

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра электротехники

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

*Учебно-методическое пособие  
для студентов факультета электрификации  
по подготовке к контролю текущих знаний*

*В трех частях*

*Часть 1*

Минск  
БГАТУ  
2010

УДК 621.3 (07)  
ББК 31.2я7  
Т33

Рекомендовано научно-методическим советом агроэнергетического факультета БГАТУ.

Протокол № 3 от 20 октября 2009 г.

Составители:

канд. техн. наук, доц. *А.В. Крутов*,  
канд. техн. наук, доц. *Э.Л. Кочетова*,  
ст. преподаватель *Т.Ф. Гузанова*

Рецензенты:

д-р техн. наук, зав. лабораторией учета электрической энергии РУП  
БЕЛТЭИ *Е.П. Забелло*;  
канд. техн. наук, доц., зав. каф. электроснабжения БГАТУ *Н.Е. Шевчик*

Т33

**Теоретические основы электротехники** : учебно-методическое пособие. В 3 ч. Ч. 1 / сост. А.В. Крутов [и др.]. — Минск : БГАТУ, 2010. — 112 с.

ISBN 978-985-519-199-6 (ч.1)

ISBN 978-985-519-198-9

УДК 621.3 (07)  
ББК 31.2я7

ISBN 978-985-519-199-6 (ч.1)  
ISBN 978-985-519-198-9

© БГАТУ, 2010

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ТЕМА 1. Элементы и параметры электрических цепей. Основные законы и методы расчета электрических цепей постоянного тока .....	23
ТЕМА 2. Синусоидальный ток. Изображение синусоидальных величин векторами и комплексными числами. Расчет цепей синусоидального тока ..	36
ТЕМА 3. Методы расчета сложных электрических цепей .....	59
ТЕМА 4. Расчет мощностей в цепи синусоидального тока .....	72
ТЕМА 5. Расчет электрических цепей при резонансных явлениях .....	81
ТЕМА 6. Расчет электрических цепей при несинусоидальных периодических ЭДС и напряжения .....	94
ЛИТЕРАТУРА .....	101
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	103

## ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие имеет своей целью оказать помощь студентам заочной формы обучения при изучении дисциплины «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ), подготовке к контролю текущих знаний по этому курсу. Весь курс разбит на три части (для студентов, занимающихся по НИСПО, — на две части). Каждая часть содержит общие сведения по конкретной теме, методические указания по решению задач, индивидуальные задания для самостоятельной работы. В задании по самоподготовке указана литература, которой можно воспользоваться при изучении дисциплины. В пособии выделены наиболее важные понятия, соотношения, особенности расчета, которые должны быть освоены в ходе изучения ТОЭ. По каждой теме даны цели и задачи, примеры расчета с пояснениями и задачи для самостоятельного решения с ответами. Также приводится вариант типового контрольного задания, которое студент выполняет в один из дней заочника до очередной сессии. При получении по результатам выполнения контрольного задания оценки семь и выше по 10 бальной системе студент имеет право получить зачет или экзамен по соответствующей части курса.

В приложениях в качестве справочного материала даны сведения по элементарной математике, комплексным числам, основным законам, формулам, уравнениям и соотношениям в электротехнике, а также обозначения условные графические и буквенные в электрических схемах.

С целью определения степени усвоения учебного материала предусматривается самоконтроль знаний по вопросам, решение задач, а также выполнение одного из вариантов индивидуального задания.

В пособии также приведена типовая программа по изучению теоретических основ электротехники, разработанная в соответствии с новым образовательным стандартом Республики Беларусь по электротехническим специальностям в аграрных вузах.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебная программа для специальностей:

- 1-74 06 05-01 Энергетическое обеспечение сельского хозяйства (электроэнергетика);
- 1-74 06 05-02 Энергетическое обеспечение сельского хозяйства (теплоэнергетика);
- 1-53 01 01-09 Автоматизация технологических процессов и производств (сельское хозяйство)

### ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по дисциплине «Теоретические основы электротехники» разработана в соответствии с образовательными стандартами Республики Беларусь специальностей 1-74 06 05-2007 «Энергетическое обеспечение сельского хозяйства» (по направлениям); 1-53 01 01-09-2008 «Автоматизация технологических процессов и производств» (сельское хозяйство).

Дисциплина является одной из основных общепрофессиональных дисциплин, определяющих теоретический уровень профессиональной подготовки специалиста и базовой дисциплиной для всех специальных электротехнических дисциплин.

Предмет изучения составляют электромагнитные явления и их прикладное применение для создания, передачи, распределения и потребления электроэнергии, для решения проблем электромеханики, электротехнологии, электроники, автоматики, измерительной и вычислительной техники.

**Цель** изучения дисциплины — формирование фундаментальных знаний в области электромагнитных явлений и принципах их использования для успешного решения инженерных проблем будущей специальности.

**Задачи** изучения дисциплины — усвоение современных методов моделирования электромагнитных процессов, методов анализа, синтеза и расчета электрических цепей, электрических и магнитных полей, овладение навыка-

ми проведения эксперимента с электрическими цепями, с электрическими и магнитными полями.

Подготовка специалиста в рамках изучения дисциплины должна обеспечить формирование следующих групп компетенций:

**академических**, включающих:

- овладение базовыми научно-теоретическими знаниями и умение применять их для решения теоретических и практических задач как при изучении теоретических основ электротехники так и при изучении всех специальных электротехнических дисциплин;
- овладение методами научного познания, системным и сравнительным анализом;
- овладение современными методами поиска, обработки и использования информации;
- овладение междисциплинарным подходом при решении проблем;
- умение учиться;

**социально-личностных**, включающих:

- обладание качествами гражданина, знающего культурные, идеологические и нравственные ценности общества и государства и умеющего следовать им;
- умение работать в команде и способность к межличностным коммуникациям;
- следование правилам здорового образа жизни;

**профессиональных**, включающих:

- фундаментальный, научный подход при изучении, эксплуатации, монтаже, ремонте, исследовании и проектировании электроустановок;
- обучение персонала научным основам электротехники.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:**

- теоретические основы цепей постоянного и переменного тока;
- основные положения теории электромагнитного поля;

**уметь:**

- использовать методы расчета и анализа электрических цепей;
- составлять и анализировать схемы замещения электротехнических устройств и систем;
- использовать методы анализа переходных процессов в электрических цепях;
- выполнять экспериментальные исследования процессов в электрических и магнитных цепях;

**иметь представление** о принципах технического использования электромагнитных явлений и об энергоэффективном их применении.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин “Физика”, “Математика” и “Информатика”. Для овладения дисциплиной “Теоретические основы электротехники” студент должен знать основные понятия, законы и физические модели электричества и магнетизма; методы решения систем алгебраических уравнений, действия над матрицами, комплексными числами, векторами, дифференцирование и интегрирование функций, решение обыкновенных дифференциальных уравнений, численные методы решения инженерных задач, теорию поля; прикладное программное обеспечение персональных компьютеров и возможности его использования для решения поставленных задач.

Обучение по дисциплине проводится по модульной технологии. Самостоятельная работа подразумевает не только изучение теоретических вопросов, но также обязательное выполнение не менее двух в семестре расчетно-графических заданий, ориентированных на использование вычислительной техники и приближенных к реальным задачам будущей специальности.

Согласно типовому учебному плану на изучение дисциплины всего отводится 478 часов, из них 238 часов аудиторных занятий, в том числе 102 часа лекционных, 52 часа лабораторных и 84 часа практических занятий.

## ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Наименование раздела, темы	Количество аудиторных часов			
	всего	в том числе		
		лекции	лабораторные	практические
<b>Введение</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	—	—
<b>1. Теория линейных электрических цепей</b>	<b>169</b>	<b>67</b>	<b>36</b>	<b>66</b>
1.1. Физические законы электротехники	4	2		2
1.2. Законы, элементы и параметры электрических цепей постоянного тока	11	3	4	4
1.3. Основные понятия о цепях синусоидального тока	14	6	4	4
1.4. Методы расчета электрических цепей при установившихся синусоидальных и постоянных токах	18	6	2	10
1.5. Резонанс в электрических цепях	12	4	4	4
1.6. Цепи с взаимной индуктивностью	8	4	2	2
1.7. Электрические цепи периодических несинусоидальных токов	10	4	2	4
1.8. Четырехполюсники и электрические фильтры	8	4	2	2
1.9. Трехфазные цепи переменного тока	36	12	8	16
1.10. Переходные процессы в электрических цепях	36	14	6	16
1.11. Электрические цепи с распределенными параметрами	12	8	2	2
<b>2. Теория нелинейных электрических и магнитных цепей</b>	<b>38</b>	<b>16</b>	<b>10</b>	<b>12</b>
2.1. Нелинейные электрические цепи постоянного тока	14	6	4	4
2.2. Нелинейные магнитные цепи при постоянном токе	10	4	2	4
2.3. Нелинейные цепи переменного тока	14	6	4	4
<b>3. Теория электромагнитного поля</b>	<b>30</b>	<b>18</b>	<b>6</b>	<b>6</b>
3.1. Электростатическое поле	10	6	2	2
3.2. Электрическое поле постоянных токов	6	4	—	2
3.3. Магнитное поле постоянных токов	8	4	2	2
3.4. Переменное электромагнитное поле	6	4	2	—
<b>ВСЕГО:</b>	<b>238</b>	<b>102</b>	<b>52</b>	<b>84</b>



# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## ВВЕДЕНИЕ

Предмет дисциплины «Теоретические основы электротехники», ее базовые проблемы и структура, связь с другими дисциплинами и производством. Краткий исторический очерк развития науки об электрических и магнитных явлениях и их практическом применении. Требования к организации обучения и контроля.

## 1. ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

### 1.1. Физические законы электротехники

Электрический ток, напряжение, электродвижущая сила, мощность и энергия. Резистивный, индуктивный и емкостный элементы электрических цепей.

### 1.2. Законы, элементы и параметры электрических цепей постоянного тока

Электрическая цепь, ее элементы и параметры. Линейные и нелинейные электрические цепи. Схемы замещения источников энергии. Элементы электрических схем. Законы Ома и Кирхгофа. Энергетический баланс в электрической цепи.

### 1.3. Основные понятия о цепях синусоидального тока

Синусоидальные электродвижущие силы, напряжения и токи. Генераторы синусоидальной электродвижущей силы. Действующие и средние значения периодических электродвижущих сил, напряжений, токов. Изображение синусоидальных функций времени комплексными числами. Векторные диаграммы.

Синусоидальный ток в цепи с последовательным соединением резистора, катушки индуктивности и конденсатора. Комплексные сопротивления и проводимости. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме. Разность фаз напряжения и тока.

Мгновенная мощность и колебание энергии в цепи синусоидального тока. Активная, реактивная и полная мощности. Расчет мощности по комплексам напряжения и тока. Баланс мощностей. Двухполюсник. Схемы его замещения. Топографические диаграммы. Условия передачи максимальной мощности от источника к приемнику.

#### **1.4. Методы расчета электрических цепей при установившихся синусоидальных и постоянных токах**

Расчет цепи при последовательном, параллельном и смешанном соединениях приемников. Методы уравнений Кирхгофа, контурных токов, узловых потенциалов, двух узлов. Матричный метод расчета линейных электрических цепей. Применение персонального компьютера. Принцип наложения и основанный на нем метод расчета цепи. Теорема компенсации. Метод эквивалентного генератора. Замена нескольких параллельных ветвей, содержащих источники энергии, одной эквивалентной ветвью. Преобразование соединения треугольником в эквивалентное соединение звездой и наоборот. Расчет цепей при постоянном токе.

#### **1.5. Резонанс в электрических цепях**

Резонанс при последовательном и параллельном соединениях элементов цепи. Частотные характеристики последовательного и параллельного контуров. Компенсация сдвига фаз. Резонанс в разветвленных цепях.

#### **1.6. Цепи с взаимной индуктивностью**

Индуктивно связанные элементы электрической цепи. Расчет индуктивно связанных цепей. Последовательное и параллельное соединение индуктивно-связанных катушек. Трансформатор без ферромагнитного сердечника.

#### **1.7. Электрические цепи периодических, несинусоидальных токов**

Разложение периодических функций в тригонометрический ряд. Расчет мгновенных значений напряжений и токов в электрических цепях при действии периодических несинусоидальных электродвижущих сил. Действующее

значение несинусоидальных токов и напряжений. Коэффициенты, характеризующие форму кривых токов и напряжений. Мощности при несинусоидальных токах и напряжениях. Влияние индуктивности и емкости на форму кривой тока при несинусоидальном напряжении. Замена несинусоидальных токов и напряжений эквивалентными синусоидами.

### **1.8. Четырехполюсники и электрические фильтры**

Четырехполюсники и их уравнения. Определение коэффициентов четырехполюсника. Эквивалентные схемы четырехполюсника. Частотные электрические фильтры.

### **1.9. Трехфазные цепи переменного тока**

Трехфазные генераторы. Трехфазная система электродвижущих сил. Расчет трехфазных цепей в симметричном и несимметричном режимах. Мощности трехфазных цепей. Измерение мощности в трехфазных цепях. Вращающееся магнитное поле. Принцип действия синхронного и асинхронного двигателей. Симметричные составляющие трехфазной системы величины. Применение метода симметричных составляющих к расчету трехфазных цепей. Высшие гармоники в трехфазных цепях.

### **1.10. Переходные процессы в электрических цепях**

Причины возникновения переходных процессов. Классический метод расчета. Переходные процессы в цепи R, L. Переходные процессы в цепях R, C и R, L, C, в разветвленных электрических цепях. Операторный метод расчета переходных процессов. Переходные процессы при воздействии электродвижущей силы произвольной формы. Синтез электрических цепей.

### **1.11. Электрические цепи с распределенными параметрами**

Дифференциальные уравнения однородной линии. Однородная линия в установившемся режиме. Линии без потерь, без искажений. Переходные процессы в цепях с распределенными параметрами.

## **2. ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ**

### **2.1. Нелинейные электрические цепи постоянного тока**

Нелинейные цепи. Цепи с последовательным, параллельным и смешанным соединениями нелинейных элементов. Графический метод. Расчет сложных нелинейных цепей. Метод 2-х узлов. Метод итераций. Применение персональных компьютеров. Статическое и дифференциальное сопротивление. Эквивалентные схемы нелинейных элементов.

### **2.2. Нелинейные магнитные цепи при постоянном токе**

Основные понятия и законы. Ферромагнитные материалы. Расчет неразветвленных и разветвленных магнитных цепей. Расчет магнитных цепей с постоянным магнитом.

### **2.3. Нелинейные цепи переменного тока**

Общие сведения. Методы расчета нелинейных цепей переменного тока. Потери энергии в ферромагнитных сердечниках. Форма кривых тока и напряжения в цепи с катушкой с ферромагнитным сердечником. Эквивалентные параметры и схема замещения катушки с ферромагнитным сердечником. Феррорезонанс напряжений и токов. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях.

### **3. ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ**

#### **3.1. Электростатическое поле**

Закон Кулона. Напряженность и потенциал. Градиент потенциала. Электрическое смещение. Теорема Гаусса. Поле точечного заряда. Уравнения Пуассона и Лапласа. Емкость плоского конденсатора. Энергия электрического поля. Поле и емкость цилиндрического конденсатора, двухпроводной линии.

#### **3.2. Электрическое поле постоянных токов**

Плотность тока. Законы Ома, Джоуля-Ленца и Кирхгофа в дифференциальной форме. Аналогия между электрическим полем постоянного тока в проводящей среде и электростатическим.

#### **3.3. Магнитное поле постоянных токов**

Основные величины, характеризующие магнитное поле и связь между ними. Закон полного тока. Принцип непрерывности магнитного потока. Магнитное поле и индуктивность тороида. Энергия магнитного поля. Магнитное поле и индуктивность двухпроводной линии. Взаимная индуктивность двух двухпроводных линий. Механические силы в магнитном поле.

#### **3.4. Переменное электромагнитное поле**

Виды электрического тока. Полный электрический ток. Уравнения электромагнитного поля. Теорема Умова-Пойнтинга. Передача электромагнитной энергии вдоль проводов линии. Плоская электромагнитная волна в проводящей среде. Поверхностный эффект. Электромагнитное экранирование. Плоская электромагнитная волна в диэлектрике.

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Примерный перечень лабораторных работ

1. Исследование законов Кирхгофа, построение потенциальной диаграммы.
2. Исследование цепи постоянного тока.
3. Исследование линии электропередачи постоянного тока.
4. Исследование цепи переменного тока с последовательным соединением приемников.
5. Исследование разветвленной цепи переменного тока.
6. Определение параметров двухполюсника в цепи переменного тока.
7. Исследование свойств электрических цепей.
8. Исследование линии электропередачи переменного тока.
9. Исследование последовательной резонансной цепи.
10. Исследование параллельной резонансной цепи. Компенсация сдвига фаз.
11. Исследование индуктивно связанных цепей.
12. Исследование линейной электрической цепи при периодическом несинусоидальном напряжении.
13. Опытное определение коэффициентов четырехполюсника.
14. Исследование трехфазных цепей при соединении приемников звездой и треугольником
15. Исследование трехфазной цепи при неоднородных сопротивлениях фаз приемника.
16. Исследование симметричных составляющих несимметричной трехфазной системы токов.
17. Исследование переходных процессов в линейных электрических цепях.
18. Исследование процессов периодического и аperiodического разряда конденсатора на катушку индуктивности и резистор.
19. Исследование линии с распределенными параметрами.
20. Исследование вольтамперных характеристик нелинейных элементов.
21. Исследование нелинейных цепей постоянного тока.

22. Исследование индуктивной катушки с ферромагнитным сердечником.
23. Исследование последовательной феррорезонансной цепи.
24. Исследование электростатического поля двухпроводной линии на основе принципа аналогии с полем постоянного тока в проводящей среде.
25. Исследование магнитного поля проводника с током и магнитного поля цилиндрической катушки.
26. Исследование влияния поверхностного эффекта на величину активного сопротивления проводника.

### **Примерный перечень практических работ**

1. Расчет цепей постоянного тока.
2. Расчет цепей синусоидального тока при последовательном, параллельном и смешанном соединениях приемников.
3. Расчет мощности и энергии в цепи синусоидального тока.
4. Расчет сложных электрических цепей различными методами (уравнений Кирхгофа, контурных токов, двух узлов, эквивалентного генератора, узловых потенциалов).
5. Расчет резонансных цепей.
6. Расчет индуктивно связанных цепей.
7. Расчет четырехполюсников.
8. Расчет цепей при несинусоидальных электродвижущих силах.
9. Расчет трехфазных цепей.
10. Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях.
11. Расчет цепей с распределенными параметрами.
12. Расчет нелинейных цепей постоянного тока.
13. Расчет нелинейных магнитных цепей постоянного тока.
14. Расчет нелинейных цепей переменного тока.
15. Расчет электростатического поля. Расчет емкости.
16. Расчет электрического поля постоянного тока.
17. Расчет магнитного поля постоянного тока. Расчет индуктивности.

### **Примерный перечень расчетно-графических работ**

1. Расчет линейной цепи постоянного тока.
2. Расчет линейной цепи синусоидального тока.
3. Расчет трехфазных цепей.
4. Расчет несинусоидальных токов в трехфазных цепях.
5. Расчет переходных процессов в линейных цепях.
6. Расчет нелинейной цепи переменного тока.
7. Расчет нелинейной магнитной цепи постоянного тока.

РЕПОЗИТОРИЙ БГАТУ



## Образцы заданий для выявления учебных достижений студентов

### Пример задания для текущего контроля

#### (Тема Расчет трехфазных цепей синусоидального тока)

Цель работы — освоение методов расчета симметричных и несимметричных трехфазных цепей.

1. Общие положения. Для выполнения задания необходимо иметь понятие о трехфазной системе ЭДС, трехфазной цепи, основных схемах соединения трехфазных цепей, определении линейных и фазных величин, соотношениях между ними при соединении звездой и треугольником, расчете трехфазных цепей с одним и несколькими потребителями при симметричном и несимметричном режимах, мощности в трехфазных цепях.

2. Содержание задания. К трехфазному генератору, соединенному звездой, подключен электродвигатель и линия электропередачи, по которой поступает энергия к двум трехфазным приемникам, соединенным один звездой, другой треугольником.

Линейное напряжение генератора, параметры электродвигателя, сопротивления проводов линии электропередачи и фаз приемников энергии приведены в таблице следующего вида.

№	$U_L$ , В	$U_{ДВ}$ , В	$P_{ДВ}$ , кВт	$Z_L$ , Ом	$Z_L$ , Ом	$Z_{ТР}$ , Ом	$Z_{ЗВ}$ , Ом	Несимметрия, Ом
1	380	220/380	7,5	$2 + j3$		$23 + j22$	$57 + j84$	$Z_{ab} = 5 + j8$

где  $U_L$  — линейное напряжение генератора, В;  $U_{ДВ}$  — номинальное напряжение электродвигателя, В;  $P_{ДВ}$  — номинальная мощность электродвигателя (полезная мощность на валу), кВт;  $Z_L$  — комплексное сопротивление линии электропередачи, Ом;  $Z_{ЗВ}$ ,  $Z_{ТР}$  — комплексные сопротивления фаз приемников, соединенных звездой и треугольником, Ом.

Для всех вариантов задания принять коэффициент мощности электродвигателя  $\cos\varphi_{ДВ} = 0,8$  и коэффициент полезного действия электродвигателя  $\eta_{ДВ} = 0,85$ .

Для выполнения задания требуется:

1. Начертить схему электрической цепи, указав схему соединения обмоток электрического двигателя.
2. Определить фазные токи приемников и ток генератора.
3. Определить активную мощность цепи по формуле  $P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\cos\varphi$  и по закону Джоуля-Ленца.
4. Построить в крупном масштабе топографическую диаграмму напряжений генератора и приемников, наложив на нее векторную диаграмму токов.
5. Определить токи и напряжения в этой же цепи при отсутствии приемника, соединенного звездой. При этом одно из сопротивлений фаз приемника, соединенного треугольником  $Z_{ab}, Z_{bc}, Z_{ca}$  или одно из сопротивлений проводов линии  $Z_{\text{ЛА}}, Z_{\text{ЛВ}}, Z_{\text{ЛС}}$  изменилось по величине. Значение этого сопротивления указано в последней графе таблицы задания. Остальные сопротивления остались без изменений.
6. Для п. 5. построить топографическую диаграмму напряжений генератора и приемника, наложив на нее векторную диаграмму токов.
7. Определить активную мощность цепи, полученный результат проверить по закону Джоуля-Ленца.

**Методические указания.** Как следует из условия задания, расчет трехфазной цепи следует выполнить для двух режимов: симметричного и несимметричного. При решении задачи требуется выполнить несколько преобразований с целью упрощения схемы цепи и применения известных методов расчета. Все преобразования электрической цепи необходимо обосновать и пояснить. Преобразованные схемы цепи с подрисовочными надписями должны быть приведены в расчетно-пояснительной записке. На схемах необходимо указать положительные направления токов и напряжений в соответствии с принятой индексацией потребителей.

Для выполнения п. 6 задания необходимо принять потенциал нейтральной точки генератора  $\varphi_N = 0$  и, затем, найти потенциалы точек  $a, b, c$  линии электропередачи, к которым подключены приемники энергии.

При проведении расчетов следует использовать программируемые микрокалькуляторы, персональный компьютер.

### Контрольные вопросы

1. Основные схемы соединения генератора и приемников электрической энергии в трехфазных цепях.

2. Какие соотношения между фазными и линейными напряжениями, между фазными и линейными токами при соединении звездой и треугольником

- а) при симметричной нагрузке,
- б) при несимметричной нагрузке.

3. Порядок расчета трехфазной цепи с одним приемником, соединенным звездой

- а) при симметричной нагрузке,
- б) при несимметричной нагрузке.

4. Порядок расчета трехфазной цепи с одним приемником, соединенным треугольником

- а) при симметричной нагрузке,
- б) при несимметричной нагрузке.

5. Порядок расчета трехфазной цепи с несколькими приемниками

- а) при симметричной нагрузке,
- б) при несимметричной нагрузке.

6. Мощности трехфазной цепи.

**Пример задания для контроля знаний по модулю  
(Тема Методы расчета электрических цепей)**

Вопрос	Кол-во баллов
1. Поясните на примере порядок составления системы уравнений по законам Кирхгофа для определения токов в ветвях цепи	0,5
2. В чем суть принципа наложения?	0,5
3. Сформулируйте теорему компенсации	0,5
4. Запишите формулы по переходу от соединения «звездой» к соединению эквивалентным «треугольником» и наоборот.	0,5
5. Докажите теорему взаимности.	1
<p>6. В цепи (рисунок 1) источники постоянной ЭДС  <math>E_1 = 120 \text{ В}</math>, <math>E_2 = 25 \text{ В}</math>,  <math>R_1 = 10 \text{ Ом}</math>, <math>R_2 = 20 \text{ Ом}</math>,  <math>R_3 = 50 \text{ Ом}</math>. Определите токи методом двух узлов.</p>	1
Рисунок 1	
7. В цепи (рисунок 1) определите ток в $R_2$ методом эквивалентного генератора.	1
8. В цепи (рисунок 2) определите токи методом контурных токов и составьте баланс мощностей.	1
<p>9. Замените две параллельные ветви (рисунок 2) одной эквивалентной, если:  <math>e_1 = 141 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ В}</math>,  <math>e_2 = 282 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ В}</math>,  <math>X_C = X_L = R = 10 \text{ Ом}</math>.  Нарисуйте полученную схему ветви.</p>	2
Рисунок 2	
<p>10. Определите токи ветвей в цепи (рисунок 3), используя метод узловых потенциалов, если: <math>E_1 = 200 \text{ В}</math>, <math>E_2 = 50 \text{ В}</math>,  <math>R_1 = 10 \text{ Ом}</math>,  <math>R_2 = 20 \text{ Ом}</math>, <math>R_3 = 50 \text{ Ом}</math>,  <math>R_4 = 10 \text{ Ом}</math>.</p>	2
Рисунок 3	

## **Пример комплексного задания для итогового контроля**

### **1-й уровень**

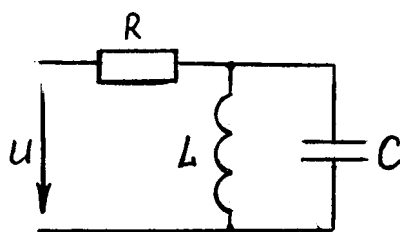
1. Сформулируйте законы Кирхгофа для цепи постоянного тока и правила выбора знаков при составлении уравнений по законам Кирхгофа.
2. Запишите закон Ома для цепи синусоидального тока в комплексной форме.
3. Запишите комплексное сопротивление цепи с последовательным соединением элементов  $R$  и  $C$ .
4. Как определяется число уравнений для расчета токов в ветвях по методу уравнений Кирхгофа?
5. Что означает резонансный режим цепи синусоидального тока?
6. Как рассчитывают ток в цепи при действии несинусоидальной периодической ЭДС?

### **2-й уровень**

1. Дайте определение и вывод величины действующего значения синусоидального тока.
2. Дайте обоснование несовпадения по фазе синусоидальных тока и напряжения на индуктивном элементе  $L$ .
3. Ток короткого замыкания источника  $I_k = 48$  А. При подключении к источнику резистора с сопротивлением  $R = 19,5$  Ом ток в цепи  $I = 1,2$  А. Определить ЭДС источника и его внутреннее сопротивление.

### **3-й уровень**

Дано:  $u = 100 + 100\sin 1000t + 50\sin 3000t$  В.  $R = 10$  Ом,  $L = 10$  мГн,  $C = 100$  мкФ. Определить ток на входе цепи. Определить емкость, при которой цепь будет в резонансе по 3-й гармонике



***Примерный перечень технических средств обучения и компьютерных программ***

1. Наглядные пособия, макеты, стенды по изучению элементов электрических и магнитных цепей, основных законов электротехники, принципиальные схемы и макеты синхронного генератора, асинхронного электродвигателя, однофазного трансформатора. Макеты, стенды по изучению теории электромагнитного поля.

2. Компьютерные программы: «Расчет сложных электрических цепей постоянного тока», «Комплексный метод расчета однофазных и трехфазных цепей синусоидального тока», «Моделирование переходных процессов на ПЭВМ», «Построение векторных диаграмм», «Расчет разветвленных магнитных цепей».

3. Компьютерные программы MatLab с пакетами расширения Simulink 3, Power System Blockset, Control System Toolbox; AKNM Circuit Magic; MCAD; AutoCAD; Компас.

4. Комплекты индивидуального раздаточного материала для проведения практических занятий и контрольных работ, защиты лабораторных работ, тесты для контроля самостоятельной работы студентов.

## Тема 1

### ЭЛЕМЕНТЫ И ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

**Цель:** Изучить основные понятия и законы электрических цепей. Освоить методику определения эквивалентного сопротивления цепи и методику расчета простых цепей постоянного тока.

#### 1.1. Задание по самоподготовке

1. Изучить по настоящему пособию, учебникам следующие основные понятия и законы: электрическая цепь, ток и напряжение, источник ЭДС; схемы электрических цепей (ветвь, узел, контур); законы Ома и Кирхгофа; цепи с последовательным, параллельным и смешанным соединением резистивных элементов [1] §1.1 ...1.11, [3] §1.1 ... 1.7.

2. Рассмотреть приведенные в разделах 1.3, 1.6 примеры, задачи разделов 1.4, 1.7.

3. Ответить на контрольные вопросы.

4. Решить самостоятельно по выбору 1-2 варианта задач, приведенных в индивидуальных заданиях.

#### 1.2. Общие сведения

**Электрическая цепь** – совокупность соединенных друг с другом источников и приемников электрической энергии, образующих путь для электрического тока.

**Электрическая схема** – графическое изображение электрической цепи. Электрические цепи могут быть неразветвленными и разветвленными.

**Ветвь** – участок электрической цепи, заключенный между двумя узлами, по которому проходит один и тот же ток. Ветвь образуется одним или несколькими последовательно соединенными элементами цепи.

**Узел** – место соединения не менее трех ветвей электрической цепи.

**Контур** – любой замкнутый путь, проходящий в общем случае по нескольким ветвям электрической цепи.

### **Закон Ома**

Ток  $I$  на участке цепи с сопротивлением  $R$  равен напряжению  $U$  на этом участке, деленному на величину сопротивления этого участка  $R$ :

$$I = \frac{U}{R}. \quad (1.1)$$

### **Первый закон Кирхгофа**

Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю

$$\sum I = 0. \quad (1.2)$$

Подходящие к узлу токи считают положительными, отходящие — отрицательными.

Вторая формулировка первого закона Кирхгофа: сумма токов, подходящих к узлу, равна сумме токов, отходящих от узла

$$\sum I_{\text{п}} = \sum I_{\text{о}}. \quad (1.3)$$

### **Второй закон Кирхгофа**

Алгебраическая сумма ЭДС в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме напряжений на всех участках с сопротивлениями, входящих в этот контур

$$\sum E = \sum IR. \quad (1.4)$$

В каждую из сумм соответствующие слагаемые входят со знаком плюс, если они совпадают с направлением обхода контура, и со знаком минус, если они не совпадают с ним.

**Мощность** цепи постоянного тока равна произведению напряжения  $U$  на ток  $I$

$$P = UI. \quad (1.5)$$

Мощность может быть также найдена по закону Джоуля – Ленца.



### **Закон Джоуля Ленца**

Мощность  $P$  тепловых потерь на участке цепи с сопротивлением  $R$  равна произведению квадрата тока  $I$  на сопротивление  $R$

$$P = I^2 R. \quad (1.6)$$

### **Определение эквивалентного преобразования элементов электрической цепи**

Эквивалентным называют такое преобразование электрической цепи, при котором внешние по отношению к преобразуемому участку цепи токи и напряжения не изменяются.

**Последовательным соединением** участков электрической цепи называют такое соединение, при котором через все участки цепи проходит один и тот же ток.

При последовательном соединении резистивных элементов  $R_1, R_2, R_3 \dots R_n$  эквивалентное сопротивление  $R_3$  равно сумме сопротивлений

$$R_3 = R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_n. \quad (1.7)$$

**Параллельным соединением** участков цепи называют такое соединение, при котором все участки присоединены к одной паре узлов, эти участки находятся под действием одного и того же напряжения.

Параллельно соединенные резистивные элементы  $R_1, R_2, R_3 \dots R_n$  можно заменить одним эквивалентным с проводимостью

$$g_3 = g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n, \quad (1.8)$$

где  $g_3 = \frac{1}{R_3}$ ;  $g_1 = \frac{1}{R_1}$ ;  $g_2 = \frac{1}{R_2}$ ;  $g_3 = \frac{1}{R_3}$ ;  $\dots$   $g_n = \frac{1}{R_n}$ .

Для двух параллельно соединенных резисторов

$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.9)$$

**При смешанном соединении участков электрической цепи** имеются участки с последовательным и параллельным соединением (рисунок 1.1).

Расчет токов в схеме со смешанным соединением участков цепи с резистивными элементами проводят путем последовательных преобразований

цепи и сведения всех резистивных элементов к одному с эквивалентным сопротивлением. При этом должны быть заданы величины сопротивлений и напряжение или ЭДС на входе цепи. Например, для схемы рисунка 1.1 преобразование проводят следующим образом.

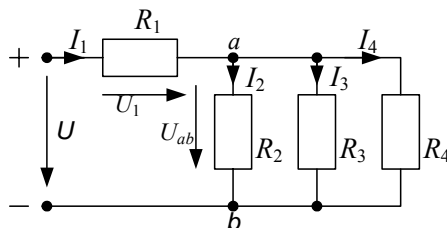


Рисунок 1.1

Параллельно соединенные участки заменяют одним эквивалентным, имеющим проводимость

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4},$$

откуда 
$$R_{234} = \frac{R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}.$$

После такого преобразования схема будет состоять из двух последовательно соединенных участков с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_{234}$  (рисунок 1.2). Эквивалентное сопротивление цепи  $R_{\text{э}} = R_1 + R_{234}$ .

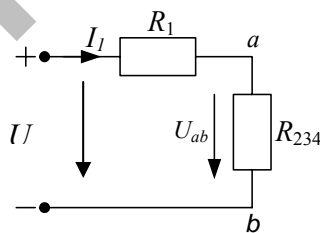


Рисунок 1.2

Ток в неразветвленной части цепи

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{э}}}.$$

Напряжения  $U_{ab}$  на параллельно соединенных участках находят по второму закону Кирхгофа. Для левого контура схемы рисунка 1.1

$$I_1 R_1 + U_{ab} - U = 0, \text{ откуда } U_{ab} = U - I_1 R_1.$$

Это же напряжение можно определить по закону Ома.

Для схемы рисунка 1.2  $U_{ab} = I_1 R_{234}$ .

Токи в параллельных ветвях  $I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2}$ ;  $I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3}$ ;  $I_4 = \frac{U_{ab}}{R_4}$ .

После расчета целесообразно выполнить проверку:

1. По первому закону Кирхгофа  $I_1 = I_2 + I_3 + I_4$ .
2. По балансу мощностей  $P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}}$ .

Мощность источника питания  $P_{\text{ист}} = U \cdot I_1$ , или  $P_{\text{ист}} = E \cdot I_1$ .

Мощность тепловых потерь в сопротивлениях потребителя

$$P_{\text{потр}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4.$$

### 1.3. Примеры и задачи для практической самоподготовки

#### *Расчет цепей постоянного тока с одним источником энергии*

**1.3.1.** Определить эквивалентное сопротивление между зажимами «ab» (рисунок 1.3), если  $R_1 = 6$  Ом;  $R_2 = 15$  Ом;  $R_3 = 5$  Ом;  $R_4 = 30$  Ом;  $R_5 = 6$  Ом.

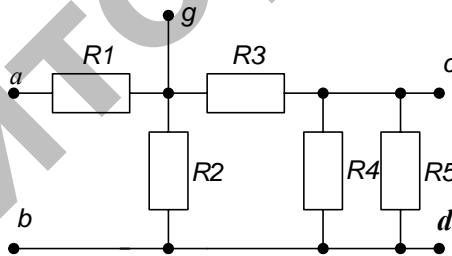


Рисунок 1.3

#### **Решение**

Чтобы определить эквивалентное сопротивление относительно зажимов «ab» нужно представить, что к этим зажимам подключен источник энергии, а зажимы  $g$ ,  $c$ ,  $d$  свободны (рисунок 1.4).

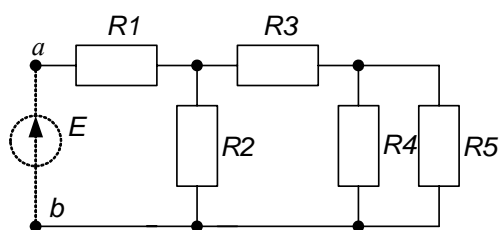


Рисунок 1.4

Как правило, объединение резисторов в один эквивалентный начинают с наиболее удаленных от источника участков цепи.

Резисторы  $R_4$ ,  $R_5$  соединены параллельно, так как они присоединены к одной паре узлов. Их эквивалентное сопротивление

$$R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{30 \times 6}{30 + 6} = 5 \text{ Ом.}$$

Схема принимает вид (рисунок 1.5).

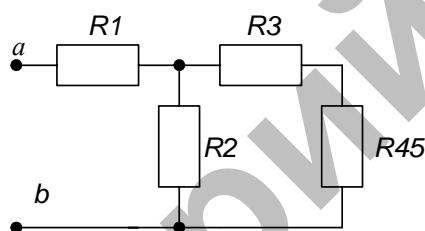


Рисунок 1.5

По участкам цепи с резисторами  $R_{45}$ ,  $R_3$  проходит один и тот же ток, следовательно, эти участки соединены последовательно, тогда

$$R_{345} = R_3 + R_{45} = 5 + 5 = 10 \text{ Ом.}$$

Схема принимает вид (рисунок 1.6).

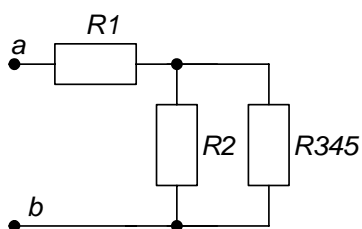


Рисунок 1.6

Резисторы  $R_2$  и  $R_{345}$  соединены параллельно

$$R_{2345} = \frac{R_2 R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{15 \times 10}{15 + 10} = 6 \text{ Ом.}$$

Резисторы  $R_1$  и  $R_{2345}$  соединены последовательно (рисунок 1.7)

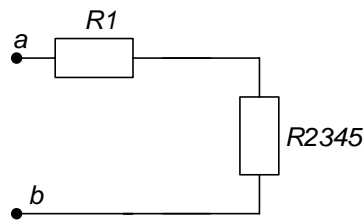


Рисунок 1.7

В итоге,  $R_{\text{ЭКВ}} = R_1 + R_{2345} = 6 + 6 = 12 \text{ Ом.}$

При определении эквивалентного сопротивления рисовать промежуточные схемы не обязательно.

**1.3.2.** Приемник энергии с сопротивлением  $R_2 = 90 \text{ Ом}$  с помощью двухпроводной линии электропередачи с сопротивлением проводов  $R_1 = R_3 = 0,5 \text{ Ом}$  подключен к генератору с ЭДС  $E = 100 \text{ В}$  (рисунок 1.8.).

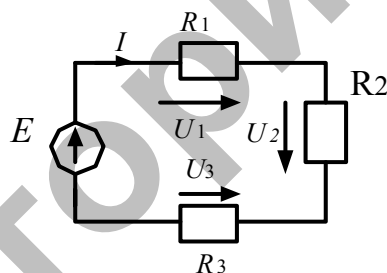


Рисунок 1.8

Определить  $R_3$ ,  $I$ , напряжение на приемнике  $U_2$ .

### Решение

Эквивалентное сопротивление  $R_3 = R_1 + R_2 + R_3 = 0,5 + 9 + 0,5 = 10 \text{ Ом.}$

Согласно второму закону Кирхгофа определим ток  $I = \frac{E}{R_3} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А.}$

По закону Ома напряжение  $U_2 = R_2 I = 9 \times 10 = 90 \text{ В.}$

## 1.4. Задачи для самостоятельного решения

1.4.1. По условию задачи 1.3.1, рисунок 1.3, определите эквивалентное сопротивление между зажимами  $gc$ ,  $gd$ ,  $cd$ .

Ответ:  $R_{gc} = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_{gd} = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_{cd} = 4 \text{ Ом}$ .

1.4.2. В электрической цепи (рисунок 1.9)  $U = 100 \text{ В}$ ;  $I = 5 \text{ А}$ ;  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ .

Определите  $R_3$ ;  $R_3$ ;  $U_1$ ;  $U_2$ ;  $U_3$ .

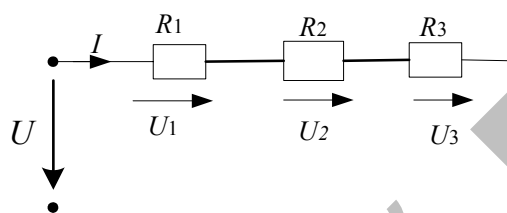


Рисунок 1.9

Ответ:  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ;  $U_1 = 50 \text{ В}$ ;  $U_2 = 30 \text{ В}$ ;  $U_3 = 20 \text{ В}$ .

1.4.3. В электрической цепи (рисунок 1.10)  $P = 10 \text{ Вт}$ ;  $I = 1 \text{ А}$ ;  $R_1 = 100 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 25 \text{ Ом}$ .

Определите  $U$ ;  $I_1$ ;  $I_2$ ;  $I_3$ ;  $R_3$ ;  $R_3$ .

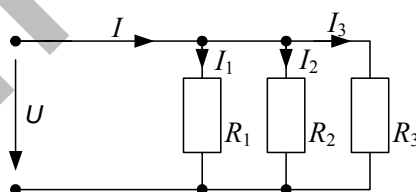


Рисунок 1.10

Ответ:  $U = 10 \text{ В}$ ;  $I_1 = 0,1 \text{ А}$ ;  $I_2 = 0,4 \text{ А}$ ;  $I_3 = 0,5 \text{ А}$ ;  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ .

## 1.5 Индивидуальные задания

1.5.1. Для электрической цепи, согласно Вашему варианту, определите эквивалентное сопротивление между зажимами  $a$  и  $b$  или зажимами  $c$  и  $d$  (в зависимости от заданного варианта в таблице 1.1). Принять:

$R_1 = 1 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ;  $R_4 = 4 \text{ Ом}$ ;  $R_5 = 5 \text{ Ом}$ ;  $R_6 = 6 \text{ Ом}$ .

Таблица 1.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Номер рис.	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19	1.20	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15
Зажимы	<i>a-b</i>	<i>a-b</i>	<i>a-b</i>	<i>a-b</i>	<i>a-b</i>	<i>a-b</i>	<i>a-b</i>	<i>a-b</i>	<i>c-d</i>	<i>c-d</i>	<i>c-d</i>	<i>c-d</i>	<i>c-d</i>	<i>c-d</i>	<i>c-d</i>

Варианты схем электрических цепей

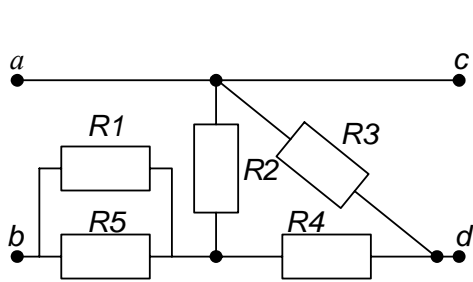


Рисунок 1.11.

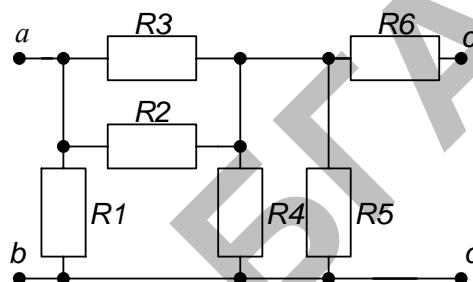


Рисунок 1.12

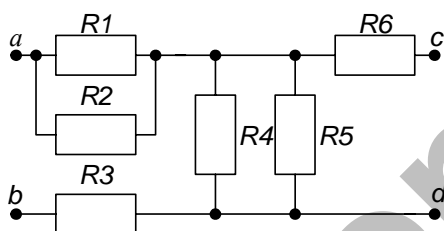


Рисунок 1.13.

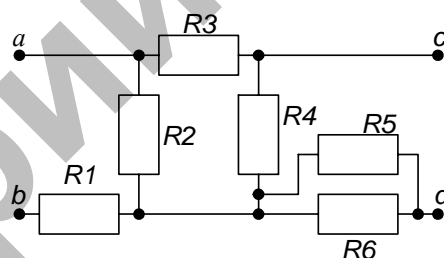


Рисунок 1.14

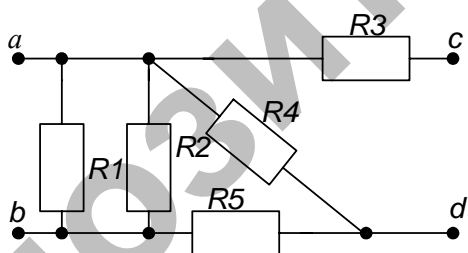


Рисунок 1.15.

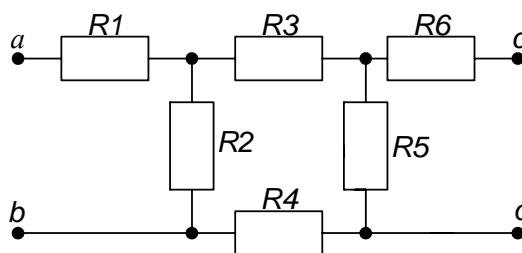


Рисунок 1.16

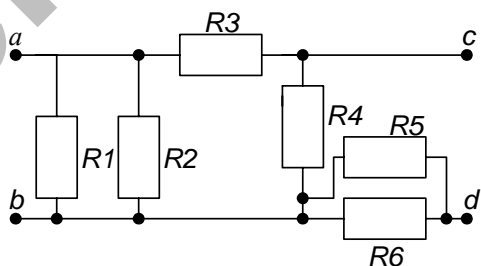


Рисунок 1.17.

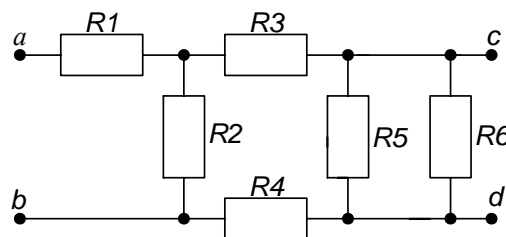


Рисунок 1.18

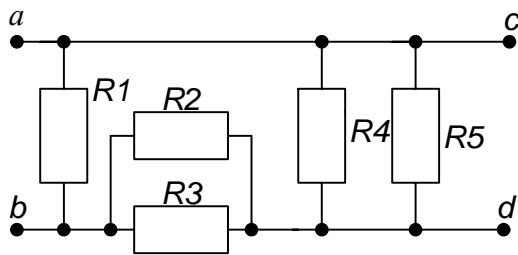


Рисунок 1.19.

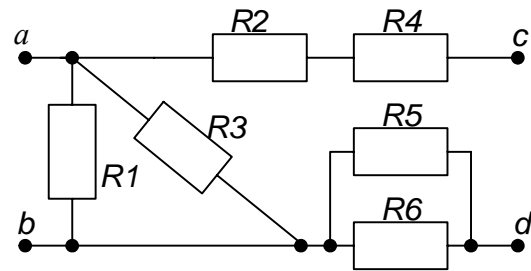


Рисунок 1.20

## 1.6. Расчет цепей постоянного тока со смешанным соединением резистивных элементов

**1.6.1.** Определить сопротивление  $R_1$ , токи  $I_1, I_2, I_3$  и мощность в каждой ветви схемы (рисунок 1.21), если показания ваттметра  $P = 31,25$  кВт, напряжение питания  $U = 625$  В, сопротивления  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 30$  Ом.

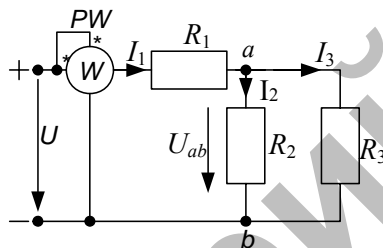


Рисунок 1.21

### Решение

Прибор  $PW$  является ваттметром, предназначенным для измерения мощности. Его показания равны произведению напряжения на параллельной обмотке ваттметра на ток, протекающий по последовательной обмотке, т.е.  $P = UI_1$ , откуда определим ток

$$I_1 = \frac{P}{U} = \frac{31,25 \times 10^3}{625} = 50 \text{ А.}$$

Общее сопротивление цепи

$$R_{\text{э}} = \frac{U}{I_1} = \frac{625}{50} = 12,5 \text{ Ом.}$$

Так как

$$R_{\text{э}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3},$$



то сопротивление

$$R_1 = R_3 - \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 12,5 - \frac{20 \times 30}{20 + 30} = 0,5 \text{ Ом.}$$

Напряжение на сопротивлениях  $R_2, R_3$

$$U_{ab} = U - I_1 R_1 = 625 - 50 \times 0,5 = 600 \text{ В.}$$

Токи в ветвях

$$I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = \frac{600}{20} = 30 \text{ А;}$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} = \frac{600}{30} = 20 \text{ А.}$$

Мощности в каждой ветви цепи

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 50^2 \times 0,5 = 1250 \text{ Вт;}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = 30^2 \times 20 = 18000 \text{ Вт;}$$

$$P_3 = I_3^2 R_3 = 20^2 \times 30 = 12000 \text{ Вт.}$$

Проверка:  $I = I_1 + I_2; \quad 50 = 30 + 20 \text{ А.}$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 1250 + 18000 + 1200 = 31250 \text{ Вт.}$$

Значит, расчеты выполнены правильно.

## 1.7. Задачи для самостоятельного решения

1.7.1. Определите токи на участках с резисторами  $R_3 = 20 \text{ Ом}$  и  $R_4 = 10 \text{ Ом}$  (рисунок 1.22), если ток источника питания  $I = 0,6 \text{ А}$ .

Ответ: 0,2 А; 0,4 А.

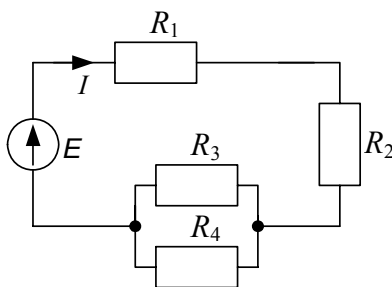


Рисунок 1.22

1.7.2. Амперметры  $PA_1$  и  $PA_2$  (рисунок 1.23) соответственно показывают токи 2,4 и 1,6 мА. Определить сопротивление  $R_5$  и ЭДС источника энергии, если  $R_1 = R_2 = 5$  кОм;  $R_3 = 1,5$  кОм;  $R_4 = 2$  кОм.

Ответ: 1 кОм; 8,4 В.

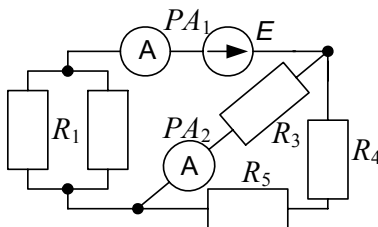


Рисунок 1.23

1.7.3. В цепи (рисунок 1.24), амперметр показывает ток 0,5 мА. Определить напряжение на выводах источника, если  $R_1 = 600$  Ом;  $R_2 = 6$  кОм;  $R_3 = 2$  кОм;  $R_4 = 1$  кОм,  $R_5 = 4$  кОм. Ответ: 5,8 В.

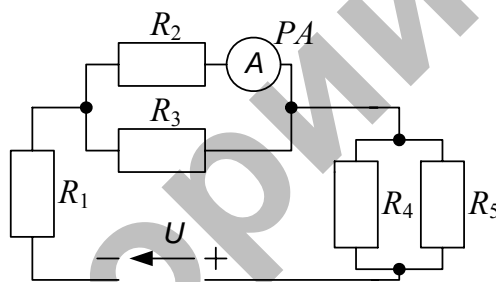


Рисунок 1.24

### 1.8. Индивидуальные задания

Определите токи во всех ветвях и мощность источника питания в схеме (рисунок 1.25) в соответствии с исходными данными (таблица 1.2).

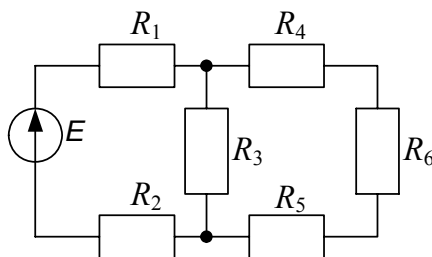


Рисунок 1.2

Таблица 1.2. — Исходные данные к индивидуальным заданиям

Номера вариантов	ЭДС, В	Сопротивление, Ом					
		$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$
1	48	1	0	12	1	1	3
2	48	1	2	12	0	1	3
3	24	1	0	12	1	1	3
4	24	2	4	10	2	2	4
5	48	2	2	10	0	2	2
6	48	1	2	12	2	0	3
7	24	2	2	6	2	2	0
8	60	4	0	16	2	2	6
9	60	1	2	10	1	0	3
10	60	1	4	12	0	2	6
11	12	1	0	8	1	1	2
12	12	2	2	4	0	1	0
13	24	0	1	12	2	2	4
14	48	2	0	8	2	3	6
15	60	0	1	2	1	0	8

### Контрольные вопросы

1. Что называют электрической цепью и электрической схемой?
2. Что называют узлом, ветвью и контуром электрической цепи?
3. Что понимают под направлением электрического тока?
4. Что такое падение напряжения на участке электрической цепи?
5. Как формулируют и записывают закон Ома?
6. Что называют последовательным соединением участков цепи?
7. Что называют параллельным соединением участков цепи?
8. Чему равно эквивалентное сопротивление электрической цепи с последовательным, параллельным и смешанным соединением участков цепи?
9. Как формулируют и записывают первый закон Кирхгофа?
10. Как формулируют и записывают второй закон Кирхгофа? Правило знаков.
11. Закон Джоуля - Ленца.
12. В чем сущность метода эквивалентных преобразований?
13. Порядок расчета токов в цепях со смешанным соединением участков
14. Как определить напряжение на участке с параллельно соединенными ветвями?
15. Как определить мощность цепи постоянного тока?
16. Как составить баланс мощностей?
17. Как проверить правильность расчета токов?

## Тема 2

# СИНУСОИДАЛЬНЫЙ ТОК. ИЗОБРАЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН ВЕКТОРАМИ И КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ. РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

**Цель:** Усвоить основные понятия и величины, характеризующие переменный синусоидальный ток. Овладеть методами представления его векторами и комплексными числами, комплексным методом расчёта цепей синусоидального тока при последовательном соединении элементов  $R$ ,  $L$ ,  $C$ . Освоить методику расчета цепей синусоидального тока со смешанным соединением приемников.

### 2.1. Задания по самоподготовке

1. Проработать по учебникам и учебным пособиям тему «Электрические цепи синусоидального тока» [1] §.3.1, 3.2, 3.4, 3.5, 3.7, 3.8, 3.9, 3.11, 3.12, 3.14, 3.16, 3.18 и [4] § 3.8, 3.9, 3.10.

2. Повторить тему “Комплексные числа. Действия над комплексными числами” (см. приложение 3), методику расчета цепей постоянного тока со смешанным соединением резисторов.

3. Разобрать примеры из раздела 2.3.

4. Ответить на контрольные вопросы.

### 2.2. Общие сведения

Переменным называют ток, изменяющийся во времени. Переменный ток, который описывается синусоидальной функцией, называется синусоидальным током. Важно усвоить основные понятия и величины, характеризующие синусоидальный ток: *период, частота, амплитуда, угловая (циклическая) частота, фаза, начальная фаза.*

Периодом называется время одного полного колебания. Период обозначается латинской буквой  $T$  и измеряется в секундах (с). Величина, обратная периоду  $T$ , т.е. число периодов в единицу времени, называется частотой, обозначается  $f$  и измеряется в герцах (Гц):

$$f = \frac{1}{T}.$$

На рисунке 2.1 изображен график синусоидального тока, построенный согласно математическому выражению его мгновенного значения, которое имеет вид:

$$i = I_m \sin(\omega t + \Psi),$$

где  $i$  — мгновенное значение тока;

$I_m$  — максимальное значение или амплитуда тока;

$\omega$  — угловая (циклическая) частота,  $\omega = 2\pi f$ , измеряется в радианах в секунду (рад/с);

$\Psi$  — начальная фаза, определяемая смещением начала синусоиды относительно начала координат (началом синусоиды считается точка перехода от отрицательной полуволны в положительную).

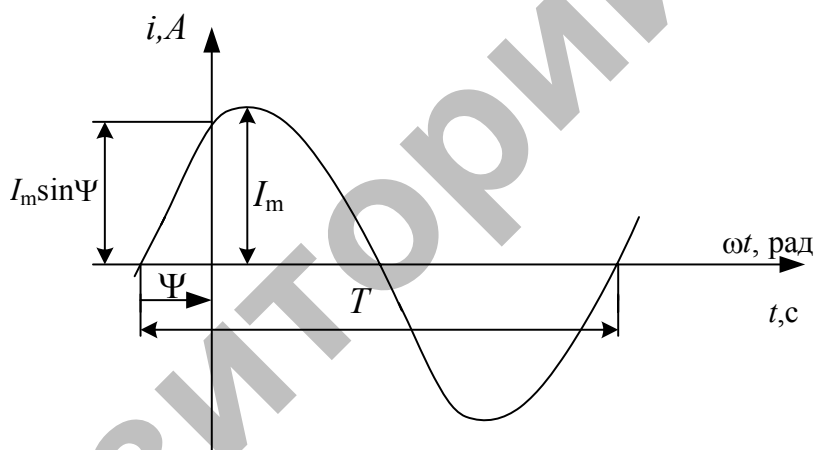


Рисунок 2.1

Следует обратить внимание, что угол  $\psi$  положителен в том случае, если начало синусоиды смещено влево от начала координат, и, наоборот, угол  $\psi$  отрицателен, если начало синусоиды смещено вправо от начала координат.

Величина  $(\omega t + \psi)$ , определяющая стадию изменения синусоидальной функции, называется фазовым углом или фазой.

При расчете цепей синусоидального тока наряду с амплитудным значением тока широко используется понятие действующего значения тока. Дей-

ствующие значения синусоидального тока, напряжения, ЭДС связаны с их амплитудными значениями соотношениями:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Для облегчения расчетов и анализа цепей синусоидального тока широко применяется метод представления синусоидальных функций векторами и комплексными числами. Сущность метода заключается в том, что синусоидальной величине ставится в соответствие вектор на комплексной плоскости. Длина вектора (модуль) равна амплитуде синусоидальной величины. Вектор строится выходящим из начала координат под углом  $\psi$  к действительной положительной полуоси комплексной плоскости. Если  $\psi > 0$ , вектор повернут против часовой стрелки, если  $\psi < 0$ , то вектор повернут по часовой стрелке.

В свою очередь данный вектор может быть аналитически представлен комплексным числом, которое получило название комплексной амплитуды.

Комплексную амплитуду, как и любое комплексное число, можно записать в показательной, тригонометрической и алгебраической формах.

Удобнее всего, при переходе от синусоидальной функции к записи её комплексной амплитуды, пользоваться показательной формой. При этом модуль комплексного числа берётся равным амплитуде синусоидальной величины, а аргумент — углу  $\psi$ . Если комплексную амплитуду разделить на  $\sqrt{2}$ , то получим комплексное действующее значение синусоидальной величины:

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}}; \quad \dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}}; \quad \dot{E} = \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}}.$$

Имея комплексную амплитуду или комплексное действующее значение, можно осуществить обратный переход и записать выражение мгновенного значения соответствующей синусоидальной величины.

Расчет цепей синусоидального тока, состоящей из последовательно соединённых элементов  $R$ ,  $L$  и  $C$  (рисунок 2.2), основывается на **законе Ома в комплексной форме**.

Закон Ома в комплексной форме:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}, \quad (2.1)$$

где  $\dot{I}, \dot{U}$  — комплексные действующие значения тока и напряжения;  
 $\underline{Z}$  — комплексное сопротивление.

Для цепи с последовательным соединением элементов  $R, L, C$  (рисунок 2.2) **комплексное сопротивление**

$$\underline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \quad (2.2)$$

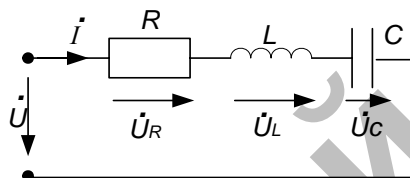


Рисунок 2.2

Закон Ома принимает вид:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (2.3)$$

Введем обозначения:

$\omega L = X_L$  — индуктивное сопротивление,

$\frac{1}{\omega C} = X_C$  — емкостное сопротивление.

Закон Ома принимает вид: 
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)}. \quad (2.4)$$

Введем обозначение:

$X_L - X_C = X$  — реактивное сопротивление.

Тогда комплексное сопротивление  $\underline{Z} = R + jX$ .

Комплексное сопротивление может быть записано в показательной формуле:  $\underline{Z} = Z e^{j\varphi}$ ,

где  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$  — модуль комплексного сопротивления, называется полным сопротивлением,

$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R}$  — аргумент (угол) комплексного сопротивления.

Из закона Ома в комплексной форме комплексное сопротивление

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}.$$

Записав комплексные величины в показательной форме, получим:

$$Z e^{j\varphi} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)}.$$

Следовательно  $Z = \frac{U}{I}$ ;  $\varphi = \psi_u - \psi_i$ .

Полное сопротивление  $Z$ , активное сопротивление  $R$  и реактивное сопротивление  $X$  соотносятся между собой как стороны прямоугольного треугольника, который получил название треугольника сопротивлений. В треугольнике  $Z$  — гипотенуза,  $R$  — прилегающий к углу  $\varphi$  катет. Из этого треугольника

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}; \quad R = Z \cos \varphi; \quad X = Z \sin \varphi.$$

Для ветвей электрической цепи, каждая из которых содержит только сопротивление  $R$ , только индуктивность  $L$  и только емкость  $C$ , комплексные сопротивления соответственно равны:

$$\underline{Z}_R = R; \quad \underline{Z}_L = j\omega L; \quad \underline{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C}.$$

Если ветвь содержит не по одному элементу  $R$ ,  $L$  и  $C$ , включенных последовательно, а несколько, то вначале определяют эквивалентное активное сопротивление



$$R_{\text{экв}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n,$$

эквивалентное индуктивное сопротивление

$$X_{L\text{экв}} = X_{L1} + X_{L2} + \dots + X_{Lk},$$

эквивалентное емкостное сопротивление

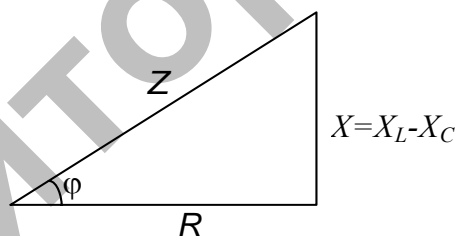
$$X_{C\text{экв}} = X_{C1} + X_{C2} + \dots + X_{Cm},$$

а затем, в соответствии с рисунка 2.3 находят комплексное сопротивление

$$\underline{Z} = R_{\text{экв}} + j(X_{L\text{экв}} - X_{C\text{экв}}).$$

Для наглядности расчет цепи часто сопровождают построением векторной диаграммы тока и напряжений. При построении диаграммы необходимо помнить, что на резистивном элементе напряжение и ток совпадают по фазе, на индуктивном элементе напряжение опережает ток на угол  $90^\circ$ , на емкостном элементе напряжение отстает от тока на угол  $90^\circ$ . По этой причине 2-й закон Кирхгофа для схемы рисунка 2.2 выполняется только для комплексных значений напряжений и не выполняется для действующих значений:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C; \quad U \neq U_R + U_L + U_C.$$



Методика расчета цепей синусоидального тока со смешанным соединением аналогична методике расчета цепей постоянного тока со смешанным соединением. Отличие заключается лишь в том, что расчет проводится в комплексной форме.

## 2.3. Примеры

**2.3.1.** Задано выражение мгновенного значения синусоидального тока:

$i = 10\sin(314t + 60^\circ)$  А. Определить: амплитуду тока  $I_m$ , действующее значение  $I$ , период  $T$ , частоту  $f$ , угловую частоту  $\omega$ , начальную фазу  $\psi$ .

### Решение

$$I_m = 10 \text{ A};$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,07 \text{ A};$$

$$\omega = 314 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$\omega = 2\pi f;$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \times 3,14} = 50 \text{ Гц};$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ с};$$

$$\Psi = 60^\circ.$$

**2.3.2.** Задано мгновенное значение синусоидальной ЭДС  $e = 100\sin(\omega t + 120^\circ)$  В. Построить на комплексной плоскости вектор, изображающий эту ЭДС и записать ее комплексную амплитуду.

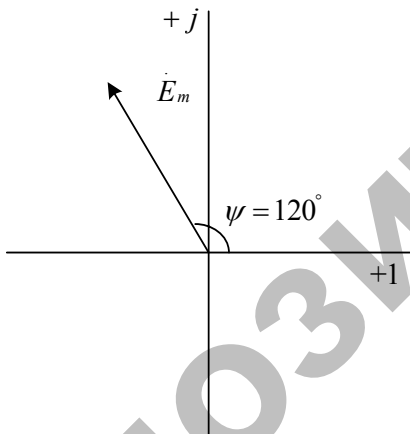


Рисунок 2.3

### Решение

Строим на комплексной плоскости вектор  $\dot{E}_m$ , длина которого в масштабе равна 100В, направленный под углом  $\psi = 120^\circ$  к действительной положительной полуоси (рисунок 2.3). Записываем его комплексную амплитуду

$$\begin{aligned} \dot{E}_m &= 100e^{j120^\circ} = 100(\cos 120^\circ + j\sin 120^\circ) = \\ &= -50 + j86,6 \text{ В}. \end{aligned}$$

**2.3.3.** Задано комплексное действующее значение тока  $\dot{I} = 5 + j5$  А. Записать выражение его мгновенного значения.

## Решение

Определяем действующее значение тока, как модуль комплексного действующего значения тока:

$$I = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7,07 \text{ А.}$$

Определяем амплитуду тока, умножая действующее значение на  $\sqrt{2}$ :

$$I_m = I\sqrt{2} = 7,07\sqrt{2} = 10 \text{ А.}$$

Определяем начальную фазу, как арктангенс отношения величины мнимой части комплексного значения тока к вещественной части:

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{5}{5} = 45^\circ.$$

Записываем выражение мгновенного значения синусоидального тока

$$i = 10\sin(\omega t + 45^\circ) \text{ А.}$$

*Замечание:* При определении угла  $\psi$  следует иметь в виду, что арктангенс отношения мнимой части комплексного числа к его вещественной части даст истинное значение угла в том случае, если вектор находится в первом или четвертом квадранте.

Если же вектор расположен во втором либо третьем квадранте, то к полученному значению угла необходимо прибавить  $180^\circ$ .

Чтобы избежать ошибки, рекомендуется оценить величину угла, построив предварительно вектор на комплексной плоскости.

**2.3.4.** Определить действующие ток и напряжения на элементах цепи (рисунок 2.4,) если:  $R = 30 \text{ Ом}$ ;  $L_1 = 80 \text{ мГн}$ ;  $L_2 = 20 \text{ мГн}$ ;  $C = 16,7 \text{ мкФ}$ ;  $u = 141\sin 1000t \text{ В}$ . Построить векторные диаграммы тока и напряжений. Задачу решить комплексным методом.

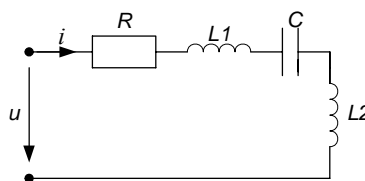


Рисунок 2.4

## Решение

Определяем индуктивные и емкостные сопротивления

$$X_{L1} = \omega L_1 = 1000 \times 0,08 = 80 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 1000 \times 0,02 = 20 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times 16,7 \times 10^{-6}} = 60 \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление цепи при последовательном соединении элементов

$$\underline{Z} = R + j(X_{L1} + X_{L2} - X_C) = 30 + j(80 + 20 - 60) = 30 + j40 \text{ Ом}.$$

Запишем комплексное действующее напряжение на входе цепи:

$$\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_u} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} = 100 \text{ В}.$$

По закону Ома в комплексной форме

$$\dot{I} = \dot{U} / \underline{Z} = \frac{100}{30 + j40} = \frac{100(30 - j40)}{30^2 + 40^2} = 1,2 - j1,6 \text{ А}.$$

Действующее значение тока  $I = \sqrt{1,2^2 + 1,6^2} = 2 \text{ А}.$

Напряжения на элементах цепи находим по закону Ома

$$\dot{U}_R = \underline{Z}_R \dot{I} = 30(1,2 - j1,6) = 36 - j48 \text{ В}.$$

Действующее напряжение  $U_R = \sqrt{36^2 + 48^2} = 60 \text{ В}.$

$$\dot{U}_{L1} = \underline{Z}_{L1} \dot{I} = j\omega L_1 \dot{I} = j80 \times (1,2 - j1,6) = 128 + j96 \text{ В}.$$

$$U_{L1} = \sqrt{96^2 + 128^2} = 160 \text{ В}.$$

$$\dot{U}_{L2} = \underline{Z}_{L2} \dot{I} = jL_2 \omega \dot{I} = j20 \times (1,2 - j1,6) = 32 + j24 \text{ В}.$$

$$U_{L2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = 40 \text{ В}.$$

$$\dot{U}_C = \underline{Z}_C \dot{I} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = -j60 \times (1,2 - j1,6) = -96 - j72 \text{ В}.$$

$$U_C = \sqrt{72^2 + 96^2} = 120 \text{ В.}$$

Проверка по второму закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_{L1} + \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{L2} = 36 - j48 + 128 + j96 + 32 + j24 - 96 - j72 = 100 \text{ В.}$$

Векторную диаграмму строят в соответствии с расчетом в комплексной форме. Векторы тока и напряжений располагают в одной комплексной плоскости. Выбирают масштабы построения векторов.

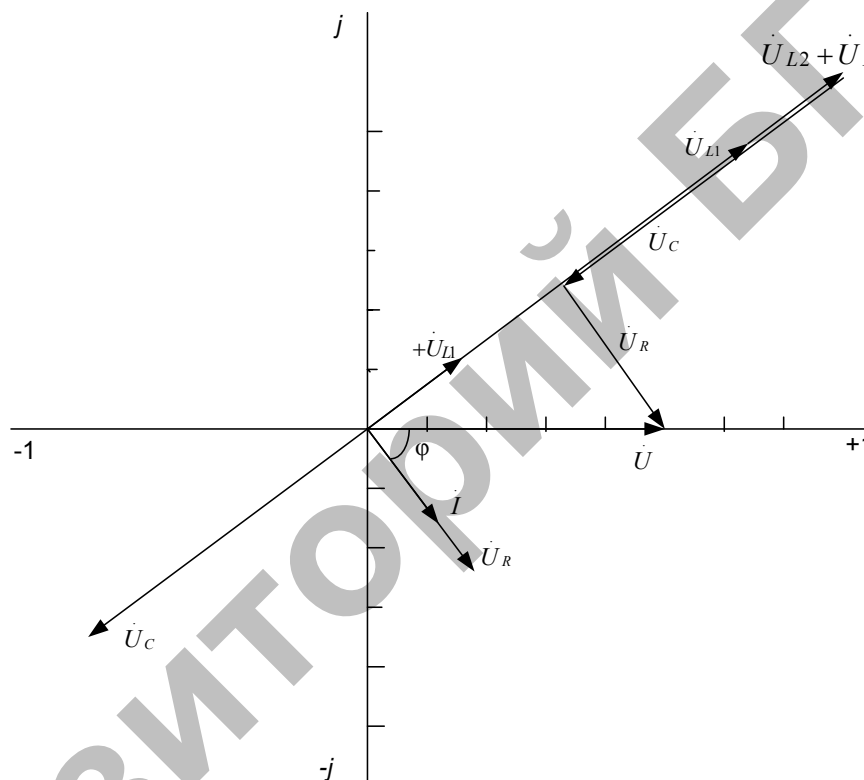


Рисунок 2.5

Как видим, на векторной диаграмме (рисунок 2.5) векторы напряжений на индуктивных элементах  $\dot{U}_{L1}$ ,  $\dot{U}_{L2}$  опережают вектор тока  $\dot{I}$  на  $90^\circ$  (повернуты по отношению к вектору  $\dot{I}$  на  $90^\circ$  против часовой стрелки). Вектор напряжения  $\dot{U}_C$  отстает от вектора  $\dot{I}$  на  $90^\circ$  (повернут по отношению к вектору  $\dot{I}$  на  $90^\circ$  по часовой стрелке), а вектор напряжения на активном сопротивлении  $\dot{U}_R$  совпадает с вектором тока  $\dot{I}$ . Складывая векторы напряжения на элементах цепи, получаем напряжение на входе цепи  $\dot{U}$ .

2.3.5. Определить показания вольтметров  $PV_1$  и  $PV_2$ , в схеме (рисунок 2.6), если:  $U = 120$  В;  $R_1 = 50$  Ом;  $R_2 = 10$  Ом;  $X_L = 50$  Ом;  $X_C = 30$  Ом.

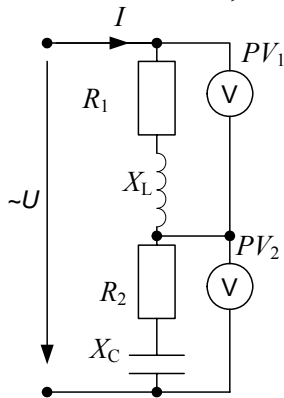


Рисунок 2.6

### Решение

Примем начальную фазу напряжения

$\Psi_u = 0$ , тогда  $\dot{U} = U = 120$  В. Комплексные

сопротивления участков цепи:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L = 50 + j50 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = 10 - j30 \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление всей цепи

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 50 + j50 + 10 - j30 = 60 + j20 \text{ Ом}.$$

По закону Ома ток

$$\dot{I} = \dot{U} / \underline{Z} = \frac{120(20 - j20)}{(60 + j20)(20 - j20)} = \frac{2400}{20^2 + 20^2} = 3 - j3 \text{ А}.$$

Падения напряжений на отдельных участках цепи:

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_1 \dot{I} = (3 - j3)(50 + j50) = 150 + j150 - j150 + 150 = 300 \text{ В};$$

$$\dot{U}_2 = \underline{Z}_2 \dot{I} = (3 - j3)(10 - j30) = 30 - j90 - j30 + 90 = 60 - j120 \text{ В}.$$

Действующие значения напряжений:

$$U_1 = \sqrt{180^2 + 120^2} = 216,3 \text{ В}.$$

$$U_2 = \sqrt{(-60)^2 + (-120)^2} = 134,2 \text{ В}.$$

2.3.6. Определить ток, напряжение на входе цепи (рисунок 2.7) и напряжения на элементах, если вольтметр  $PV$  показывает 60 В.

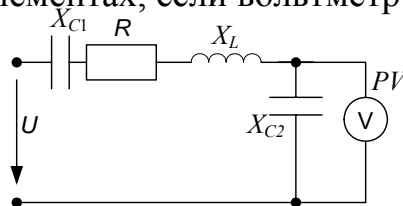


Рисунок 2.7

$$R = 50;$$

$$X_L = 100; X_{C1} = 50;$$

$$X_{C2} = 20.$$

Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

### Решение

Поскольку все элементы цепи включены последовательно, то по ним протекает один и тот же ток. Величину тока определим по закону Ома в комплексной форме для участка цепи с сопротивлением  $X_{C2}$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{C2}}{\underline{Z}_{C2}}.$$

Принимаем:  $\dot{U}_{C2} = U_{C2} = 60 \text{ В}.$

$$\underline{Z}_{C2} = -jX_{C2} = -j20 \text{ Ом}.$$

$$\dot{I} = \frac{60}{-j20} = j3 \text{ А}.$$

Действующий ток  $I = 3 \text{ А}.$

Комплексное сопротивление цепи при последовательном соединении элементов

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_{C1} - X_{C2}) = 40 + j(100 - 50 - 20) = 40 + j30 \text{ Ом}.$$

Напряжение на входе цепи

$$\dot{U} = \underline{Z}\dot{I} = (40 + j30)j3 = -90 + j120 \text{ В}.$$

Действующее значение напряжения

$$U = \sqrt{90^2 + 120^2} = 150 \text{ В}.$$

Определим напряжения на элементах цепи по закону Ома в комплексной форме:

$$\dot{U}_R = \underline{Z}_R \dot{I} = 40 \times j3 = 120j \text{ В};$$

$$\dot{U}_{C1} = \underline{Z}_{C1} \dot{I} = -j50 \times j3 = 150 \text{ В};$$

$$\dot{U}_L = \underline{Z}_L \dot{I} = j100 \times j3 = -300 \text{ В}.$$

Действующие напряжения на элементах цепи:

$$U_R = 120 \text{ В}; U_{C1} = 150 \text{ В}; U_L = 300 \text{ В}.$$

Проверка по второму закону Кирхгофа в комплексной форме

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{C2} + \dot{U}_L = 150 + j120 - 300 + 60 = -90 + j120 \text{ В}.$$

Строим векторную диаграмму (рисунок 2.8)

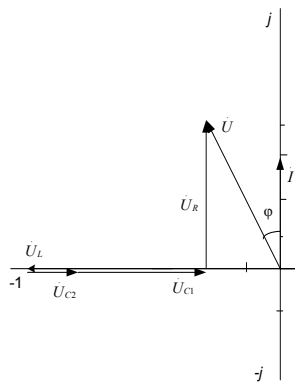
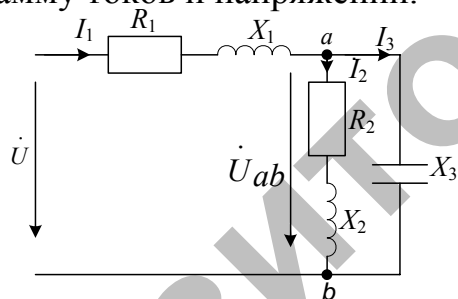


Рисунок 2.8

2.3.7. Определить токи в цепи (рисунок 2.9) и построить векторную диаграмму токов и напряжений.



$$R_1 = 8 \text{ Ом}; X_1 = 6 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 3 \text{ Ом}; X_2 = 4 \text{ Ом};$$

$$X_3 = 10 \text{ Ом}; U = 40 \text{ В}.$$

Рисунок 2.9

### Решение

Принимаем начальную фазу напряжения  $\Psi_u = 0$ , тогда  $\dot{U} = U = 40 \text{ В}$ , записываем комплексные сопротивления ветвей:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = 8 + j6 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2 = 3 + j4 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = -jX_3 = -j10 \text{ Ом}.$$

Определяем эквивалентное комплексное сопротивление всей цепи:

$\underline{Z}_2$  и  $\underline{Z}_3$  соединены параллельно, поэтому



$$\begin{aligned} \underline{Z}_{23} &= \underline{Z}_2 \times \underline{Z}_3 / (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) = \frac{(3 + j4)(-j10)}{3 + j4 - j10} = \frac{40 - j30}{3 - j6} = \frac{(40 - j30)(3 + j6)}{(3 - j6)(3 + j6)} = \\ &= \frac{120 - j90 + j240 + 180}{3^2 + 6^2} = \frac{300 + j150}{45} = 6,67 + j3,33 \text{ Ом;} \end{aligned}$$

$\underline{Z}_{23}$  и  $\underline{Z}_1$  соединены последовательно, поэтому

$$\underline{Z}_{\text{эКВ}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 8 + j6 + 6,67 + j3,33 = 14,67 + j9,33 \text{ Ом.}$$

Определяем ток  $\dot{I}_1$  по закону Ома

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{U} / \underline{Z}_{\text{эКВ}} = \frac{40(14,67 - j9,33)}{(14,67 + j9,33)(14,67 - j9,33)} = \frac{586,8 - j373,2}{14,67^2 + 9,33^2} = \\ &= 1,94 - j1,23 \text{ А.} \end{aligned}$$

Действующее значение тока

$$I_1 = \sqrt{1,94^2 + 1,23^2} = 2,3 \text{ А.}$$

Зная ток  $\dot{I}_1$ , можно рассчитать напряжение  $\dot{U}_{ab}$ , для чего рассчитывается падение напряжения на участке с сопротивлением  $\underline{Z}_1$ :

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 = (1,94 - j1,23)(8 + j6) = 15,52 - j9,84 + j11,64 + 7,38 = 22,9 + j1,8 \text{ В,}$$

затем в соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U} - \dot{U}_1 = 40 - 22,9 - j1,8 \text{ В.}$$

Напряжение  $\dot{U}_{ab}$  можно определить по закону Ома

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \dot{I}_1 \underline{Z}_{23} = (1,94 - j1,23)(6,67 + j3,33) = 12,94 - j8,2 + j6,46 + 4,1 = \\ &= 17,04 - j1,74 \text{ В.} \end{aligned}$$

Определяем токи  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}_3$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_2 = \frac{17,04 - j1,74}{3 + j4} \frac{(17,04 - j1,74)(3 - j4)}{(3 + j4)(3 - j4)} = \\ &= \frac{51,12 - j5,22 - j68,16 - 6,96}{3^2 + 4^2} = \frac{44,16 - j73,38}{25} = 1,77 - j2,94 \text{ А;} \end{aligned}$$

$$I_2 = \sqrt{1,77^2 + 2,94^2} = 3,43 \text{ А.}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{U}_{ab} / Z_3 = \frac{17,04 - j1,74}{-j10} - \frac{(17,04 - j1,74)(j10)}{(-j10)j10} = \frac{17,4 + j170,4}{100} = 0,17 + j1,7 \text{ А.}$$

$$I_3 = \sqrt{0,17^2 + 1,7^2} = 1,71 \text{ А.}$$

Проверка:  $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$

$$1,94 - j1,23 - 1,77 + j2,94 - 0,17 - j1,7 = 0 + j0,01 \approx 0.$$

Строим векторную диаграмму, откладывая в масштабе на комплексной плоскости векторы токов и напряжений (рисунок 2.10).

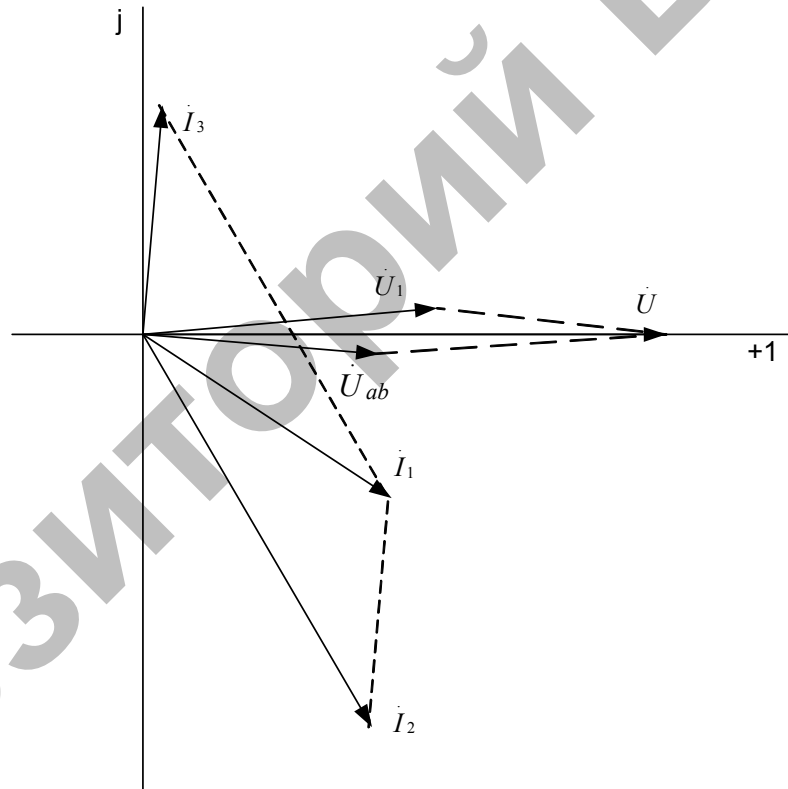


Рисунок 2.10

**2.3.8.** Определить показания вольтметра *PV1* (рисунок 2.11), если амперметр *PA1* показывает ток  $I_3 = 10 \text{ А}$ .

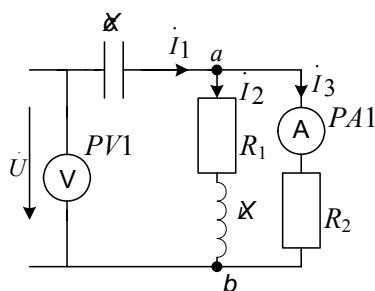


Рисунок 2.11

$$X_C = 5 \text{ Ом};$$

$$R_1 = 6 \text{ Ом};$$

$$X_L = 8 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом}.$$

### Решение

Принимаем начальную фазу тока  $\psi_{i_3} = 0$ , тогда  $\dot{I}_3 = I_3 = 10 \text{ А}$ .

Комплексные сопротивления ветвей:

$$\underline{Z}_1 = -jX_C = -j5 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_1 + jX_L = 6 + j8 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_2 = 10 \text{ Ом}.$$

Напряжение на участке с параллельным соединением ветвей

$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}_3 \underline{Z}_3 = 10 \times 10 = 100 \text{ В}.$$

По закону Ома ток

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_2 = \frac{100}{6 + j8} = \frac{100(6 - j8)}{(6 + j8)(6 - j8)} = \frac{600 - j800}{6^2 + 8^2} = 6 - j8 \text{ А}.$$

По первому закону Кирхгофа ток на неразветвленном участке

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 6 - j8 + 10 = 16 - j8 \text{ А}.$$

Тогда напряжения

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 = (16 - j8)(-j5) = -40 - j80 \text{ В};$$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_{ab} = -40 - j80 + 100 = 60 - j80 \text{ В}.$$

Действующее значение напряжения

$$U = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ В}.$$

## 2.4. Задачи для самостоятельного решения

2.4.1. Ток в ветви изменяется гармонически с амплитудой 2 А и частотой 50 Гц. Написать выражение для мгновенного значения тока в виде синусоидальной функции времени, приняв за начала отсчета времени точки  $0_1$ ,  $0_2$ ,  $0_3$  и  $0_4$  (рисунок 2.12).

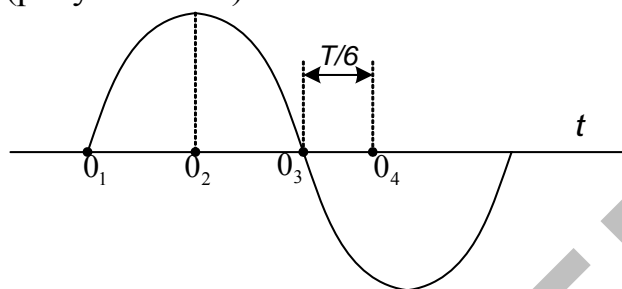


Рисунок 2.12

2.4.2. Выражение мгновенного значения синусоидального тока имеет вид:

$$i = 5\sin\left(628t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ А.}$$

Определить период  $T$ , частоту  $f$ , действующее значение тока  $I$ . Нарисовать синусоиду тока и построить на комплексной плоскости вектор изображающий данный ток.

2.4.3. Определить ток  $i$  (рисунок 2.13), если  $i_1 = 14,1\sin(\omega t + 45^\circ)$  А;  
 $i_2 = 28,2\sin(\omega t - 30^\circ)$  А.

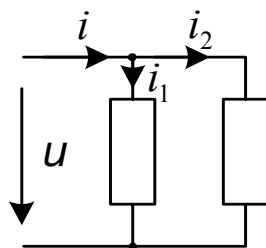


Рисунок 2.13

2.4.4. Записать выражение мгновенного значения синусоидального напряжения, если комплексное действующее значение напряжения

$$\dot{U} = -80 - j60 \text{ В.}$$

2.4.5. Определить показание амперметра (рисунок 2.14).

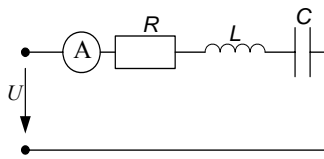


Рисунок 2.14

Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

$$u = 311,1 \sin 314t \text{ В}; \quad R = 60 \text{ Ом};$$

$$L = 318 \text{ мГн}; \quad C = 159 \text{ мкФ}.$$

Задачу решить комплексным методом. Ответ:  $I = 2,2 \text{ А}$ .

2.4.6. В цепи состоящей из последовательно соединенных конденсатора ( $C = 50 \text{ мкФ}$ ) и катушки ( $L = 10 \text{ мГн}$ ,  $R = 10 \text{ Ом}$ ), ток  $i = 0,2 \sin 1000t \text{ А}$ .

Найти мгновенные значения напряжения на конденсаторе, катушке и всей цепи. Задачу решить комплексным методом.

$$\text{Ответ: } u_C = 4 \sin(1000t - 90^\circ) \text{ В}; \quad u_K = 2,83 \sin(1000t + 45^\circ) \text{ В};$$

$$u = 2,83 \sin(1000t - 45^\circ) \text{ В}.$$

2.4.7. В схеме (рисунок 2.15), протекающий ток отстает от приложенного к цепи напряжения на  $45^\circ$ ;  $R = 50 \text{ Ом}$ ;  $C = 3,18 \text{ мкФ}$ ;  $f = 500 \text{ Гц}$ .

Определить индуктивность  $L$ , приложенное напряжение  $\dot{U}_{ac}$  и ток в цепи  $\dot{I}$ , если  $\dot{U}_{av} = 315 \text{ В}$ . Записать выражение для комплексного сопротивления цепи.

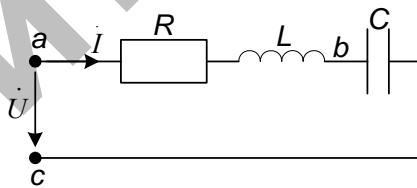


Рисунок 2.15

$$\text{Ответ: } L = 47,6 \text{ мГн}, \quad \dot{I} = 2e^{-j71,5^\circ} \text{ А}; \quad \dot{U}_{ac} = 141e^{-j26,5^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{Z} = 50\sqrt{2}e^{j45^\circ} \text{ Ом}.$$

2.4.8. В схеме (рисунке 2.16), при разомкнутом выключателе сдвиг фаз между напряжением  $\dot{U}$  и током  $\dot{I}$ ,  $\varphi_1 = 60^\circ$ . Найти сдвиг фаз между ними при замкнутом выключателе. Ответ:  $\varphi_2 = 41^\circ$ .

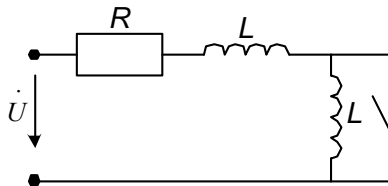


Рисунок 2.16

**2.4.9.** Определить комплексные токи в цепи (рисунок 2.17) и построить векторную диаграмму токов и напряжений.  $U = 100$  В;  $R_1 = 6$  Ом;  $X_1 = 8$  Ом;  $R_2 = 3$  Ом;  $X_2 = 7$  Ом;  $R_3 = 2$  Ом;  $X_3 = 2$  Ом.

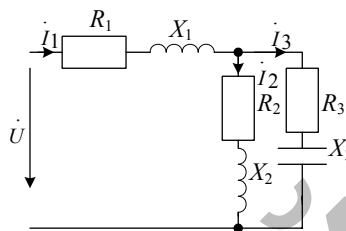


Рисунок 2.17

Ответ:  $\dot{I}_1 = 7,1 - j5,5$  А;  $\dot{I}_2 = -2,36 - j3,05$  А;  $\dot{I}_3 = 9,38 - j2,66$  А.

**2.4.10.** В цепи, схема которой представлена на (рисунок 2.18),  $R = 10$  Ом;  $L = 5,97$  мГн;  $C = 33,2$  мкФ. На входе цепи приложено напряжение  $U = 100$  В, частота 400 Гц. Считая начальную фазу напряжения на входе равной нулю, определить комплексные токи ветвей.

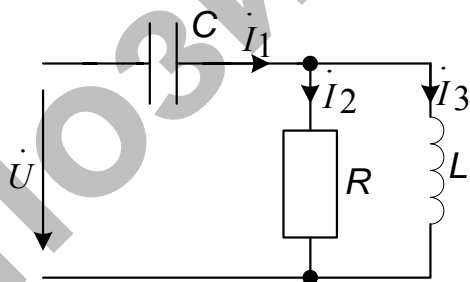


Рисунок 2.18

Ответ:  $\dot{I}_1 = 9,88e^{j46,78^\circ}$  А;  $\dot{I}_2 = 8,32e^{j80,47^\circ}$  А;  $\dot{I}_3 = 5,49e^{-j9,53^\circ}$  А.

**2.4.11.** Амперметр, включенный в неразветвленную часть цепи (рисунок 2.19), показал ток  $I = 2,4$  А, а вольтметр — напряжение  $U = 120$  В. Определить индуктивное сопротивление  $X_{L1}$ , если:

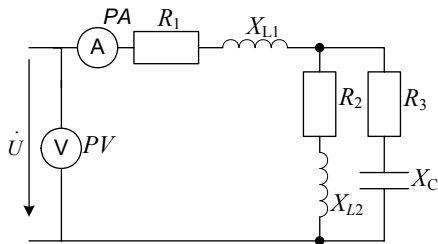


Рисунок 2.19

$$R_1 = 7 \text{ Ом}; R_2 = 20 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = 30 \text{ Ом}; R_3 = 10 \text{ Ом};$$

$$X_C = 20 \text{ Ом. Ответ: } X_{L1} = 51 \text{ Ом.}$$

## 2.5. Индивидуальные задания

**2.5.1.** По выражению мгновенного значения синусоидального тока  $i$  согласно варианту (таблица 2.1) определить: амплитуду тока  $I_m$ , действующее значение тока  $I$ , период  $T$ , угловую частоту  $\omega$ , частоту  $f$ , фазу, начальную фазу  $\psi$ .

Нарисовать кривую изменения тока во времени и построить на комплексной плоскости вектор, изображающий синусоиду тока  $i$ . Записать комплексную амплитуду тока.

Таблица 2.1 — Исходные данные к индивидуальным заданиям

Номер варианта	Выражение тока $i$
1	$i = 400\sin(314t + 135^\circ)$
2	$i = 5\sin(314t - \pi/6)$
3	$i = 80\sin(942t + 60^\circ)$
4	$i = 15\sin(628t + \pi/2)$
5	$i = 205\sin(628t - 120^\circ)$
6	$i = 40\sin(157t - 240^\circ)$
7	$i = 60\sin(314t + \pi/3)$
8	$i = 25\sin(314t - 60^\circ)$
9	$i = 30\sin(314t + \pi/6)$
10	$i = 70\sin(157t - \pi/4)$
11	$i = 20\sin(157t - \pi/2)$
12	$i = 127\sin(1256t + 60^\circ)$
13	$i = 127\sin(157t - 2\pi/3)$
14	$i = 200\sin(314t - \pi/2)$
15	$i = 220\sin(780t + 2\pi/3)$

2.5.2. Для заданной цепи согласно варианту (таблица 2.2) определить величины, указанные в таблице, и построить векторную диаграмму тока и напряжений. Расчет выполнить комплексным методом.

Таблица 2.2 — Исходные данные к индивидуальным заданиям

№ вар.	Дано	№ рисунка	Определить
1	$U = 100 \text{ В}; R = 8 \text{ Ом}; X_L = 10 \text{ Ом};$ $X_C = 4 \text{ Ом}$	2.20	$I; U_R; U_L; U_C$
2	$I = 8 \text{ А}; X_{L1} = 2 \text{ Ом}; X_{L2} = 4 \text{ Ом};$ $R = 8 \text{ Ом}$	2.21	$U; U_R; U_{L1};$ $U_{L2}$
3	$U = 100 \text{ В}; R_1 = 2 \text{ Ом}; R_2 = 4 \text{ Ом};$ $X_L = 8 \text{ Ом}$	2.22	$I; U_{R1}; U_{R2}; U_L$
4	$U_R = 100 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом}; X_C = 15 \text{ Ом}$	2.23	$I; U; U_C$
5	$U = 40 \text{ В}; R_1 = 11 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ Ом};$ $X_C = 12 \text{ Ом}$	2.24	$I; U_{R1}; U_{R2};$ $U_C$
6	$I = 2 \text{ А}; R = 8 \text{ Ом}; X_L = 12 \text{ Ом};$ $X_C = 6 \text{ Ом}$	2.20	$U; U_R; U_L; U_C$
7	$I = 2 \text{ А}; R = 12 \text{ Ом}; X_{C1} = 10 \text{ Ом};$ $X_{C2} = 6 \text{ Ом}$	2.26	$U; U_R; U_{C1};$ $U_{C2}$
8	$U = 60 \text{ В}; R = 3 \text{ Ом}; X_{L1} = 1 \text{ Ом};$ $X_{L2} = 3 \text{ Ом}$	2.21	$I; U_R; U_{L1}; U_{L2}$
9	$I = 5 \text{ А}; R_1 = 7 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ Ом};$ $X_L = 16 \text{ Ом}$	2.22	$U; U_{R1}; U_{R2};$ $U_L$
10	$U_C = 40 \text{ В}; R = 6 \text{ Ом}; X_C = 8 \text{ Ом}$	2.23	$I; U; U_R$
11	$I = 10 \text{ А}; R_1 = 5 \text{ Ом}; R_2 = 3 \text{ Ом};$ $X_C = 6 \text{ Ом}$	2.24	$U; U_{R1}; U_{R2};$ $U_C$
12	$U = 50 \text{ В}; R = 8 \text{ Ом}; X_{C1} = 2 \text{ Ом};$ $X_{C2} = 4 \text{ Ом}$	2.25	$I; U_R; U_{C1};$ $U_{C2}$
13	$U = 80 \text{ В}; R = 8 \text{ Ом}; X_{L1} = 2 \text{ Ом};$ $X_{L2} = 4 \text{ Ом}$	2.21	$I; U; U_{L1}; U_{L2}$
14	$U_R = 20 \text{ В}; R = 4 \text{ Ом}; X_L = 7 \text{ Ом};$ $X_C = 4 \text{ Ом}$	2.20	$I; U; U_L; U_C$
15	$U_{C2} = 60 \text{ В}; R = 12 \text{ Ом}; X_{C1} = 10 \text{ Ом};$ $X_{C2} = 6 \text{ Ом}$	2.25	$I; U; U_R; U_C$



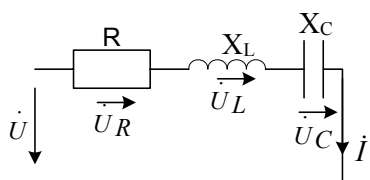


Рисунок 2.20

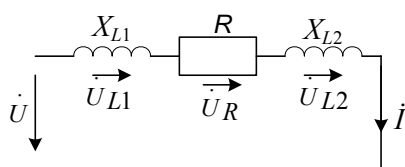


Рисунок 2.21

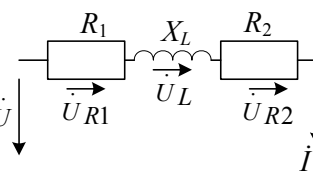


Рисунок 2.22

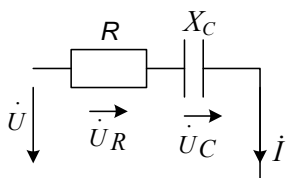


Рисунок 2.23

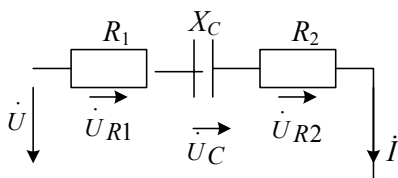


Рисунок 2.24

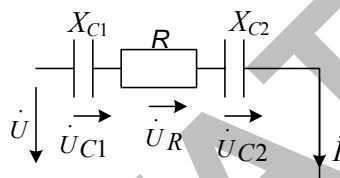


Рисунок 2.25

**2.5.3.** К источнику с синусоидальным напряжением  $U$  подключена цепь со смешанным соединением сопротивлений  $Z_1, Z_2, Z_3$  (таблица 2.3). Нарисовать схему цепи, обозначить токи и напряжения в ней. Определить ток в неразветвлённой части цепи.

Таблица 2.3 — Исходные данные к индивидуальным заданиям

№ варианта	$U, \text{В}$	$Z_1, \text{Ом}$	$Z_2, \text{Ом}$	$Z_3, \text{Ом}$
1	50	$2,8 + j2,1$	$1 + j2$	3
2	400	$8 - j29$	$10 + j20$	30
3	10	$0,4 - j0,8$	1	$1 - j$
4	80	$0,9 + j0,3$	$j$	$1 + j2$
5	100	$2,6 + j2,8$	$2 + j2$	$j2$
6	200	$0,2 + j0,6$	$1 + j$	2
7	20	$0,8 + j0,4$	$1 + j$	$j$
8	200	$9 + j3$	$j10$	$10 + j20$
9	100	$1 - j3$	$-j5$	$4 + j2$
10	500	$10 - j30$	$40 + j20$	$-j50$
11	100	$2,6 - j2,8$	$2 - j2$	$-j2$
12	50	$1 - j3$	$4 + j2$	$-j5$
13	80	$0,9 + j0,3$	$j$	$1 + j2$
14	200	$10 - j30$	$-j30$	$40 + j20$
15	500	$26 - j28$	$20 - j20$	$-j20$

## Контрольные вопросы

1. Что такое период, частота?
2. Как определяется угловая частота?
3. Что такое фаза, начальная фаза?
4. Что называют началом синусоиды?
5. Как определяется действующее значение синусоидального тока?
6. Каковы правила изображения синусоидальной функции вектором?
7. Что значит комплексная амплитуда, как её записать?
8. Что значит комплексное действующее значение, как его получить?
9. Как осуществить переход от комплексной амплитуды и комплексного действующего значения к выражению мгновенного выражения величины?
10. Чему равно индуктивное сопротивление?
11. Чему равно ёмкостное сопротивление?
12. Что значит реактивное сопротивление?
13. Что такое комплексное сопротивление?
14. Что значит полное сопротивление?
15. Что такое треугольник сопротивлений?
16. Что такое угол  $\varphi$  и как он определяется?
17. Запишите закон Ома в комплексной форме.
18. Что можно сказать о сдвиге по фазе между напряжением и током на  $R$ ,  $L$  и  $C$ ?
19. Как строятся векторные диаграммы тока и напряжений?
20. Каков порядок расчета цепи переменного тока со смешанным соединением элементов?
21. Почему расчет цепи переменного тока ведут в комплексной форме?

## Тема 3

# МЕТОДЫ РАСЧЕТА СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

## Расчет сложных электрических цепей, основанный на применении уравнений Кирхгофа и по методу контурных токов

**Цель:** Научиться составлять уравнения по законам Кирхгофа в дифференциальной и комплексной формах. Приобрести практические навыки по расчету сложных цепей методом уравнений Кирхгофа. Освоить метод контурных токов.

### 3.1. Задание по самоподготовке

1. Повторить вопросы из тем 1 и 2, касающиеся определения понятий *ветвь, узел, контур*, формулировки *первого и второго законов Кирхгофа* и правила составления уравнений по ним (для электрических цепей постоянного тока, для мгновенных значений, комплексов действующих значений токов, падений напряжений, ЭДС в цепях синусоидального тока).

2. Проработать тему “Составление уравнений по законам Кирхгофа” по учебнику [1] §1.7, 1.8, 3.16. и по конспекту лекций.

3. Разобрать пример 2, §1.8 [1] и примеры 3.3.1 и 3.3.2 данных методических указаний.

4. Проработать тему “Метод контурных токов” по литературе [1] §1.13 и по конспекту лекций.

5. Разобрать пример 5, §1.13 [1] и пример 3.3.3 данных методических указаний.

6. Ответить на контрольные вопросы п. 3.6.

### 3.2. Общие сведения

С помощью уравнений Кирхгофа проводят расчет сложных цепей постоянного и синусоидального токов.

**Первый закон Кирхгофа.** Алгебраическая сумма мгновенных токов в узле равна 0.

$$\sum i = 0.$$

**Второй закон Кирхгофа.** Алгебраическая сумма мгновенных ЭДС в замкнутом контуре равна алгебраической сумме мгновенных напряжений на остальных элементах этого контура

$$\sum e = \sum u.$$

Для цепей синусоидального тока законы Кирхгофа записываются в комплексной форме.

**Первый закон Кирхгофа.** Алгебраическая сумма комплексных токов в узле равна нулю

$$\sum \dot{I} = 0.$$

**Второй закон Кирхгофа.** Алгебраическая сумма комплексных ЭДС замкнутого контура равна алгебраической сумме комплексных напряжений на остальных элементах этого контура.

$$\sum \dot{E} = \sum \dot{U}.$$

#### **Порядок составления системы уравнений по законам Кирхгофа:**

1. Произвольно задают положительные направления токов в ветвях и обозначают их на схеме. Эти направления нельзя менять до окончания расчета.

2. Произвольно задают положительные направления обходов по контурам и наносят их на схеме.

Рекомендуется положительные направления обходов по всем контурам принимать одинаково.

3. Составляют уравнения по первому закону Кирхгофа. Число уравнений должно быть на единицу меньше, чем число узлов.

4. Составляют уравнения по второму закону Кирхгофа. Число этих уравнений, совместно с уже составленными уравнениями по первому закону Кирхгофа, должно равняться числу ветвей. Чтобы уравнения были независи-

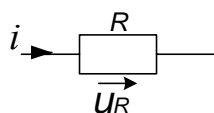
мыми, каждый контур, для которого составляется уравнение по второму закону Кирхгофа, должен отличаться от предыдущих хотя бы одной новой ветвью. Это условие является достаточным, но не всегда необходимым.

5. Решают систему уравнений, в результате чего находят токи в ветвях.

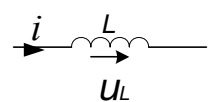
Если ток получен со знаком “минус”, это означает, что ток имеет положительное направление противоположное ранее принятому.

**Примечания:** 1. При составлении независимых уравнений по второму закону Кирхгофа не включают ветви, содержащие источники тока (см. пример 3.3.1).

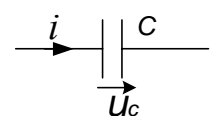
2. При составлении уравнений по закону Кирхгофа в дифференциальной форме необходимо знать соотношения между мгновенными значениями токов и напряжений на участках  $R, L, C$ .



$$\text{а) } u_R = iR; \quad i = \frac{u_R}{R}.$$



$$\text{б) } u_L = L \frac{di}{dt}; \quad i = \frac{1}{L} \int u_L dt.$$



$$\text{в) } u_C = \frac{1}{C} \int i dt; \quad i = C \frac{du_C}{dt}.$$

**Метод контурных токов** основан на предположении, что в каждом независимом контуре протекает свой контурный ток. Следует особо подчеркнуть, что контурный ток — это искусственный ток, вводимый для упрощения расчета сложных электрических цепей. Для определения контурных токов составляются уравнения по второму закону Кирхгофа.

### Порядок определения токов методом контурных токов

1. Произвольно задают положительные направления токов в ветвях и обозначают их на схеме.

2. Произвольно задают положительные направления контурных токов и обозначают их на схеме. Направление контурных токов соответствует направлению обхода по контуру.

3. Составляют систему уравнений по второму закону Кирхгофа для контуров.

4. Решая систему, определяют контурные токи.

5. По значениям контурных токов определяют действительные токи в ветвях. Токи в ветвях определяются алгебраической суммой соответствующих контурных токов, проходящих по данной ветви.

Положительными считаются те контурные токи, направление которых совпадают с выбранным в начале расчета положительным направлением тока данной ветви.

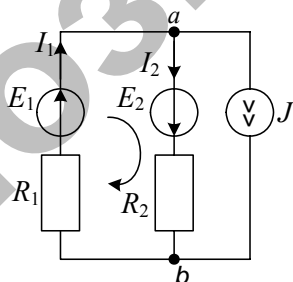
*Примечание: Если электрическая цепь содержит источник тока, подсоединенный к каким – либо узлам («т», «п»), то считают, что ток источника тока есть контурный ток, проходящий по ветвям, соединяющим эти узлы «т» и «п».*

В уравнениях, составленных по второму закону Кирхгофа для контуров, включающих эти ветви, должно быть учтено падение напряжения от тока источника тока (см. пример 3.3.3).

### 3.3. Примеры

3.3.1. Определить токи в ветвях электрической цепи постоянного тока (рисунок 3.1), используя уравнения Кирхгофа.

Дано:



$$E_1 = 10 \text{ В};$$

$$R_1 = 1 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 2 \text{ Ом};$$

$$E_2 = 2 \text{ В};$$

$$J = 3 \text{ А}.$$

Рисунок 3.1

### Решение

1. Цепь содержит две ветви с неизвестными токами.

Для определения этих токов составляем одно уравнение по первому закону Кирхгофа и одно уравнение по второму закону Кирхгофа.

2. Задаемся положительным направлением токов в ветвях и обозначаем их на схеме.

3. Задаемся положительным направлением обхода по контуру и наносим на схеме.

Составляем уравнение по первому закону Кирхгофа для узла *a*

$$I_1 - I_2 - J = 0.$$

4. Составляем уравнение по второму закону Кирхгофа

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = E_1 + E_2.$$

5. Решаем систему уравнений

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - 3 = 0; \\ I_1 + 2I_2 = 10 + 2, \end{cases}$$

применяя метод исключения переменных

$$I_1 = I_2 + 3; \quad I_2 + 3 + 2I_2 = 12; \quad 3I_2 = 9; \quad I_2 = 3 \text{ A};$$

$$I_1 = 3 + 3 = 6 \text{ A}.$$

**3.3.2.** Определить токи в ветвях электрической цепи синусоидального тока (рисунок 3.2), используя законы Кирхгофа, если

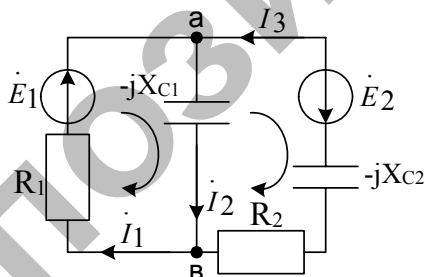


Рисунок 3.2

$$\dot{E}_1 = 100 \text{ В};$$

$$\dot{E}_2 = 200 \text{ В};$$

$$R_1 = X_{C1} = 10 \text{ Ом};$$

$$R_2 = X_{C2} = 5 \text{ Ом}.$$

### Решение

1. Задаемся положительными направлениями токов в ветвях и обозначаем их на схеме.

2. Задаемся направлением обхода по контурам.

3. Составляем систему уравнений, используя два закона Кирхгофа, в комплексной форме

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_3 - \dot{I}_2 = 0 & \text{для узла } a; \\ \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_2 (-jx_{C1}) = \dot{E}_1; \\ -\dot{I}_2 (-jx_{C1}) - \dot{I}_3 (R_2 - jx_{C2}) = \dot{E}_2. \end{cases} \quad (3.1)$$

4. Подставив в систему уравнений (3.1) известные величины, имеем:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0; \\ 10\dot{I}_1 + \dot{I}_2 (-j10) = 100; \\ -\dot{I}_2 (-j10) - \dot{I}_3 (5 - j5) = 200. \end{cases} \quad (3.2)$$

после упрощения системы уравнений (3.2) имеем:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0; \\ \dot{I}_1 - j\dot{I}_2 = 10; \\ j2\dot{I}_2 + \dot{I}_3 (j-1) = 40. \end{cases} \quad (3.3)$$

5. Решаем систему уравнений (3.3) методом определителей:

$$\underline{\Delta} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -j & 0 \\ 0 & 2j & (j-1) \end{vmatrix} = -j(j-1) + j - 1 + 2j = 4j \quad \text{Ом}^3$$

Раскрытие определителя – см. Приложение 1.

$$\underline{\Delta}_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 10 & -j & 0 \\ 40 & 2j & j-1 \end{vmatrix} = 10(j-1) + 20j + 40j = 70j - 10 \quad \text{В Ом}^2.$$

$$\underline{\Delta}_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 10 & 0 \\ 0 & 40 & j-1 \end{vmatrix} = 10(j-1) + 40 = 30 + 10j \quad \text{В Ом}^2.$$



$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -j & 10 \\ 0 & 2j & 40 \end{vmatrix} = -j40 - j20 + 40 = 40 - 60j \text{ В} \cdot \text{Ом}^2.$$

$$\dot{I}_1 = \frac{70j - 10}{4j} = \frac{(70j - 10)(-j)}{4} = \frac{70 + 10j}{4} = 17,5 + 2,5j \text{ А};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{30 + 10j}{4j} = \frac{-30j + 10}{4} = 2,5 - 7,5j \text{ А};$$

$$\dot{I}_3 = \frac{40 - 60j}{4j} = -10j - 15 \text{ А}.$$

Действующие значения токов

$$I_1 = \sqrt{17,5^2 + 2,5^2} = 17,6 \text{ А};$$

$$I_2 = \sqrt{2,5^2 + 7,5^2} = 7,9 \text{ А};$$

$$I_3 = \sqrt{10^2 + 15^2} = 18,03 \text{ А}.$$

Систему уравнений (3.3) можно решить методом исключения переменных, а именно из второго уравнения системы (3.3)

$$\dot{I}_1 = 10 + j\dot{I}_2.$$

Выражение  $\dot{I}_1$  подставим в первое уравнение системы уравнений (3.3)

$$10 + j\dot{I}_2 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0;$$

откуда следует, что

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_2 - j\dot{I}_2 - 10.$$

Выражение тока  $\dot{I}_3$  подставим в третье уравнение системы (3.3), получаем уравнение с одним неизвестным  $\dot{I}_2$

$$j2\dot{I}_2 + (j-1)(\dot{I}_2 - j\dot{I}_2 - 10) = 40;$$

$$j2\dot{I}_2 + j\dot{I}_2 - \dot{I}_2 + \dot{I}_2 + \dot{I}_2j - 10j + 10 = 40;$$

$$4jI_2 - 10j = 30;$$

$$I_2 = \frac{30 + j10}{4j} = 2,5 - 7,5j \text{ А.}$$

Следовательно,

$$I_1 = 10 + j(2,5 - 7,5j) = 10 + 2,5j + 7,5 = 17,5 + 2,5j \text{ А.}$$

$$I_3 = 2,5 - 7,5j - j(2,5 - 7,5j) - 10 = 2,5 - 7,5j - 2,5j - 7,5 - 10 = -15 - 10j \text{ А.}$$

**3.3.3.** Определить токи в ветвях электрической цепи (рисунок 3.3) по методу контурных токов, если

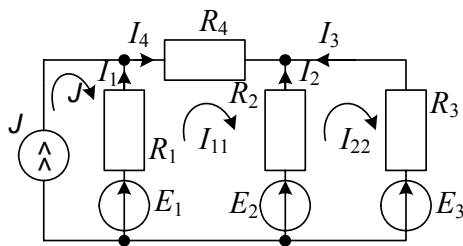


Рисунок 3.3

$$E_1 = 20 \text{ В}; \quad E_3 = 50 \text{ В};$$

$$E_2 = 40 \text{ В}; \quad J = 4 \text{ А};$$

$$R_1 = 10 \text{ Ом}; \quad R_2 = 3 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 2 \text{ Ом}; \quad R_4 = 7 \text{ Ом}.$$

### Решение

1. Задаемся положительным направлением токов в ветвях и обозначаем их на схеме.

2. Задаемся положительным направлением контурных токов  $I_{11}$ ,  $I_{22}$  и  $J$ .

3. Составляем систему уравнений

$$\begin{cases} I_{11}(R_1 + R_4 + R_2) - I_{22}R_2 - JR_1 = E_1 - E_2, \\ I_{22}(R_2 + R_3) - I_{11}R_2 = E_2 - E_3. \end{cases}$$

4. Подставляем в составленную систему уравнений известные величины и, решая ее, определяем контурные токи

$$\begin{cases} I_{11}(10 + 7 + 3) - I_{22} \times 3 - 4 \times 10 = 20 - 40, \\ I_{22}(3 + 2) - I_{11} \times 3 = 40 - 50. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20I_{11} - 3I_{22} = 20, \\ -3I_{11} + 5I_{22} = -10. \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 20 & -3 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 100 - 9 = 91 \text{ Ом} \cdot \text{В},$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 20 & 20 \\ -3 & -10 \end{vmatrix} = -200 + 60 = -140 \text{ Ом} \cdot \text{В},$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 20 & -3 \\ -10 & 5 \end{vmatrix} = 100 - 30 = 70 \text{ Ом} \cdot \text{В}.$$

$$I_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{70}{91} = 0,769 \text{ А},$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{-140}{91} = -1,54 \text{ А}.$$

5. Определяем токи в ветвях

$$I_1 = I_{11} - J = 0,769 - 4 = -3,231 \text{ А},$$

$$I_2 = I_{22} - I_{11} = -1,54 - 4 = -5,54 \text{ А},$$

$$I_3 = -I_{22} = -1,54 \text{ А}, \quad I_4 = I_{11} = 0,769 \text{ А}.$$

### 3.4. Задачи для самостоятельного решения

3.4.1. Составить систему уравнений по законам Кирхгофа для электрической цепи постоянного тока (рисунок 3.4)

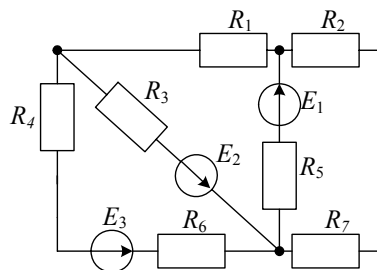


Рисунок 3.4

3.4.2. Определить токи в ветвях электрической цепи (рисунок 3.5), используя первый и второй законы Кирхгофа, если  $e_1 = e_2 = 141 \sin \omega t \text{ В}$ ;  $X_1 = 5 \text{ Ом}$ ;

$$X_2 = 20 \text{ Ом}; R = 3 \text{ Ом}.$$

$$\text{Ответ: } I_1 = 16 \text{ А},$$

$$I_2 = 4 \text{ А},$$

$$I_3 = 20 \text{ А}.$$

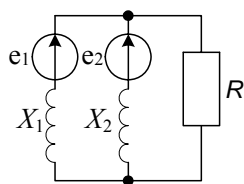


Рисунок 3.5

**3.4.3.** Определить токи в ветвях электрической цепи (рисунок 3.6) методом контурных токов, если:  $E_1 = 11 \text{ В}$ ,  $R_1 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $E_2 = 2 \text{ В}$ ,  $J = 3 \text{ А}$ .

$$\text{Ответ: } I_1 = 1,25 \text{ А}, I_2 = 1,75 \text{ А}.$$

**3.4.4.** Определить токи в ветвях электрической цепи (рисунок 3.7) методом контурных токов, если  $e_1 = 141 \sin \omega t \text{ В}$ ,  $e_2 = 141 \sin \omega t \text{ В}$ ,  $X_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $X_2 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R = 3 \text{ Ом}$ .

$$\text{Ответ: } I_1 = 16 \text{ А}, I_2 = 4 \text{ А}, I_3 = 20 \text{ А}.$$

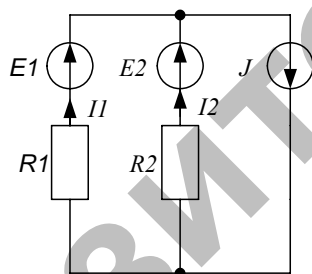


Рисунок 3.6

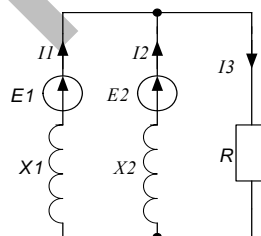


Рисунок 3.7

### 3.5. Индивидуальные задания

В электрических цепях постоянного тока (рисунки 3.8... 3.12) заданы ЭДС и сопротивления (таблица 3.1).

1. Вычертить схему электрической цепи согласно заданному варианту.
2. Определить токи в ветвях, используя первый и второй законы Кирхгофа.

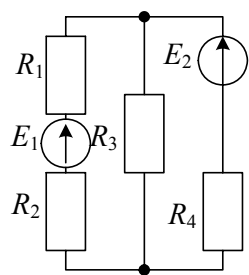


Рисунок 3.8

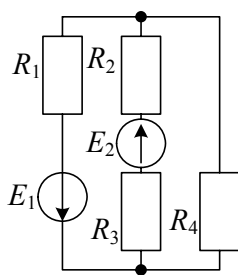


Рисунок 3.9

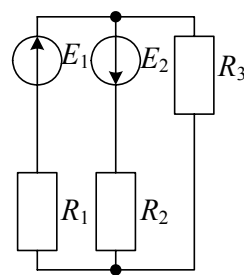


Рисунок 3.10

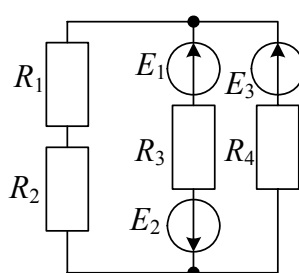


Рисунок 3.11

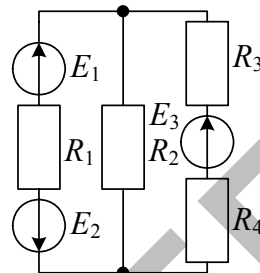


Рисунок 3.12

Таблица 3.1— Исходные данные к индивидуальным заданиям

Номер вар.	Схема цепи	Элементы, входящие в электрическую цепь, Ом						
		$E_1, \text{В}$	$E_2, \text{В}$	$E_3, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$R_4, \text{Ом}$
1	3.8	20	40	—	4	6	10	5
2	3.9	60	20	—	10	3	0	4
3	3.10	100	20	60	10	20	10	—
4	3.11	120	20	50	4	6	20	10
5	3.12	40	20	10	5	2	0	5
6	3.8	100	50	—	0	10	20	40
7	3.9	80	30	—	2	3	7	10
8	3.10	0	40	60	5	10	4	—
9	3.11	50	30	20	0	10	5	20
10	3.12	0	20	50	10	2	3	7
11	3.8	100	20	—	8	0	5	10
12	3.9	40	80	—	10	0	20	5
13	3.10	0	0	200	20	10	3	—
14	3.11	100	100	50	10	20	6	4
15	3.12	80	0	40	10	20	10	0

**3.5.2.** В электрических цепях постоянного тока (рисунки 3.13... 3.17) заданы ЭДС и сопротивления (таблица 3.2). Необходимо:

1. Вычертить схему электрической цепи согласно заданному варианту.

2. Определить токи в ветвях, используя метод контурных токов.

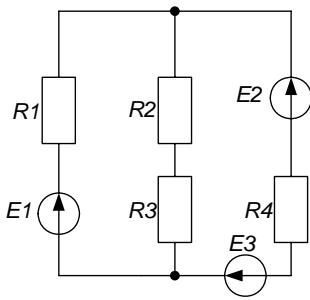


Рисунок 3.13

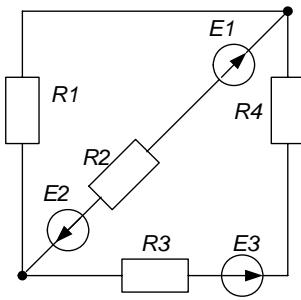


Рисунок 3.4

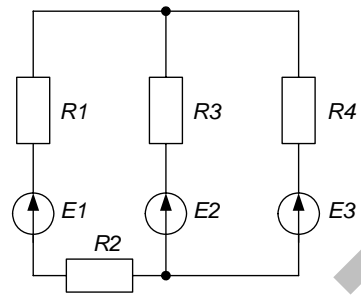


Рисунок 3.15

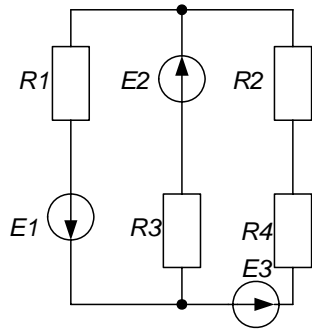


Рисунок 3.16

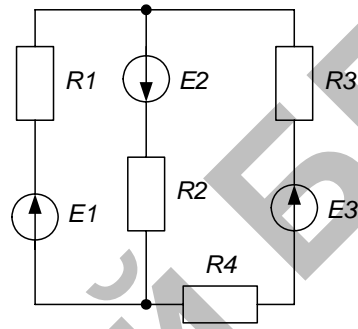


Рисунок 3.17

Таблица 3.2 — Исходные данные к индивидуальным заданиям

Вариант	Схема цепи	Элементы, входящие в электрическую цепь						
		$E_1, \text{В}$	$E_2, \text{В}$	$E_3, \text{В}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$R_4, \text{Ом}$
1	3.13	10	20	40	5	0	0	4
2	3.14	40	80	20	6	4	2	0
3	3.15	50	20	30	10	2	5	5
4	3.16	30	70	20	10	2	4	8
5	3.17	10	50	20	15	5	3	7
6	3.13	20	0	50	4	6	10	5
7	3.14	0	50	20	5	10	4	6
8	3.15	40	0	80	6	4	2	8
9	3.16	100	20	0	20	30	40	10
10	3.17	0	60	30	8	10	2	4
11	3.13	50	20	30	4	6	10	5
12	3.14	30	0	70	2	4	10	3
13	3.15	40	60	0	5	10	2	8
14	3.16	0	20	40	5	10	4	4
15	3.17	60	0	20	2	5	4	6

### Контрольные вопросы

1. Дать определение узла, ветви, контура.
2. Сформулировать первый и второй законы Кирхгофа.
3. Каково соотношение между мгновенными значениями напряжений и токов на элементах  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ?
4. Записать выражение законов Кирхгофа в дифференциальной и комплексной форме.
5. Каков порядок составления системы уравнений по законам Кирхгофа?
6. Метод контурных токов. Каков порядок определения токов в ветвях?

## Тема 4

### РАСЧЕТ МОЩНОСТЕЙ В ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

**Цель:** Изучить методику расчета мощностей и определения показаний ваттметра.

#### 4.1. Задание по самоподготовке

1. Повторить закон Ома для цепи синусоидального тока [1] § 3.12, треугольник сопротивлений [1] § 3.14.

2. Проработать по учебным пособиям тему "Мощности в цепи синусоидального тока".

3. Изучить этот же материал по учебнику [1] § 1.11, § 1.27, 3.6, 3.21...3.24, 3.32.

4. Рассмотреть примеры п. 4.3 данных указаний и примеры 40, 42 по учебнику [1].

5. Ответить на контрольные вопросы п. 4. 6.

#### 4.2. Общие сведения

Мгновенная мощность  $p$ , получаемая приемником цепи, находится как произведение мгновенных значений напряжения и тока.

Активная мощность  $P$  есть среднее значение мгновенной мощности за период  $T$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt .$$

Подставляя выражение мгновенной мощности  $p$ , получим формулу активной мощности синусоидального тока:

$$P = UI \cos \varphi$$

Множитель  $\cos \varphi$  носит название коэффициента мощности.



Активная мощность  $P$  физически представляет собой энергию, которая выделяется в единицу времени в виде теплоты на участке цепи с сопротивлением  $R$ .

Так как  $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ , то активная мощность может иметь еще следующие выражения

$$P = I^2 R.$$

Активная мощность измеряется в ваттах (Вт).

При расчетах электрических цепей пользуются также понятием реактивная мощность, которая определяется по формуле

$$Q = UI \sin\varphi.$$

Реактивная мощность характеризует ту часть энергии, которая колеблется между приемником и источником.

Так как  $\sin\varphi = \frac{X}{Z}$ , то величина реактивной мощности в цепи переменного тока может быть выражена следующим образом:

$$Q = I^2 X.$$

Реактивная мощность измеряется в вольт-амперах реактивных (вар). Если  $\sin\varphi > 0$ , то  $Q > 0$ , если  $\sin\varphi < 0$ , то  $Q < 0$ . Так как  $X = X_L - X_C$ , то

$$Q = I^2 (X_L - X_C) = I^2 X_L - I^2 X_C = Q_L - Q_C.$$

Наряду с понятием активной мощности  $P$  и реактивной  $Q$ , применяется понятие полной мощности  $S$ :

$$S = UI.$$

Математически произведение  $UI = S$  представляет наибольшую возможную активную мощность  $P$ , которую можно получить при заданных значениях  $U$  и  $I$  и при сдвиге фаз  $\varphi = 0$ , т.е.  $\cos\varphi = 1$ .

Так как

$$U = Z I .$$

Полная мощность измеряется в вольт-амперах (В·А).

Между  $P$ ,  $Q$  и  $S$  существует соотношение  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ . Графически эту связь можно представить в виде прямоугольного треугольника (рисунок 4.1). Из треугольника мощностей видно, что  $P = S \cos\varphi$ ;  $Q = S \sin\varphi = P \operatorname{tg}\varphi$ .

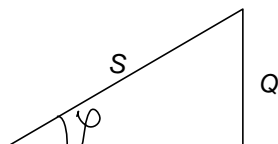


Рисунок 4.1. Треугольник мощностей

По измеренным или вычисленным значениям тока  $I$ , напряжения  $U$  и мощности  $P$  приемника легко определяются параметры приемника  $R$ ,  $X$ ,  $Z$ .

$$Z = \frac{U}{I}, \quad R = \frac{P}{I^2}, \quad R = Z \cos\varphi, \quad X = \sqrt{Z^2 - R^2}.$$

Реактивное сопротивление  $X > 0$ , если  $X_L > X_C$ , если  $X < 0$ , если  $X_L < X_C$ .

Комплексная мощность  $\underline{S} = \dot{U} \dot{I}^* = P + jQ$ ,

где  $\dot{I}^*$  — сопряженная комплексная величина (сопряженный комплекс тока).

### 4.3. Примеры

**4.3.1.** К последовательно соединенным реостату с сопротивлением 120 Ом и конденсатору  $C = 30$  мкФ подведено напряжение  $u = 311 \sin 314 t$  (рисунок 4.2). Определить активную, реактивную и полную мощности и коэффициент мощности.

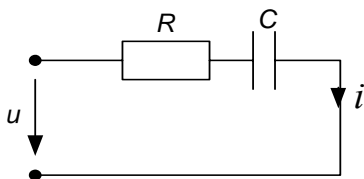


Рисунок 4.2

## Решение

Действующее значение напряжения

$$U = U_m / \sqrt{2} = 311 / \sqrt{2} = 220 \text{ В.}$$

Емкостное сопротивление

$$X_c = 1 / \omega C = 1 / 314 \times 30 \times 10^{-6} = 106 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} = \sqrt{120^2 + 106^2} = 160 \text{ Ом.}$$

Действующее значение тока

$$I = U / Z = 220 / 160 = 1,37 \text{ А.}$$

Из треугольника сопротивлений коэффициент мощности

$$\cos \varphi = R / Z = 120 / 160 = 0,75.$$

Активная мощность

$$P = U I \cos \varphi = 220 \times 1,37 \times 0,75 = 226 \text{ Вт.}$$

Из треугольника сопротивлений

$$\sin \varphi = X / Z = -106 / 160 = -0,66.$$

Реактивная мощность

$$Q = U I \sin \varphi = 220 \times 1,37 \times (-0,66) = -198,9 \text{ вар.}$$

Реактивная мощность отрицательная, так как реактивное сопротивление для данной цепи  $X = X_L - X_C$  отрицательно ( $X_L = 0$ ).

Полная мощность

$$S = UI = 220 \times 1,37 = 301,4 \text{ ВА.}$$

**4.3.2.** В цепи установлены сварочный аппарат мощностью  $P_1 = 6$  кВт при  $\cos \varphi_1 = 0,5$ , электрический двигатель  $P_2 = 12$  кВт при  $\cos \varphi_2 = 0,8$  и батарея конденсаторов мощностью  $Q_C = 10$  квар, при  $\cos \varphi_3 = 0$ . Напряжение цепи  $U = 220$  В. Определить  $\cos \varphi$  всей цепи и общий ток  $I$ .

## Решение

Для определения коэффициента мощности всей цепи используем выражение  $\cos\varphi = P/S$ , где активная мощность всей цепи  $P = P_1 + P_2 = 6 + 12 = 18$  кВт, полная мощность всей цепи  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ .

Реактивную мощность  $Q$  всей цепи определим после расчета реактивных мощностей потребителей:  $Q_1 = P_1 \operatorname{tg}\varphi_1$ ,

$$\varphi_1 = \arccos 0,5 = 60^\circ,$$

$$Q_1 = 6 \operatorname{tg}60^\circ = 6 \times 1,73 = 10,4 \text{ квар},$$

$$Q_2 = P_2 \operatorname{tg}\varphi_2 = 12 \times \operatorname{tg}37^\circ = 12 \times 0,75 = 9 \text{ квар},$$

$$\varphi_2 = \arccos 0,8 = 37^\circ.$$

Реактивная мощность всей цепи

$$Q = Q_1 + Q_2 - Q_C = 10,4 + 9 - 10 = 9,4 \text{ квар}.$$

Реактивная мощность батареи конденсаторов взята со знаком “минус”, так как для емкости  $\varphi = -90^\circ$  и  $Q = UI \sin\varphi < 0$ .

Полная мощность всей цепи

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{18^2 + 9,4^2} = 20,3 \text{ кВА}.$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos\varphi = P/S = 18 / 20,3 = 0,886.$$

Общий ток найдем из выражения полной мощности  $S = UI$ , откуда

$$I = S/U = 20\,300/220 = 92,2 \text{ А}.$$

### 4.3.3. Определить показание ваттметра (рисунок 4.3.)

Дано:  $U = 100 \text{ В}$ ;  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ;

$$X_1 = 14 \text{ Ом}; X_2 = 20 \text{ Ом}; X_3 = 30 \text{ Ом}.$$

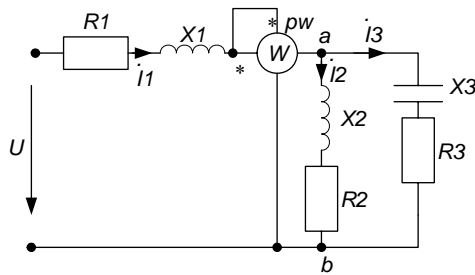


Рисунок 4.3

### Решение

Показание ваттметра  $P_w = U_w I_w \cos \angle(\dot{U}_w \dot{I}_w)$ , где  $U_w$  — напряжение, к которому подключен ваттметр;  $I_w$  — ток, проходящий через ваттметр,  $\angle(\dot{U}_w \dot{I}_w)$  — угол сдвига фаз напряжения и тока. Следовательно, для определения показания ваттметра, включенного по схеме рисунка 4.3, нужно определить напряжение  $U_{ab}$ , ток  $I_1$  и сдвиг фаз между ними.

Так как электрическая цепь имеет смешанное соединение сопротивлений, расчет ведем в комплексной форме.

Сопротивление параллельно соединенных ветвей

$$\underline{Z}_{23} = \frac{(R_2 + jX_2)(R_3 - jX_3)}{R_2 + jR_2 + R_3 - jX_3} = \frac{(10 + j20)(20 - j30)}{10 + j20 + 20 - j30} = 23 + j11 \text{ Ом.}$$

Общее сопротивление цепи

$$\underline{Z}_{\text{эКВ}} = R_1 + jX_1 + \underline{Z}_{23} = 2 + j14 + 23 + j11 = 25 + j25 \text{ Ом.}$$

Ток на входе цепи, проходящий через ваттметр

$$\dot{I}_1 = \dot{U} / \underline{Z}_{\text{эКВ}} = 100 / (25 + j25) = 2 - j2 \text{ А.}$$

Действующее значение тока

$$I_1 = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2,82 \text{ А.}$$

Начальная фаза тока

$$\psi_{i_1} = \arctg \frac{-2}{2} = -45^\circ.$$

Напряжение на ваттметре определим по второму закону Кирхгофа

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U} - \dot{I}_1 \underline{Z}_1 = 100 - (2 - j2)(2 + j14) = 68 - j24 \text{ В.}$$

Действующее значение напряжения

$$U_{ab} = \sqrt{68^2 + 24^2} = 72,11 \text{ В.}$$

Начальная фаза напряжения

$$\psi_u = \arctg \frac{-24}{68} = -19,4^\circ.$$

Показание ваттметра

$$P_w = U_{ab} I_1 \cos(\psi_u - \psi_{i_1}) = 72,11 \times 2,82 \cos(-19,4^\circ + 45^\circ) = 183,45 \text{ Вт.}$$

Показание ваттметра можно рассчитать более просто, используя комплексную мощность  $\underline{S} = \dot{U}_{ab} \dot{I}_1^*$ , где  $\dot{I}_1^*$  — сопряженный комплекс тока  $\dot{I}_1$

$$\underline{S} = (68 - j24)(2 + j2) = 184 + j88.$$

Показание ваттметра равно действительной части комплексной мощности:  $P_w = 184 \text{ Вт.}$

#### 4.4. Задачи для самостоятельного решения

**4.4.1.** Известны мгновенные значения напряжения и тока электрической цепи:

$u = 141 \sin(\omega t + 45^\circ)$ ;  $i = 14,1 \sin(\omega t - 15^\circ)$ . Определим активную, реактивную и полную мощности цепи.

Ответ:  $P = 500 \text{ Вт}$ ;  $Q = 866 \text{ вар}$ ;  $S = 1000 \text{ ВА}$ .

**4.4.2.** Для определения параметров индуктивной катушки была собрана цепь по схеме рисунка 4.4. Приборы показали:  $U = 100 \text{ В}$ ;  $I = 5 \text{ А}$ ;  $P = 300 \text{ Вт}$ . Определить активное сопротивление  $R$  и индуктивность  $L$  катушки, если частота  $f = 50 \text{ Гц}$ .  
 Ответ:  $R = 12 \text{ Ом}$ ;  $L = 0,051 \text{ Гн}$ .

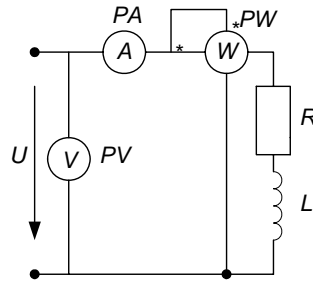


Рисунок 4.4

**4.4.3.** В электрической цепи (рисунок 4.5) действующее значение синусоидальной ЭДС  $E = 100$  В;  $R_0 = 4$  Ом;  $R_1 = 6$  Ом;  $X_L = 5$  Ом;  $X_C = 10$  Ом.

Определить показания ваттметра (рисунок 4.5). Ответ:  $P = 300$  Вт.

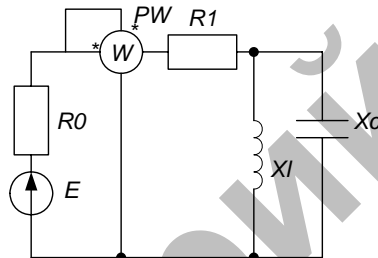


Рисунок 4.5

#### 4.5. Индивидуальные задания

К источнику с синусоидальным напряжением  $U$  подключена цепь со смешанным соединением сопротивлений  $Z_1$ ;  $Z_2$ ;  $Z_3$ . (таблица 4.1.) Нарисовать схему цепи. На входе цепи включить ваттметр для измерения активной мощности всей цепи. Определить показание ваттметра.

Таблица 4.1— Исходные данные к индивидуальным заданиям

№ варианта	$U, В$	$\underline{Z}_1, Ом$	$\underline{Z}_2, Ом$	$\underline{Z}_3, Ом$
1	100	$2,6 - j2,8$	$2 - j2$	$-j2$
2	50	$0,6 + j0,1$	$1 + j2$	3
3	200	$9 + j3$	$j10$	$10 + j20$
4	50	$1 - j3$	$4 + j2$	$-j5$
5	100	$2,6 + j2,8$	$2 + j2$	$j2$
6	400	$18 + j1$	30	$10 + j20$
7	10	$0,2 + j0,6$	$1 + j1$	2
8	40	$0,8 + j2,9$	3	$1 - j2$
9	80	$0,9 + j0,3$	$1 + j2$	$j1$
10	50	$0,2 + j0,4$	4	$j2$
11	100	$0,8 + j0,6$	2	$2 + j2$
12	200	$1,8 + j2,6$	$1 + j2$	$-j4$
13	100	$2 - j4$	$-j5$	$3 + j1$
14	200	$5 + j5$	10	$j10$
15	75	$3j$	$2 + j2$	$-j4$
16	200	$-j10$	$10j$	$5 - j5$
17	10	$0,1 + j0,7$	1	$j3$
18	80	$0,4 + j1,2$	2	$j4$

### Контрольные вопросы

1. Что понимают под активной, реактивной и полной мощностями? В каких единицах они измеряются?
2. Какие значения тока и напряжения входят в формулы  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ ?
3. Что такое угол  $\varphi$ , чем вызвано появление угла  $\varphi$  и в каких пределах он может находиться?
4. Почему  $\cos\varphi$  назван коэффициентом мощности, что он показывает?
5. Почему стремятся повысить  $\cos\varphi$  электроустановок?
6. Сколько обмоток у ваттметра, как они называются и как включаются?
7. Как рассчитывается комплексная мощность?



## Тема 5

# РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИ РЕЗОНАНСНЫХ ЯВЛЕНИЯХ

**Цель:** Изучить особенности расчета электрических цепей в резонансном режиме

### 5.1. Задание по самоподготовке

1. Повторить закон Ома для цепи синусоидального тока [1] §3.12.
2. Проработать лекции по теме "Резонанс в электрических цепях".
3. Изучить этот же материал по учебнику [1] § 3.25...3.28.
4. Рассмотреть примеры п. 12.3. данных указаний и пример 43 по учебнику [1].
5. Ответить на контрольные вопросы п. 5.6.

### 5.2. Общие сведения

Под резонансным режимом двухполюсника, содержащего индуктивности и емкости, понимают режим, при котором входное сопротивление двухполюсника является чисто активным.

Ток и напряжение на входе двухполюсника, находящегося в резонансном режиме, совпадают по фазе, реактивная мощность двухполюсника при этом равна нулю.

Резонанс при последовательном соединении  $R$ ,  $L$ ,  $C$  называют резонансом напряжений. Он наступает при условии  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ .

Резонансная частота  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Напряжения  $U_L = U_C$  могут превышать напряжение на входе цепи при условии  $\omega_0 L > R$ .

Добротность контура  $Q = \frac{\omega_0 L}{R}$ .

Характеристическое сопротивление  $\rho = \omega_0 L = \sqrt{\frac{L}{C}}$ .

Резонанс в цепи с параллельным соединением ветвей, содержащих индуктивность и емкость, называется резонансом токов. Для цепи рис. 5.1 условие резонанса  $b_L = b_C$  или

$$\frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} = \omega C.$$

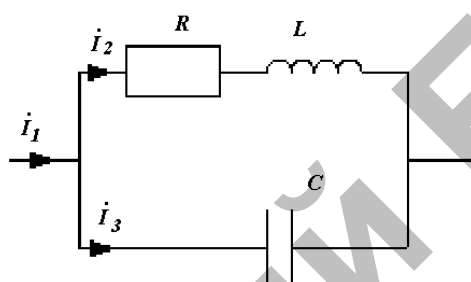


Рисунок 5.1

Явление, происходящее в цепи рисунок 5.1 можно наглядно представить с помощью векторной диаграммы (рисунок 5.2).

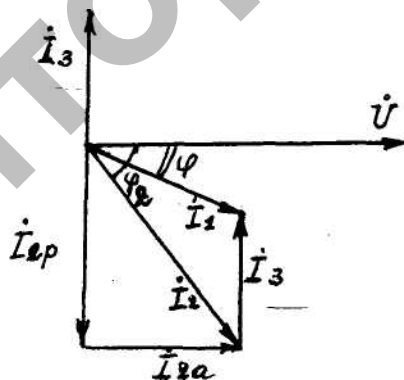


Рисунок 5.2 Векторная диаграмма

Ток  $I_2$  в приемнике  $R, L$  отстает от приложенного напряжения  $U$  на угол  $\varphi_2$ . Ток  $I_3$  в конденсаторе  $C$  опережает напряжение на  $90^\circ$ . Общий ток  $\dot{I}_1$  в неразветвленной части цепи равен векторной сумме токов обеих ветвей

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3.$$

При отсутствии конденсатора общий ток равнялся бы току  $I_2$ . Как видно из векторной диаграммы, при параллельном подключении конденсатора к приемнику  $R, L$ , во-первых, уменьшается общий ток цепи  $I_1$ , во-вторых, уменьшается угол  $\varphi$  между общим током  $I_1$  и напряжением, следовательно, увеличивается коэффициент мощности  $\cos \varphi$ .

Уменьшение угла сдвига фаз напряжения на приемнике и общего тока называют компенсацией сдвига фаз.

Практически целесообразность уменьшения угла  $\varphi$  заключается в одновременном уменьшении общего тока  $I_1$ , что приводит к снижению потерь мощности в линии, соединяющей потребитель с источником, так как потери в линии пропорциональны квадрату тока.

Минимальную величину общего тока можно получить в том случае, когда ток в конденсаторе будет равен реактивной составляющей тока  $I_2$

$$I_3 = I_2 \sin \varphi_2 = I_{2p}; \quad I_3 = I_{2p}.$$

Эти токи будут полностью компенсировать друг друга благодаря тому, что имеют сдвиг по фазе на  $180^\circ$ . Этот случай носит название резонанса токов. При резонансе общий ток в неразветвленной части цепи совпадает по фазе с напряжением, т.е. становится чисто активным, угол  $\varphi = 0$ ,  $\cos \varphi = 1$ .

С увеличением тока в конденсаторе сверх необходимого для компенсации реактивной составляющей тока  $I_2$  общий ток будет расти, угол  $\varphi$  приобретает отрицательное значение и увеличивается, коэффициент мощности уменьшается.

Аналитический расчет параллельных цепей переменного тока проводится с помощью проводимостей. В данном случае общий ток цепи

$$I_1 = UY = U \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2},$$

где  $U$  — напряжение, приложенное к цепи;

$Y$  — полная проводимость цепи,

$g$  — активная проводимость ветви  $g = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}$ ;

$b_L$  — индуктивная проводимость ветви  $R, L$ ;  $b_L = \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$ ,

$b_C$  — емкостная проводимость ветви с емкостью;  $b_C = \omega C$ .

Изменяя или индуктивность  $L$ , или емкость  $C$ , или сопротивление  $R$ , или частоту питающего напряжения, можно достичь того, что  $b_L$  будет равняться  $b_C$ , и тогда общий ток  $I_1 = Ug$  становится чисто активным. Это соответствует режиму резонанса. Следовательно, условие резонанса токов можно записать как  $b_L = b_C$  или

$$\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = \omega C.$$

В частном случае, когда можно пренебречь активным сопротивлением катушки индуктивности, условием резонанса становится равенство  $X_L = X_C$  или  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ . В этом частном случае ток в неразветвленной части цепи равен нулю. Это значит, что притока энергии извне нет, но в замкнутом контуре, образуемом двумя ветвями, ток проходит. В этом контуре происходит непрерывное превращение энергии электрического поля, запасенного конденсатором, в энергию магнитного поля, запасаемую катушкой, и обратно.

Явление резонанса токов используется для увеличения коэффициента мощности электрических установок, в радиотехнике и технике связи.

### 5.3. Примеры

**5.3.1.** В электрической цепи (рисунок 5.3)  $R = 100$  Ом;  $L = 5,05$  мГн;  $C = 0,05$  мкФ;  $U = 10$  В.

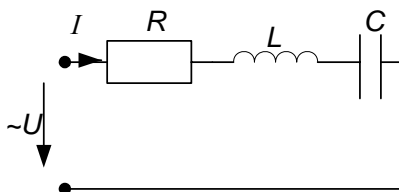


Рисунок 5.3

Вычислить резонансную частоту, добротность контура, напряжения  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ . Построить векторную диаграмму.

### Решение

Резонансная частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{5,05 \times 10^{-3} \times 0,05 \times 10^{-6}}} = 6,29 \times 10^4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Добротность контура

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{6,29 \times 10^4 \times 5,05 \times 10^{-3}}{100} = \frac{318}{100} = 3,18.$$

Емкостное сопротивление

$$X_c = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{6,29 \times 10^4 \times 0,05 \times 10^{-6}} = 318 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right)^2} = \sqrt{100^2 + (318 - 318)^2} = 100 \text{ Ом} = R, \text{ то есть}$$

резонансная частота определена верно.

$$\text{Ток цепи } I = \frac{U}{R} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ А}.$$

$$\text{Напряжения: } U_R = IR = 0,1 \times 100 = 10 \text{ В} = U,$$

$$U_L = I\omega_0 L = 0,1 \times 318 = 31,8 \text{ В},$$

$$U_C = I \frac{1}{\omega_0 C} = 0,1 \times 318 = 31,8 \text{ В} = U_L.$$

Векторную диаграмму напряжений (рисунок 5.4) строим на основании уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C.$$

На действительной оси располагаем вектор тока  $\dot{I}$  как базовый вектор. Вектор напряжения  $\dot{U}_R$  совпадает по фазе с вектором тока  $\dot{I}$ , вектор напряжения  $\dot{U}_L$  опережает ток по фазе на  $90^\circ$ , вектор напряжения  $\dot{U}_C$  отстает от

вектора тока на  $90^\circ$ . Общее комплексное напряжение равно сумме комплексных напряжений на элементах  $R, L, C$ .

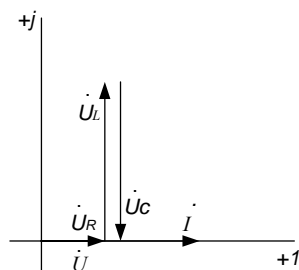


Рисунок 5.4

Так как сумма  $\dot{U}_L + \dot{U}_C = 0$ , то  $\dot{U}_R = \dot{U}$ .

**5.3.2.** В электрической цепи (рисунок 5.5)  $R_1 = 80$  Ом;  $R_2 = 60$  Ом;  $L = 0,191$  Гн;  $f = 50$  Гц;  $U = 120$  В.

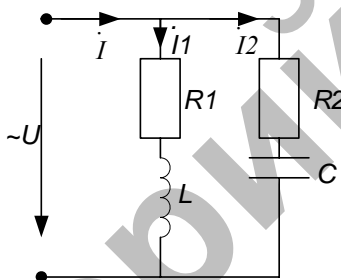


Рисунок 5.5

Определить емкость  $C$ , при которой наступит резонанс. Рассчитать токи при резонансе и построить векторную диаграмму.

**Решение**

Условием резонанса токов является равенство  $b_L = b_C$  или

$$\frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2}.$$

Индуктивное сопротивление

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \times 3,14 \times 50 \times 0,191 = 60 \text{ Ом}.$$

Подставим известные величины в уравнение условия резонанса токов

$$\frac{60}{80^2 + 60^2} = \frac{X_C}{60^2 + X_C^2}; \quad 0,006 = \frac{X_C}{60^2 + X_C^2}.$$

Решаем квадратное уравнение  $0,006 \times 60^2 + 0,006 \times X_C^2 = X_C$ ;

$$X_C^2 - 166,6X_C + 3600 = 0,$$

$$X_{C_{1,2}} = 83,3 \pm \sqrt{83,3^2 - 3600} = 83,3 \pm 57,44,$$

$$X_{C1} = 140,74 \text{ Ом}, \quad X_{C2} = 25,86 \text{ Ом}.$$

Резонанс токов в заданной схеме возможен при двух разных значениях емкости:

$$C_1 = \frac{1}{\omega X_{C1}} = \frac{1}{314 \times 140,74} = 2,26 \times 10^{-5} \text{ Ф} = 22,6 \text{ мкФ},$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega X_{C2}} = \frac{1}{314 \times 25,86} = 1,23 \times 10^{-4} \text{ Ф} = 123 \text{ мкФ}.$$

Комплексное сопротивление первой ветви

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L = 80 + j60 \text{ Ом}.$$

Комплексное сопротивление второй ветви при  $C_1 = 22,6 \text{ мкФ}$

$$\underline{Z}'_2 = R_2 - jX_{C1} = 60 - j140,74 \text{ Ом},$$

при  $C_2 = 123 \text{ мкФ}$ :

$$\underline{Z}''_2 = R_2 - jX_{C2} = 60 - j25,86 \text{ Ом}.$$

Принимаем  $\dot{U} = U = 120 \text{ В}$ , тогда ток в ветви с резистором  $R_1$  и индуктивностью  $L$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{120}{80 + j60} = 0,96 - j0,72 \text{ А}.$$

Действующее значение тока

$$I_1 = \sqrt{0,96^2 + 0,72^2} = 1,2 \text{ А}.$$

Ток в ветви с резистором  $R_2$  и емкостью  $C$  при  $X_{C1} = 140,74 \text{ Ом}$

$$\dot{I}'_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}'_2} = \frac{120}{60 - j140,74} = 0,3 + j0,72 \text{ А};$$

$$I'_2 = \sqrt{0,3^2 + 0,72^2} = 0,78 \text{ А}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{i}' = \dot{i}_1 + \dot{i}'_2 = 0,96 - j0,72 + 0,3 + j0,72 = 1,26 \text{ А.}$$

Получили ток, выраженный в комплексной форме действительным числом, это означает, что ток на входе цепи совпадает по фазе с напряжением, т.е. емкость, при которой наступит резонанс, определена правильно.

Ток в ветви с резистором  $R_2$  и емкостью  $C$  при  $X_{C2} = 25,86 \text{ Ом}$

$$\dot{i}''_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}''_2} = \frac{120}{60 - j25,86} = 1,68 + j0,72 \text{ А;}$$

$$I_2'' = \sqrt{1,68^2 + 0,726^2} = 1,83 \text{ А.}$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{i}'' = \dot{i}_1 + \dot{i}''_2 = 0,96 - j0,72 + 1,68 + j0,72 = 2,64 \text{ А.}$$

Получили ток, совпадающий с напряжением по фазе. Векторную диаграмму токов (рисунок 5.6) строим в масштабе на основании уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа для каждого решения.

$$\dot{i}' = \dot{i}_1 + \dot{i}'_2,$$

$$\dot{i}'' = \dot{i}_1 + \dot{i}''_2.$$

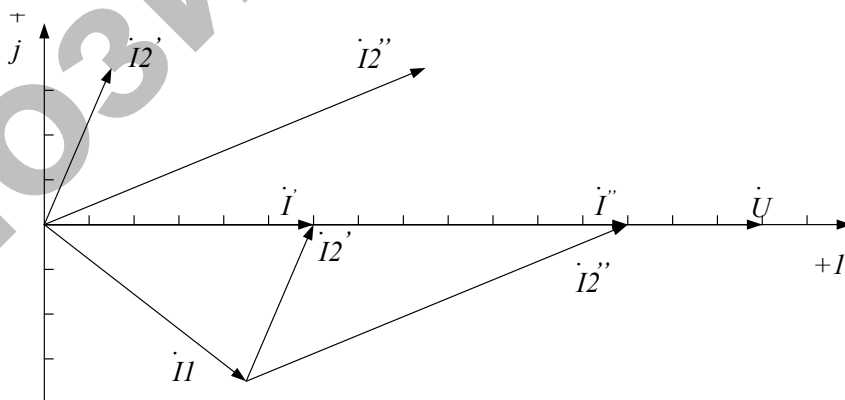


Рисунок 5.6



5.3.3. В электрической цепи (рисунок 5.7)  $U = 30$  В;  $R_1 = 2,7$  Ом;  $X_L = 0,9$  Ом;  $X_C = 1$  Ом.

Определить при каком сопротивлении  $R_2$  в цепи наступит резонанс. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

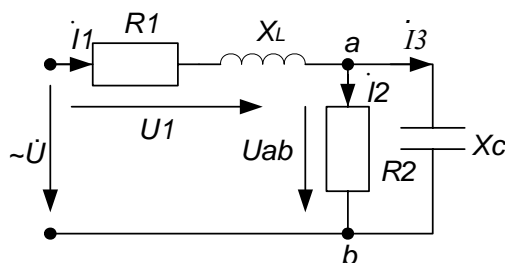


Рисунок 5.7

### Решение

В цепи рисунок 5.7 резонанс наступит при условии, что реактивная составляющая эквивалентного комплексного сопротивления будет равна нулю.

$$\underline{Z}_\ominus = R_1 + jX_L + \frac{R_2(-jX_C)}{R_2 - jX_C} = R_1 + jX_L + \frac{-R_2^2 jX_C + R_2 X_C^2}{R_2^2 + X_C^2}.$$

Реактивное эквивалентное сопротивление состоит из слагаемых, содержащих множитель  $j$ , т. е. это мнимая часть комплексного сопротивления:

$$X_\ominus = X_L - \frac{R_2^2 X_C}{R_2^2 + X_C^2}.$$

Подставляем известные величины и приравниваем  $X_\ominus$  нулю

$$0,9 - \frac{R_2^2}{R_2^2 + 1} = 0, \text{ откуда } R_2 = 3 \text{ Ом}.$$

При найденном значении  $R_2$  комплексное сопротивление цепи  $\underline{Z}_\ominus$  имеет только действительную составляющую, т.е. чисто активное сопротивление

$$R_\ominus = R_1 + \frac{R_2 X_C^2}{R_2^2 + X_C^2} = 2,7 + \frac{3}{9 + 1} = 3 \text{ Ом}.$$

Принимаем  $U = \dot{U} = 30$  В.

Ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{R_3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ А.}$$

Напряжение на участке с параллельным соединением ветвей

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U} - \dot{I}_1 Z_1 = 30 - j10(2,7 + j0,9) = 3 - j9 \text{ В.}$$

Токи в параллельных ветвях

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{ab}}{R_2} = \frac{3 - j9}{3} = 1 - j3 \text{ А.}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{ab}}{-jX_c} = \frac{3 - j9}{-j} = 9 + j3 \text{ А.}$$

Векторную диаграмму токов и напряжений (рисунок 5.8) строим в масштабе на основании уравнений составленных по законам Кирхгофа:  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$ ;  $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_{ab}$ . Ток на входе цепи  $\dot{I}_1$  совпадает с напряжением  $\dot{U}$  по фазе.

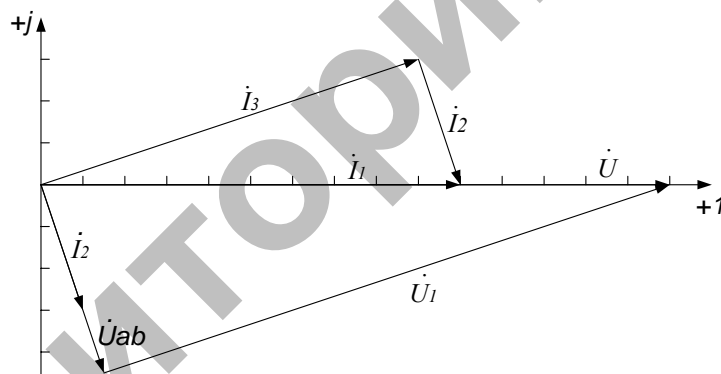


Рисунок 5.8

#### 5.4. Задачи для самостоятельного решения

**5.4.1.** В электрической цепи (рисунок 5.9) при частоте  $\omega_0 = 500 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$  имеет место резонанс. Определить  $R$ ,  $C$ ,  $U$  при  $P = 10 \text{ Вт}$ ;  $I = 1 \text{ А}$ ;  $L = 0,4 \text{ Гн}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и тока.

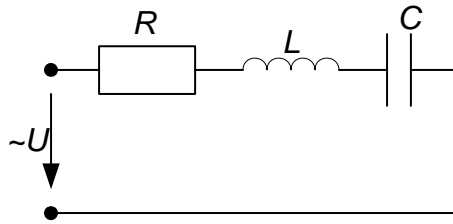


Рисунок 5.9

Ответ:  $C = 10 \text{ мкФ}$ ;  $R = 10 \text{ Ом}$ ;  $U = 10 \text{ В}$ .

**5.4.2.** Приборы в электрической цепи (рисунок 5.10) показали

$I_1 = 5 \text{ А}$ ;  $U = 100 \text{ В}$ ;  $P = 400 \text{ Вт}$ .

Определить величину подключаемой емкости для получения коэффициента мощности всей цепи  $\cos \varphi = 1$ , если  $f = 50 \text{ Гц}$ .

Определить токи после включения емкости, построить векторную диаграмму токов и напряжения.

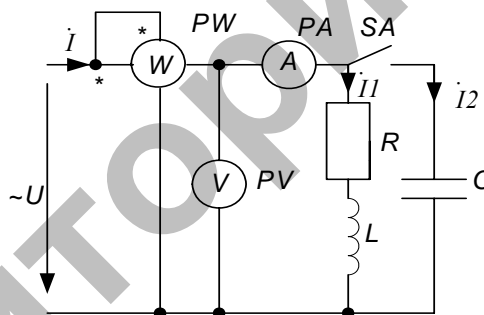


Рисунок 5.10

Ответ:  $C = 95,5 \text{ мкФ}$ ,  $I = 4 \text{ А}$ ,  $I_2 = 3 \text{ А}$ .

**5.4.3.** Цепь состоит из индуктивной катушки  $R, L$ , соединенной последовательно с конденсатором без потерь. Приложенное ко всей цепи напряжение  $U = 35 \text{ В}$ . Определить напряжение на катушке при резонансе, если при этом напряжение на конденсаторе равно  $120 \text{ В}$ .

Ответ:  $125 \text{ В}$ .

### 5.5. Индивидуальные задания

В электрических цепях (рисунки 5.11...5.16) имеет место резонанс. Действующее значение синусоидального напряжения источника питания  $U = 100$  В. По данным таблицы 5.1. определить величину, указанную в крайнем правом столбце, токи и напряжения на участках цепи, построить векторную диаграмму напряжений и токов.

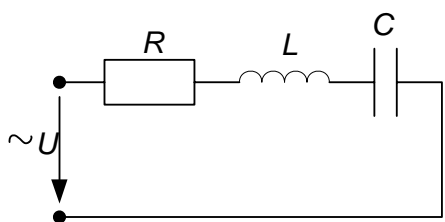


Рисунок 5.11

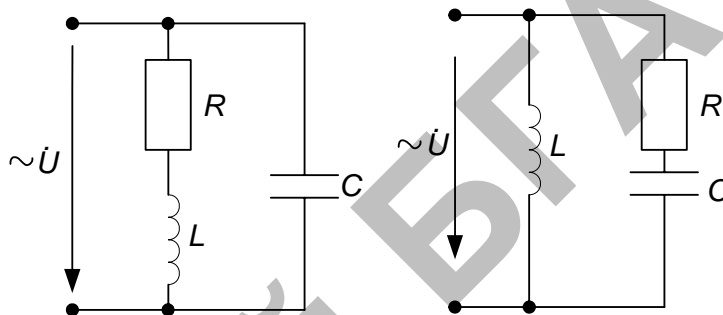


Рисунок 5.12

Рисунок 5.13

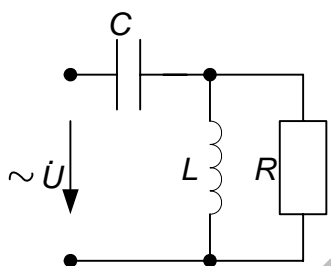


Рисунок 5.14

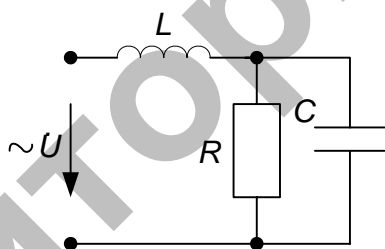


Рисунок 5.15

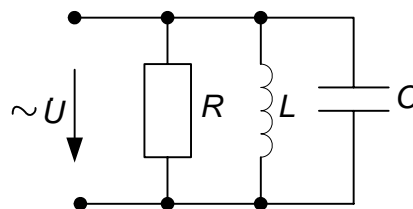


Рисунок 5.16

Таблица 5.1 — Исходные данные к индивидуальным заданиям

№ вар.	№ схемы	$R$ , Ом	$X_L$ , Ом	$X_C$ , Ом	$\omega$ , рад/с	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Опре – делить
1	5.11	5	–	–	–	10	100	$F$
2	5.12	10	10	–	–	–	–	$X_C$
3	5.13	20	–	20	100	–	–	$L$
4	5.14	20	–	10	–	–	–	$X_L$
5	5.15	10	–	20	–	–	–	$X_L$
6	5.16	10	–	–	1000	20	–	$C$
7	5.11	40	–	–	500	400	–	$C$
8	5.12	20	10	–	–	–	–	$X_C$
9	5.13	10	–	10	–	–	–	$X_L$
10	5.14	20	10	–	200	–	–	$C$
11	5.15	10	–	10	–	–	–	$X_L$
12	5.16	20	–	–	–	20	50	$\omega$
13	5.11	50	–	–	1000	–	10	$L$
14	5.12	10	30	–	–	–	–	$X_C$
15	5.13	30	–	30	–	–	–	$X_L$
16	5.14	3	4	–	–	–	–	$X_C$
17	5.15	8	–	6	–	–	–	$X_L$
18	5.16	40	–	–	500	–	200	$L$

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение резонансного режима работы двухполюсника.
2. Запишите условие резонансного режима работы двухполюсника.
3. При каком условии наступает резонанс напряжений?
4. Чему равна и что показывает добротность последовательного контура?
5. В каких цепях и при каком условии наступает резонанс токов?
6. Что называется компенсацией сдвига фаз?
7. Докажите с помощью схемы и векторной диаграммы, что с помощью параллельно включенного конденсатора можно достичь компенсации сдвига фаз.

## Тема 6

# РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ЭДС И НАПРЯЖЕНИЯХ

**Цель:** изучить методику расчета электрических цепей при несинусоидальных ЭДС, напряжениях, токах.

### 6.1. Задание по самоподготовке

1. Проработать лекции по теме "Электрические цепи при несинусоидальных периодических ЭДС".
2. Изучить этот же материал по учебнику [1] § 7.1; 7.2; 7.6; 7.7; 7.8; 7.10; 7.11.
3. Изучить методические указания по расчету цепей с несинусоидальными периодическими ЭДС п.6.2.
4. Рассмотреть примеры п. 6.3; [1] 65, 69.
5. Ответить на контрольные вопросы п. 6.6.

### 6.2. Общие сведения

Расчет токов в цепях при действии несинусоидальных периодических ЭДС производится следующим образом.

1. Несинусоидальная периодическая ЭДС разлагается в ряд Фурье, то есть источник несинусоидальной периодической ЭДС представляют в виде последовательного соединения ряда источников с синусоидальными ЭДС и источника постоянной ЭДС.

$$e = e_0 + e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_k + \dots$$

$e_0 = E_0$  — постоянная составляющая ЭДС (нулевая гармоника).

$E_k = E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$  — синусоидальная составляющая ЭДС ( $k$  — гармоника).

2. Используя принцип наложения, рассчитывают токи в цепи от каждой ЭДС в отдельности. Ток постоянной составляющей рассчитывается методом расчета цепей постоянного тока. При этом имеют в виду, что индуктивность  $L$  не оказывает сопротивления постоянному току, а емкость  $C$  представляет бесконечно большое сопротивление постоянному току. Расчет токов от первой и последующих гармоник производится методом расчета синусоидальных цепей. Здесь уместно использовать комплексный метод. При этом индуктивные и емкостные сопротивления для  $k$ -ой гармоники равны соответственно  $k\omega_1 L$  и  $\frac{1}{k\omega_1 C}$ , где  $\omega_1$  — угловая частота 1-й гармоники.

В простейшем случае неразветвленной  $RLC$  цепи сопротивление для тока  $k$ -ой гармоники равно  $\underline{Z}_k = R + j(k\omega_1 L - \frac{1}{k\omega_1 C})$ .

Результирующее мгновенное значение тока в цепи будет равно сумме мгновенных значений составляющих

$$i = i_0 + i_1 + i_2 + \dots = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega_1 t + \psi_k - \varphi_k).$$

3. Действующее значение результирующего тока

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2 + \dots},$$

где  $I_k$  — действующее значение тока  $k$ -ой гармоники;

$I_0$  — постоянный ток.

4. Мощность при несинусоидальных ЭДС равна сумме мощностей отдельных гармоник

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k + \dots = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k + \dots$$

### 6.3. Пример

В электрической цепи (рисунок 6.1)

$$u = 30 + 100\sin \omega_1 t + 40\sin(3\omega_1 t + 20^\circ) \text{ В}; \quad R_1 = 6 \text{ Ом}; \quad R_2 = 5 \text{ Ом}; \quad R_3 = 20 \text{ Ом};$$

$$\omega_1 L = 12 \text{ Ом}; \quad \frac{1}{\omega_1 C} = 30 \text{ Ом}.$$

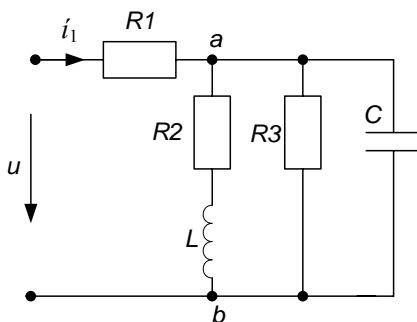


Рисунок 6.1

Определить действующее и мгновенное значение тока в неразветвленной части. Вычислить мощность, расходуемую в цепи.

### Решение

Расчет тока постоянной составляющей (нулевой гармоники):

$$R_{(0)} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 6 + \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 10 \text{ Ом},$$

$$I_{1(0)} = \frac{U_{(0)}}{R_{(0)}} = \frac{30}{10} = 3 \text{ А}.$$

Расчет тока первой гармоники:

$$\frac{1}{\underline{Z}_{ab(1)}} = \frac{1}{\underline{Z}_{2(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_{3(1)}} + \frac{1}{\underline{Z}_{4(1)}};$$

$$\underline{Z}_{ab(1)} = \frac{\underline{Z}_{2(1)} \underline{Z}_{3(1)} \underline{Z}_{4(1)}}{\underline{Z}_{2(1)} \underline{Z}_{3(1)} + \underline{Z}_{2(1)} \underline{Z}_{4(1)} + \underline{Z}_{3(1)} \underline{Z}_{4(1)}} =$$

$$= \frac{(5 + j12)20 \times (-j30)}{(5 + j12)20 + (5 + j12)(-j30) + 20(-j30)} = 10,25 + j4,83 = 11,4e^{j25^{\circ}30'} \text{ Ом}.$$

$$\underline{Z}_{(1)} = \underline{Z}_{1(1)} + \underline{Z}_{ab(1)} = 6 + 10,25 + j4,83 = 16,25 + j4,83 = 17e^{j16^{\circ}30'} \text{ Ом}.$$



$$\dot{i}_{m1(1)} = \frac{\dot{U}_{m(1)}}{\underline{Z}_{(1)}} = \frac{100}{17e^{j16^\circ 30'}} = 5,88 e^{-j16^\circ 30'} \text{ A,}$$

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{i}_{m1}}{\sqrt{2}} = 4,17 e^{-j16^\circ 30'} \text{ A.}$$

Расчет тока третьей гармоники:

$$\underline{Z}_{1(3)} = R_1 = 6 \text{ Ом.} \quad \underline{Z}_{3(3)} = R_3 = 20 \text{ Ом.}$$

$$\underline{Z}_{2(3)} = R_2 + j3\omega_1 L = (5 + j36) \text{ Ом,} \quad \underline{Z}_{4(3)} = -\frac{j}{3\omega_1 C} = -j10 \text{ Ом.}$$

$$\frac{1}{\underline{Z}_{ae(3)}} = \frac{1}{\underline{Z}_{2(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_{3(3)}} + \frac{1}{\underline{Z}_{4(3)}},$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{ae(3)} &= \frac{\underline{Z}_{2(3)}\underline{Z}_{3(3)}\underline{Z}_{4(3)}}{\underline{Z}_{2(3)}\underline{Z}_{3(3)} + \underline{Z}_{2(3)}\underline{Z}_{4(3)} + \underline{Z}_{3(3)}\underline{Z}_{4(3)}} = \\ &= \frac{(5 + j36)20 \times (-j10)}{(5 + j36)20 + (5 + j36)(-j10) + 20(-j10)} = 6,56 - j8,9 = 11,05e^{-j53^\circ 35'} \text{ Ом.} \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_{3(3)} = \underline{Z}_{1(3)} + \underline{Z}_{ae(3)} = 6 + 6,56 - j8,9 = 12,56 - j8,9 = 15,35 e^{-j35^\circ 5'} \text{ Ом.}$$

$$\dot{i}_{m1(3)} = \frac{\dot{U}_{m(3)}}{\underline{Z}_{(3)}} = \frac{40e^{j20^\circ}}{15,35e^{-j35^\circ 5'}} = 2,6e^{j55^\circ 5'} \text{ A,}$$

$$\dot{i}_{1(3)} = \frac{\dot{i}_{m1(3)}}{\sqrt{2}} = 1,84e^{j55^\circ 5'} \text{ A.}$$

Мгновенное значение тока в неразветвленной части цепи

$$i_1 = 3 + 5,88\sin(\omega_1 t - 16^\circ 30') + 2,6\sin(3\omega_1 t + 55^\circ 5') \text{ A.}$$

Действующее значение тока

$$I_1 = \sqrt{I_{1(0)}^2 + I_{1(1)}^2 + I_{1(3)}^2} = \sqrt{3^2 + 4,17^2 + 1,84^2} = 5,45 \text{ A.}$$

Мощность, расходуемая в цепи

$$P = U_{(0)}I_{1(0)} + U_{(1)}I_{1(1)} \cos\varphi_{(1)} + U_{(3)}I_{1(3)} \cos\varphi_{(3)},$$

$$\varphi_{(1)} = \psi_{U(1)} - \psi_{I_1(1)} = 0 - (-16^\circ 30') = 16^\circ 30',$$

$$\varphi_{(3)} = \psi_{U(3)} - \psi_{I_1(3)} = 20 - 55^\circ 5' = -35^\circ 5',$$

$$P = 30 \times 3 + \frac{100}{\sqrt{2}} 4,17 \cos 16^\circ 30' + \frac{40}{\sqrt{2}} 1,84 \cos 35^\circ 5' = 415 \text{ Вт.}$$

#### 6.4. Задачи для самостоятельного решения

##### 6.4.1. Напряжение и ток на входе цепи

$$u = 100 + 50 \sin \omega_1 t - 20 \sin(3 \omega_1 t + \frac{\pi}{6}) + 10 \sin(5 \omega_1 t - \frac{\pi}{3}) \text{ В.}$$

$$i = 2 + 10 \sin(3 \omega_1 t - \frac{\pi}{3}) + 4 \sin 5 \omega_1 t \text{ А.}$$

Определить действующие значения приложенного к цепи напряжения, тока в цепи, активную и полную мощности.

Ответ:  $U = 107,2 \text{ В}$ ;  $I = 7,87 \text{ А}$ ;  $P = 210 \text{ Вт}$ ;  $S = 855 \text{ ВА}$ .

6.4.2. В цепи (рисунок 6.2)  $u = 150 + 50\sqrt{2}\sin(\omega_1 t + 45^\circ) \text{ В}$ ;  $\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C}$ .

Определить показания вольтметров электромагнитной системы

Ответ:  $U_1 = 50 \text{ В}$ ;  $U_2 = 150 \text{ В}$ .

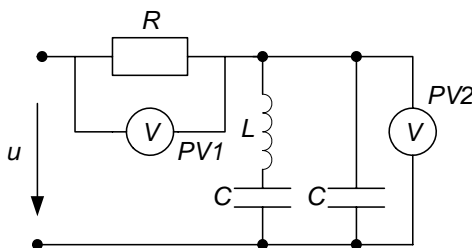


Рисунок 6.2

### 6.5. Индивидуальные задания

Напряжение на входе цепи (рисунки 6.3...6.11) равно

$$u = 20 + 100\sin\omega_1 t + 30\sin 3\omega_1 t \text{ В.}$$

Значения сопротивлений указаны в таблице 6.1. Определить действующее значение тока в неразветвленной части цепи.

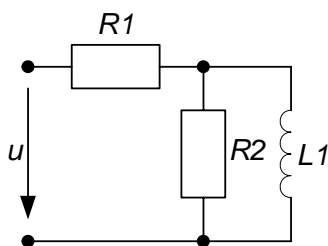


Рисунок 6.3

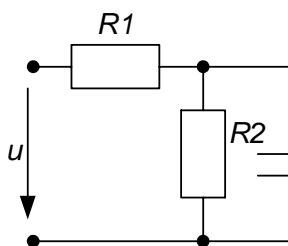


Рисунок 6.4

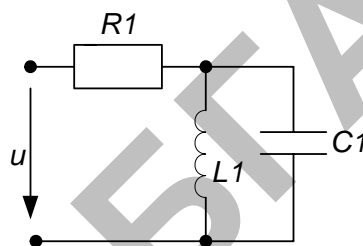


Рисунок 6.5

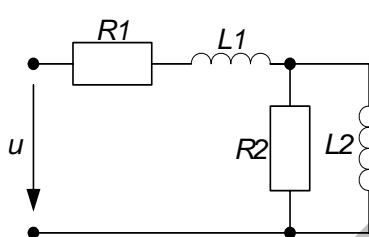


Рисунок 6.6

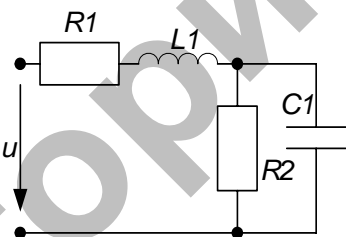


Рисунок 6.7

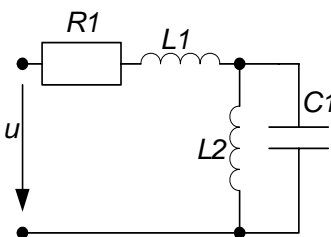


Рисунок 6.8

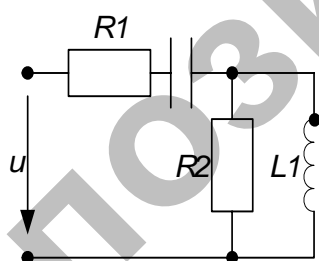


Рисунок 6.9

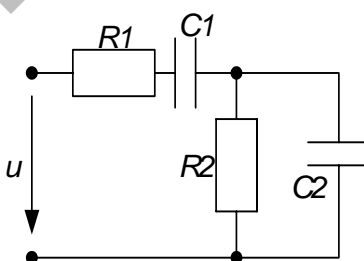


Рисунок 6.10

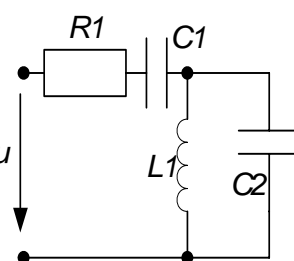


Рисунок 6.11

Таблица 6.1 — Исходные данные к индивидуальным заданиям

№ вар.	№ рисунка	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$\omega_1 L_1$ , Ом	$\omega_2 L_2$ , Ом	$\frac{1}{\omega_1 C_1}$ , Ом	$\frac{1}{\omega_2 C_2}$ , Ом
1	6.3	1	1	1	—	—	—
2	6.4	1	1	—	—	3	—
3	6.5	1	—	1	—	9	—
4	6.6	1	1	1	1	—	—
5	6.7	1	1	1	—	3	—
6	6.8	1	—	3	3	3	—
7	6.9	1	1	1	—	3	—
8	6.10	1	1	—	—	3	3
9	6.11	1	—	1	—	9	9
10	6.3	2	2	2	—	—	—
11	6.4	2	2	—	—	3	—
12	6.5	1	—	3	—	3	—
13	6.6	2	2	2	2	—	—
14	6.7	2	1	2	—	3	—
15	6.8	1	—	2	3	3	—
16	6.9	2	1	1	—	3	—
17	6.10	1	1	—	—	6	3
18	6.11	3	—	3	—	3	3

### Контрольные вопросы

1. Какова методика определения тока, если ЭДС несинусоидальная?
2. Как определяется сдвиг по фазе между напряжением  $k$ -ой гармоники и током  $k$ -ой гармоники?
3. Каково условие резонанса  $k$ -ой гармоники?
4. Можно ли определить мощность в цепи с несинусоидальными токами по закону Джоуля–Ленца?
5. Как определяется полная мощность в цепи с несинусоидальными токами?

## ЛИТЕРАТУРА

### Основная

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. — Москва : Гардарики, 2007. — 704 с.
2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле / Л. А. Бессонов. — Москва : Гардарики, 2003. — 320 с.
3. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. — Москва : Энергоатомиздат, 1989. — 528 с.
4. Теоретические основы электротехники : в 3 т. / К. С. Демирчян [и др.]. — Санкт-Петербург : Питер, 2003.  
Т. 1. — 463 с. — Содерж. : Основные понятия и законы теории электромагнитного поля и теории электрических и магнитных цепей. Теория линейных электрических цепей.  
Т. 2 — 576 с. — Содерж. : Теория линейных электрических цепей. Теория нелинейных электрических и магнитных цепей.  
Т. 3. — 377 с. — Содерж. : Теория электромагнитного поля.
5. Сборник задач по теоретическим основам электротехники./Под ред. Л.А. Бессонова. — Москва: Высшая школа, 2003. — 528 с.

### Дополнительная

6. Теоретические основы электротехники: учебно-методический комплекс для студентов вузов: в 3 ч. Ч.1./ БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов, Э.Л. Кочетова, Т.Ф. Гузанова. — Минск: БГАТУ, 2008. — 353 с.
7. Теоретические основы электротехники: курс лекций : в 2 ч. Ч. 1.: Линейные электрические цепи/ БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.]— Минск : БГАТУ, 2002. — 170 с.: ил.
8. Теоретические основы электротехники: курс лекций : в 2 ч. Ч. 2.: Линейные электрические цепи/БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.]— 2-е изд. — Минск : БГАТУ, 2004. — 120 с.

9. Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям : в 3 ч. Ч. 1. /БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.]— Минск: БГАТУ, 2003. — 137 с.
10. Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям : в 3 ч. Ч. 2./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.]— Минск: БГАТУ, 2005. — 99 с.
11. Теоретические основы электротехники: методические указания к практическим занятиям : в 3 ч. Ч. 3./БГАТУ, кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.]— Минск: БГАТУ, 2006. — 84 с.
12. Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным занятиям : в 3 ч. Ч. 1./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.] — 2-е изд., перераб. — Минск : БГАТУ, 2007. — 97 с.
13. Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным занятиям : в 3 ч. Ч. 2./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост. В.С. Корко [и др.] — Минск: БГАТУ, 2001. — 66 с.
14. Теоретические основы электротехники: методические указания к лабораторным занятиям : в 3 ч. Ч. 3./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.] 2-е изд. — Минск: БГАТУ, 2006. — 74 с.
15. Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических заданий с применением ЭВМ: в 3 ч. Ч. 1./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: А.В. Крутов [и др.] — Минск: БГАТУ, 2008. — 44 с.
16. Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических заданий: в 3 ч. Ч. 2./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.] — Минск: БГАТУ, 2003. — 33 с.
17. Теоретические основы электротехники: методические указания к выполнению расчетно-графических заданий с применением ЭВМ: в 3 ч. Ч. 3./БГАТУ, Кафедра электротехники; сост.: В.С. Корко [и др.] — Минск: БГАТУ, 2005. — 25 с.

Комплексные числа

Комплексное число, соответствующее точке, в которой лежит конец вектора  $\dot{A}$  (рисунок 1), может быть записано в следующих формах:

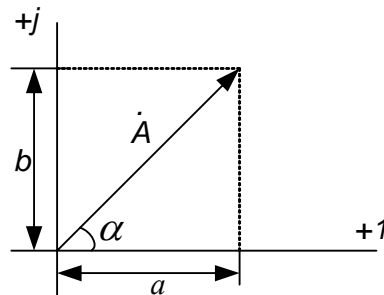


Рисунок 1

$$\dot{A} = a + jb \quad \text{— алгебраической;}$$

$$\dot{A} = A(\cos \alpha + j \sin \alpha) \quad \text{— тригонометрической;}$$

$$\dot{A} = A \cdot e^{j\alpha} \quad \text{— показательной;}$$

$$\dot{A} = A \angle \alpha \quad \text{— полярной.}$$

Здесь  $a = A \cos \alpha$  — действительная часть комплексного числа,  $A$ ;

$$jb = jA \sin \alpha \quad \text{— мнимая часть комплексного числа;}$$

$$j = \sqrt{-1} \quad \text{— мнимая единица;}$$

$$A = |\dot{A}| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{— модуль комплексного числа;}$$

$$\alpha = \arctg \frac{b}{a} \quad \text{— угол (или аргумент) комплексного числа.}$$

Комплексное число  $\dot{A}^* = a - jb = A \cdot e^{-j\alpha}$  — называется сопряженным комплексному числу  $\dot{A} = a + jb = A \cdot e^{j\alpha}$ . Произведение комплексно-сопряженных чисел — число вещественное, равно квадрату их модуля:

$$\dot{A} \cdot \dot{A}^* = A \cdot e^{j\alpha} \cdot A \cdot e^{-j\alpha} = A^2.$$

$e^{j\varphi}$  — оператор поворота на угол  $\varphi$ .

Умножение комплексного числа  $\dot{A}$  на число  $e^{j\varphi}$  сводится к повороту вектора  $\dot{A}$  в комплексной плоскости на угол  $\varphi$ :

$$\dot{A} \cdot e^{j\varphi} = A \cdot e^{j\alpha} \cdot e^{j\varphi} = A \cdot e^{j(\alpha + \varphi)}$$

$\varphi > 0$  — поворот против часовой стрелки.

$\varphi < 0$  — поворот по часовой стрелке.

### Действия над комплексными числами

Вычисления над комплексными числами производятся так же, как и над обыкновенными двучленами, полагая  $j = \sqrt{-1}$ ,  $j^2 = -1$ .

При делении одного комплексного числа на другое, записанных в алгебраической форме, уничтожают мнимость в знаменателе, для чего умножают числитель и знаменатель на число, сопряженное знаменателю:

$$\frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{ac - jad + jbc + bd}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}.$$

Возведение в степень  $\dot{A}^n = (A \cdot e^{j\alpha})^n = A^n \cdot e^{jn\alpha}$ .

Извлечение корня:

$$\sqrt[n]{\dot{A}} = \sqrt[n]{A \cdot e^{j\alpha}} = \sqrt[n]{A} \cdot e^{j \frac{\alpha + 2k\pi}{n}},$$

где  $k$  — целое число.



## Приложение 2

<b>Основные законы электротехники</b>	
Закон Ома	$i = \frac{u}{R}$
Первый закон Кирхгофа	$\sum i = 0$
Второй закон Кирхгофа	$\sum e = \sum u$
Закон Джоуля – Ленца	$p = i^2 R$
Закон электромагнитной индукции	$e = - \frac{d\Phi}{dt}$
Закон Ампера	$\vec{F} = i[d\vec{\ell} \vec{B}]$
Закон Кулона	$\vec{F} = \frac{q_1 q_2 \vec{R}_0}{4\pi\epsilon_0 R^2}$
Закон полного тока	$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = \sum i$

<b>Основные формулы и уравнения электротехники</b>	
Мощность	$p = ui$
Энергия	$W = \int uidt$
Энергия магнитного поля катушки	$W_{\text{маг}} = \frac{Li^2}{2}$
Энергия электрического поля конденсатора	$W_{\text{эл}} = \frac{Cu^2}{2}$
Теорема Гаусса	$\oint \vec{D} d\vec{S} = \sum q_{\text{св}}$
Первое уравнение Максвелла	$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$
Второе уравнение Максвелла	$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Теорема Умова - Пойнтинга	$-\oint \vec{\Pi} d\vec{S} = \int_V \gamma E^2 dv + \frac{\partial W_{\text{эм}}}{\partial t}$

<b>Соотношения между током и напряжением на элементах электрической цепи</b>				
Элемент цепи	Вид тока			
	Переменный ток, мгновенное значение	Синусоидальный ток, комплексное значение	Синусоидальный ток, действующее значение	Постоянный ток
$R$	$u = iR$ $i = \frac{u}{R}$	$\dot{U} = \dot{I} R$ $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R}$	$U = IR$ $I = \frac{U}{R}$	$U = IR$ $I = \frac{U}{R}$
$L$	$u_L = L \frac{di}{dt}$ $i = \frac{1}{L} \int u_L dt$	$\dot{U} = j\omega L \dot{I}$ $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{j\omega L}$	$U = \omega L I$ $I = \frac{U}{\omega L}$	Индуктивность не оказывает сопротивления постоянному току
$C$	$u_C = \frac{1}{C} \int idt$ $i = C \frac{du_C}{dt}$	$\dot{U} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$ $\dot{I} = j\omega C \dot{U}$	$\dot{U} = \frac{1}{\omega C} \dot{I}$ $I = \omega C U$	Емкость представляет собой разрыв цепи для постоянного тока
<p><b>Закон Ома</b> в комплексной форме для цепи синусоидального тока</p> $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}; \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)}$				

**Методика использования калькуляторов для выполнения расчетов с комплексными числами**

Подготовка: включение калькулятора – ON/C. Клавишей DRG устанавливают угловую единицу DEG (градусы). Вход в программу расчета: клавиши 2ndF и  $\leftrightarrow$  (cplx)

Примеры вычислений

**Деление комплексного числа на комплексное число:**

Пример 1

$$\frac{40 - j10}{5 - j5} = 5 + j3.$$

Порядок действий: 40  $\boxed{a}$  10  $\boxed{+/-}$   $\boxed{b}$   $\div$  5  $\boxed{a}$  5  $\boxed{+/-}$   $\boxed{b}$  =  $\boxed{a}$   $\boxed{b}$  — просмотр результата.

Клавиша  $\boxed{a}$  дает величину вещественной части. Клавиша  $\boxed{b}$  — величину мнимой части комплексного числа.

Пример 2

$$\frac{40 - j10}{j4} = -2,5 - j10.$$

Порядок действий: 40  $\boxed{a}$  10  $\boxed{+/-}$   $\boxed{b}$   $\div$  4  $\boxed{b}$  =  $\boxed{a}$   $\boxed{b}$  — просмотр результата.

Умножение, сложение и вычитание производят аналогично.

**Переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной:**

Пример:

$$-110 - j190 = 220e^{-j120^\circ}.$$

Порядок действий: 110  $\boxed{+/-}$   $\boxed{a}$  190  $\boxed{+/-}$   $\boxed{b}$  2ndF  $\boxed{a}$ .

Просмотр результата: клавиша  $\boxed{a}$  дает модуль комплексного числа, клавиша  $\boxed{b}$  — аргумент в градусах.

**Переход от показательной формы комплексного числа к алгебраической:**

Пример:

$$220e^{j120^\circ} = -110 + j190.$$

Порядок действий: 220[a] 120[b] 2ndF[b].

Просмотр результата: клавиши [a] и [b].

РЕПОЗИТОРИЙ БГАТУ

## Приложение 4

### Вариант № 0

индивидуального задания по теоретическим основам электротехники (часть 1)  
для тестирования знаний студентов факультета электрификации

1. Для электрической цепи (рисунок 1) определите эквивалентное сопротивление между зажимами  $a$  и  $b$ . Принять:  
 $R_1 = 1 \text{ Ом}; R_2 = 2 \text{ Ом}; R_3 = 3 \text{ Ом}; R_4 = 4 \text{ Ом};$   
 $R_5 = 5 \text{ Ом}; R_6 = 6 \text{ Ом}.$

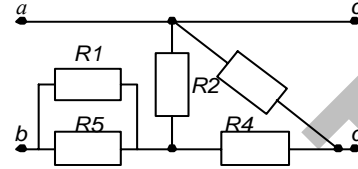


Рисунок 1

2. Определите токи во всех ветвях и мощность источника питания в схеме (рисунок 2), если задано:  
 $E=48 \text{ В}, R_1 = 1 \text{ Ом}; R_2 = 2 \text{ Ом}; R_3 = 12 \text{ Ом};$   
 $R_4 = 0 \text{ Ом}; R_5 = 1 \text{ Ом}; R_6 = 6 \text{ Ом}.$

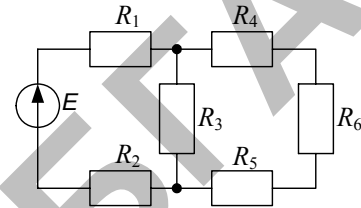


Рисунок 2

3. По выражению мгновенного значения синусоидального тока  $i = 5\sin(314t - \pi/6)$  определите: амплитуду тока  $I_m$ , действующее значение тока  $I$ , период  $T$ , угловую частоту  $\omega$ , частоту  $f$ , фазу, начальную фазу  $\psi$ . Нарисовать кривую изменения тока во времени и построить на комплексной плоскости вектор, изображающий синусоиду тока  $i$ . Запишите комплексную амплитуду тока.

4. К источнику с синусоидальным напряжением  $U = 80 \text{ В}$  подключена цепь со смешанным соединением сопротивлений  $Z_1 = 0,9 + j0,3 \text{ Ом}, Z_2 = j1 \text{ Ом}, Z_3 = 1 + j2 \text{ Ом}$ . Нарисуйте схему цепи, обозначьте токи и напряжения в ней. Определите ток в неразветвлённой части цепи.

5. В электрической цепи постоянного тока (рисунок 3) заданы ЭДС и сопротивления ( $E_1=120 \text{ В}, E_2=20 \text{ В}, E_3=50 \text{ В},$   
 $R_1=4 \text{ Ом}, R_2=6 \text{ Ом}, R_3=20 \text{ Ом}, R_4=10 \text{ Ом}$ ). Определите токи в ветвях, используя первый и второй законы Кирхгофа. Решите эту задачу методом контурных токов.

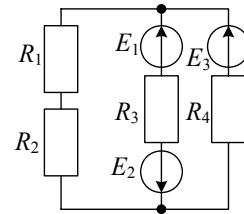


Рисунок 3

6. К источнику с синусоидальным напряжением  $U=100 \text{ В}$  подключена цепь со смешанным соединением сопротивлений  $Z_1 = 2,6 - j2,8 \text{ Ом}, Z_2 = 2 - j2 \text{ Ом}, Z_3 = -j2 \text{ Ом}$ . Нарисуйте схему цепи. На входе цепи включите ваттметр для измерения активной мощности всей цепи. Определите показание ваттметра.

7. В электрической цепи (рисунок 4) имеет место резонанс. Действующее значение синусоидального напряжения источника питания  $U = 100 \text{ В}, R=10 \text{ Ом}, X_C=10 \text{ Ом}$ . Определите величину сопротивления  $X_L$ , токи и напряжения на участках цепи, постройте векторную диаграмму напряжений и токов.

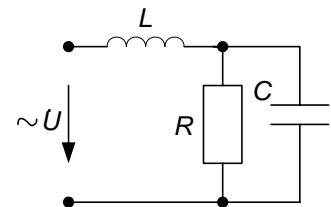


Рисунок 4

8. Напряжение на входе цепи (рисунок 5) равно  $u=20+100 \sin \omega_1 t + 30 \sin 3\omega_1 t \text{ В}$ . Значения сопротивлений:  
 $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}, X_C = 3 \text{ Ом}$ . Определите действующее значение тока в неразветвленной части цепи.

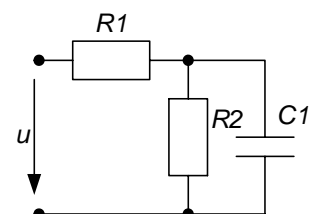


Рисунок 5

Учебное издание

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

*Учебно-методическое пособие  
для студентов факультета электрификации  
по подготовке к контролю текущих знаний*

*В трех частях*

*Часть I*

Составители:

**Крутов Анатолий Викторович,  
Кочетова Эмма Леонидовна,  
Гузанова Татьяна Федоровна**

Ответственный за выпуск Л.А. Гмырак  
Компьютерная верстка С.В. Каленчик

Подписано в печать 02.01.2010 г. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная.  
Ризография. Усл. печ. л. 6,51. Уч.-изд. л. 5,09. Тираж 300 экз. Заказ 25.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования  
«Белорусский государственный аграрный технический университет».

ЛИ № 02330/0131734 от 10.02.2006.

ЛП № 02330/0131656 от 02.02.2006.

Пр. Независимости, 99-2, 220023, Минск

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

*Учебно-методическое пособие*

*В трех частях*

*Часть 1*

**Минск  
БГАТУ  
2010**

ДЛЯ ЗАМЕТОК

РЕПОЗИТОРИЙ БГАТУ