{A1}^2 + U_{A5}^2}\sqrt{I_{A1}^2 + I_{A5}^2} = 3\sqrt{40{,}8^2 + 8{,}16^2} \times 3{,}68 = 460 \text{ ВА.}$$

4.3.2. Определить показание амперметра (рисунок 4.5), если $e_A(t) = 100\sin\omega t + 50\sin 3\omega t + 20\sin 5\omega t$ В; $R = 4$ Ом; $R_N = 2$ Ом;

$\omega L = 3$ Ом.

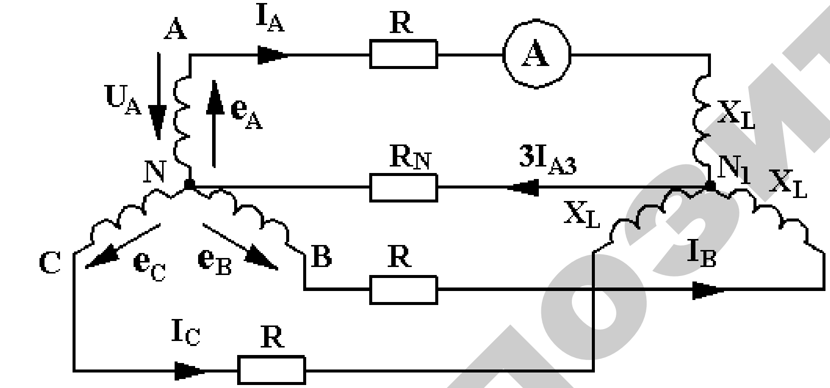


Рисунок 4.5

Решение

Так как режим симметричный, расчет ведем для одной фазы.

Определяем комплексную амплитуду тока первой гармоники:

$$\dot I_{mA1} = \frac{\dot U_{mA1}}{R + j\omega L} = \frac{100}{4 + j3} = 16 - j12 \text{ А.}$$

Действующее значение

$$I_{A1} = \frac{I_{mA1}}{\sqrt2} = \frac{\sqrt{16^2 + 12^2}}{\sqrt2} = 14{,}1 \text{ А.}$$

Определяем комплексную амплитуду тока третьей гармоники

$$\dot I_{mA3} = \frac{\dot U_{mA3}}{R + j3\omega L + 3R_N} = \frac{50}{4 + j9 + 6} = 2{,}76 - j2{,}5 \text{ А.}$$

Действующее значение

$$I_{A3} = \frac{I_{mA3}}{\sqrt2} = \frac{\sqrt{2{,}76^2 + 2{,}5^2}}{\sqrt2} = 2{,}6 \text{ А.}$$

Определяем комплексную амплитуду тока пятой гармоники

$$\dot I_{mA5} = \frac{\dot U_{mA5}}{R + j5\omega L} = \frac{20}{4 + j15} = 0{,}33 - j1{,}25 \text{ А.}$$

Действующее значение тока пятой гармоники

$$I_{A5} = \frac{I_{mA5}}{\sqrt2} = \frac{\sqrt{0{,}33^2 + 1{,}25^2}}{\sqrt2} = 0{,}9 \text{ А.}$$

Показание амперметра

$$I_A = \sqrt{I_{A1}^{\,2} + I_{A3}^{\,2} + I_{A5}^{\,2}} = \sqrt{14{,}1^2 + 2{,}6^2 + 0{,}9^2} = 14{,}4 \text{ А.}$$

4.4. Задачи для самостоятельного решения

4.4.1. Фазная ЭДС симметричного трехфазного генератора, соединенного звездой, содержит первую, третью и пятую гармоники с амплитудами $E_{m1} = 49{,}5$ В; $E_{m3} = 42{,}4$ В; $E_{m5} = 27{,}4$ В. Определить действующее значение фазного и линейного напряжений генератора.

4.4.2. Определить показание амперметра и вольтметра (рисунок 4.6), если $e_A(t) = 100\sin\omega t + 20\sin 3\omega t - 5\sin 5\omega t$ В, сопротивления для первых гармоник $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = 3 + j4$ Ом.

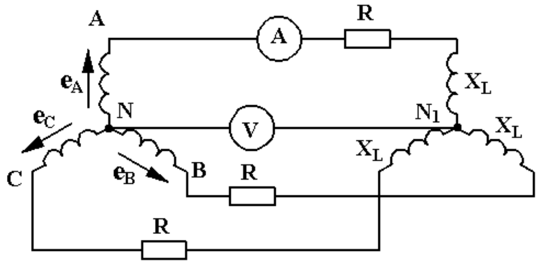


Рисунок 4.6

4.5. Индивидуальные задания

Определить показание амперметра (рисунок 4.7). Трехфазный генератор и приемник симметричны. Значения напряжения генератора и сопротивлений для первых гармоник указаны в таблице 4.1.

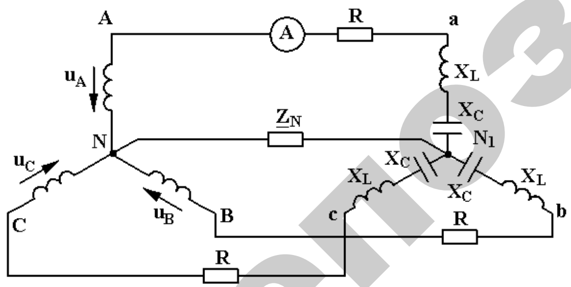


Рисунок 4.7

4.1. Варианты заданий и исходные данные

№ варианта	Напряжение генератора В	$\underline{Z}_N$ Ом	R Ом	X_{L1} Ом	X_{C1} Ом
1	$u_A(t) = 100\sqrt{2}\sin\omega t + 60\sqrt{2}\sin 3\omega t + 25\sqrt{2}\sin 5\omega t$	0	-	5	-
2	$u_A(t) = 25\sqrt{2}\sin\omega t + 15\sqrt{2}\sin 3\omega t + 10{,}1\sqrt{2}\sin 5\omega t$	∞	3	4	-
3	$u_A(t) = 60\sqrt{2}\sin\omega t + 20\sqrt{2}\sin 3\omega t + 12\sqrt{2}\sin 5\omega t$	0	-	-	30
4	$u_A(t) = 323\sqrt{2}\sin\omega t + 120\sqrt{2}\sin 3\omega t + 60\sqrt{2}\sin 5\omega t$	∞	6	-	40
5	$u_A(t) = 150\sqrt{2}\sin\omega t + 60\sqrt{2}\sin 3\omega t + 38\sqrt{2}\sin 5\omega t$	0	-	10	60
6	$u_A(t) = 202\sqrt{2}\sin\omega t + 123\sqrt{2}\sin 3\omega t + 50\sqrt{2}\sin 5\omega t$	∞	3	-	20
7	$u_A(t) = 10\sqrt{2}\sin\omega t + 6\sqrt{2}\sin 3\omega t + 5\sqrt{2}\sin 5\omega t$	0	-	1	-
8	$u_A(t) = 10\sqrt{2}\sin\omega t + 60\sqrt{2}\sin 3\omega t + 40{,}5\sqrt{2}\sin 5\omega t$	∞	6	8	-
9	$u_A(t) = 60\sqrt{2}\sin\omega t + 30\sqrt{2}\sin 3\omega t + 25\sqrt{2}\sin 5\omega t$	0	-	10	-
10	$u_A(t) = 30\sqrt{2}\sin\omega t + 10\sqrt{2}\sin 3\omega t + 3{,}8\sqrt{2}\sin 5\omega t$	∞	-	1	6
11	$u_A(t) = 60\sqrt{2}\sin\omega t + 30\sqrt{2}\sin 3\omega t + 12\sqrt{2}\sin 5\omega t$	0	-	-	15
12	$u_A(t) = 250\sqrt{2}\sin\omega t + 150\sqrt{2}\sin 3\omega t + 101\sqrt{2}\sin 5\omega t$	∞	30	40	-
13	$u_A(t) = 60\sqrt{2}\sin\omega t + 20\sqrt{2}\sin 3\omega t + 12\sqrt{2}\sin 5\omega t$	0	-	-	6
14	$u_A(t) = 100\sqrt{2}\sin\omega t + 80\sqrt{2}\sin 3\omega t + 40\sqrt{2}\sin 5\omega t$	∞	60	80	-
15	$u_A(t) = 20\sqrt{2}\sin\omega t + 12\sqrt{2}\sin 3\omega t + 10\sqrt{2}\sin 5\omega t$	0	-	2	-

Контрольные вопросы

1. Что понимают под прямой последовательностью фаз?
2. Напряжения каких гармоник в трехфазной цепи образуют систему прямой последовательности?
3. Что понимают под обратной последовательностью фаз?

4. Напряжения каких гармоник в трехфазной цепи образуют систему обратной последовательности?

5. Напряжения каких гармоник в трехфазной цепи образуют систему нулевой последовательности?

6. Каковы особенности работы трехфазных цепей, вызываемые гармониками, кратными трем?

7. Какова последовательность расчета трехфазных цепей при несинусоидальных периодических ЭДС?

Тема 5.
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Цель: освоить методику расчета переходных токов и напряжений в неразветвленных электрических цепях классическим методом.

5.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить по настоящему пособию, учебникам тему: “Переходные процессы в линейных электрических цепях. Классический метод расчета” [1] § 8.1…8.9; [3] § 14.1…14.13; [3] § 2.1…2.12.

2. Изучить методические указания по расчету переходных процессов классическим методом п. 5.2.

4. Рассмотреть примеры п. 5.3.

5. Ответить на контрольные вопросы п. 5.6.

5.2. Методические указания

Расчет переходных процессов в неразветвленных электрических цепях состоит в решении дифференциального уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для цепи после коммутации.

Так как общее решение неоднородного дифференциального уравнения равно сумме частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного уравнения, то переходный ток равен сумме двух составляющих токов установившегося (принужденного) и свободного режимов

$$i = i_{\text{у}} + i_{\text{св}}.$$

Расчет токов и напряжений установившегося режима в цепи после коммутации выполняют обычными методами, которые используют при анализе цепей постоянного и переменного токов.

Следует помнить, что при действии в цепи источника постоянного напряжения в установившемся режиме ток через емкостной элемент C не идет, т. е. $i_{c\text{у}} = 0$ и падение напряжения на индуктивном элементе L при неизменном во времени токе равно нулю, т. е. $u_{L\text{у}} = 0$.

При действии в цепи источника синусоидального напряжения расчет установившихся токов и напряжений можно выполнить комплексным методом.

Общее решение однородного дифференциального уравнения первого порядка дает ток или напряжение свободного режима: $i_{св} = Ae^{pt}$, где A – постоянная интегрирования; p – корень характеристического уравнения.

Как известно из математики, характеристическое уравнение дифференциального уравнения n-го порядка составляют с помощью алгебраизации соответствующего однородного уравнения. Например, имеем уравнение вида

$$a_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + a_1 \frac{di}{dt} + a_0 i = 0.$$

После замены символа дифференцирования $\frac{d}{dt}$ на символ p получаем характеристическое уравнение

$$a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0.$$

Постоянную интегрирования A находят из начальных условий, т. е. путем подстановки в решение для переходного тока $i = i_у + i_{св}$ значения времени $t = 0$ и значения тока $i(0)$ в момент коммутации: $i(0) = i_у(0) + A$.

Значения токов в индуктивных элементах и напряжений на емкостных элементах в момент коммутации определяют на основании двух законов коммутации из схемы до коммутации.

Первый закон коммутации. Ток в ветви с индуктивным элементом в момент коммутации сохраняет то значение, которое он имел непосредственно перед коммутацией, и затем он изменяется, начиная именно с этого значения:

$$i_L(0) = i_L(0_+) = i_L(0_-).$$

Второй закон коммутации. Напряжение на емкостном элементе в момент коммутации сохраняет то значение, которое оно имело

непосредственно перед коммутацией, затем изменяется, начиная именно с этого значения:

$$u_C(0) = u_C(0_+) = u_C(0_-).$$

Началом отсчета времени переходного процесса $t = 0$ является момент коммутации. Моменту времени $t = 0$ и $t = 0_+$ соответствует схема цепи после коммутации, а моменту времени $t = 0_-$ соответствует схема цепи до коммутации.

Значения токов через индуктивные элементы и напряжений на емкостных элементах в момент коммутации, определяемые на основании законов коммутации, называют независимыми начальными условиями.

Значения остальных токов и напряжений в момент коммутации в послекоммутационной цепи определяют, используя независимые начальные условия, из уравнений Кирхгофа, поэтому их называют зависимыми начальными условиями.

Для неразветвленной электрической цепи характеристическое уравнение может иметь два корня, соответственно увеличивается число постоянных интегрирования. Методика расчета двух постоянных интегрирования рассмотрена в п. 6.2.

5.3. Примеры

5.3.1. Определить время срабатывания $t_{ср}$ электромагнитного реле (рисунок 5.1), если ток срабатывания $i_{ср} = 3{,}5$ А, сопротивление обмотки электромагнита $R = 6$ Ом, индуктивность $L = 0{,}5$ Гн, напряжение сети $U = 30$ В.

Построить график изменения тока $i(t)$ в переходном режиме.

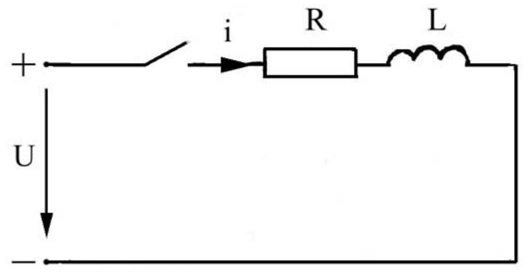


Рисунок 5.1

Решение

Указываем в схеме цепи ток i после коммутации и составляем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$iR + L\frac{di}{dt} = U \cdot$$

Решение неоднородного дифференциального уравнения записываем в виде суммы установившегося и свободного токов

$$i = i_{\text{у}} + i_{\text{св}}.$$

Установившийся ток определяем из расчета цепи в установившемся режиме: $i_{\text{у}} = \frac{U}{R} = \frac{30}{6} = 5$ А, индуктивный элемент не оказывает сопротивления постоянному току.

Свободный ток находим из общего решения однородного дифференциального уравнения

$$i_{\text{св}}R + L\frac{di_{\text{св}}}{dt} = 0, \qquad i_{\text{св}} = Ae^{pt}.$$

Характеристическое уравнение получаем, заменяя $\frac{d}{dt}$ на p и учитывая $i_{\text{св}} \neq 0 \cdot$

$R + Lp = 0$, откуда $p = -\frac{R}{L} = -\frac{6}{0{,}5} = -12$ с$^{-1}$.

Выражение переходного тока принимает вид
$i = 5 + Ae^{-12t}$.

Постоянную интегрирования A найдем из начальных условий. Подставляем в выражение переходного тока $t = 0$:

$i(0) = 5 + A.$

Переходный ток проходит через индуктивный элемент, следовательно, в момент коммутации он сохраняет значение, которое имел непосредственно до коммутации. В цепи до коммутации ток отсутствовал, поэтому $i(0_-) = 0 = i(0)$. Из уравнения переходного тока при $t = 0$

$0 = 5 + A; \qquad A = -5.$

Таким образом, ток в обмотке электромагнита в переходном режиме

$i = 5 - 5e^{-12t}$ А.

Для определения времени срабатывания электромагнитного реле подставим в решение $i = i_{\text{ср}} = 3{,}5$ А и найдем $t_{\text{ср}}$:

$3{,}5 = 5 - 5e^{-12t_{\text{ср}}}; \qquad t_{\text{ср}} = 0{,}1$ с.

Для построения графика переходного тока определим постоянную времени $\tau = -\frac{1}{p} = \frac{L}{R} = \frac{0{,}5}{6} = 0{,}0833$ с. Практически переходный процесс заканчивается через 4...5τ. Составим таблицу значений тока $i = 5\left(1 - e^{-12t}\right)$ А в различные моменты времени.

t, с	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	∞
I, А	0	2,25	3,5	4,54	4,86	4,96	5

На рисунке 5.2 построена кривая изменения тока $i(t)$

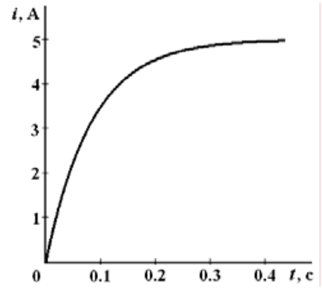


Рисунок 5.2

5.3.2. Обмотка возбуждения электродвигателя постоянного тока имеет сопротивление $R = 11$ Ом и индуктивность $L = 0{,}44$ Гн, напряжение источника $U = 220$ В, сопротивление резистора, шунтирующего обмотку (рисунок 5.3), $R_{Ш} = 33$ Ом. Определить напряжение на обмотке возбуждения в момент отключения, а также определить, через какое время после отключения напряжение на обмотке возбуждения станет равным 100 В.

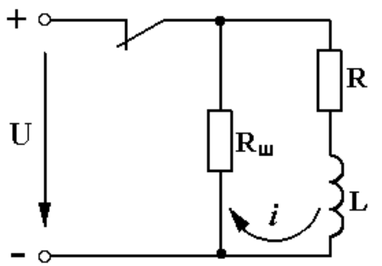


Рисунок 5.3

Решение

Ток в индуктивном элементе не изменяется скачком, поэтому после отключения обмотки возбуждения от источника питания переходный ток будет проходить по контуру, как показано на рисунке 5.3.

Уравнение по второму закону Кирхгофа для этого контура имеет вид:

$$i(R + R_{ш}) + L\frac{di}{dt} = 0.$$

Так как уравнение однородное, переходный ток содержит только свободную составляющую:

$$i = i_{св} = Ae^{pt}.$$

Характеристическое уравнение $R + R_{ш} + Lp = 0$;

$$p = -\frac{R + R_{ш}}{L} = -100\ \text{с}^{-1}.$$

Постоянную интегрирования находим из начальных условий. Подставляем $t = 0$, в выражение переходного тока

$$i(0) = Ae^{p\cdot 0} = A.$$

Переходный ток проходит через индуктивный элемент. Следовательно, по первому закону коммутации $i(0) = i(0_+) = i(0_-)$. До коммутации в цепи был установившийся режим, ток через индуктивный элемент $i(0_-) = \frac{U}{R} = \frac{220}{11} = 20$ А, поэтому $i(0) = 20$ А. Постоянная интегрирования $A = 20$.

Ток в переходном режиме

$$i = 20e^{-100t}\ \text{А}.$$

Напряжение на обмотке возбуждения

$$u_{В} = iR_{ш} = 660e^{-100t}\ \text{В}.$$

В момент отключения $t = 0$,

$$u_{В}(0) = 660\ \text{В}.$$

Для определения времени, при котором на обмотке возбуждения напряжение станет равным 100 В, решаем уравнение

$100 = 660e^{-100t}$ и находим $t = 0{,}0188$ с.

5.3.3. Катушка с индуктивностью $L = 0{,}127$ Гн и сопротивлением $R = 6{,}35$ Ом включается на синусоидальное напряжение $u = \sqrt{2} \times 220 \sin(\omega t + 30°)$ В. Частота напряжения $f = 50$ Гц.

Определить переходный ток $i(t)$.

Решение

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа после включения катушки на синусоидальное напряжение

$$iR + L\frac{di}{dt} = u.$$

Решение неоднородного дифференциального уравнения: $i = i_{у} + i_{св}$.

Для определения тока в установившемся режиме используем закон Ома в комплексной форме

$$\dot{I}_{у} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}.$$

Запишем комплексное напряжение $\dot{U} = 220e^{j30°}$, комплексное сопротивление

$\underline{Z} = R + j\omega L = 6{,}35 + j2\pi \times 50 \times 0{,}127 = 6{,}35 + j40 = 40{,}5^{j81^0}$ Ом.

Установившийся ток в комплексном виде:

$$\dot{I}_{у} = \frac{220e^{j30^0}}{40{,}5e^{j81^0}} = 5{,}43e^{-j51^0} \text{ А.}$$

Мгновенное значение установившегося тока

$i_{у} = 5{,}43 \cdot \sqrt{2} \sin(\omega t - 51°) = 7{,}68 \sin(\omega t - 51°)$ А.

Свободная составляющая переходного тока

$i_{св} = Ae^{-t/\tau}$, где $\tau = \frac{L}{R} = 0{,}02$ с.

Переходный ток

$i = i_{у} + i_{св} = 7{,}68 \sin(\omega t - 51°) + Ae^{-t/0{,}02}$.

Постоянную интегрирования A найдем из начальных условий. В момент коммутации $t = 0$, ток $i(0) = 0$, так как до коммутации ток через катушку не шел.

$i(0) = 7{,}68 \sin(-51°) + A = 0;$

$A = -7{,}68 \sin(-51°) = 5{,}97.$

Уравнение переходного тока катушки

$$i = 7{,}68 \sin(\omega t - 51°) + 5{,}97e^{-\frac{t}{0{,}02}} \text{ А.}$$

Графики изменения тока i и составляющих $i_{у}$ и $i_{св}$ приведены на рисунке 5.4.

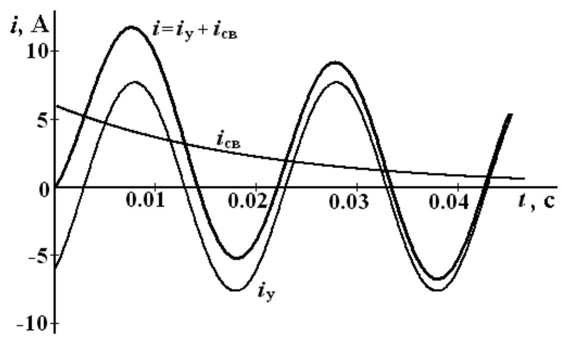


Рисунок 5.4

5.3.4. Найти переходные ток i и напряжение u_c в цепи (рисунок 5.5) после коммутации, если $U = 220$ В, $R = 100$ Ом, $C = 100$ мкФ. Построить графики $u_c(t)$, $i(t)$.

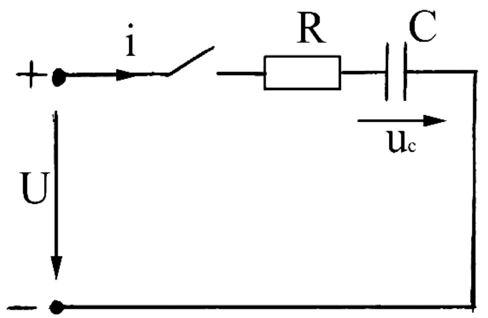


Рисунок 5.5

Решение

Для схемы цепи после коммутации составляем уравнение по второму закону Кирхгофа в дифференциальной форме:

$$iR + u_c = U.$$

Так как в уравнение вошли две неизвестные величины, подставим $i = C\dfrac{du_c}{dt}$, тогда

$$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = U.$$

Решение этого уравнения в общем виде

$$u_{\text{с}} = u_{\text{су}} + u_{\text{ссв}}.$$

Установившееся напряжение $u_{c\text{у}}$ находим из расчета цепи в установившемся режиме. Так как при действии постоянного напряжения установившийся постоянный ток через конденсатор $i_{\text{у}} = 0$, то из уравнения второго закона Кирхгофа видно, что $u_{c\text{у}} = U = 220$ В.

Свободную составляющую переходного напряжения $u_{c\text{св}}$ находим из общего решения однородного уравнения

$$RC\frac{du_{c\text{св}}}{dt} + u_{c\text{св}} = 0; \qquad u_{c\text{св}} = Ae^{pt},$$

где p – корень характеристического уравнения

$$RCp + 1 = 0;$$

$$p = -\frac{1}{RC} = -100 \text{ с}^{-1}.$$

Напряжение конденсатора в переходном режиме

$$u_c = 220 + Ae^{-100t} \text{ В}.$$

Постоянную интегрирования A находим из начальных условий. Подставим в выражение переходного напряжения $t = 0$:

$$u_c(0) = 220 + A.$$

Так как цепь до коммутации была отключена, то по второму закону коммутации $u_c(0) = u_c(0_+) = u_c(0_-) = 0$. Подставляем в уравнение для определения постоянной интегрирования:

$$0 = 220 + A; \qquad A = -220.$$

Тогда переходное напряжение на емкостном элементе

$$u_c = 220 - 220e^{-100t} \text{ В}.$$

Ток в цепи $i = C\dfrac{du_c}{dt} = C \cdot 220 \cdot 100e^{-100t} = 2{,}2e^{-100t}$ А.

Постоянная времени $\tau = RC = 0{,}01$ с.

Для построения графиков $u_c(t)$ и $i(t)$ составим таблицу:

t, с	0	0,01	0,02	0,03	0,04	∞
u_c, В	0	139	190	209	216	220
i, А	2,2	0,81	0,3	0,11	0,04	0

Графики $u_c(t)$ и $i(t)$ показаны на рисунке 5.6.

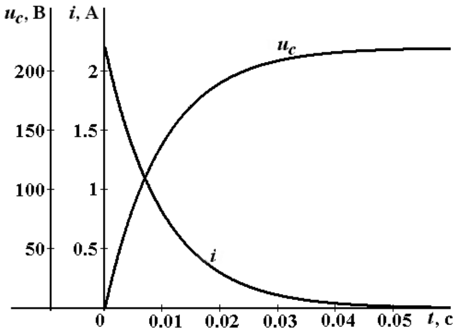


Рисунок 5.6

5.3.5. Найти переходное напряжение $u_c(t)$ в цепи (рисунок 5.7) после размыкания выключателя, если $U = 100$ В; $R_1 = 15$ Ом; $R_2 = 10$ Ом; $C = 66{,}66$ мкФ.

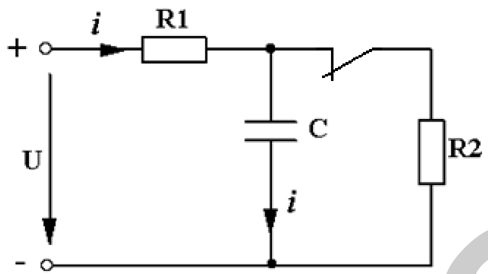


Рисунок 5.7

Решение

В цепи после коммутации будет только один ток i, уравнение по второму закону Кирхгофа имеет вид:

$iR_1 + u_c = U.$

Подставляем $i = C\dfrac{du_c}{dt}$,

$$CR_1\frac{du_c}{dt} + u_c = U.$$

Решение для переходного напряжения u_c запишем в виде суммы напряжений установившегося и свободного режимов: $u_c = u_{cу} + u_{cсв}$.

Установившееся напряжение найдем из расчета цепи в установившемся режиме после коммутации. Так как постоянный ток через конденсатор $i_у = 0$, то из уравнения второго закона Кирхгофа $u_{cу} = U = 100$ В.

Свободную составляющую находим из общего решения однородного уравнения

$$CR_1\frac{du_{cсв}}{dt} + u_{cсв} = 0; \quad u_{cсв} = Ae^{pt}.$$

Характеристическое уравнение

$$CR_1 p + 1 = 0; \qquad p = -\frac{1}{CR_1} = -1000\ \text{с}^{-1}.$$

Переходное напряжение на емкостном элементе

$$u_c = 100 + Ae^{-1000t}\ \text{В}.$$

Постоянную интегрирования A определяем из начальных условий. Подставляем в выражение переходного напряжения $t = 0$:

$u_c(0) = 100 + A.$

По второму закону коммутации $u_c(0) = u_c(0_+) = u_c(0_-)$.

Напряжение на емкостном элементе до коммутации $u_c(0_-)$ найдем из схемы до коммутации (рисунок 5.8). До коммутации в цепи был установившейся режим, поэтому постоянный ток через конденсатор $i_c(0_-) = 0$. Следовательно,

$$i_1(0_-) = i_2(0_-) = \frac{U}{R_1 + R_2} = 4 \text{ А.}$$

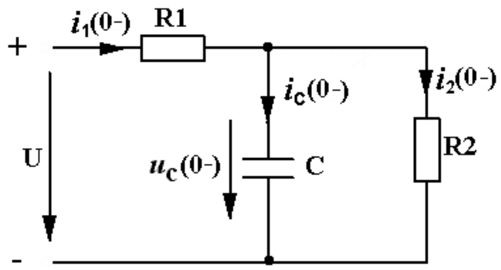


Рисунок 5.8

Напряжение на емкостном элементе до коммутации найдем, составив уравнение по второму закону Кирхгофа для левого контура цепи (рисунок 5.8),

$$i_1(0_-)R_1 + u_c(0_-) = U;$$

$$u_c(0_-) = U - i_1(0_-)R_1 = 100 - 60 = 40 \text{ В.}$$

Следовательно, $u_c(0) = 40$ В. Подставим это значение в выражение переходного напряжения при $t = 0$:

$40 = 100 + A$, откуда $A = -60$.

Окончательно $u_c = 100 - 60e^{-1000t}$ В.

На рисунке 5.9 представлены графики переходного напряжения $u_c(t)$ и его составляющих.

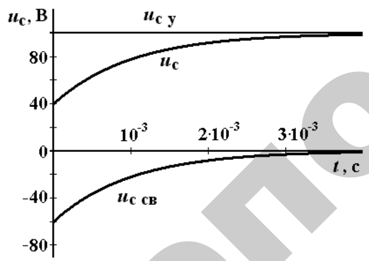


Рисунок 5.9

5.4. Задачи для самостоятельного решения

5.4.1. Дано: $U = 120$ В; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 30$ Ом; $L = 0{,}1$ Гн.

Найти переходный ток i (рисунок 5.10).

Ответ: $i = 12 - 9e^{-100t}$ А.

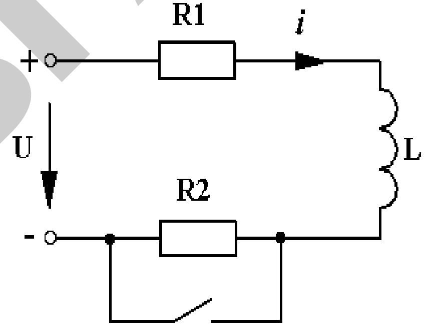


Рисунок 5.10

5.4.2. Дано: $R_1 = 6$ Ом; $L_1 = 0{,}3$ Гн; $R_2 = 4$ Ом; $L_2 = 0{,}8$ Гн; $U = 120$ В.

Определить переходные токи i_1 и i_2 в обеих индуктивных катушках (рисунок 5.11) после замыкания накоротко второй индуктивной катушки.

Ответ: $i_1 = 20 - 8e^{-20t}$ А, $i_2 = 12e^{-5t}$ А.

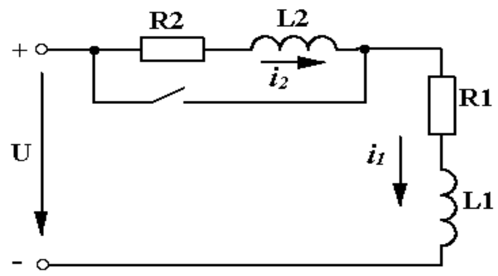


Рисунок 5.11

5.4.3. Дано: $U = 200$ В; $R_1 = 6$ Ом; $R_2 = 4$ Ом; $C = 100$ мкф.

Определить переходное напряжение на конденсаторе $u_c(t)$ после коммутации (рисунок 5.12).

Ответ: $u_c = 80e^{-2500t}$ В.

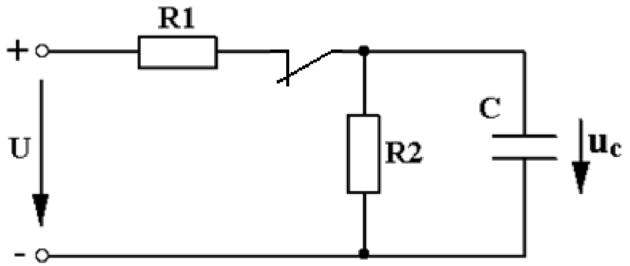


Рисунок 5.12

5.5. Индивидуальные задания

5.5.1. Для электрической цепи, соответствующей номеру варианта (таблица 5.1) и изображенной на рисунках 5.13…5.20, определить переходный ток i классическим методом. Построить график изменения тока $i(t)$.

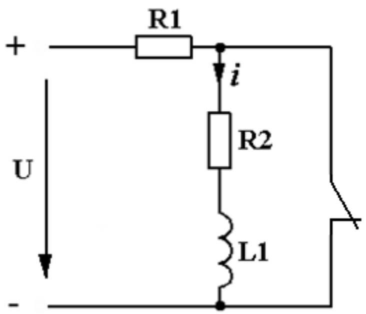


Рисунок 5.13

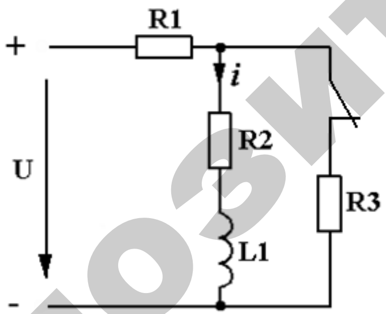


Рисунок 5.14

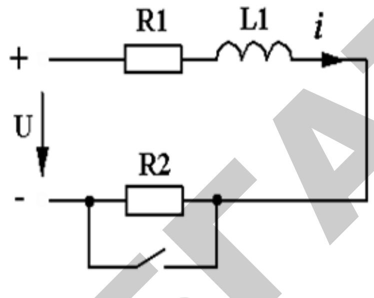


Рисунок 5.15

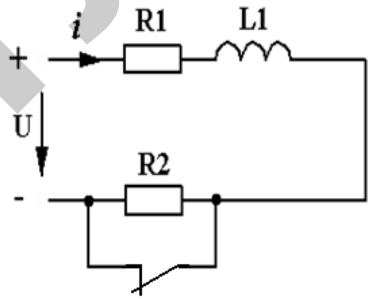


Рисунок 5.16

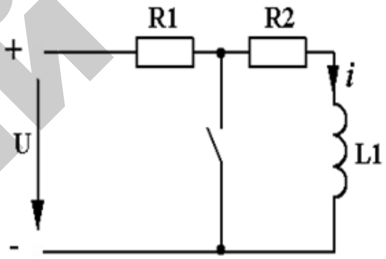


Рисунок 5.17

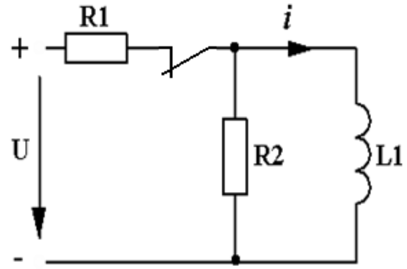


Рисунок 5.18

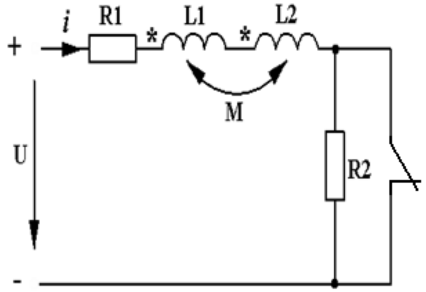


Рисунок 5.19

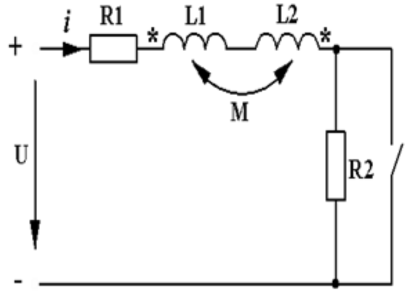


Рисунок 5.20

5.1. Варианты заданий и исходные данные

Вариант	Рисунок	U, В	R_1,Ом	R_2,Ом	R_3,Ом	L_1,Гн	L_2,Гн	M,Гн
1	5.13	100	10	15	-	0,250	-	-
2	5.14	150	10	10	10	0,2	-	-
3	5.15	60	10	20	-	0,1	-	-
4	5.16	100	20	30	-	0,4	-	-
5	5.17	80	10	30	-	0,3	-	-
6	5.18	100	25	20	-	0,5	-	-
7	5.19	200	40	60	-	0,1	0,2	0,1
8	5.20	150	15	10	-	0,3	0,2	0,1
9	5.13	50	5	5	-	0,1	-	-
10	5.14	300	5	20	20	0,5	-	-
11	5.15	100	20	30	-	0,2	-	-
12	5.16	60	10	20	-	0,2	-	-
13	5.17	120	30	10	-	0,1	-	-
14	5.18	150	30	40	-	0,4	-	-
15	5.19	120	20	40	-	0,2	0,2	0,1
16	5.20	80	10	30	-	0,4	0,3	0,1

5.5.2. Для электрической цепи, соответствующей номеру варианта (таблица 5.2) и изображенной на рисунках 5.21…5.25, определить переходное напряжение на емкостном элементе u_c классическим методом. Построить график $u_c(t)$.

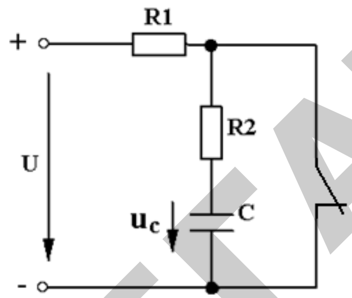


Рисунок 5.21

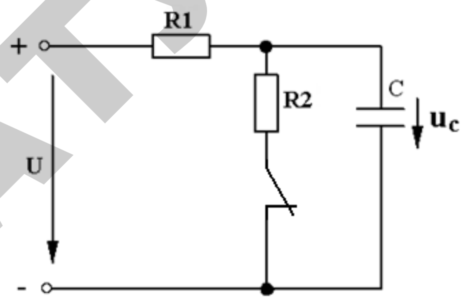


Рисунок 5.22

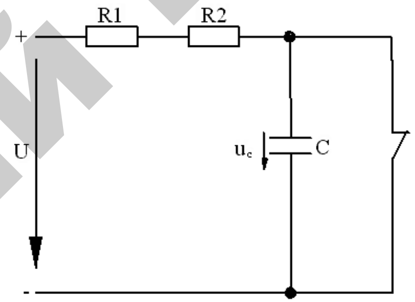


Рисунок 5.23

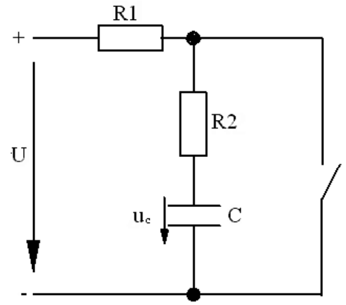


Рисунок 5.24

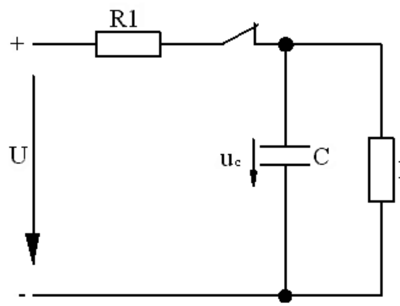


Рисунок 5.25

5.2. Варианты заданий и исходные данные

Вариант	Рисунок	U, В	R_1, Ом	R_2, Ом	С, мкФ
1	5.21	100	30	20	100
2	5.22	150	10	5	200
3	5.23	200	60	40	100
4	5.24	80	30	20	50
5	5.25	120	10	30	100
6	5.21	200	50	50	20
7	5.22	120	20	40	50
8	5.23	100	20	30	100
9	5.24	80	40	40	250
10	5.25	150	30	20	100
11	5.21	60	17	23	50
12	5.22	80	4	4	250
13	5.23	100	25	75	100
14	5.24	120	70	50	200
15	5.25	160	30	50	40

Контрольные вопросы

1. Что понимают под переходным процессом в электрических цепях?
2. Что означает коммутация?
3. Сформулируйте законы коммутации.
4. Как определяют установившийся ток или напряжение?
5. Как записывают в общем виде токи и напряжения свободного режима?
6. Как составляется характеристическое уравнение по однородному дифференциальному уравнению?
7. Как находится постоянная интегрирования?
8. Что называют независимыми начальными условиями и как их определяют?
9. Что называют зависимыми начальными условиями и как их находят?

Тема 6
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В РАЗВЕТВЛЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Цель: освоить методику расчета переходных токов и напряжений в разветвленных цепях классическим методом.

6.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить по настоящему пособию, учебникам тему: “Расчет переходных процессов в разветвленных электрических цепях” [1] § 8.10…8.13; 8.18…8.21; § 8.27; [3] § 14.14; [8] § 2.13.
2. Изучить методические указания по расчету переходных процессов в разветвленных электрических цепях п. 6.2.
3. Рассмотреть примеры п. 6.3.
4. Ответить на контрольные вопросы п. 6.6.

6.2. Методические указания

В схеме цепи после коммутации указывают положительные направления токов в ветвях и составляют систему дифференциальных уравнений согласно первому и второму законам Кирхгофа.

Решая совместно уравнения системы относительно какого-либо одного переходного тока или напряжения, получают дифференциальное уравнение с одним неизвестным. Решение для искомого тока или напряжения записывают в виде суммы установившейся и свободной составляющих:

$$i = i_{\text{у}} + i_{\text{св}}.$$

Установившиеся токи или напряжения рассчитывают для цепи после коммутации обычными методами, которыми пользуются при анализе цепей постоянного и переменного токов.

Для определения свободной составляющей переходного тока или напряжения по полученному неоднородному дифференциальному уравнению с одним неизвестным составляют характеристическое уравнение и находят его корни (см. пример 6.3.1).

При анализе переходных процессов в разветвленной цепи, для которой составлена система уравнений Кирхгофа, можно получить характеристическое уравнение более легким путем, составив главный определитель алгебраизированной системы однородных дифференциальных уравнений для свободных токов. Алгебраизация заключается в замене символа дифференцирования $\frac{d}{dt}$ на p и символа интегрирования $\int dt$ на $\frac{1}{p}$. Главный определитель системы Δ приравнивают к нулю.

$\Delta(p) = 0$ – характеристическое уравнение (см. пример 6.3.2).

Характеристическое уравнение можно также записать сразу без составления дифференциальных уравнений. Для этого составляют комплексное входное сопротивление цепи после коммутации относительно любой из ветвей цепи. После замены множителя $j\omega$ оператором p получим $Z_{\text{вх}}(p)$. Уравнение $Z_{\text{вх}}(p) = 0$ – характеристическое уравнение (см. пример 6.3.2).

В зависимости от вида корней уравнения свободную составляющую переходного тока записывают следующим образом:

$i_{\text{св}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$ – для двух действительных различных корней;

$i_{\text{св}} = (A_1 + A_2 t) e^{p_1 t}$ – для двух действительных равных корней;

$i_{\text{св}} = A e^{-\alpha t} \sin(\omega_{\text{св}} t + \psi)$ – для двух комплексных сопряженных корней $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_{\text{св}}$.

Искомый переходный ток для двух действительных различных корней

$$i = i_{\text{у}} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

имеет две неизвестные постоянные интегрирования A_1 и A_2.

Для определения двух постоянных интегрирования записывают переходный ток и его производную для начального момента времени, то есть для $t = 0$:

$$\begin{cases} i(0) = i_{\text{у}}(0) + A_1 + A_2, \\ \dfrac{di}{dt}(0) = \dfrac{di_{\text{у}}}{dt}(0) + p_1 A_1 + p_2 A_2. \end{cases}$$

Это два алгебраических уравнения, из которых можно найти постоянные A_1 и A_2 при известных значениях $i(0)$ и $\frac{di}{dt}(0)$, то есть при известных начальных условиях.

Нахождение начальных значений переходных токов, напряжений и их производных является наиболее сложной частью расчета переходных процессов классическим методом, поэтому запишем порядок действий по определению начальных условий.

1. Находят независимые начальные условия, то есть токи в индуктивных элементах $i_L(0_-)$ и напряжения на емкостных элементах $u_C(0_-)$ непосредственно перед коммутацией из расчета цепи до коммутации.

Так как до коммутации в цепи был установившийся режим, то расчет проводят по тем же правилам, как в установившемся режиме после коммутации.

В соответствии с законом коммутации $i_L(0) = i_L(0_+) = i_L(0_-)$ и $u_C(0) = u_C(0_+) = u_C(0_-)$ – это и есть независимые начальные условия.

2. Начальные значения других переходных токов и напряжений и их производных, то есть зависимые начальные условия, находят из системы дифференциальных уравнений, записанных для цепи после коммутации для момента времени $t = 0$. В эту систему подставляют уже найденные $i_L(0)$ и $u_C(0)$.

3. Если каких-либо производных в системе дифференциальных уравнений нет, то дифференцируют всю систему или отдельные ее уравнения и полученные новые уравнения записывают для $t = 0$.

После определения постоянных интегрирования A_1 и A_2 их значения подставляют в выражение искомого тока и расчет закончен.

6.3. Примеры

6.3.1. Определить переходный ток i_2 в цепи (рис. 6.1) после коммутации, если $E = 120$ В; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 2$ Ом; $L = 10$ мГн; $C = 100$ мкФ.

Построить график $i_2 = f(t)$.

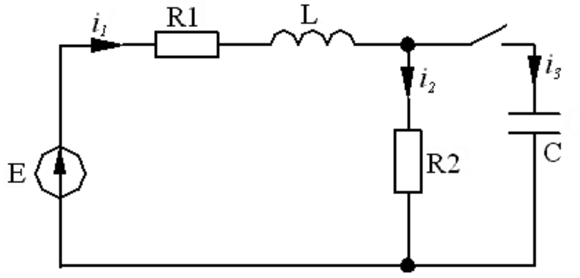


Рисунок 6.1

Решение

Указываем направления токов в схеме цепи после коммутации и составляем систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 & (6.1) \\ i_1 R_1 + L\dfrac{di_1}{dt} + i_2 R_2 = E & (6.2) \\ \dfrac{1}{C}\int i_3 dt - i_2 R_2 = 0 & (6.3) \end{cases}$$

Решим систему уравнений относительно искомого тока i_2.

Выразим из уравнения (6.1) ток $i_1 = i_2 + i_3$ и подставим в (6.2):

$$i_2 R_1 + i_3 R_1 + L\frac{di_2}{dt} + L\frac{di_3}{dt} + i_2 R_2 = E.$$

Продифференцируем уравнение (6.3):

$$\frac{i_3}{C} - R_2\frac{di_2}{dt} = 0 \qquad (6.4)$$

Выразим ток $i_3 = R_2 C\dfrac{di_2}{dt}$ и подставим в предыдущее уравнение:

$$i_2 R_1 + R_1 R_2 C\frac{di_2}{dt} + L\frac{di_2}{dt} + R_2 CL\frac{d^2 i_2}{dt^2} + i_2 R_2 = E.$$

Проведем преобразования:

$$R_2 CL\frac{d^2 i_2}{dt^2} + (R_1 R_2 C + L)\frac{di_2}{dt} + (R_1 + R_2)i_2 = E. \qquad (6.5)$$

Получили неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с одним неизвестным током i_2.

Запишем искомый ток i_2 в виде суммы установившейся и свободной составляющих:

$$i_2 = i_{2у} + i_{2св}.$$

Установившейся ток $i_{2у} = i_{1у} = \dfrac{E}{R_1 + R_2} = 10$ А, так как в установившемся режиме постоянный ток через емкостный элемент не проходит, то есть $i_{3у} = 0$, а индуктивный элемент L постоянному току не оказывает сопротивления.

Свободный ток $i_{2св}$ есть общее решение однородного дифференциального уравнения, соответствующего уравнению (6.5):

$$R_2 CL\frac{d^2 i_{2св}}{dt} + (R_1 R_2 C + L)\frac{di_{2св}}{dt} + (R_1 + R_2)i_{2св} = 0.$$

После замены символа $\dfrac{d}{dt}$ на p, символа $\dfrac{d^2}{dt^2}$ на p^2, учитывая $i_{2св} \neq 0$, получаем характеристическое уравнение:

$$R_2 CLp^2 + (R_1 R_2 C + L)p + R_1 + R_2 = 0.$$

Подставляем значения $R_1,\ R_2,\ C,\ L$ и найдем корни уравнения

$$2\times10^{-6}p^2 + 12\times10^{-3}p + 12 = 0;$$

$$p_{1,2} = \frac{-12\times10^{-3} \pm \sqrt{144\times10^{-6} - 96\times10^{-6}}}{4\times10^{-6}};$$

$$p_1 = -1267{,}5\ \text{с}^{-1}, \quad p_2 = -4732\ \text{с}^{-1}.$$

Так как корни получились действительные и различные, то искомый ток запишем в виде

$$i_2 = i_{2y} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}. \qquad (6.6)$$

Для определения двух постоянных интегрирования запишем ток i_2 и его производную при $t = 0$:

$$\left.\begin{aligned} & i_2(0) = i_{2y}(0) + A_1 + A_2; \\ & \frac{di_2}{dt}(0) = p_1 A_1 + p_2 A_2. \end{aligned}\right\} \qquad (6.7)$$

Уравнения (6.7) представляют собой систему, из которой можно найти постоянные интегрирования A_1 и A_2 при известных $i_2(0)$ и $\frac{di_2}{dt}(0)$.

Определение значения тока i_2 и его производной при $t = 0$ начинаем с определения независимых начальных условий, то есть тока в индуктивном элементе и напряжения на емкостном элементе по схеме до коммутации (рисунок 6.1).

До коммутации емкостной элемент был отключен, поэтому $u_C(0_-) = 0$, а ток $i_1(0_-) = \dfrac{E}{R_1 + R_2} = 10$ А, так как индуктивный элемент L не оказывает сопротивления постоянному току.

В соответствии с законами коммутации: $u_C(0_+) = u_C(0) = u_C(0_-) = 0$,
$i_1(0_+) = i_1(0) = i_1(0_-) = 10$ А.

Для определения $i_2(0)$ запишем систему дифференциальных уравнений (6.1, 6.2, 6.3) при $t = 0$:

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0; \\ i_1(0)R_1 + u_L(0) + i_2(0)R_2 = E; \\ u_c(0) - i_2(0)R_2 = 0. \end{cases}$$

Подставим известные значения, в том числе $u_c(0) = 0$ и $i_1(0)=10$ А

$$\begin{cases} 10 - i_2(0) - i_3(0) = 0; \\ 10 \times 10 + u_L(0) + i_2(0) \times 2 = 120; \\ 0 - i_2(0) \times 2 = 0. \end{cases}$$

Находим $i_2(0) = 0$, $i_3(0) = 10$ А; $u_L(0) = 20$ В.

Для определения $\frac{di_2}{dt}(0)$ воспользуемся уравнением (6.4):

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{i_3}{CR_2}.$$

Решаем при $t = 0$:

$$\frac{di_2}{dt}(0) = \frac{i_3(0)}{CR_2} = \frac{10}{10^{-4} \times 2} = 5 \times 10^4 \text{ А/с.}$$

Подставляем значения $i_2(0)$ и $\frac{di_2}{dt}(0)$ в систему уравнений (6.7) и находим постоянные интегрирования:

$$\begin{cases} 0 = 10 + A_1 + A_2; \\ 5 \times 10^4 = -1267{,}5 A_1 - 4732 A_2; \end{cases}$$

$$A_1 = 0{,}772; \quad A_2 = -10{,}772.$$

Подставляем значения A_1 и A_2 в выражение искомого тока (6.6) и записываем решение в окончательном виде:

$$i_2 = 10 + 0{,}772 e^{-1267{,}5t} - 10{,}772 e^{-4732t} \text{ А.}$$

Проверка решения при $t = 0$:

$i_2(0) = 10 + 0{,}772 - 10{,}772 = 0.$

Построим график тока $i_2 = f(t)$.

Продолжительность переходного процесса теоретически равна бесконечности, практически за время $t = \dfrac{3}{|p_{min}|}$ переходный ток уже незначительно отличается по величине от установившегося тока, поэтому примем время переходного процесса

$$t = \frac{3}{1267{,}5} = 2{,}36 \times 10^{-3} \text{ с.}$$

Шаг изменения времени Δt определим, учитывая необходимость иметь 10…15 расчетных точек. Для нашего примера выбираем 12 точек.

$$\Delta t = \frac{2{,}36 \times 10^{-3}}{12} = 0{,}196 \times 10^{-3} \quad \text{с.}$$

Для удобства расчета и построения графика принимаем

$\Delta t = 0{,}2 \times 10^{-3}$ с.

После 4 шагов расчета, когда быстрозатухающая свободная составляющая практически исчезнет, шаг изменения времени можно увеличить.

Составим таблицу значений тока i_2 для различных моментов времени.

$t \cdot 10^{-3}$, с	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,2	1,6	2	2,4	∞
i_2, А	0	6,41	8,84	9,73	10,03	10,13	10,09	10,06	10,03	10

График $i_2 = f(t)$ представлен на рисунке 6.2.

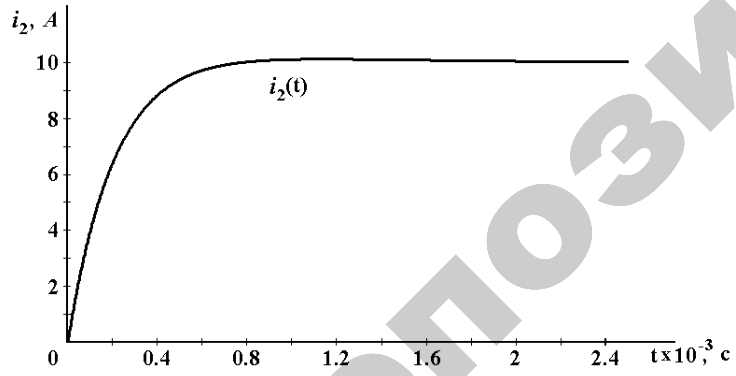


Рисунок 6.2

6.3.2. Определить переходное напряжение u_C в цепи (рисунок 6.3), если $U = 125$ В; $R_1 = 50$ Ом; $R_2 = 50$ Ом; $C = 5$ мкФ; $L = 4$ мГн.

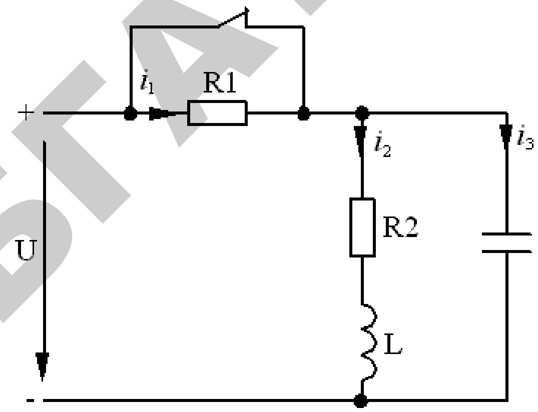


Рисунок 6.3

Решение

Указываем положительные направления токов в ветвях после коммутации. Составляем уравнения по законам Кирхгофа в дифференциальной форме:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0; & (6.8) \\ i_1 R_1 + i_2 R_2 + L\dfrac{di_2}{dt} = U; & (6.9) \\ \dfrac{1}{C}\int i_3 dt - i_2 R_2 - L\dfrac{di_2}{dt} = 0. & (6.10) \end{cases}$$

Запишем решение для искомого напряжения в виде суммы установившейся и свободной составляющих: $u_c = u_{cy} + u_{ccв.}$

Для нахождения u_{cy} нарисуем схему цепи в установившемся режиме после коммутации (рисунок 6.4). В этой схеме участок цепи с емкостным элементом разомкнут, а индуктивный элемент закорочен, так как постоянный ток через конденсатор не идет, а индуктивный элемент не оказывает постоянному току сопротивления.

Из схемы рисунка 6.4 видно, что $i_{3у} = 0$; $i_{1у} = i_{2у} = \dfrac{U}{R_1 + R_2} =$ 1,25 А. По второму закону Кирхгофа для внешнего контура $i_{1у} R_1 + u_{су} - U = 0$, следовательно, $u_{су} = U - i_{1у} R_1 = 62{,}5$ В.

Для нахождения свободной составляющей переходного напряжения $u_{ссв}$ составим характеристическое уравнение и найдем его корни.

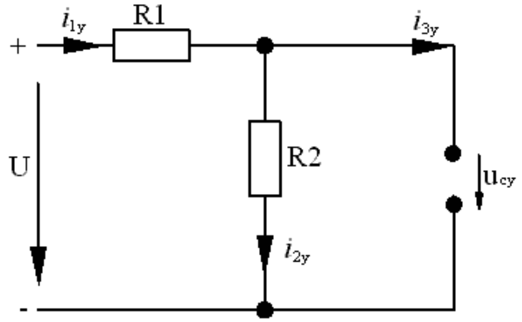


Рисунок 6.4

Выполним алгебраизацию системы дифференциальных уравнений (6.8; 6.9; 6.10) для свободных токов, учитывая $\dfrac{d}{dt} = p$ и $\int dt = \dfrac{1}{p}$:

$$\begin{cases} i_{1св} - i_{2св} - i_{3св} = 0; \\ i_{1св} R_1 + i_{2св} R_2 + Lp i_{2св} = 0; \\ \dfrac{1}{Cp} i_{3св} - i_{2св} R_2 - Lp i_{2св} = 0. \end{cases}$$

Составим главный определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_1 & R_2 + Lp & 0 \\ 0 & -(R_2 + Lp) & \dfrac{1}{Cp} \end{vmatrix}$$

Раскрываем главный определитель и приравниваем его к нулю, получаем характеристическое уравнение:

$$(R_2 + Lp)\,\frac{1}{Cp} + R_1(R_2 + Lp) + R_1 \frac{1}{Cp} = 0$$

Домножаем левую и правую части уравнения на Cp, проводим преобразования и находим корни уравнения

$$p^2\, 10 \times 10^{-6} + p(R_1 R_2 C + L) + R_1 + R_2 = 0;$$

$$p_{1,2} = \frac{-52{,}5 \times 10^{-3} \pm \sqrt{52{,}5^2 \times 10^{-6} - 4 \times 10 \times 10^{-6} \times 100}}{20 \times 10^{-6}};$$

$p_1 = -2625 + j1763$ 1/с;

$p_2 = -2625 - j1763$ 1/с.

Покажем, что характеристическое уравнение можно получить с помощью входного сопротивления цепи, записанного в комплексной форме. Для цепи (рисунок 6.3) после коммутации

$$\underline{Z}_{ВХ} = R_1 + \frac{\left(R_2 + j\omega L\right)\dfrac{1}{j\omega C}}{R_2 + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}}.$$

Заменяем $j\omega$ на p и приравниваем полученное выражение к нулю

$$\underline{Z}_{(P)} = R_1 + \frac{(R_2 + pL)\dfrac{1}{Cp}}{R_2 + pL + \dfrac{1}{pC}} = 0,$$

откуда $R_1LCp^2 + (R_1R_2C + L)p + R_1 + R_2 = 0$.

Получили характеристическое уравнение такого же вида, как и с помощью главного определителя алгебраизированной системы дифференциальных уравнений.

Корни p_1 и p_2 характеристического уравнения получились сопряженные комплексные. Решение для переходного напряжения u_c имеет вид:

$$u_c = u_{cy} + Ae^{-\alpha t} \sin(\omega_{св}t + \Psi), \qquad (6.11)$$

где A и Ψ – постоянные интегрирования,

$\alpha = 2625$ с$^{-1}$,

$\omega_{св} = 1763$ с$^{-1}$.

Для нахождения постоянных интегрирования запишем решение для переходного напряжения u_c и его производную при $t = 0$:

$$\begin{cases} u_c(0) = u_{cy}(0) + A\sin\psi; \\ \dfrac{du_c}{dt}(0) = \dfrac{du_{cy}}{dt}(0) - \alpha A\sin\psi + A\omega_{св}\cos\psi. \end{cases} \qquad (6.12)$$

Из полученной системы двух уравнений можно найти постоянные интегрирования A и ψ, если будут известны $u_c(0)$ и $\frac{du_c}{dt}(0)$.

В соответствии с законами коммутации ток в индуктивном элементе и напряжение на емкостном элементе в момент коммутации остаются такими же, как непосредственно до коммутации. Нарисуем схему цепи до коммутации (рисунок 6.5). До коммутации в цепи был установившийся режим, поэтому индуктивный элемент закорочен, а емкостный элемент представлен разрывом в цепи.

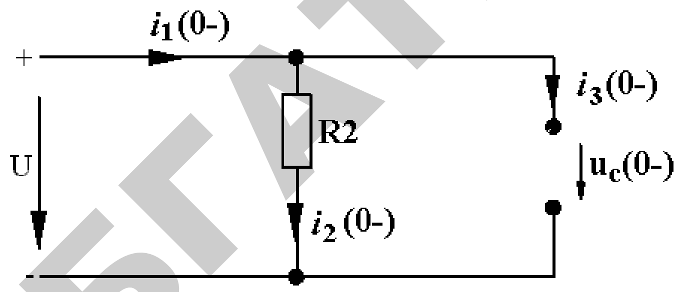


Рисунок 6.5

Из схемы рисунка 6.5 видно,

что $i_3(0_-) = 0$; $i_1(0_-) = i_2(0_-) = \dfrac{U}{R_2} = 2{,}5$ А.

По второму закону Кирхгофа для внешнего контура

$u_c(0_-) = U = 125$ В.

По законам коммутации:

$i_2(0) = i_2(0_+) = i_2(0_-) = 2{,}5$ А;

$u_c(0) = u_c(0_+) = u_c(0_-) = 125$ В.

Для определения производной $\dfrac{du_c}{dt}(0)$ учтем, что $u_c = \dfrac{1}{C}\int i_3 dt$.

Следовательно, $\dfrac{du_c}{dt} = \dfrac{i_3}{C}$.

При $t = 0$ получим $\dfrac{du_c}{dt}(0) = \dfrac{i_3(0)}{C}$.

Значение тока $i_3(0)$ является зависимым начальным условием, поэтому перепишем систему дифференциальных уравнений (6.8; 6.9; 6.10), подставив $t = 0$:

$$\begin{cases} i_1(0) - i_2(0) - i_3(0) = 0; \\ i_1(0)R_1 + i_2(0)R_2 + u_L(0) = U; \\ u_c(0) - i_2(0)R_2 - u_L(0) = 0. \end{cases}$$

Подставляем в эту систему известные величины, в том числе $u_c(0) = 125$ В и $i_2(0) = 2{,}5$ А:

$$\begin{cases} i_1(0) - 2{,}5 - i_3(0) = 0; \\ i_1(0) \times 50 + 2{,}5 \times 50 + u_L(0) = 125; \\ 125 - 2{,}5 \times 50 - u_L(0) = 0. \end{cases}$$

Находим $u_L(0) = 0$; $i_1(0) = 0$; $i_3(0) = -2{,}5$ А.

Тогда $\dfrac{du_c}{dt}(0) = \dfrac{i_3(0)}{C} = \dfrac{-2{,}5}{5 \times 10^{-6}} = -0{,}5 \times 10^6$ В/с.

Подставляем значения $u_c(0)$ и $\dfrac{du_c}{dt}(0)$ в уравнения (6.12) для определения постоянных интегрирования:

$$\begin{cases} 125 = 62{,}5 + A \sin \Psi; \\ -0{,}5 \times 10^6 = -2625 A \sin\Psi + A\,1763 \cos \Psi. \end{cases}$$

$A = \dfrac{62{,}5}{\sin\Psi}$; $\quad$ tg $\psi = -0{,}328$;

$$\psi = \mathrm{arctg}(-0{,}328) = -18{,}16^0;$$

$$A = \frac{62{,}5}{\sin(-18{,}16°)} = \frac{62{,}5}{-0{,}312} = -200.$$

Подставляем найденные постоянные интегрирования в выражение (6.11) для переходного напряжения u_c и получаем решение в окончательном виде:

$u_c = 62{,}5 - 200e^{-2625t}\sin(1763t - 18{,}16°)$ В.

Проверка решения при $t = 0$:

$u_c(0) = 62{,}5 - 200 \sin(-18{,}16°) = 125$ В.

6.4. Задачи для самостоятельного решения

6.4.1. Определить переходный ток i_2 в цепи (рисунок 6.6), если $U = 120$ В; $R = 10$ Ом; $L = 10$ мГн.

Ответ: $i_2 = 4 + 2e^{-1500t}$ А.

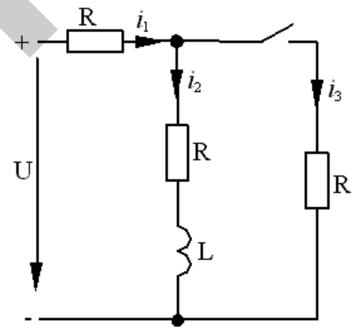


Рисунок 6.6

6.4.2. Определить переходное напряжение u_c в цепи (рисунок 6.7), если $E = 210$ В; $R_1 = 1000$ Ом; $R_2 = 2000$ Ом; $C = 50$ мкФ.

Ответ: $u_c = 140 - 140\,e^{-30t}$ В.

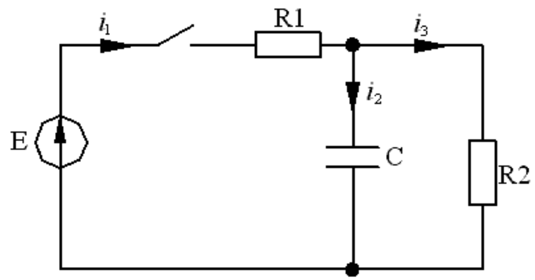


Рисунок 6.7

6.5. Индивидуальные задания

Для электрической цепи, соответствующей номеру варианта (таблица 6.1) и изображенной на рисунках 6.8…6.14, определить начальное значение величины, указанной в таблице 6.1, если $U = 120$ В; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 20$ Ом; $L = 0{,}2$ Гн; $C = 100$ мкФ.

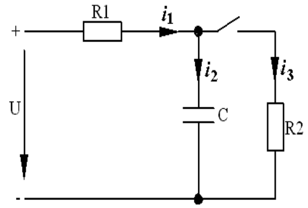


Рисунок 6.8

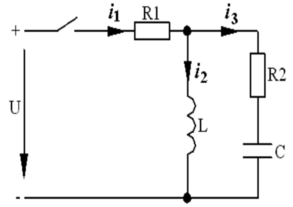


Рисунок 6.9

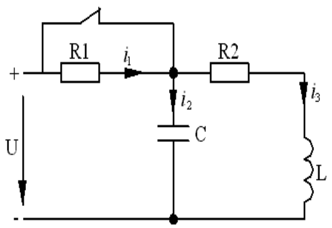


Рисунок 6.10

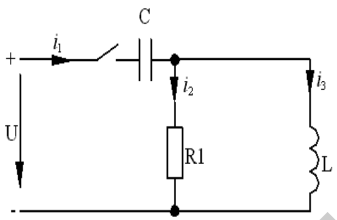


Рисунок 6.11

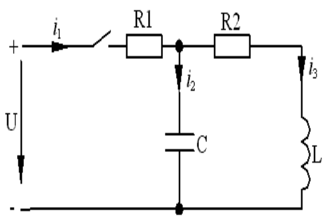


Рисунок 6.12

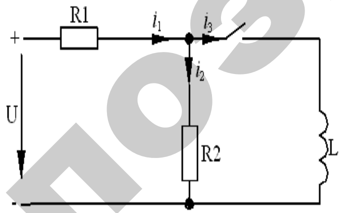


Рисунок 6.13

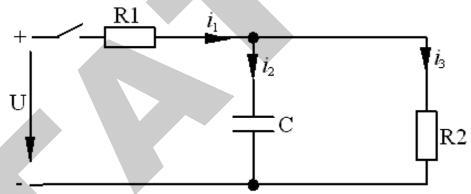


Рисунок 6.14

6.1. Варианты заданий и исходные данные

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Рисунок	6.8	6.9	6.10	6.11	6.12	6.13	6.14	6.8	6.9
Определить	$i_1(0)$	$i_1(0)$	$i_2(0)$	$u_L(0)$	$i_1(0)$	$u_L(0)$	$i_3(0)$	$i_2(0)$	$u_L(0)$

Вариант	10	11	12	13	14	15
Рисунок	6.10	6.11	6.12	6.8	6.9	6.10
Определить	$u_L(0)$	$i_1(0)$	$i_2(0)$	$i_3(0)$	$i_3(0)$	$i_1(0)$

Контрольные вопросы

1. Как записывается решение неоднородного дифференциального уравнения в общем виде?
2. Как рассчитывают значения установившихся токов и напряжений?
3. Какие есть способы составления характеристического уравнения?
4. Как записывается свободная составляющая в зависимости от вида корней характеристического уравнения?
5. Как составляют уравнения для определения двух постоянных интегрирования?
6. Что называют независимыми начальными условиями и как они находятся?
7. Что называют зависимыми начальными условиями и как они находятся?

Тема 7
РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ОПЕРАТОРНЫМ МЕТОДОМ

Цель: изучение методики расчета переходных токов и напряжений операторным методом.

7.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить по настоящему пособию (п. 7.2), учебникам тему: «Операторный метод расчета переходных процессов» [1] § 8.31…8.39, 8.41…8.50; [3] § 15.1…15.3; [8] § 3.13.
2. Рассмотреть примеры п. 7.3.
3. Ответить на контрольные вопросы п. 7.6.

7.2. Методические указания

Сущность операторного метода состоит в замене функции вещественной переменной *f*(*t*), *i*(*t*), *u*(*t*) (оригинал) функцией комплексной переменной *F*(*p*), *I*(*p*), *U*(*p*) (изображение). Замена осуществляется с помощью преобразования Лапласа:

$$F(p)=\int_0^\infty e^{-pt}f(t)dt\,.$$

Основное достоинство этого преобразования состоит в том, что производные и интегралы вещественных переменных заменяются алгебраическими функциями комплексной переменной. Благодаря этому интегрально-дифференциальные уравнения, составленные по законам Кирхгофа, преобразуются в алгебраические уравнения для изображений. Кроме того, эти уравнения учитывают начальные условия, благодаря чему отпадает необходимость в определении постоянных интегрирования. В результате решения этих алгебраических уравнений получают изображение искомого тока.

Если цепь простая, то изображение тока или напряжения может быть получено с помощью закона Ома.

Переход от изображения тока к оригиналу, то есть к мгновенному значению тока *i*(*t*), осуществляется с помощью таблиц оригиналов или с помощью теоремы разложения.

Расчет целесообразно начинать с составления эквивалентной операторной схемы цепи. Переход от действительной схемы к операторной осуществляется следующим образом.

1. Ток, напряжение и ЭДС в операторной схеме обозначаются *I*(*p*), *U*(*p*), *E*(*p*).
2. Индуктивный элемент *L* заменяют последовательной цепью, состоящей из операторного сопротивления *pL* и ЭДС *Li*(0), где *i*(0) начальное значение тока через индуктивный элемент.
3. Емкостной элемент *C* заменяют последовательной цепью, состоящей из операторного сопротивления $\frac{1}{pC}$ и ЭДС $-\frac{u_c(0)}{p}$, где $u_c(0)$ – начальное значение напряжения на емкостном элементе.

На рисунке 7.1 представлена операторная схема цепи с последовательным соединением элементов *R*, *L*, *C*.

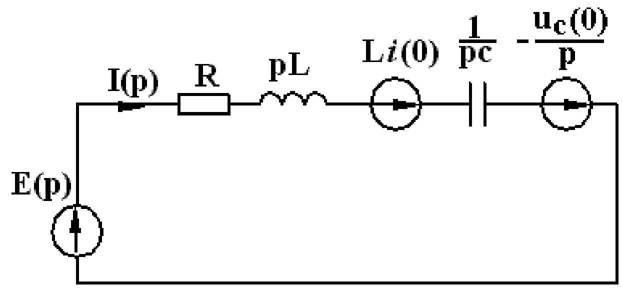


Рисунок 7.1

Закон Ома в операторной форме для последовательной цепи записывается в следующем виде:

$$I(p)=\frac{E(p)+Li(0)-\frac{u_c(0)}{p}}{R+pL+\frac{1}{pC}}\,.$$

При нулевых начальных условиях $i(0)=0$, $u_c(0)=0$ закон Ома имеет вид:

$$I(p)=\frac{E(p)}{R+pL+\frac{1}{pC}}=\frac{E(p)}{Z(p)},$$

где $R+pL+\frac{1}{pC}=Z(p)$ – операторное сопротивление ветви.

На рисунке 7.2, *а* показана ветвь электрической схемы, на рисунке 7.2, *б* – ветвь эквивалентной операторной схемы.

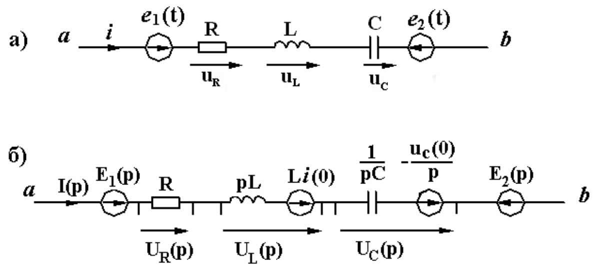


Рисунок 7.2

Для ветви, представленной на рисунке 7.2, *б,* закон Ома запишется следующим образом:

$$I(p)=\frac{U_{ab}(p)+E_1(p)+Li(0)-\frac{u_C(0)}{p}-E_2(p)}{R+pL+\frac{1}{pC}}.$$

Законы Кирхгофа в операторной форме имеют следующую запись:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k(p)=0;$$

$$\sum_{k=1}^{n}\left[E_k(p)+L_k i_k(0)-\frac{u_{\text{ск}}(0)}{p}\right]=\sum_{k=1}^{n} Z_k(p)I_k(p).$$

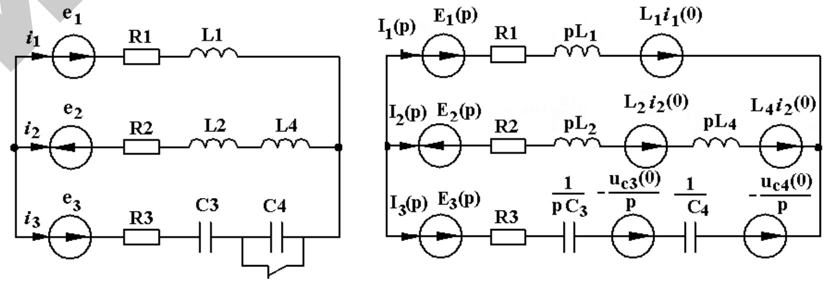
При нулевых начальных условиях

$$\sum_{k=1}^{n} I_k(p)=0;$$

$$\sum_{k=1}^{n} E_k(p)=\sum_{k=1}^{n} Z_k(p)I_k(p).$$

Составление уравнений по законам Кирхгофа в операторной форме производят обычным путем, то есть расставляют произвольно положительные направления токов, выбирают направления обхода контуров и записывают уравнения сначала по первому закону Кирхгофа, затем по второму.

На рисунке 7.3,а изображена схема электрической цепи, в которой происходит коммутация.



а) б)

Рисунок 7.3

Для эквивалентной операторной схемы цепи после коммутации, изображенной на рисунке 7.3,б уравнения имеют вид:

$I_1(p)+I_2(p)+I_3(p)=0;$

$E_1(p)+Li(0)+E_2(p)-L_2i_2(0)-L_4i_2(0)=(R_1+pL_1)\,I_1(p)-(R_2+pL_2+pL_4)I_2(p)$

$-E_2(p)+L_2i_2(0)+L_4i_2(0)+\frac{u_{c4}(0)}{p}+\frac{u_{c3}(0)}{p}-E_3(p)=(R_2+pL_2+pL_4)\,I_2(p)-$

$-(R_3+\frac{1}{pC_3}+\frac{1}{pC_4})I_3(p).$

В результате решения системы уравнений Кирхгофа искомый ток будет иметь выражение в виде дроби:

$$I(p)=\frac{F_1(p)}{F_2(p)}\ .$$

Числитель $F_1(p)$ и знаменатель дроби $F_2(p)$ – многочлены.

Переход от изображения $I(p)$ к оригиналу $i(t)$ осуществляют с помощью формулы, называемой теоремой разложения

$$i(t)=\sum_{k=1}^{n}\frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)}e^{p_k t},$$

где p_k – корень уравнения $F_2(p)=0$; n – число корней уравнения $F_2(p) = 0$.

7.3. Примеры

7.3.1. Определить ток i_1 в цепи (рисунок 7.4 а), если U = 125 В; R = 250 Ом; L = 667 мГн; C = 2 мкФ.

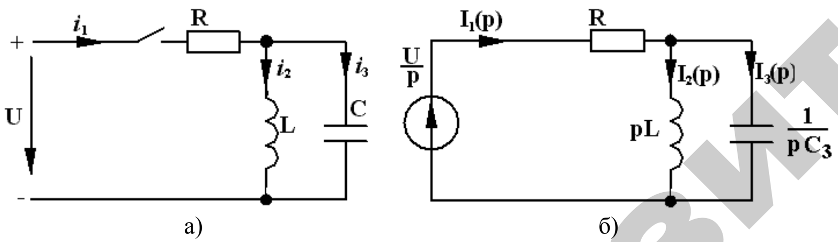


Рисунок 7.4

Решение

Нарисуем операторную схему (рисунок 7.4,б). Поскольку $i_2(0)$ = 0 и $u_c(0)$ = 0, то добавочные ЭДС отсутствуют.

Ток $I_1(p)$ может быть найден по закону Ома:

$$I_1(p)=\frac{U(p)}{Z(p)}=\frac{\frac{U}{p}}{R+\frac{pL\frac{1}{pC}}{pL+\frac{1}{pC}}}=\frac{U(p^2LC+1)}{p(p^2RLC+pL+R)}=$$

$$=\frac{125(p^2\,667\times10^{-3}\times2\times10^{-6}+1)}{p(p^2\,250\times667\times10^{-3}\times2\times10^{-6}+p\,667\times10^{-3}+250)}=$$

$$=\frac{1{,}67\times10^{-4}p^2+125}{3{,}34\times10^{-4}p^3+0{,}667p^2+250p}=\frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Оригинал i найдем с помощью теоремы разложения:

$$i=\sum_{k=1}\frac{F_1(p_k)}{F'_2(p_k)}e^{p_k t}.$$

Найдем корни уравнения

$$F_2(p)=3{,}34\times10^{-4}p^3+667\times10^{-3}p^2+250p=0$$

$p_1=0$; $\quad p_{2,3}=\dfrac{-0{,}667\pm\sqrt{0{,}667^2-4\times3{,}34\times10^{-4}\times250}}{2\times3{,}34\times10^{-4}}$;

p_2 = – 500 1/с;

p_3 = –1500 1/с.

Выразим производную $F_2'(p)$ и ее значение при $p=p_1$, $p=p_2$ и $p=p_3$.

$$F_2'(p_1)=3\times3{,}34\times10^{-4}p^2+2\times0{,}667p+250=10\times10^{-4}p^2+1{,}334p+250.$$

$F_2'(p_1)=250$; $F_2'(p_2)=-166$; $F_2'(p_3)=500$.

Найдем значения $F_1(p)$ при $p=p_1$, $p=p_2$ и $p=p_3$:

$F_1(p_1)=125$; $F_1(p_2)=166$; $F_1(p_3)=500$,

определим ток i_1

$$i_1 = \frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)}e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)}e^{p_2 t} + \frac{F_1(p_3)}{F_2'(p_3)}e^{p_3 t} =$$

$$= \frac{125}{250}e^{0} + \frac{166}{166}e^{-500t} + \frac{500}{500}e^{-1500t} = 0{,}5 - e^{-500t} + e^{-1500t}.$$

Замечание. Чтобы познакомиться с методикой расчета при комплексных корнях, определим ток i_1 в этой же цепи, если $U = 125$ В; $R = 100$ Ом; $L = 40$ мГн; $C = 5$ мкФ.

Изображение тока $I_1(p)$ находим аналогично

$$I_1(p) = \frac{U(p^2LC+1)}{p(p^2RLC + pL + R)} = \frac{125(p^2\,40\times10^{-3}\times5\times10^{-6}+1)}{p(p^2 100\times40\times10^{-3}\times5\times10^{-6} + p40\times10^{-3} + 100)} =$$

$$= \frac{25\times10^{-6}p^2 + 125}{20\times10^{-6}p^3 + 40\times10^{-3}p^2 + 100p} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Оригинал тока i_1 определим по теореме разложения

$$i_1 = \sum_{k=1}^{n} \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)}e^{p_k t}.$$

Найдем корни уравнения $F_2(p) = 0$.

$F_2(p) = p\,(20\times10^{-6}p^2 + 40\times10^{-3}p + 100) = 0$; $\quad p_1 = 0$;

$$p_{2,3} = \frac{-40\times10^{-3} \pm 40^2\times10^{-6} - 4\times20\times10^{-6}\times100}{2\times20\times10^{-6}};$$

$p_2 = (-1000 + j2000)$ 1/с; $\quad p_3 = (-1000 - j2000)$ 1/с.

Корни p_2 и p_3 – комплексные.

Выразим производную $F_2'(p)$ и ее значение при

$p = p_1$; $p = p_2$; $p = p_3$:

$F_2'(p) = 3\times20\times10^{-6}p^2 + 2\times40\times10^{-3}p + 100$;

$F_2'(p_1) = 100$;

$F_2'(p_2) = 3\times20\times10^{-6}(-1000 + j2000)^2 + 2\times40\times10^{-3}(-1000 + j2000) + 100 = -160 - j80$.

$F_2'(p_3) = 3\times20\times10^{-6}(-1000 - j2000)^2 + 2\times40\times10^{-3}(-1000 - j2000) + 100 = -160 + j80$.

Найдем значения $F_1(p)$ при $p = p_1$; $p = p_2$; $p = p_3$

$F_1(p_1) = 125$.

$F_1(p_2) = 25\times10^{-6}(-1000 + j2000)^2 + 125 = 50 - j100$.

$F_1(p_3) = 25\times10^{-6}(-1000 - j2000)^2 + 125 = 50 + j100$.

Определим ток i_1

$$i_1 = \frac{125}{100} + \frac{50 - j100}{-160 - j80}e^{(-1000+j2000)t} + \frac{50+100}{-160 + j80}e^{(-1000-j2000)t} = 1{,}25 +$$

$$+ j0{,}625e^{-1000t}e^{j2000t} - j0{,}625e^{-1000t}e^{-j2000t} = 1{,}25 + 0{,}625e^{j90^0}e^{-1000t}e^{j2000t} +$$

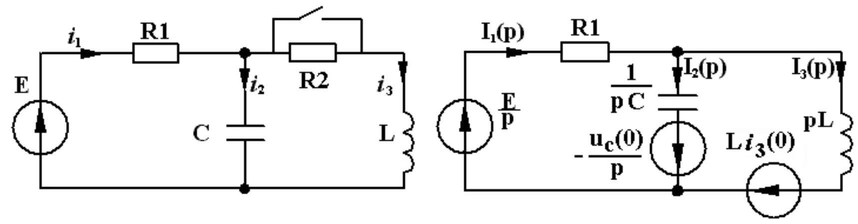
$$+ 0{,}625e^{-j90^0}e^{-1000t}e^{-j2000t} = 1{,}25 + 0{,}625e^{-1000t}(e^{j(2000t+90^0)} + e^{-j(2000t+90^0)}) =$$

$$+ 1{,}25 + 0{,}625e^{-1000t}\big[\,(\cos(2000t+90^0) + j\sin(2000t+90^0) + \cos(2000t+90^0) -$$

$$- j\sin(2000t+90^0)\,\big] = 1{,}25 + 1{,}25e^{-1000t}\cos(2000t+90^0) =$$

$$= 1{,}25 - 1{,}25e^{-1000t}\sin 2000t \text{ А.}$$

7.3.2. Определить ток i_1 в цепи (рисунок 7.5 а), если $E = 250$ В, $R_1 = 250$ Ом, $R_2 = 250$ Ом, $L = 667$ мГн, $C = 2$ мкФ.



а) б)

Рисунок 7.5

Решение

Нарисуем эквивалентную операторную схему (рисунок 7.5 б). Определим $u_C(0)$ и $i_3(0)$, для чего рассчитаем установившиеся токи и напряжения в цепи до коммутации $i_2(0–) = 0$, так как емкостной элемент для постоянного тока представляет бесконечно большое сопротивление.

Индуктивный элемент при постоянном токе имеет сопротивление, равное нулю.

$$i_1(0–) = i_3(0–) = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{250}{250 + 250} = 0{,}5 \text{ А}.$$

$$u_C(0–) = E - R_1 i_1(0–) = 250 - 125 = 125 \text{ В}.$$

$$u_C(0–) = u_C(0+) = u_C(0) = 125 \text{ В}.$$

$$i_3(0–) = i_3(0+) = i_3(0) = 0{,}5 \text{ А}.$$

Ток $I_1(p)$ в данной цепи может быть определен любым из методов расчета сложных цепей, используемых при расчете установившихся токов при синусоидальных ЭДС.

Воспользуемся, например, методом уравнения Кирхгофа.

$$\begin{cases} I_1(p) - I_2(p) - I_3(p) = 0 \\ R_1 I_1(p) + \dfrac{1}{pC} I_2(p) = \dfrac{E}{p} - \dfrac{u_C(0)}{p} \\ R_1 I_1(p) + pL I_3(p) = \dfrac{E}{p} + L i_3(0) \end{cases}$$

$$I_1(p) = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{p^2 LC[E - u_C(0)] + pLi_3(0) + E}{p^3 R_1 LC + p^2 L + pR} =$$

$$\frac{0{,}166 \times 10^{-3} p^2 + 0{,}33 p + 250}{0{,}333 \times 10^{-3} p^3 + 0{,}667 p^2 + 250 p} =$$

$$= \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

Найдем оригинал тока i_1, используя теорему разложения:

$$i = \sum_{k=1}^{n} \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}.$$

$$F_2(p) = 0{,}333 \times 10^{-3} p^3 + 0{,}667 p^2 + 250 p = 0.$$

$$p_1 = 0, \qquad p_{2,3} = \frac{-0{,}667 \pm \sqrt{0{,}667^2 - 4 \times 0{,}333 \times 10^{-3} \times 250}}{2 \times 0{,}333 \times 10^{-3}};$$

$$p_2 = -500 \text{ 1/с}; \qquad p_3 = -1500 \text{ 1/с};$$

$$F_2'(p) = 1 \times 10^{-3} p^2 + 1{,}334 p + 250;$$

$$F_2'(p_1) = 250; \qquad F_2'(p_2) = -166; \qquad F_2'(p_3) = 500;$$

$$F_1(p_1) = 250; \qquad F_1(p_2) = 125; \qquad F_1(p_3) = 125;$$

$$i_1 = \frac{250}{250} e^{\circ} - \frac{125}{166} e^{-500t} + \frac{125}{500} e^{-1500t}.$$

$$i_1 = 1 - 0{,}75 e^{-500t} + 0{,}25 e^{-1500t} \text{ А}.$$

7.4. Задачи для самостоятельного решения

7.4.1. Определить ток i_1 в цепи (рисунок 7.6), используя операторный метод, если U = 100 В; L = 100 мгн; R_1 = 20 Ом; R_2 =20 Ом.

Ответ: $i = 10 - 5e^{-100t}$ А.

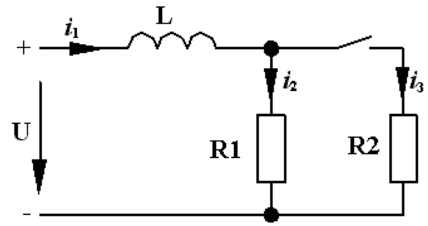


Рисунок 7.6

7.4.2. Определить напряжение u_C в цепи (рисунок 7.7) при E = 180 В;

R_1 = 60 Ом; R_2 =20 Ом; R_3 = 100 Ом; C =20 мкФ.

Ответ: $u_C = 120 - 7{,}5e^{-1250t}$ В.

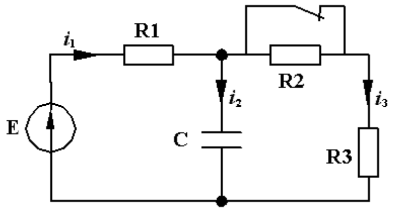


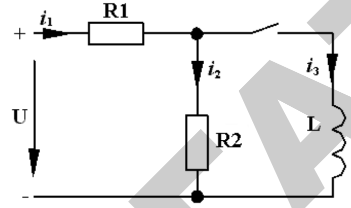
Рисунок 7.7

7.5. Индивидуальные задания

7.5.1. Для электрической цепи, соответствующей номеру варианта (таблица 7.1) и изображенной на рисунках 7.8 … 7.16, определить переходный ток i_1 операторным методом.

7.1. Варианты заданий и исходные данные

Вариант	Рисунок	U, В	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	L, мГн	C, мкФ
1	7.8	100	10	10	-	100	-
2	7.9	200	10	10	-	-	100
3	7.10	80	10	10	10	100	-
4	7.11	60	20	10	-	200	-
5	7.12	100	20	10	-	-	100
6	7.13	120	10	10	10	100	-
7	7.14	100	20	10	20	100	-
8	7.15	160	10	20	10	-	200
9	7.16	200	20	20	20	-	200
10	7.8	80	20	20	-	100	-
11	7.9	60	20	10	-	-	100
12	7.10	120	10	10	30	200	-
13	7.11	160	20	20	-	200	-
14	7.12	100	10	20	-	-	200
15	7.13	80	20	20	20	200	-
16	7.14	60	20	20	20	100	-
17	7.15	100	20	20	20	1	-
18	7.16	200	20	20	20	-	100



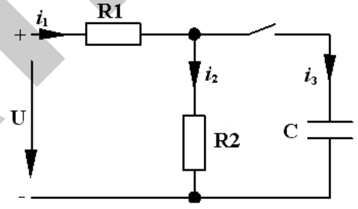
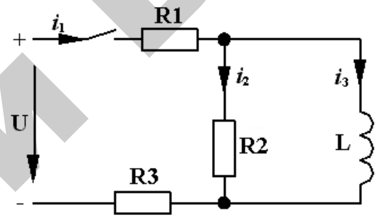


Рисунок 7.8

Рисунок 7.9



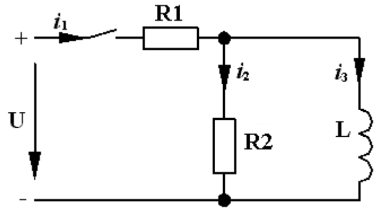
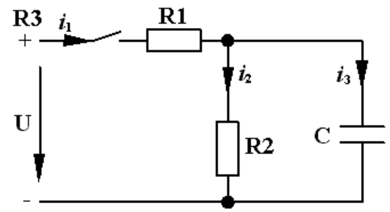


Рисунок 7.10

Рисунок 7.11



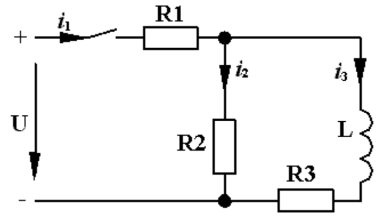
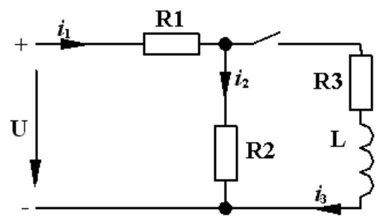


Рисунок 7.12

Рисунок 7.13



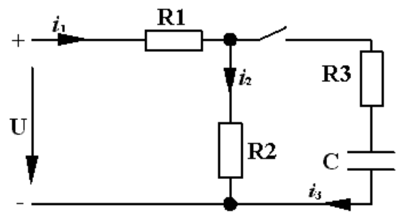


Рисунок 7.14

Рисунок 7.15

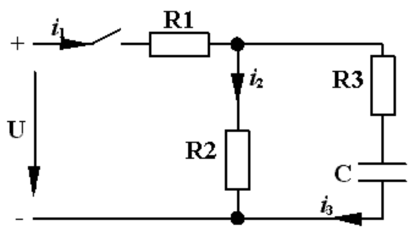


Рисунок 7.16

7.5.2. Для электрической цепи, соответствующей номеру варианта (таблица 7.2) и изображенной на рисунках 7.17 … 7.25, определить переходный ток i_1 операторным методом.

7.2. Варианты заданий и исходные данные

Вариант	Рисунок	E, В	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	L, мГн	C, мкФ
1	7.17	100	10	20	30	-	-	100
2	7.18	200	20	10	10	-	100	-
3	7.19	120	10	20	10	10	-	200
4	7.20	80	10	40	10	10	200	-
5	7.21	140	20	20	20	-	-	100
6	7.22	150	10	20	10	-	100	-
7	7.23	200	20	10	20	-	-	100
8	7.24	180	20	10	10	-	100	-
9	7.25	160	20	20	10	-	200	-
10	7.17	140	20	10	10	-	-	200
11	7.18	120	10	20	10	-	100	-
12	7.19	100	20	10	10	20	-	100
13	7.20	80	10	20	20	10	200	-
14	7.21	120	20	20	20	-	-	200
15	7.22	160	10	10	10	-	100	-
16	7.23	200	20	30	10	-	-	200

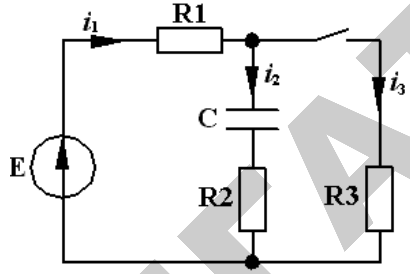


Рисунок 7.17

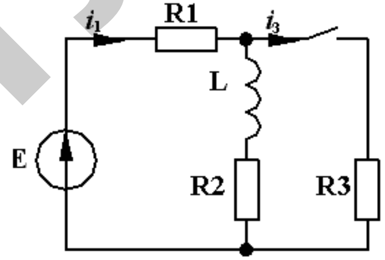


Рисунок 7.18

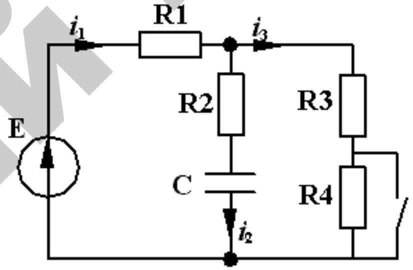


Рисунок 7.19

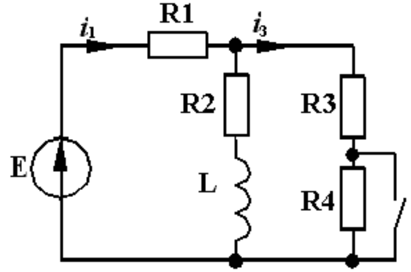


Рисунок 7.20

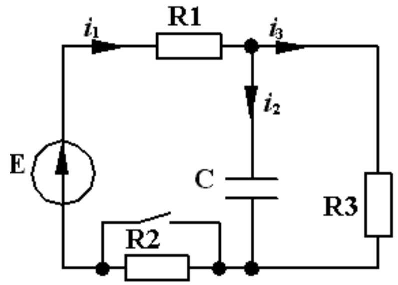


Рисунок 7.21

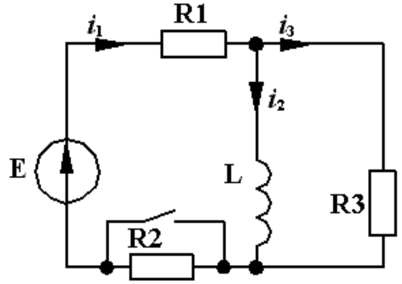


Рисунок 7.22

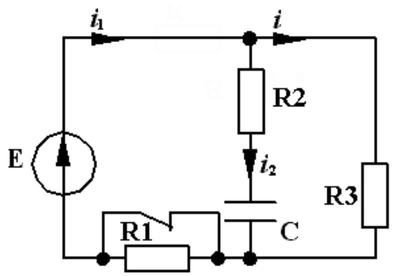


Рисунок 7.23

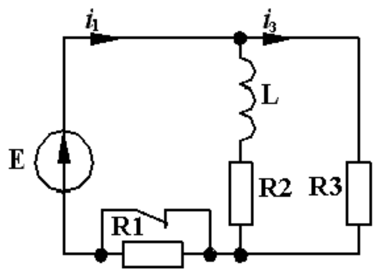


Рисунок 7.24

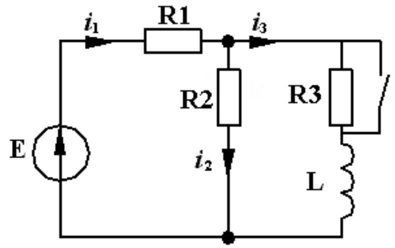


Рисунок 7.25

Контрольные вопросы

1. Каковы преимущества операторного метода расчета переходных процессов?
2. Как записывают в операторной форме напряжение на резисторе, катушке индуктивности и конденсаторе?
3. Чем отличается эквивалентная операторная схема от действительной схемы цепи?
4. Каким образом по изображению находят оригинал?

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕСТОВ К КОНТРОЛЮ ТЕКУЩИХ ЗНАНИЙ ПО ТОЭ (ЧАСТЬ 2)

А 1

1. Изменится ли действующее значение трехфазной ЭДС генератора при изменении направления вращения ротора?

Выберите ответ: а) не изменится; б) изменится.

2. В симметричной трехфазной цепи фазное напряжение равно 220 В, фазный ток 5 А, cosφ=0,8.

Определите активную мощность, выбрав нужный ответ:

а) 0,88 кВт; б) 1,1 кВт; в) 2,64 кВт.

3. Трехфазные генератор синусоидального тока и симметричный приемник соединены по схеме «звезда» с нейтральным проводом. При этом $U_ф = 220$ В, $I_ф = 2$ А.

Определите, чему будет равен ток в нейтральном проводе.

Выберите ответ: а) 2 А; б) 0; в) 2/3 А.

А 2

1. При прямом следовании фаз с какой точкой соединяется начало первой обмотки при включении обмоток генератора треугольником?

Выберите ответ:

а) с началом второй; б) с концом второй; в) с концом третей.

2. В симметричной трехфазной цепи линейное напряжение равно 220 В., линейный ток 5А, cosφ=0,8.

Определите активную мощность, выбрав нужный ответ:

а) 1,52 кВт; б) 1,1 кВт; в) 1,14 кВт.

3. В трехфазной цепи при соединении фаз генератора треугольником фазное напряжение равно 660 В. Чему равно при этом линейное напряжение?

Выберите ответ: а) 1140 В; б) 380 В; в) 660 В.

А 3

1. С какой точкой соединяется конец первой обмотки при включении обмоток генератора треугольником?

Выберите ответ:

а) с началом второй; б) с концом второй; в) с концом третей.

2. В симметричной трехфазной цепи фазное напряжение равно 220 В, фазный ток 5 А, cosφ=0,8.

Определите реактивную мощность, выбрав нужный ответ:

а) 0,66 квар; б) 1,1 квар; в) 2,64 квар: г) 1,98 квар.

3. Трехфазные симметричный приемник и генератор соединены по схеме «звезда». Линейное напряжение равно $U_л = \sqrt{3} \cdot 220$ В. Чему равно фазное напряжение приемника?

Выберите ответ: а) 220 В; б) 380 В; в) 660 В.

А 4

1. С какой точкой соединяется начало третей обмотки при включении обмоток генератора треугольником?

Выберите ответ: а) с началом второй; б) с концом второй;

в) с концом третей.

2. В симметричной трехфазной цепи линейное напряжение равно 220 В, линейный ток 5А, cosφ = 0,8.

Определите реактивную мощность, выбрав нужный ответ:

а) 0,38 квар; б) 1,14 квар; в) 1,52 квар: г) 1,1 квар.

3. Трехфазные симметричный приемник и генератор соединены по схеме «звезда» без нейтрального провода. Линейное напряжение равно $U_л$ =220 В. Произошел обрыв одной фазы приемника. Чему равно напряжение на остальных фазах приемника?

Выберите ответ: а) 220 В; б) 110 В; в) 380 В; г) 440 В.

А 5

1. Укажите правильное определение фазы, выбрав нужный ответ:

а) фазой называют аргумент синуса; б) фазой называют часть многофазной цепи; в) оба определения правильны.

2. В трехфазной цепи линейное напряжение равно 220 В, линейный ток равен 2 А, активная мощность 380 Вт.

Определите коэффициент мощности и укажите ответ:

а) 0,4; б) 0,5; в) 0,6: г) 0,8; д) 1,0.

3. Трехфазные симметричный приемник и генератор соединены по схеме «звезда» с нейтральным проводом. Линейное напряжение равно $U_л = \sqrt{3} \cdot 220$ В. Произошел обрыв одной фазы. Чему после этого будет равно фазное напряжение на остальных фазах приемника?

Выберите ответ: а) 220 В; б) 110 В; в) 380 В; г) 440 В.

А 6

1. Симметричная нагрузка соединена звездой. Линейное напряжение 380 В.

Определите фазное напряжение, выбрав нужный ответ:

а) 380 В; б) 250 В; в) 220 В; г)127 В; д) 660 В.

2. В симметричной трехфазной цепи полная мощность равна 1500 ВА, активная мощность равна 900 Вт.

Определите коэффициент мощности и укажите ответ:

а) 0,4; б) 0,5; в) 0,6: г) 0,8; д) 1,0.

3.Трехфазный симметричный приемник, фазы которого соединены треугольником, имеет активную мощность 600Вт. Чему равна мощность одной фазы?

Выберите ответ: а) 280 Вт; б) 200 Вт; в) 346,8 Вт.

А 7

1. Чему равен вектор $\mathbf{U}_{AC}$, если $\mathbf{U}_{CA} = \mathbf{U}_C - \mathbf{U}_A$? Выберите ответ:

а) $\mathbf{U}_{AC} = -\mathbf{U}_C - \mathbf{U}_A$; б) $\mathbf{U}_{AC} = \mathbf{U}_A - \mathbf{U}_C$; в) $\mathbf{U}_{AC} = \mathbf{U}_C + \mathbf{U}_A$.

2. Лампы накаливания с номинальным напряжением 127 В включают в трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В.

Определите схему соединения ламп:

а) звездой; б) звездой с нулевым проводом; в) треугольником: г) лампы нельзя включать в сеть с линейным напряжением 220 В.

3. Трехфазный симметричный приемник, фазы которого соединены звездой, имеет активную мощность 840Вт. Чему равна мощность одной фазы?

Выберите ответ: а) 280 Вт; б) 330 Вт; в) 485,5 Вт.

А 8

1. Может ли нулевой провод, обладающий большим активным сопротивлением, обеспечить симметрию напряжений при несимметричной нагрузке?

Выберите нужный ответ: а) не может; б) может.

2. В трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В включают трехфазный двигатель, рассчитаный на напряжение 220/127 В.

Определите схему соединения обмоток: а) звездой; б) звездой с нулевым проводом; в) треугольником: г) двигатель нельзя включать в эту сеть.

3. Трехфазные симметричный приемник и генератор соединены по схеме «треугольник». Линейное напряжение равно $U_{ё} = 127$ В. Произошел обрыв одной фазы приемника. Чему будет равно напряжение на остальных фазах приемника?

Выберите ответ: а) 220 В; б) 127 В; в) 380 В.

А 9

1. Может ли геометрическая сумма линейных токов быть отличной от нуля при отсутствии нулевого провода?

Выберите нужный ответ: а) может; б) не может.

2. В трехфазную сеть с линейным напряжением 380 В включают трехфазный двигатель, каждая из обмоток которого рассчитана на напряжение 127 В.

Определите схему соединения обмоток: а) звездой; б) звездой с нулевым проводом; в) треугольником: г) двигатель нельзя включать в эту сеть.

3. Трехфазные генератор и приемник соединены по схеме «треугольник». Линейное напряжение генератора равно 220В. Чему равно фазное напряжение приемника?

Выберите ответ: а) 220 В; б) 127 В; в) 380 В.

А 10

1. Будут ли меняться линейные токи при обрыве нулевого провода в случае симметричной нагрузки?

Выберите нужный ответ: а) будут; б) не будут.

2. Лампы накаливания с номинальным напряжением 220 В включают в трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В.

Определите схему соединения ламп:

а) звездой; б) звездой с нулевым проводом; в) треугольником: г) лампы нельзя включать в сеть с линейным напряжением 220 В.

3. Какое соотношение линейного и фазного напряжений в приемнике, соединенном звездой?

Выберите ответ: а) 1; б) 3; в) 1,73.

А 11

1. Будут ли меняться линейные токи при обрыве нулевого провода в случае несимметричной нагрузки?

Выберите нужный ответ: а) будут; б) не будут.

2. В трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В включают трехфазный двигатель, каждая из обмоток которого рассчитана на напряжение 220 В.

Определите схему соединения обмоток двигателя:

а) звездой; б) звездой с нулевым проводом; в) треугольником.

3. Какое соотношение линейного и фазного напряжений в приемнике, соединенном треугольником?

Выберите ответ: а) 1; б) $\sqrt{3}$; в) 1,73.

А 12

1. Линейное напряжение 220 В. Определите фазное напряжение, если симметричная нагузка соединена треугольником.

Выберите нужный ответ: а) 380 В; б) 250 В; в) 220 В; г)127 В; д) 660 В.

2. В симметричной трехфазной цепи фазное напряжение равно 220 В, фазный ток 5 А, cosφ=0,6.

Определите активную мощность, выбрав нужный ответ:

а) 0,88 кВт; б) 1,1 кВт; в) 1,98 кВт.

3. К трехфазному генератору, обмотки фаз которого соединены треугольником, подключены трехфазные симметричные потребители, общий линейный ток которых $I_л = \sqrt{75}$ А. Чему равен при этом фазный ток генератора?

Выберите ответ: а) 19 А; б) 25 А; в) 30 А.

А 13

1. Линейное напряжение 380 В. Определите фазное напряжение, если симметричная нагрузка соединена треугольником.

Выберите нужный ответ: а) 380 В; б) 250 В; в) 220 В; г)127 В; д) 660 В.

2. В симметричной трехфазной цепи полная мощность равна 900 ВА, активная мощность равна 900 Вт.

Определите коэффициент мощности и укажите ответ:

а) 0,4; б) 0,5; в) 0,6: г) 0,8; д) 1,0.

3. Трехфазные генератор синусоидального тока и симметричный приемник соединены по схеме «звезда» с нейтральным проводом. При этом $U_ф = 380$ В, $I_б = 57$ А. Чему будет равен ток в нейтральном проводе.

Выберите ответ: а) 19 А; б) 28,5 А; в) 57 А; д) 0.

А 14

1. Симметричная нагрузка соединена звездой. Линейное напряжение 220 В.

Определите фазное напряжение, выбрав нужный ответ: а) 380 В; б) 250 В; в) 220 В; г)127 В; д) 660 В.

2. В симметричной трехфазной цепи полная мощность равна 1000 ВА, активная мощность равна 800 Вт.

Определите коэффициент мощности и укажите ответ: а) 0,4; б) 0,5; в) 0,6: г) 0,8; д) 1,0.

А 15

1. Линейный ток равен 2,2 А. Определите фазный ток, если симметричная нагрузка соединена звездой.

Выберите нужный ответ: а) 3,8 А; б) 2,2 А; в) 1,27 А.

2. В симметричной трехфазной цепи полная мощность равна 1800 ВА, активная мощность равна 900 Вт.

Определите коэффициент мощности и укажите ответ: а) 0,4; б) 0,5; в) 0,6: г) 0,8; д) 1,0.

3. Трехфазный симметричный приемник, соединенный треугольником, потребляет линейный ток $I_л = \sqrt{48}$ А. Определите фазный ток потребителя.

Выберите нужный ответ: а) 4 А; б) 16 А; в) 48 А.

А 16

1. Линейный ток равен 3,8 А. Определите фазный ток, если симметричная нагрузка соединена треугольником.

Выберите нужный ответ: а) 3,8 А; б) 2,2 А; в) 1,27 А.

2. В симметричной трехфазной цепи фазное напряжение равно 220 В, фазный ток 5 А, cosφ=0,6.

Определите реактивную мощность, выбрав нужный ответ:

а) 0,66 квар; б) 1,1 квар; в) 2,64 квар: г) 1,98 квар.

3. Чему равно отношение линейных и фазных напряжений в симметричной трехфазной цепи при соединении приемников звездой?

Выберите ответ: а) 1; б) $\sqrt{3}$.

А 17

1. Изменится ли действующее значение трехфазной ЭДС генератора при изменении направления вращения ротора?
Выберите ответ: а) не изменится; б) изменится.

2. В симметричной трехфазной цепи фазное напряжение равно 220 В, фазный ток 5 А, cosφ=0,5.

Определите реактивную мощность, выбрав нужный ответ:

а) 0,66 квар; б) 1,1 квар; в) 1,65 квар: г) 1,98 квар.

3. У трехфазного двигателя, обмотки которого соединены треугольником, линейное напряжение равно 380 В. Чему равно фазное напряжение электродвигателя?

Выберите нужный ответ: а) 380 В; б) 660 В; в) 220 В; г)127 В;

А 18

1. Укажите правильное определение фазы, выбрав нужный ответ:
а) фазой называют аргумент синуса; б) фазой называют часть многофазной цепи; в) оба определения правильны.

2. Лампы накаливания с номинальным напряжением 220 В включают в трехфазную сеть с линейным напряжением 380 В.

Определите схему соединения ламп, выберите нужный ответ: а) звездой; б) звездой с нулевым проводом; в) треугольником: г) лампы нельзя включать в сеть с линейным напряжением 380 В.

3. Линейный ток трехфазного электродвигателя, обмотки которого соединены звездой, равен 4А. Чему равен фазный ток двигателя?

Выберите нужный ответ: а) 4 А; б) 6,92 А; в) 2,3 А.

А 19

1. Симметричная нагрузка соединена звездой. Линейное напряжение 660 В.

Определите фазное напряжение, выбрав нужный ответ: а) 380 В; б) 250 В; в) 220 В; г)127 В; д) 660 В.

2. В трехфазную сеть с линейным напряжением 380 В включают трехфазный двигатель, рассчитанный на напряжение 660/380 В.

Определите схему соединения обмоток: а) звездой; б) звездой с нулевым проводом; в) треугольником: г) двигатель нельзя включать в эту сеть.

3. Трехфазный ламповый реостат, соединенный звездой с нейтральным проводом, подключен к генератору с линейным напряжением $U_л = \sqrt{3} \cdot 127$ В.

Определите чему равно фазное напряжение реостата?

А 20

1. Чему равен вектор $\mathbf{U}_{BC}$, если $\mathbf{U}_{AB} = \mathbf{U}_A - \mathbf{U}_B$? Выберите ответ:

а) $\mathbf{U}_{BC} = -\mathbf{U}_C - \mathbf{U}_B$; б) $\mathbf{U}_{BC} = \mathbf{U}_B - \mathbf{U}_C$; в) $\mathbf{U}_{BC} = \mathbf{U}_C + \mathbf{U}_B$.

2. В трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В включают трехфазный двигатель, каждая из обмоток которого рассчитана на напряжение 220 В.

Определите схему соединения обмоток двигателя: а) звездой; б) звездой с нулевым проводом; в) треугольником.

3. Трехфазные симметричный приемник и генератор соединены по схеме «треугольник». Линейное напряжение генератора равно 380 В. Чему равно фазное напряжение приемника?

Выберите нужный ответ: а) 380 В; в) 220 В; г)127 В; д) 660 В.

Вариант (типовой)
индивидуального задания по теоретическим основам электротехники (часть 2) для текущего контроля знаний студентов факультета электрификации

1. С какой точкой соединяется начало первой обмотки при включении обмоток генератора треугольником и прямом следовании фаз?

Выберите ответ: а) с началом второй; б) с концом второй; в) с концом третей. (0,5 балла)

2. В симметричной трехфазной цепи линейное напряжение равно 220 В, линейный ток 5А, cosφ=0,8.

Определите активную мощность, выбрав нужный ответ: а) 1,52 кВт; б) 1,1 кВт; в) 1,14 кВт. (0,5 балла)

3. Трехфазные симметричный приемник и генератор соединены по схеме «звезда». Линейное напряжение равно $U_л = \sqrt{3} \cdot 220$ В. Чему равно фазное напряжение приемника?

Выберите ответ: а) 220 В; б) 380 В; в) 660 В. (0,5 балла)

4. Несимметричный потребитель с сопротивлениями фаз $\underline{Z}_A = 20$ Ом; $\underline{Z}_B = 10$ Ом; $\underline{Z}_C = 20$ Ом соединен звездой без нейтрального провода. Линейное напряжение $U_Л = 200$ В.

Определите фазные напряжения U_A, U_B, U_C токи в фазах потребителя, постройте топографическую диаграмму напряжений. (1,5 балла)

5. Определите токи трехфазного приемника, соединенного звездой, если известно значение фазного напряжения симметричного генератора $U_Ё = 380$ В и сопротивления фаз приемника $\underline{Z}_A = 2 + j3$ Oì ; $\underline{Z}_B = 3 - j4$ Oì ; $\underline{Z}_C = 3 + j4$ Î ì . Сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_N = 0$ (или $\underline{Z}_N = \infty$, по указанию в варианте).

Постройте топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов/ (1,5 балла)

6. Определите показания амперметров в цепи (рис. 1), если $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{CA} = \underline{Z}_{BC} = 10$ Ом,
$U_Л = 220$ В.
(1 балл)

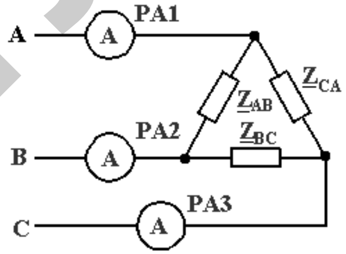


Рисунок 1

7. Для трехфазной цепи при соединении приемника треугольником определите фазные токи, постройте векторную диаграмму напряжений и токов, если $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{CA} = \underline{Z}_{BC} = 10$ Ом,
$U_Л = 220$ В.
(1 балл)

8. Для электрической цепи, изображенной на рис.2, определите напряжение на емкостном элементе $u_C(0)$ до коммутации, а также установившееся на нем напряжение $u_{C\,у}$. Известно: $U = 100$Â; $R_1 = 30$ Ом; $R_2 = 20$ Ом; С=100 мкФ. Составьте характеристическое уравнение. Определите постоянную времени переходного процесса.
(1 балл)

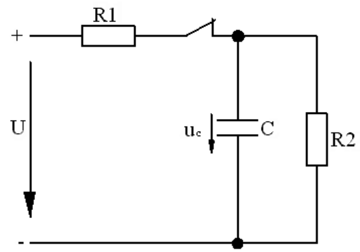


Рисунок 2

9. Определите ток $i_2(0)$ до коммутации и установившийся ток $i_{2у}$ в цепи после коммутации (рис. 3), если U = 120 В; R = 10 Ом; L = 10 мГн. Составьте систему уравнений для определения переходного тока $i_2(t)$.
(1 балл)

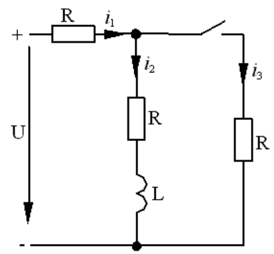


Рисунок 3

10. Для электрической цепи, изображенной на рис. 4, составьте эквивалентную операторную схему. Запишите, как для этой цепи определить дополнительные ЭДС на конденсаторе $u_c(0)$ и на катушке $Li_3(0)$.
(1 балл)

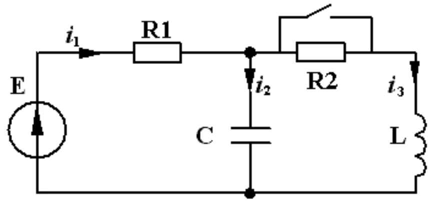


Рисунок 4

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. — Москва : Гардарики, 2007. — 704 с.

2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле / Л. А. Бессонов. — Москва : Гардарики, 2003. — 320 с.

3. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. — Москва : Энергоатомиздат, 1989. — 528 с.

4. Теоретические основы электротехники : в 3 т. / К. С. Демирчян [и др.]. — Санкт-Петербург. : Питер, 2003.

Т. 1. — 463 с. — Содерж. : Основные понятия и законы теории электромагнитного поля и теории электрических и магнитных цепей. Теория линейных электрических цепей.

Т. 2. — 576 с. — Содерж. : Теория линейных электрических цепей. Теория нелинейных электрических и магнитных цепей.

Т. 3. — 377 с. — Содерж. : Теория электромагнитного поля.

5 Сборник задач по теоретическим основам электротехники./Под ред. Л. А. Бессонова. — Москва : Высшая школа, 2003. — 528 с.

Дополнительная

6. Теоретические основы электротехники: учебно-методический комплекс для студентов вузов: в 3 ч. Ч.1 / БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов, Э.Л. Кочетова, Т.Ф. Гузанова. – Минск : БГАТУ, 2008. —– 353 с.

7. Теоретические основы электротехники: курс лекций : в 2 ч. Ч. 1.: Линейные электрические цепи / БГАТУ, Кафедра электротехники; сост. : В. С. Корко [и др.]. — Минск : БГАТУ, 2002. — 170 с.: ил.

8. Теоретические основы электротехники: курс лекций : в 2 ч. Ч. 2.: Линейные электрические цепи / БГАТУ, Кафедра электротехники; сост. : В. С. Корко [и др.]. — 2-е изд. — Минск : БГАТУ, 2004. — 120 с.

9. Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям : в 3 ч. Ч. 1 / БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В. С. Корко и др.]. — Минск : БГАТУ, 2003. — 137 с.

10. Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям : в 3 ч. Ч. 2./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.]— Минск: БГАТУ, 2005. — 99 с.

11. Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям : в 3 ч. Ч. 3./БГАТУ, кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.]— Минск: БГАТУ, 2006. — 84 с.

12. Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным занятиям : в 3 ч. Ч. 1./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.] — 2-е изд., перераб. — Минск : БГАТУ, 2007. — 97 с.

13. Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным занятиям : в 3 ч. Ч. 2./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост. В.С. Корко [и др.] — Минск: БГАТУ, 2001. — 66 с.

14. Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным занятиям : в 3 ч. Ч. 3./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.] 2-е изд. — Минск: БГАТУ, 2006. — 74 с.

15. Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических заданий с применением ЭВМ: в 3 ч. Ч. 1./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.] — Минск: БГАТУ, 2008. — 44 с.

16. Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических заданий: в 3 ч. Ч. 2./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.] — Минск: БГАТУ, 2003. — 33 с.

17. Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических заданий с применением ЭВМ: в 3 ч. Ч. 3./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.] — Минск: БГАТУ, 2005. — 25 с.

Стандарты

18. ГОСТ 19880–74. Электротехника. Основные понятия. Термины и определения. — Москва : Издательство стандартов, 1974. — 32 с.

19. ГОСТ 1494–77. Электротехника. Буквенные обозначения основных величин. — Введ. 01.07.78; взамен ГОСТ 1494-61. — Москва: Издательство стандартов, 1987. – 36 с.

20. ГОСТ 2.710–81. Обозначения буквенно-цифровые в электрических схемах: ЕСКД. – Введ. 01.07.81; взамен ГОСТ 2.710-75. — Москва: Издательство стандартов, 1987. – 15 с.

21. ГОСТ 2.723–68. Обозначения условные графические в схемах. Катушка индуктивности, дроссели, трансформаторы, автотрансформаторы и магнитные усилители: ЕСКД. — Введ. 01.01.71; взамен ГОСТ 7624–62 в части разд. 11. — Москва: Издательство стандартов, 1973. — 15 с.

22. ГОСТ 2.728–74. Обозначения условные графические в схемах. Резисторы, конденсаторы: ЕСКД. — Введ. 01.07.75; взамен ГОСТ 2.728–68, ГОСТ 2.729–68 в части п.12, ГОСТ 2.747–68 в части подп. 24, 25 таблицы. [переизд. Май 2002 г. с изменен. № 1, 2, утв. в августе 1980 г., июле 1991 г.]. — Москва: ИПК Изд-во стандартов, 2002. — 12 с.

23. ГОСТ 2.755–87. Обозначения условные графические в электрических схемах. Устройства коммутационные и контактные соединения: ЕСКД. — Введ.01.01.88. — Москва: ИПК Изд-во стандартов, 2005. — 11 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А

Комплексные числа

Комплексное число, соответствующее точке, в которой лежит конец вектора $\dot{A}$ (рис. 1), может быть записано в следующих формах:

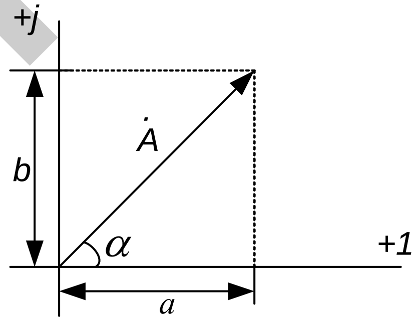


Рис. 1

$\dot{A} = a + jb$ – алгебраической;

$\dot{A} = A(\cos\alpha + j\sin\alpha)$ – тригонометрической;

$\dot{A} = A \cdot e^{j\alpha}$ – показательной;

$\dot{A} = A\angle\alpha$ – полярной.

Здесь $a = A\cos\alpha$ – действительная часть комплексного числа, A;

$jb = jA\sin\alpha$ – мнимая часть комплексного числа;

$j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица;

$A = |\dot{A}| = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа;

$\alpha = \mathrm{arctg}\dfrac{b}{a}$ – угол (или аргумент) комплексного числа.

Комплексное число $\overset{*}{A} = a - jb = A \cdot e^{-j\alpha}$ – называется сопряженным комплексному числу $\dot{A} = a + jb = A \cdot e^{j\alpha}$. Произведение комплексно-сопряженных чисел – число вещественное, равное квадрату их модуля:

$$\dot{A} \cdot \overset{*}{A} = A \cdot e^{j\alpha} \cdot A \cdot e^{-j\alpha} = A^2 .$$

$e^{j\varphi}$ – оператор поворота на угол φ.

Умножение комплексного числа $\dot{A}$ на число $e^{j\varphi}$ сводится к повороту вектора $\dot{A}$ в комплексной плоскости на угол φ:

$$\dot{A} \cdot e^{j\varphi} = A \cdot e^{j\alpha} \cdot e^{j\varphi} = A \cdot e^{j(\alpha + \varphi)}$$

$\varphi > 0$ – поворот против часовой стрелки.

$\varphi < 0$ – поворот по часовой стрелке.

Действия над комплексными числами

Вычисления над комплексными числами производятся так же, как и над обыкновенными двучленами, полагая $j = \sqrt{-1}, \quad j^2 = -1.$

При делении одного комплексного числа на другое, записанных в алгебраической форме, уничтожают мнимость в знаменателе, для чего умножают числитель и знаменатель на число, сопряженное знаменателю:

$$\frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac - jad + jbc + bd}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j\frac{bc - ad}{c^2 + d^2}.$$

Возведение в степень $\dot{A}^n = (A \cdot e^{j\alpha})^n = A^n \cdot e^{jn\alpha}$.

Извлечение корня:

$$\sqrt[n]{\dot{A}} = \sqrt[n]{A \cdot e^{j\alpha}} = \sqrt[n]{A} \cdot e^{j\frac{\alpha + 2k\pi}{n}},$$

где k – целое число.

Приложение Б

Основные законы электротехники	
Закон Ома	$i = \dfrac{u}{R}$
Первый закон Кирхгофа	$\sum i = 0$
Второй закон Кирхгофа	$\sum e = \sum u$
Закон Джоуля – Ленца	$p = i^2 R$
Закон электромагнитной индукции	$e = -\dfrac{d\Phi}{dt}$
Закон Ампера	$\vec{F} = i[d\vec{\ell}\ \vec{B}]$
Закон Кулона	$\vec{F} = \dfrac{q_1 q_2 \vec{R}_0}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$
Закон полного тока	$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \Sigma i$

Основные формулы и уравнения электротехники	
Мощность	$p = ui$
Энергия	$W = \int uidt$
Энергия магнитного поля катушки	$W_{\text{маг}} = \dfrac{Li^2}{2}$
Энергия электрического поля конденсатора	$W_{\text{эл}} = \dfrac{Cu^2}{2}$
Теорема Гаусса	$\oint \vec{D} d\vec{S} = \Sigma q_{св}$
Первое уравнение Максвелла	$rot\,\vec{H} = \vec{J} + \varepsilon_a \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
Второе уравнение Максвелла	$rot\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Теорема Умова - Пойнтинга	$-\oint \vec{\Pi} d\vec{S} = \int\limits_V \gamma E^2 dv + \dfrac{\partial W_{\text{эм}}}{\partial t}$

Соотношения между током и напряжением
на элементах электрической цепи

Элемент цепи	Вид тока			
	Переменный ток, мгновенное значение	Синусоидальный ток, комплексное значение	Синусоидальный ток, действующее значение	Постоянный ток
R	$u = iR$ $i = \dfrac{u}{R}$	$\dot{U} = \dot{I} R$ $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{R}$	$U = IR$ $I = \dfrac{U}{R}$	$U = IR$ $I = \dfrac{U}{R}$
L	$u_L = L\dfrac{di}{dt}$ $i = \dfrac{1}{L}\int u_L dt$	$\dot{U} = j\omega L \dot{I}$ $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}}{j\omega L}$	$U = \omega LI$ $I = \dfrac{U}{\omega L}$	Индуктивность не оказывает сопротивления постоянному току
C	$u_C = \dfrac{1}{C}\int idt$ $i = C\dfrac{du_C}{dt}$	$\dot{U} = -j\dfrac{1}{\omega C}\dot{I}$ $\dot{I} = j\omega C \dot{U}$	$U = \dfrac{1}{\omega C} I$ $I = \omega CU$	Емкость представляет собой разрыв цепи для постоянного тока

Закон Ома
в комплексной форме для цепи синусоидального тока

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}; \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j(\omega L - \dfrac{1}{\omega C})} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)}.$$

Приложение В

Методика использования калькуляторов для выполнения расчетов с комплексными числами

Подготовка: включение калькулятора – ON/C. Клавишей DRG устанавливают угловую единицу DEG (градусы). Вход в программу расчета: клавиши 2ndF и $\leftrightarrow$ (cplx)

Примеры вычислений

Деление комплексного числа на комплексное число:

Пример 1

$$\frac{40-j10}{5-j5}=5+j3.$$

Порядок действий: $40\boxed{a}\,10\boxed{+/-}\boxed{b}\div 5\boxed{a}\;5\boxed{+/-}\boxed{b}=\boxed{a}\boxed{b}$ — просмотр результата.

Клавиша $\boxed{a}$ дает величину вещественной части. Клавиша $\boxed{b}$ — величину мнимой части комплексного числа.

Пример 2

$$\frac{40-j10}{j4}=-2{,}5-j10.$$

Порядок действий: $40\boxed{a}\,10\boxed{+/-}\,\boxed{b}\div 4\boxed{b}=\boxed{a}\,\boxed{b}$ — просмотр результата.

Умножение, сложение и вычитание производят аналогично.

Переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной:

Пример:

$-110-j190=220e^{-j120^\circ}$.

Порядок действий: $110\boxed{+/-}\boxed{a}190\boxed{+/-}\boxed{b}\text{2ndF}\boxed{a}$.

Просмотр результата: клавиша $\boxed{a}$ дает модуль комплексного числа, клавиша $\boxed{b}$ — аргумент в градусах.

Переход от показательной формы комплексного числа к алгебраической:

Пример:

$220e^{j120^\circ}=-110+j190$.

Порядок действий: $220\boxed{a}\,120\boxed{b}\;\text{2ndF}\boxed{b}$.

Просмотр результата: клавиши $\boxed{a}$ и $\boxed{b}$.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Учебное издание

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Учебно-методическое пособие

Составители:
Крутов Анатолий Викторович,
Кочетова Эмма Леонидовна,
Гузанова Татьяна Федоровна и др.

Ответственный за выпуск А. В. Крутов
Компьютерная верстка А. И. Стебуля

Подписано в печать 27.01.2010. Формат $60 \times 84^1/_{16}$. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,67. Уч.-изд. л. 6,81. Тираж 300 экз. Заказ 304.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования
«Белорусский государственный аграрный технический университет».
ЛИ № 02330/0131734 от 10.02.2006.
ЛП № 02330/0131656 от 02.02.2006.
Пр-т Независимости, 99–2, 220023, Минск.