

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В УСЛОВНЫХ ЗОНАХ РАБОЧЕЙ КАМЕРЫ МОЛОТКОВОЙ ДРОБИЛКИ

Е.М. Бурлацкий, канд. техн. наук, доцент, В.Д. Павлидис, докт. пед. наук, профессор,  
М.В. Чкалова, канд. техн. наук, доцент (ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный  
аграрный университет»)

### Аннотация

*Предложена авторская методика получения коэффициентов математических моделей случайных процессов в условных зонах рабочей камеры молотковой дробилки. Изложена методика практической реализации определения характеристик случайных процессов в условных зонах рабочей камеры молотковой дробилки закрытого типа с шарнирно подвешенными молотками.*

*The author's method of obtaining the coefficients of mathematical models of stochastic processes in conventional areas of the working hammer crusher chamber is given. The technique of determining the characteristics of the practical implementation of stochastic processes in conventional areas of the working chamber hammer crusher gated articulated suspended hammers is presented.*

### Введение

Рабочая камера молотковой дробилки закрытого типа согласно теоретическим и экспериментальным исследованиям авторов, может быть разделена на условные зоны относительной стабильности характеристик воздушно-продуктового слоя (ВПС):

- зона входной горловины;
- зона нижней деки;
- зона решета;
- зона верхней деки.

В каждой зоне были установлены датчики, воспринимающие физическое воздействие ВПС. С помощью программы «Электронный осциллограф» их показания были оцифрованы и представлены в виде числовых таблиц.

### Основная часть

Для определения характеристик случайного процесса в каждой условной зоне рассматривалась реализация этого процесса (осциллограмма показаний конкретного датчика) на достаточно большом промежутке времени  $T$ . Для эргодической стационарной случайной функции одна реализация достаточно большой продолжительности практически эквивалентна (в смысле объема информации) множеству реализаций той же общей продолжительности. Характеристики случайной функции определялись не как средние по множеству наблюдений, а как средние по времени  $t$  [1, 2].

Для того чтобы математическое ожидание  $m_x^i$  ( $i=1...12$ ) и корреляционная функция  $k_x^i(\tau)$  были определены как минимум с удовлетворительной точно-

стью, количество дискретных точек должно быть порядка сотни [3]. Выбор длины элементарного участка  $\Delta t$ , из которых состоял интервал записи случайной функции, определялся характером изменения случайной функции. Чем более высокочастотный состав имеют колебания, образующие случайную функцию, тем чаще должны располагаться опорные точки при обработке. Используемая при записи показаний датчиков программа «Электронный осциллограф» автоматически осуществляла выбор опорных точек.

Характеристики случайных процессов в каждой условной зоне (табл. 1) были получены как результат статистической обработки соответствующих реализаций показаний датчиков программным пакетом Mathcad.

Таким же образом определялись экспериментальные значения корреляционной функции.

Таблица значений нормированной корреляционной функции  $\rho_x^i(\tau)$  и ее график, построенный по экспериментальным точкам, показаны на рис. 1.

Следовало сгладить незакономерные колебания экспериментальной корреляционной функции  $k_x^i(\tau)$ . После сравнительного анализа была выбрана аналитическая функция следующего вида:

$$k_x(\tau) = 2\alpha^2(2\cos\beta\tau - 1) \frac{\sin\beta\tau}{\tau}. \quad (1)$$

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  аналитической корреляционной функции подбирались методом наименьших квадратов (табл. 2) [3].

Изображения аналитической и экспериментальной корреляционных функций для показаний датчика 1 приведены на рис. 2.

**Таблица 1. Характеристики случайного процесса в каждой условной зоне**

| Характеристики случайного процесса | Зона входной горловины $\alpha$ |                    |                    | Зона нижней деки $\beta_1$ |                    |                    |
|------------------------------------|---------------------------------|--------------------|--------------------|----------------------------|--------------------|--------------------|
|                                    | Датчик 1                        | Датчик 2           | Датчик 3           | Датчик 4                   | Датчик 5           | Датчик 6           |
| $m_x'$                             | $8.377 \cdot 10^3$              | $9.116 \cdot 10^3$ | $8.845 \cdot 10^3$ | $1.04 \cdot 10^4$          | $1.066 \cdot 10^4$ | $1.007 \cdot 10^4$ |
| $D_x'$                             | $2.216 \cdot 10^7$              | $2.76 \cdot 10^7$  | $1.803 \cdot 10^7$ | $1.73 \cdot 10^7$          | $1.06 \cdot 10^7$  | $2.237 \cdot 10^7$ |
| $\sigma_x'$                        | $4.708 \cdot 10^3$              | $5.253 \cdot 10^3$ | $4.246 \cdot 10^3$ | $4.16 \cdot 10^3$          | $3.255 \cdot 10^3$ | $4.73 \cdot 10^3$  |

| Характеристики случайного процесса | Зона решета $\gamma$ |                    |                    | Зона верхней деки $\beta_2$ |                    |                    |
|------------------------------------|----------------------|--------------------|--------------------|-----------------------------|--------------------|--------------------|
|                                    | Датчик 7             | Датчик 8           | Датчик 9           | Датчик 10                   | Датчик 11          | Датчик 12          |
| $m_x'$                             | $9.705 \cdot 10^3$   | $1.216 \cdot 10^4$ | $8.789 \cdot 10^3$ | $1.026 \cdot 10^4$          | $1.224 \cdot 10^5$ | $1.022 \cdot 10^4$ |
| $D_x'$                             | $2.394 \cdot 10^7$   | $5.064 \cdot 10^7$ | $2.419 \cdot 10^7$ | $2.234 \cdot 10^7$          | $4.311 \cdot 10^9$ | $5.365 \cdot 10^6$ |
| $\sigma_x'$                        | $4.892 \cdot 10^3$   | $7.116 \cdot 10^3$ | $4.919 \cdot 10^3$ | $4.727 \cdot 10^3$          | $6.566 \cdot 10^4$ | $2.316 \cdot 10^3$ |

**Таблица 2. Значения коэффициентов аппроксимирующей корреляционной функции**

| Значения коэффициентов | Зона входной горловины $\alpha$ |                    |                   | Зона нижней деки $\beta_1$ |                   |                   |
|------------------------|---------------------------------|--------------------|-------------------|----------------------------|-------------------|-------------------|
|                        | Датчик 1                        | Датчик 2           | Датчик 3          | Датчик 4                   | Датчик 5          | Датчик 6          |
| $\alpha$               | $3.487 \cdot 10^3$              | $4.487 \cdot 10^3$ | $7.55 \cdot 10^3$ | $7.15 \cdot 10^3$          | $3.25 \cdot 10^3$ | $4.41 \cdot 10^3$ |
| $\beta$                | 0.569                           | 0.692              | 0.178             | 0.213                      | 0.655             | 0.250             |

| Значения коэффициентов | Зона решета $\gamma$ |                    |                    | Зона верхней деки $\beta_2$ |                    |                   |
|------------------------|----------------------|--------------------|--------------------|-----------------------------|--------------------|-------------------|
|                        | Датчик 7             | Датчик 8           | Датчик 9           | Датчик 10                   | Датчик 11          | Датчик 12         |
| $\alpha$               | $4.205 \cdot 10^3$   | $4.787 \cdot 10^3$ | $2.901 \cdot 10^3$ | $2.815 \cdot 10^3$          | $3.676 \cdot 10^4$ | $3.55 \cdot 10^3$ |
| $\beta$                | 1.866                | 3.301              | 0.999              | 1.780                       | 1.327              | 1.472             |

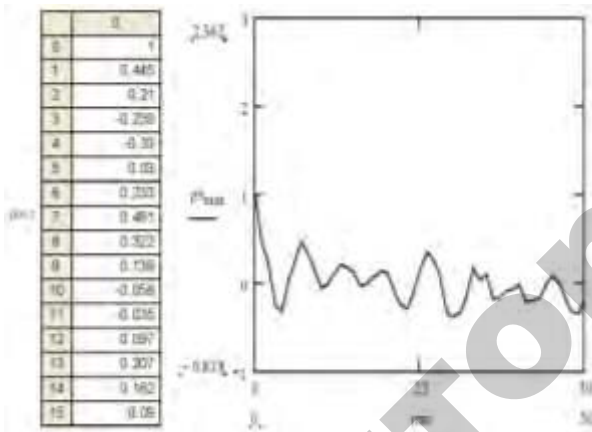


Рисунок 1. Экспериментальная нормированная Корреляционная функция  $\rho_x^1(\tau)$

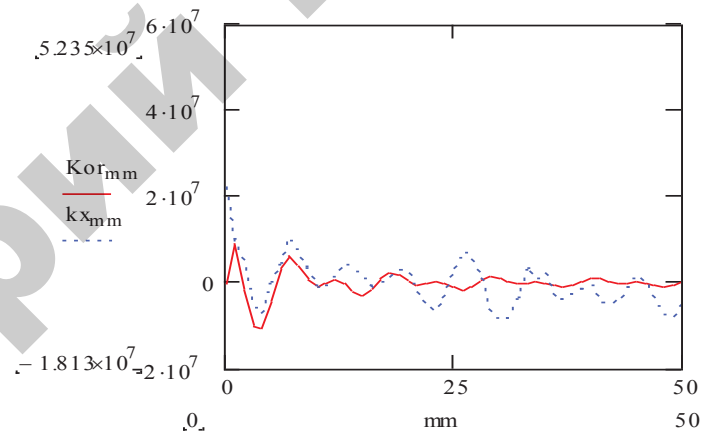


Рисунок 2. Сглаживание незначительных колебаний экспериментальной корреляционной функции, подобранной аналитической функцией ( $\alpha=3.487 \cdot 10^3$ ;  $\beta=0.569$ )

Таким образом, подставляя значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  в аналитическое выражение корреляционной функции, можно получить математические модели эргодических стационарных случайных процессов в каждой условной зоне:

$$k_x(\tau) = 2 \cdot (4.487 \cdot 10^3)^2 (2 \cos 0.692\tau - 1) \frac{\sin 0.692\tau}{\tau} \text{ (зона входной горловины),}$$

$$k_x(\tau) = 2 \cdot (3.25 \cdot 10^3)^2 (2 \cos 0.655\tau - 1) \frac{\sin 0.655\tau}{\tau} \text{ (зона нижней деки),}$$

$$k_x(\tau) = 2 \cdot (4.787 \cdot 10^3)^2 (2 \cos 3.301\tau - 1) \frac{\sin 3.301\tau}{\tau} \text{ (зона решета),}$$

$$k_x(\tau) = 2 \cdot (3.676 \cdot 10^4)^2 (2 \cos 1.327\tau - 1) \frac{\sin 1.327\tau}{\tau} \text{ (зона верхней деки).}$$

Основной характеристикой линейной динамической системы (граница между условными зонами с окрестностью) и, следовательно, ее математической моделью является передаточная функция  $G(i\omega)$  (рис. 3).

Передаточная функция динамической системы связана со спектральными плотностями входного и выходного случайных процессов [2]. Выбор аналитической корреляционной функции определил вид соответствующей ей спектральной плотности.

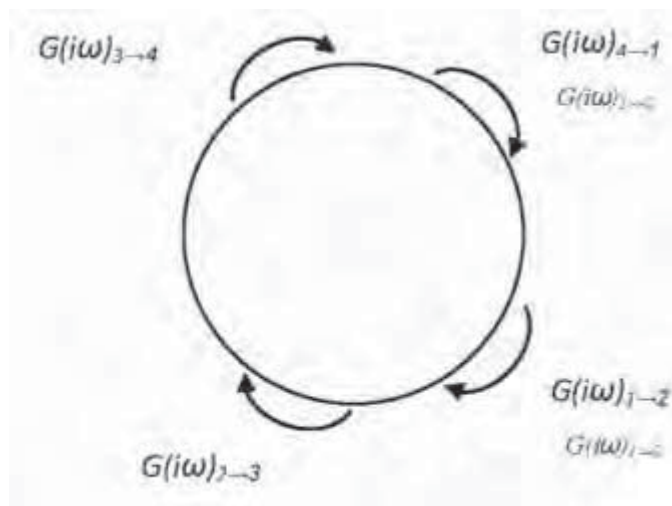


Рисунок 3. Схема дробильной камеры с границами условных зон

$$k_x(\tau) = 2\alpha^2(2\cos\beta\tau - 1) \frac{\sin\beta\tau}{\tau} \leftrightarrow S_x^*(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq |\omega| \leq \beta, \\ \alpha^2 & \text{при } \beta < |\omega| \leq 2\beta, \\ 0 & \text{при } 2\beta < |\omega|. \end{cases}$$

Используя найденные спектральные плотности (табл. 3), можно получить конкретные выражения передаточных функций для каждой из динамических систем. Ошибку функционирования каждой системы определим следующим образом [4]:

$$\varepsilon_x(\omega) = 1 - G(i\omega). \quad (2)$$

|   |   |
|---|---|
| Зона входной горловины $\alpha$   | Зона нижней деки $\beta_1$                                    |
| $G(i\omega)_{1 \rightarrow 2} = \sqrt{\frac{\tilde{S}_x^{*4}(\omega)}{\tilde{S}_x^{*3}(\omega)}} = \frac{7.15}{7.55}$ | $\varepsilon_x(\omega) = 1 - \frac{7.15}{7.55} \approx 0.053$ |

|  |  |
|--|--|
| Зона нижней деки $\beta_1$   | Зона решета $\gamma$   |
| $G(i\omega)_{2 \rightarrow 3} = \sqrt{\frac{\tilde{S}_x^{*7}(\omega)}{\tilde{S}_x^{*6}(\omega)}} = \frac{4.205}{4.41}$ | $\varepsilon_x(\omega) = 1 - \frac{4.205}{4.41} \approx 0.046$ |

|  |  |
|--|--|
| Зона решета $\gamma$   | Зона верхней деки $\beta_2$                                      |
| $G(i\omega)_{3 \rightarrow 4} = \sqrt{\frac{\tilde{S}_x^{*10}(\omega)}{\tilde{S}_x^{*9}(\omega)}} = \frac{2.815}{2.901}$ | $\varepsilon_x(\omega) = 1 - \frac{2.815}{2.901} \approx 0.0296$ |

|   |  |
|---|--|
| Зона верхней деки $\beta_2$   | Зона входной горловины $\alpha$                                |
| $G(i\omega)_{4 \rightarrow 1} = \sqrt{\frac{\tilde{S}_x^{*1}(\omega)}{\tilde{S}_x^{*12}(\omega)}} = \frac{3.487}{3.55}$ | $\varepsilon_x(\omega) = 1 - \frac{3.487}{3.55} \approx 0.018$ |

### Заключение

Найденные ошибки функционирования динамических систем не выходят за пределы 5 %, что говорит о достаточно хорошей адекватности построенных моделей реальному процессу дробления.

Случайные стационарные процессы в условных зонах имеют постоянную спектральную плотность в определенных диапазонах частот (табл. 3), т.е. близки, так называемому, «белому шуму». Стационарный «белый шум» - это математическая абстракция, используемая в теории случайных процессов и ее инженерных приложениях, в частности для моделирования [1, 2, 5].

Близость спектральных плотностей в зонах к «белому шуму» (абсолютно случайному процессу) открывает широкие перспективы в поисках методов управления ВПС и разработке схем «регуляторов» для совершенствования технологического процесса дробления.

Таблица 3. Коэффициенты спектральных плотностей случайных процессов в условных зонах

| Датчик, фиксирующий воздействие ВПС | Выражение для спектральной плотности             | Интервал изменения аргумента $\omega$ |
|-------------------------------------|--|---------------------------------------|
| Зона входной горловины              | 1 $S_x^{-1}(\omega) = (3.487 \cdot 10^3)^{-2}$   | $0.569 <  \omega  \leq 1.138$         |
|                                     | 2 $S_x^{-2}(\omega) = (4.487 \cdot 10^3)^{-2}$   | $0.692 <  \omega  \leq 1.384$         |
|                                     | 3 $S_x^{-3}(\omega) = (7.55 \cdot 10^3)^{-2}$    | $0.178 <  \omega  \leq 0.356$         |
| Зона нижней деки                    | 4 $S_x^{-4}(\omega) = (7.15 \cdot 10^3)^{-2}$    | $0.213 <  \omega  \leq 0.426$         |
|                                     | 5 $S_x^{-5}(\omega) = (3.25 \cdot 10^3)^{-2}$    | $0.655 <  \omega  \leq 1.31$          |
|                                     | 6 $S_x^{-6}(\omega) = (4.41 \cdot 10^3)^{-2}$    | $0.250 <  \omega  \leq 0.5$           |
| Зона решета                         | 7 $S_x^{-7}(\omega) = (4.205 \cdot 10^3)^{-2}$   | $1.866 <  \omega  \leq 3.732$         |
|                                     | 8 $S_x^{-8}(\omega) = (4.787 \cdot 10^3)^{-2}$   | $3.301 <  \omega  \leq 6.602$         |
|                                     | 9 $S_x^{-9}(\omega) = (2.901 \cdot 10^3)^{-2}$   | $0.999 <  \omega  \leq 1.998$         |
| Зона верхней деки                   | 10 $S_x^{-10}(\omega) = (2.815 \cdot 10^3)^{-2}$ | $1.780 <  \omega  \leq 3.56$          |
|                                     | 11 $S_x^{-11}(\omega) = (3.676 \cdot 10^3)^{-2}$ | $1.327 <  \omega  \leq 2.654$         |
|                                     | 12 $S_x^{-12}(\omega) = (3.55 \cdot 10^3)^{-2}$  | $1.472 <  \omega  \leq 2.944$         |

### ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель, Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учеб. пос. для студ. вузов; изд. 3-е, перераб. и доп. / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М.: Академия, 2003. – 432 с.
2. Пугачев, В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления / В. С. Пугачев. – М.: Гостехиздат, 1957. – 659 с.
3. Румшинский, Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента / Л. З. Румшинский. – М., 1971. – 192 с.
4. Астапов, Ю.М. Статистическая теория систем автоматического регулирования и управления / Ю.М. Астапов, В.С. Медведев. – М.: Наука, 1982.
5. Пугачев, В. С. Теория стохастических систем / В.С. Пугачев, И.Н. Сеницын. – М.: Логос, 2004. – 1000 с.: ил.