

тельность погрузочного устройства (7), поголовье животных в животноводческом помещении и длину фронта кормления каждого из них.

## **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Разумовский, Н.П. Рациональные приемы и правила механизированного кормления крупнорогатого скота / Н.П. Разумовский [Электронный ресурс].

– 2018. – Режим доступа: [www.bobruiskagromach.com](http://www.bobruiskagromach.com). – Дата доступа: 11.04.2018.

2. Кормораздатчик с горизонтальным расположением шнеков [Электронный ресурс]. – 2018. – Режим доступа: [www.hozain.com](http://www.hozain.com). – Дата доступа: 12.03.2018

3. Китун, А.В. Машины и оборудование в животноводстве: учеб. пос. / А. В. Китун, В. И. Передня, Н. Н. Романюк. – Минск : ИВЦ Минфина, 2016. – 382 с.

ПОСТУПИЛА В РЕДАКЦИЮ 29.05.2028

УДК 633.11

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ФАКТИЧЕСКОЙ УРОЖАЙНОСТИ ЗЕРНОВЫХ ОТ СРОКОВ ПОСЕВА И УБОРКИ**

**А.Н. Леонов,**

профессор каф. моделирования и проектирования БГАТУ, докт. техн. наук, профессор

**Цинчжэн Ли,**

соискатель БГАТУ (Китай)

*В статье разработана математическая модель, позволяющая прогнозировать величину урожайности в зависимости от сроков проведения агроопераций. С помощью полученной модели решены две оптимизационные задачи, цель которых – снижение уровня удельных затрат.*

*Ключевые слова: моделирование, урожайность зерновых, срок агрооперации, уровень удельных затрат.*

*The mathematical model is developed in the article, which allows predicting the yield value depending on the duration of the agro-operations. With the help of the obtained model, two typical tasks have been solved, the purpose of which is to reduce the level of unit costs for grain production.*

*Key words: modeling, grain yield, term of agro-operation, level of unit costs.*

### **Введение**

Производство зерна является сложной системой, так как ее функционирование характеризуется конфликтующими между собой параметрами оптимизации. Поэтому любое простое решение, получаемое однокритериальной оптимизацией с целью повышения эффективности ее функционирования, является неоптимальным [1]. В этом случае многофакторное моделирование (МФМ), дополненное многокритериальной оптимизацией (МКО), является эффективным инструментом изучения сложных систем. Первый этап этой методологии – МФМ зависимости параметров оптимизации от управляющих факторов, например, уровня удельных затрат  $\gamma$ , урожайности  $U$  и производительности труда  $W$  от первого дня проведения агрооперации  $t_1$  и ее продолжительности  $\Delta t$ . Второй этап – нахождение приемлемого компромисса между конфликтующими параметрами методом МКО. В качестве целевой функции используется один из параметров оптимизации, например, уровень удельных затрат  $\gamma \rightarrow \min$ , а на другие накладываются функциональные ограничения, продиктованные рынком, например, урожайность  $U \geq U_0$ , а производительность труда  $W \geq W_0$ .

Известно, что сроки выполнения наиболее трудоемких и важных агроопераций, таких, как предпосевная вспашка и уборка, предопределяют и производственные затраты, и фактическую урожайность зерновых, оказывая существенное влияние на параметры оптимизации –  $\gamma$ ,  $U$  и  $W$ .

В научно-технической литературе [2, 3] предложено аналитическое выражение, отражающее зависимость фактической урожайности  $U(t)$  от времени проведения агрооперации  $t$  (рис.1а):

$$U(t) = U_{\max} + Bt + At^2, \quad (1)$$

где  $t$  – время, исчисляемое от оптимального момента, дн;

$U(t)$  – фактическая урожайность, т/га;

$U_{\max}$  – ожидаемая урожайность при  $t = 0$ , т/га;

$A, B$  – эмпирические константы, т/га/дн<sup>2</sup>, т/га/дн.

Предложив  $U(t)$  в виде полинома 2-й степени, авторы, тем не менее, не использовали его. В целях упрощения расчетов была предложена модель  $U(t)$  в виде линейной функции, предполагая ее адекватность в течение 20 дней (рис. 1б):

$$U(t) = \begin{cases} U_{\max}, & -\tau \leq t \leq 0, \\ U_{\max}(1 - K_{\Pi}t), & t > 0, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\tau$  – время оптимальной продолжительности агрооперации, дн;

$K_{\Pi}$  – эмпирическая константа, 1/дн.

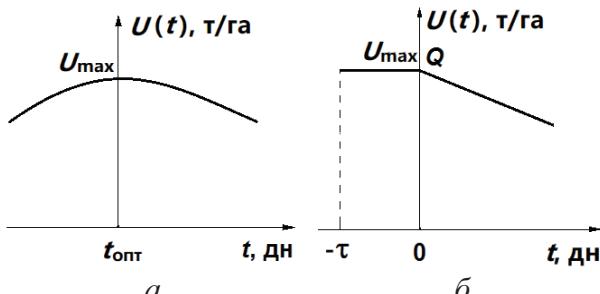


Рис. 1. Зависимость фактической урожайности от времени выполнения агрооперации [2, 3]

Не касаясь концептуальных недостатков модели, графически представленной на рис. 1 $\beta$ , отметим, что односторонняя модель противоречит экспериментальным данным, так как известно, что агрооперации проводятся, как до, так и после оптимального срока [12-14].

Модель, лишенная указанного выше недостатка, предложена в работе [5] (рис. 2):

$$U(t) = \begin{cases} U_{\max}(1 + K_{\Pi}t), & t < 0, \\ U_{\max}, & 0 \leq t \leq \tau, \\ U_{\max}(1 - K_{\Pi}(t - \tau)), & t > \tau. \end{cases} \quad (3)$$

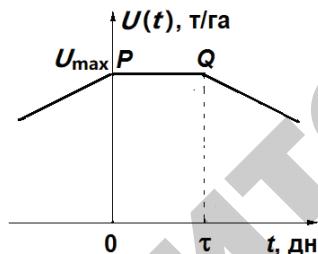


Рис. 2. Зависимость фактической урожайности от времени выполнения агрооперации [5]

Однако обе модели, описываемые уравнениями (2) и (3), содержат в себе 4 концептуальных недостатка:

1) трудно представить себе период времени  $\tau$  при котором урожайность, определяемая фотосинтезом и осыпанием зерна, остается постоянной;

2) уравнения (2) и (3) не являются аналитическими функциями, так как в точках  $P$  и  $Q$  первая производная не является непрерывной функцией. Науке неизвестны причины, по которым в точках  $P$  и  $Q$  скачкообразно меняется характер изменения массы созревающего зерна;

3) линейный характер изменения урожайности от времени (до точки  $P$  и после точки  $Q$ ) не согласуется с экспериментальными данными [8-12]. «Каким образом люди пришли к убеждению, что в окружающем мире преобладают линейные зависимости? Нет ничего более ошибочного» [4];

4) данная модель не отражает известное явление – асимметричность фактической урожайности при уборке зерновых раньше или позже оптимального срока [6, 8].

В защиту линейной модели авторы источников [2, 3] приводят немаловажный аргумент – простоту модели. Однако, благодаря широкому внедрению методов компьютерной математики, технические трудности, возникающие при решении задач такого класса, полностью устранены, и поэтому ссылка на простоту модели в ущерб ее точности является неубедительным аргументом.

Отсутствие моделей, адекватно отражающих зависимость фактической урожайности от срока проведения агроопераций, затрудняет совершенствование производства зерна. Поэтому проведение исследований, направленных на моделирование упомянутых выше закономерностей, является актуальной научной и прикладной задачей. Подход, основанный на синтезирующем роли компьютерной математики, позволяет получать новые закономерности и количественно обосновывать новые технические решения при производстве зерна.

Цель настоящей работы – математическое моделирование и оптимизация зависимости фактической урожайности зерна от срока проведения агроопераций.

### Основная часть

Математическое моделирование фактической урожайности целесообразно начать с обработки экспериментальных данных, отражающих зависимость урожайности зерновых от календарного срока уборки. При этом следует учесть, что фактическая урожайность определяется двумя конфликтующими процессами:

1) созревание зерна в результате фотосинтеза биологических молекул в листьях и транспортировка их в зародыш;

2) пересыхание «пуповины», соединяющей зерно со стеблем, в результате чего происходит осыпание зерна.

Оптимальный срок уборки озимой пшеницы, например, в среднем Китае  $\approx 1$  июня. Приблизительность такой информации не позволяет определять срок уборки с требуемой точностью, поэтому на практике срок уборки определяют по влажности зерна, оптимальное значение которой должно быть  $(21 \pm 2)\%$  [7]. Исследования целесообразно проводить за период времени, в котором влажность зерна изменяется от 35 до 15 %. Для получения унифицированных данных, фактическая урожайность собранного зерна пересчитывается на влажность – 14 % (ГОСТ 13586.5-93). Сбор первичной информации о готовности зерновых к уборке проводили по методике [12]: первый опыт проводился при влажности зерна 35 % (зерно еще не созрело), последний – при влажности зерна 15 % (интенсивное осыпание зерна).

Детерминированное моделирование процесса созревания и осыпания зерна, с учетом биологических закономерностей процесса фотосинтеза в непредсказуемых погодных условиях (количество солнечных

дней, средняя температура, количество осадков в вегетационный период, химический состав и структура почвы), в настоящее время не представляется возможным. Поэтому моделирование урожайности зерновых – объект стохастического моделирования.

Для математического моделирования фактической урожайности  $U(T)$  воспользуемся алгебраическим полиномом 3-й степени (рис. 3):

$$U(T) = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 \quad (4)$$

$T \in [T_{\min}, T_{\max}]$ ,

где –  $T$  – время уборки, исчисляемое от 1-го дня эксперимента, дн;

$a_0, a_1, a_2, a_3$  – эмпирические константы, т/га, т/га/дн, т/га/дн<sup>2</sup>, т/га/дн<sup>3</sup>.

При выборе степени полинома математической модели авторы руководствовались следующими соображениями: модель должна быть достаточно «простой» (2-й порядок полинома отражает процессы фотосинтеза и осыпание зерна) и, вместе с тем, достаточно «полной» (3-й порядок полинома отражает асимметричность сроков уборки) [8, 9]. Дальнейшее увеличение степени алгебраического полинома нецелесообразно из-за появления ложных откликов.

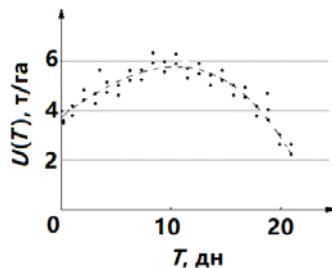


Рис. 3. Зависимости фактической урожайности зерновых от времени уборки

Для построения уравнения регрессии 3-й степени по экспериментальным данным (рис. 3) воспользуемся регрессионным анализом, изложенным в источнике [10]. Для устранения негативных моментов, связанных с различной размерностью и масштабом натурального фактора, вводится операция нормирования фактора  $T$ :

$$X = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad (5)$$

где  $T_0 = (T_{\max} + T_{\min})/2$ ;  $\Delta T = (T_{\max} - T_{\min})/2$ .

Стochasticкая модель фактической урожайности зерновых  $U(X)$  после операции нормирования фактора в общем случае имеет вид:

$$U(X) = b_0 X_0 + b_1 X + b_2 X^2 + b_3 X^3, \quad (6)$$

где  $X_0$  – фиктивный фактор, значения которого  $X_{0j} = +1$ ;  $b_0, b_1, b_2, b_3$  – эмпирические константы, т/га.

Для построения математической модели будем использовать, хорошо зарекомендовавший на практике, равномерный симметричный план (РСП), уровни факторов  $T_j$  и  $X_j$  которого задаются следующим образом [10]:

$$T_j = T_{\min} + \frac{j-1}{N-1}(T_{\max} - T_{\min}) \text{ или}$$

$$X_j = -1 + \frac{2(j-1)}{N-1}, \quad j=1, \dots, N. \quad (7)$$

Для расчета регрессионных коэффициентов уравнения (6) по экспериментальным данным, используется регрессионный анализ [10]. Расчеты значительно упрощаются, если факторы  $X_0, X, X^2, X^3$  ортогональны, математически выражаемые следующим образом [10]:

$$\sum_{j=1}^N X_j^l X_j^m = 0, \text{ где } 0 \leq l < m = 1, \dots, k. \quad (8)$$

Система факторов  $X_0, X, (X^2 - \lambda_{20}), (X^3 - \lambda_{31}X)$  для РСП является взаимно ортогональной при следующих ортогонализирующих коэффициентах [11]:

$$\lambda_{20} = \overline{X^2}, \quad \lambda_{31} = \overline{X^4}/\overline{X^2}. \quad (9)$$

Поэтому уравнение регрессии 3-й степени будем искать в следующем виде:

$$U(X) = b_0 X_0 + b_1 X + b_2 (X^2 - \lambda_{20}) + b_3 (X^3 - \lambda_{31}X). \quad (10)$$

Для построения математической модели (уравнение (10)) создается матрица планирования, включающая в себя столбцы ортогональных факторов  $X_0, X, (X^2 - \lambda_{20}), (X^3 - \lambda_{31}X)$  и экспериментальные данные для  $N$  опытов с числом дублей  $n$  в каждом опыте. Предварительная обработка экспериментальных данных включает в себя расчет следующих параметров [10]:

$$\overline{U_j} = \frac{\sum_{i=1}^n U_{ji}}{n}; \quad S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (U_{ji} - \overline{U_j})^2}{n-1};$$

$$G_3 = \frac{\max S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2} < G_{n-1; N; 0,95}; \quad S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N S_j^2}{N};$$

$$f_{\text{воспр}} = N(n-1), \quad (11)$$

где  $G_3, G_{n-1; N; 0,95}$  – экспериментальное и критическое значения критерия Кохрена [10].

Коэффициенты уравнения при ортогональных факторах рассчитываются по формулам [10]:

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{0j} \overline{U_j}}{\sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, \quad b_1 = \frac{\sum_{j=1}^N X_{1j} \overline{U_j}}{\sum_{j=1}^N X_{1j}^2},$$

$$b_2 = \frac{\sum_{j=1}^N (X_j^2 - \lambda_{20}) \overline{U_j}}{\sum_{j=1}^N (X_j^2 - \lambda_{20})^2}, \quad b_3 = \frac{\sum_{j=1}^N (X_j^3 - \lambda_{31}X_j) \overline{U_j}}{\sum_{j=1}^N (X_j^3 - \lambda_{31}X_j)^2}. \quad (12)$$

Абсолютная погрешность регрессионных коэффициентов равна

$$\Delta b_k = t_{N(n-1), p} \sqrt{S^2(b_k)}, k = 0, 1, 2, 3, \quad (13)$$

где  $t_{N(n-1)}$  – критическое значение критерия Стьюдента [10].

$$\begin{aligned} S^2(b_0) &= \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N X_{0j}^2}, \quad S^2(b_1) = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N X_{1j}^2}, \\ S^2(b_2) &= \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N (X_j^2 - \lambda_{20})^2}, \\ S^2(b_3) &= \frac{S_{\text{воспр}}^2}{n \sum_{j=1}^N (X_j^3 - \lambda_{31} X_j)^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $S^2(b_k)$  – дисперсии значимости коэффициентов уравнения регрессии,  $k = 0, 1, 2, 3$ .

Рассчитанный регрессионный коэффициент значим, если

$$\Delta b_k < |b_k|, k = 0, 1, 2, 3, \quad (15)$$

в противном случае он удаляется из уравнения регрессии.

Адекватность уравнения регрессии (10) проверяют по критерию Фишера [10]:

$$F_3 = \frac{\max(S_{\text{воспр}}^2; S_{\text{ад}}^2)}{\min(S_{\text{воспр}}^2; S_{\text{ад}}^2)} < F_{f \text{ числ}; f \text{ знам}; 0,95}, \quad (16)$$

где  $F_3$ ,  $F_{f \text{ числ}; f \text{ знам}; 0,95}$  – экспериментальное и критическое значения критерия Фишера [10].

Дисперсия адекватности  $S_{\text{ад}}^2$  и число ее степеней свободы  $f_{\text{воспр}}$  равны:

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{n \sum_{j=1}^N (\bar{U}_j - U_j^p)^2}{f_{\text{ад}}}, \quad f_{\text{ад}} = N - B, \quad (17)$$

где  $U_j^p$  – рассчитанное значение параметра оптимизации по уравнению (10), т/г.

Если полученное уравнение регрессии (10), включающее только значимые коэффициенты, адекватно, то его можно использовать для расчета оптимального значения фактора  $X_{\text{опт}}$ , максимального значения параметра оптимизации  $U_{\text{макс}}$  и его абсолютной погрешности  $\Delta U_{\text{макс}}$ .

Необходимое и достаточное условие максимума  $U(X)$  имеет следующий вид:

$$\begin{cases} U'(X_{\text{опт}}) = b_1 + 2b_2 X_{\text{опт}} + 3b_3 X_{\text{опт}}^2 - \lambda_{31} b_3 = 0, \\ U''(X_{\text{опт}}) = 2b_2 + 6b_3 X_{\text{опт}} < 0. \end{cases} \quad (18)$$

Решение системы (18) дает следующее значение для  $X_{\text{опт}}$ :

$$X_{\text{опт}} = \frac{-b_2 - \sqrt{b_2^2 - 3(b_1 - \lambda_{31} b_3)b_3}}{3b_3}. \quad (19)$$

Максимальное значение параметра оптимизации  $U_{\text{макс}}$  рассчитывается по формуле:

$$\begin{aligned} U_{\text{макс}} &= b_0 + b_1 X_{\text{опт}} + b_2 (X_{\text{опт}}^2 - \lambda_{20}) + \\ &+ b_3 (X_{\text{опт}}^3 - \lambda_{31} X_{\text{опт}}). \end{aligned} \quad (20)$$

Абсолютная погрешность параметра оптимизации рассчитывается по формуле (10)

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{макс}} &= t_{N(n-1); 0,95} \sqrt{S^2(b_0) + X_{\text{опт}}^2 S^2(b_1) +} \\ &+ (X_{\text{опт}}^2 - \lambda_{20})^2 S^2(b_2) + \\ &+ (X_{\text{опт}}^3 - \lambda_{31} X_{\text{опт}})^2 S^2(b_3). \end{aligned} \quad (21)$$

Подставляя нормализованное значение параметра  $X$  (уравнение (5)) в уравнение (10), получим выражение для  $U(T)$  (уравнение (4)), в котором коэффициенты  $a_i$  равны:

$$\begin{aligned} a_0 &= b_0 + b_1 \left( \frac{T_0}{\Delta T} \right) + b_2 \left( \frac{T_0}{\Delta T} \right)^2 - b_2 \lambda_{20} - b_3 \left( \frac{T_0}{\Delta T} \right)^3 + \\ &+ b_3 \lambda_{31} \left( \frac{T_0}{\Delta T} \right), \\ a_1 &= \frac{b_1}{\Delta T} - \frac{2b_2 T_0}{(\Delta T)^2} + \frac{3b_3 T_0^2}{(\Delta T)^3} - \frac{\lambda_{31} b_3}{\Delta T}, \\ a_2 &= \frac{b_2}{(\Delta T)^2} - \frac{3b_3 T_0}{(\Delta T)^3}, \quad a_3 = \frac{b_3}{(\Delta T)^3}. \end{aligned} \quad (22)$$

Рассчитаем  $U_{\text{макс}}(T)$  из уравнения (4). Необходимое и достаточное условие для  $U_{\text{макс}}(T)$ :

$$\begin{cases} U'(T) = a_1 + 2a_2 T_{\text{опт}} + 3a_3 T_{\text{опт}}^2 = 0, \\ U''(T) = 2a_2 + 6a_3 T_{\text{опт}} < 0. \end{cases} \quad (23)$$

Решив систему (23), получим значение для оптимального момента времени  $T_{\text{опт}}$

$$T_{\text{опт}} = \frac{-a_2 - \sqrt{a_2^2 - 3a_1 a_3}}{3a_3}. \quad (24)$$

Значение ожидаемой урожайности  $U_{\text{макс}}$  найдем из уравнения (4)

$$\begin{aligned} U_{\text{макс}} &= a_0 + a_1 T_{\text{опт}} + a_2 T_{\text{опт}}^2 + a_3 T_{\text{опт}}^3 = \\ &= a_0 + \frac{2a_2^3 - 9a_1 a_2 a_3 + 2\sqrt{(a_2^2 - 3a_1 a_3)^3}}{27a_3^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Для симметричного случая ( $a_3 = 0$ ) уравнение (4) имеет следующий вид:

$$U(T) = a_0 + a_1 T + a_2 T^2. \quad (26)$$

Из уравнения (26) рассчитаем  $U_{\max}(T)$ . Необходимое и достаточное условие для  $U_{\max}(T)$ :

$$\begin{cases} U'(T_{\text{опт}}) = a_1 + T_{\text{опт}} 2a_2 = 0, \\ U''(T_{\text{опт}}) = 2a_2 < 0 \end{cases} \quad (27)$$

Решение системы (27) дает следующее значение для оптимального момента времени:

$$T_{\text{опт}} = -a_1 / 2a_2. \quad (28)$$

Подставляя  $T_{\text{опт}}$  (уравнение (28)) в уравнение (26), получим значение  $U_{\max}$

$$U_{\max} = a_0 + a_1 T_{\text{опт}} + a_2 T_{\text{опт}}^2 = a_0 - a_1^2 / 4a_2. \quad (29)$$

Покажем, что параметры  $T_{\text{опт}}$  и  $U_{\max}$ , полученные по уравнениям (24) и (25), при  $a_3 \rightarrow 0$  дают такие же значения, полученные по уравнениям (28) и (29). Уравнения (24) и (25) при  $3a_1 a_3 / a_2^2 \ll 1$ , с учетом

того, что  $|a_2| = -a_2$ , так как  $a_2 < 0$  и

$$\sqrt{1-x} \approx 1-x/2-x^2/8, \quad \sqrt{(1-x)^3} \approx 1-3x/2+3x^2/8+x^3/16$$

(формула Тейлора) при  $|x| \ll 1$  будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} T_{\text{опт}} &= \frac{-a_2 - \sqrt{a_2^2 - 3a_1 a_3}}{3a_3} = \\ &= \frac{-a_2 + a_2 \sqrt{1 - 3a_1 a_3 / a_2^2}}{3a_3} = -\frac{a_1}{2a_2} - \frac{3a_1^2 a_3}{8a_2^3}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} U_{\max} &= a_0 + \frac{2a_2^3 - 9a_1 a_2 a_3 + 2\sqrt{(a_2^2 - 3a_1 a_3)^3}}{27a_2^2} = \\ &= a_0 - \frac{a_1^2}{4a_2} - \frac{a_1^3 a_3}{8a_2^3}. \end{aligned} \quad (31)$$

При  $a_3 \rightarrow 0$  уравнения (30), (31) тождественно переходят в уравнения (28), (29). Такое совпадение косвенно доказывает справедливость уравнений (30), (31) и раскрывает физический смысл коэффициента  $a_3$ .

Перепишем уравнение (4) в новой системе координат  $0 - t$ , где  $T = t + T_{\text{опт}}$ ,  $t$  — время проведения некоторой агрооперации сверх оптимального момента

$$\begin{aligned} U(t) &= a_0 + a_1(t + T_{\text{опт}}) + a_2(t + T_{\text{опт}})^2 + \\ &+ a_3(t + T_{\text{опт}})^3 = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3, \end{aligned} \quad (32)$$

где  $c_0 = U_{\max}$ , т/га;

$c_1 = 0$ , т/га/дн.;

$c_2 = -\sqrt{a_2^2 - 3a_1 a_3} < 0$ , т/га/дн.<sup>2</sup>;

$c_3 = a_3$ , т/га/дн.<sup>3</sup>;

$t \in [t_{\min}, t_{\max}]$ ,

$$t_{\min} = T_{\min} - T_{\text{опт}}, \quad t_{\max} = T_{\max} - T_{\text{опт}}.$$

Поскольку урожайность конкретной зерновой культуры  $U_{\max}$  в значительной степени зависит от природно-климатических условий, то ее прогнозирование для конкретного вегетативного периода вызывает затруднения. Поэтому при дальнейших исследованиях вместо фактической урожайности  $U(t)$  будем использовать безразмерный параметр — уровень потери урожайности  $\mu(t)$ , характеризующий интеллект производителя, так как он определяется в основном сроками проведения посевной и уборочной кампаний. Уровень потери урожайности  $\mu(t)$  равен

$$\mu(t) = (U_{\max} - U(t)) / U_{\max}. \quad (33)$$

Из уравнения (33) следует, что прогнозирование уровня потери урожайности  $\mu(t)$  на практике обеспечивает прогнозирование фактической урожайности зерновых  $U(t)$ .

Подставив уравнение (32) в уравнение (33), получим

$$\mu(t) = K_2 t^2 + K_3 t^3, \quad t \in [t_{\min}, t_{\max}], \quad (34)$$

где  $K_2 = -c_2 / U_{\max}$ , 1/дн<sup>2</sup>; и  $K_3 = -c_3 / U_{\max}$ , 1/дн<sup>3</sup>.

Так как  $c_2 < 0$  (уравнение (32)), то  $K_2 > 0$  всегда. В отличие от коэффициента  $K_2$ , коэффициент  $K_3$  может быть отрицательным, положительным и равным нулю. Если  $K_3 > 0$  (рис. 4а), то уровень потери урожайности при ранней уборке меньше, чем при поздней («ранний +»). Такой случай имеет место, например, при уборке озимой пшеницы [13]. Если  $K_3 < 0$  (рис. 4б), то уровень потери урожайности при поздней уборке меньше, чем при ранней («поздний +»). Этот случай имеет место при уборке кукурузы [14]. И, наконец, если  $K_3 = 0$  (рис. 4б), то уровень потери урожайности при ранней и поздней уборке одинаковый («симметричный +»). Этот случай имеет место при севе озимой пшеницы [12].

Фактическая урожайность или уровень потери урожайности, описываемые уравнениями (32), (34), являются дифференциальными характеристиками, так как позволяют определить исследуемые параметры только в конкретный момент времени. В отличие от них, величина собранного урожая  $V(t_1, \Delta t)$  является интегральной характеристикой, и зависит не только от уровня потери урожайности в конкретный момент времени  $t$ , но и в значительной степени определяется выбором 1-го дня проведения уборки урожая ( $t_1$ ) и ее продолжительностью ( $\Delta t$ ). Однако прогнозирование величины собранного урожая  $V(t_1, \Delta t)$ , также как и прогнозирование фактической урожайности, на практике вызывает затруднения. В этом случае прогнозирование недобора урожая  $M(t_1, \Delta t)$ , также как и прогнозирование уровня потери урожайности  $\mu(t)$ , более предсказуемо, так как определяется интеллектом производителя. Недобор урожая  $M(t_1, \Delta t)$  за период времени от  $t_1$  до  $t_1 + \Delta t$  описывается следующим уравнением (уравнение (34)):

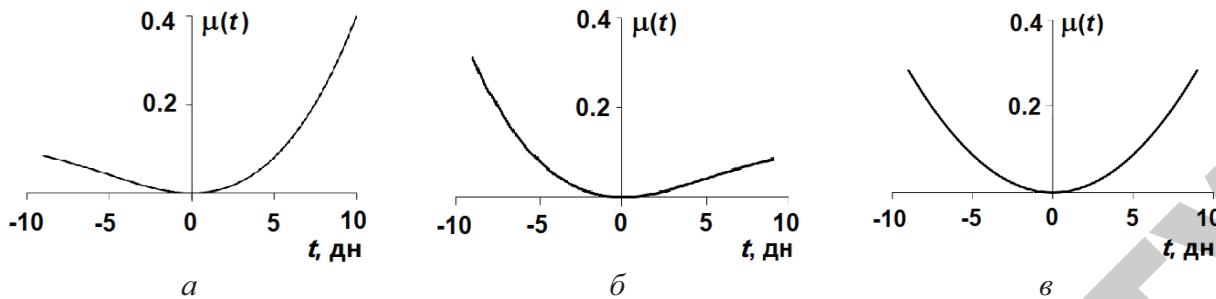


Рис. 4. Зависимость уровня потери урожайности от времени проведения агрооперации сверх оптимального момента (уравнение (35)): а –  $K_3 > 0$ , «ранний +»; б –  $K_3 < 0$ , «поздний +»; в –  $K_3 = 0$ , «симметричный +»

$$M(t_1, \Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} \mu(t) dt = K_2 \left( t_1^2 + t_1 \Delta t + \frac{(\Delta t)^2}{3} \right) + K_3 \left( t_1^3 + \frac{3}{2} t_1^2 \Delta t + t_1 (\Delta t)^2 + \frac{(\Delta t)^3}{4} \right). \quad (35)$$

При  $\Delta t = 0$  недобор урожая равен  $M(t_1) = K_2 t_1^2 + K_3 t_1^3 = \mu(t_1)$  (уравнения (34), (35)), что косвенно подтверждает справедливость уравнения (35).

Величина недобора урожая позволяет рассчитать величину урожая  $V(t_1, \Delta t)$ , собранного с участка, площадью  $F$ , за период времени от  $t_1$  до  $t_1 + \Delta t$ :

$$V(t_1, \Delta t) = F U_{\max} (1 - M(t_1, \Delta t)), \quad (36)$$

где  $V(t_1, \Delta t)$  – величина собранного урожая, т/га;  $F$  – площадь участка, га.

Полученное уравнение (36) позволяет решить две важные практические задачи:

**Задача 1.** При заданной продолжительности  $\Delta t = \Delta t_0$  рассчитывается  $t_{1\text{опт}}$ , которое при  $\Delta t = \Delta t_0$  обеспечивает  $V = V_{\max}$  ( $M = M_{\min}$ ). Продолжительность операции  $\Delta t_0$  определяется имеющимся комплексом машин и оборудования (КМО).

Решим первую задачу сначала для случая  $K_3 = 0$ . Тогда уравнения (34) и (35) примут вид:

$$\mu(t) = K_2 t^2, \quad (37)$$

$$M(t_1) = \frac{1}{\Delta t_0} \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t_0} K_2 t^2 dt = K_2 t_1^2 + K_2 t_1 \Delta t_0 + \frac{K_2}{3} (\Delta t_0)^2. \quad (38)$$

Необходимое и достаточное условие для расчета  $M_{\min}$  имеет следующий вид:

$$\begin{cases} M'(t_{1\text{опт}}) = K_2 (2t_{1\text{опт}} + \Delta t_0) = 0, \\ M''(t_{1\text{опт}}) = 2K_2 > 0. \end{cases} \quad (39)$$

Решение системы (39) с учетом уравнения (38) дает следующие результаты:

$$t_{1\text{опт}}(K_3=0) = -\Delta t_0/2, \quad (40)$$

$$M_{\min}(\Delta t_0)_{(K_3=0)} = K_2 (\Delta t_0)^2 / 12. \quad (41)$$

Решим задачу 1 в общем случае  $K_3 \neq 0$ . Уравнение (35) примет следующий вид:

$$M(t_1) = K_2 \left( t_1^2 + t_1 \Delta t_0 + \frac{(\Delta t_0)^2}{3} \right) + K_3 \left( t_1^3 + \frac{3}{2} t_1^2 \Delta t_0 + t_1 (\Delta t_0)^2 + \frac{(\Delta t_0)^3}{4} \right). \quad (42)$$

Необходимое и достаточное условие для расчета  $M_{\min}$  имеет следующий вид:

$$\begin{cases} M'(t_{1\text{опт}}) = K_2 (2t_{1\text{опт}} + \Delta t_0) + K_3 (3t_{1\text{опт}}^2 + 3\Delta t_0 t_{1\text{опт}} + (\Delta t_0)^2) = 0, \\ M''(t_{1\text{опт}}) = 2K_2 + K_3 (6t_{1\text{опт}} + 3\Delta t_0) > 0 \end{cases} \quad (43)$$

Решение системы (43) дает следующий результат: для  $t_{1\text{опт}}$

$$t_{1\text{опт}} = -\frac{\Delta t_0}{2} - \frac{K_2}{3K_3} + \frac{K_2}{3K_3} \sqrt{1 - \frac{3K_3^2(\Delta t_0)^2}{4K_2^2}}. \quad (44)$$

Подставляя уравнение (44) в уравнение (42), получим значение  $M_{\min}$  (рис. 5а)

$$M_{\min}(\Delta t_0)_{K_3 \neq 0} = K_2 \left( t_{1\text{опт}}^2 + t_{1\text{опт}} \Delta t_0 + \frac{(\Delta t_0)^2}{3} \right) + K_3 \left( t_{1\text{опт}}^3 + \frac{3}{2} t_{1\text{опт}}^2 \Delta t_0 + t_{1\text{опт}} (\Delta t_0)^2 + \frac{(\Delta t_0)^3}{4} \right). \quad (45)$$

Уменьшение недобора урожая в асимметричном случае ( $K_3 \neq 0$ ) по сравнению с симметричным случаем ( $K_3 = 0$ ) равно (рис. 5б)

$$\Delta(M_{\min}) = M_{\min}(\Delta t_0)_{K_3 \neq 0} - M_{\min}(\Delta t_0)_{K_3 = 0} \quad (46)$$

Проиллюстрируем физический смысл уравнений (44) и (45) для случая, который достаточно часто реализуется на практике,  $3K_3^2(\Delta t_{\max})^2 / 4K_2^2 \ll 1$  (рис. 5а). Эти уравнения примут вид

$$t_{1\text{опт}}(K_3 \neq 0) = -\frac{\Delta t_0}{2} - \frac{K_3(\Delta t_0)^2}{8K_2}, \quad (47)$$

$$M_{\min}(\Delta t_0)_{K_3 \neq 0} = \frac{K_2(\Delta t_0)^2}{12} - \frac{K_3^2(\Delta t_0)^4}{64K_2}. \quad (48)$$

Сравнивая уравнения (40), (41) для ( $K_3 = 0$ ) с уравнениями (47), (48) для ( $K_3 \neq 0$ ), можно сделать

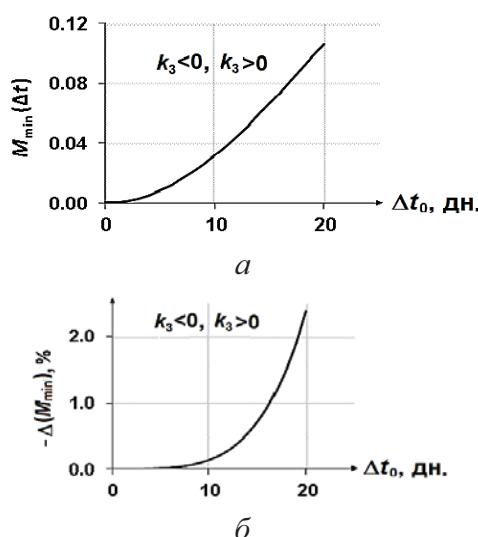


Рис. 5. Зависимости недобора урожая (а) и его уменьшение (б) по сравнению с проведением агрооперации при  $K_3 = 0$  в зависимости от продолжительности агрооперации

$$\Delta t_0 (K_2 = 0,0013, K_3 = \pm 0,00003)$$

вывод о том, что для асимметричного случая недобор урожая меньше на величину

$$\Delta(M_{\min}) = -\frac{K_3^2 (\Delta t_0)^4}{64 K_2}, \quad (49)$$

за счет смещения первого дня уборки на величину  $\Delta(t_{\text{опт}})$

$$\Delta(t_{\text{опт}}) = -\frac{K_3 (\Delta t_0)^2}{8 K_2}. \quad (50)$$

Отметим, что недобор урожая  $M_{\min}$  для  $K_3 \neq 0$ , например, при  $\Delta t_0 = 15$  меньше на 1 % по сравнению со случаем  $K_3 = 0$ . Для площади участка 2000 га и фактической урожайности 6 т/га величина собранного урожая увеличится на 120 т (рис. 5б).

**Задача 2.** Если планируется величина урожая  $V(t_1, \Delta t) = V_0$  (соответственно,  $M(t_1, \Delta t) = M_0$ ), то рассчитывается  $t_{\text{опт}}$ , которое обеспечивает  $\Delta t = \Delta t_{\max}$ , что позволит уменьшить уровень затрат на приобретение требуемого КМО.

Решим задачу 2 сначала для случая  $K_3 = 0$  (симметричный случай). Тогда уравнения (34) и (35) примут следующий вид:

$$\mu(t) = K_2 t^2, \quad (51)$$

$$K_2 t_1^2 + K_2 t_1 \Delta t + \frac{K_2}{3} (\Delta t)^2 = M_0. \quad (52)$$

Необходимое условие для расчета  $\Delta t_{\max}$  заключается в равенстве нулю первой производной  $d(\Delta t)/d(t_1) = (\Delta t)' = 0$ , которая находится из уравнения (52)

$$K_2 \left( 2t_1 + \Delta t + t_1 (\Delta t)' + \frac{2\Delta t (\Delta t)'}{3} \right) = 0. \quad (53)$$

Подставив  $(\Delta t)' = 0$  в уравнение (53), получим взаимосвязь  $t_{\text{опт}}$  и  $\Delta t_{\max}$ :

$$2t_{\text{опт}} + \Delta t_{\max} = 0. \quad (54)$$

Совместное решение уравнения (52) и (54) дает следующие результаты:

$$\Delta t_{\max(K_3=0)} = 2\sqrt{3M_0/K_2}, \quad t_{\text{опт}(K_3=0)} = -\sqrt{3M_0/K_2}. \quad (55)$$

Решим задачу 2 в общем случае  $K_3 \neq 0$ . Тогда уравнение (34) не меняется, а уравнение (35) примет следующий вид:

$$K_2 \left( t_1^2 + t_1 \Delta t + \frac{(\Delta t)^2}{3} \right) + \\ + K_3 \left( t_1^3 + \frac{3}{2} t_1^2 \Delta t + t_1 (\Delta t)^2 + \frac{(\Delta t)^3}{4} \right) = M_0. \quad (56)$$

Необходимое условие для расчета  $\Delta t_{\max}$  заключается в равенстве нулю первой производной  $d(\Delta t)/d(t_1) = (\Delta t)' = 0$ , которая находится из уравнения (56):

$$K_2 \left( 2t_1 + \Delta t + t_1 (\Delta t)' + \frac{2\Delta t (\Delta t)'}{3} \right) + \\ + K_3 \left( 3t_1^2 + 3t_1 \Delta t + 3 \frac{t_1^2 (\Delta t)'}{2} + (\Delta t)^2 + \frac{3}{4} (\Delta t)^2 (\Delta t)' \right) = 0. \quad (57)$$

Подставив  $(\Delta t)' = 0$  в уравнение (57), получим взаимосвязь  $t_{\text{опт}}$  и  $\Delta t_{\max}$

$$K_2 (2t_{\text{опт}} + \Delta t_{\max}) + \\ K_3 (3t_{\text{опт}}^2 + 3t_{\text{опт}} \Delta t_{\max} + (\Delta t_{\max})^2) = 0. \quad (58)$$

Совместное решение уравнения (56) с учетом уравнения (58) дает следующие результаты:

$$t_{\text{опт}} = -\frac{\Delta t_{\max}}{2} - \frac{K_2}{3K_3} + \frac{K_2}{3K_3} \sqrt{1 - \frac{3K_3^2 (\Delta t_{\max})^2}{4K_2^2}}, \quad (59)$$

$$K_2 \left( t_{\text{опт}}^2 + t_{\text{опт}} \Delta t_{\max} + \frac{(\Delta t_{\max})^2}{3} \right) + \\ + K_3 \left( t_{\text{опт}}^3 + \frac{3}{2} t_{\text{опт}}^2 \Delta t_{\max} + t_{\text{опт}} (\Delta t_{\max})^2 + \frac{(\Delta t_{\max})^3}{4} \right) = \\ = M_0. \quad (60)$$

Уравнения (59) и (60) позволяют найти  $\Delta t_{\max(K_3 \neq 0)}(M_0)$  и  $t_{\text{опт}(K_3 \neq 0)}(M_0)$ , которые были получены численно с помощью компьютерной программы «Поиск решения» в MS Excel. Зависимости  $\Delta t_{\max(K_3 \neq 0)}(M_0)$  и  $\Delta(\Delta t_{\max}) = \Delta t_{\max(K_3 \neq 0)} - \Delta t_{\max(K_3 = 0)}$  графически представлены на рис. 6а и 6б.

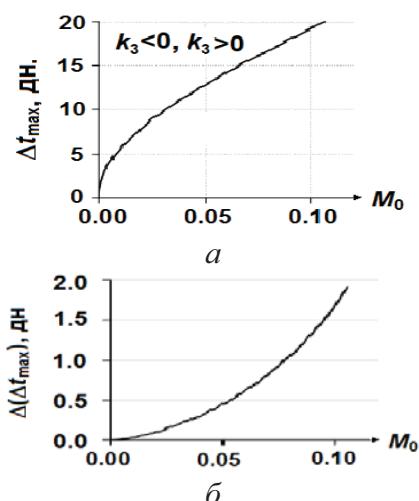


Рис. 6. Изменение продолжительности  $\Delta t_{\max}$  и увеличение этой величины по сравнению с симметричным проведением агрооперации в зависимости от  $M_0$  ( $K_2 = 0,0013$ ,  $K_3 = \pm 0,000003$ )

В связи с тем, что уравнения  $\Delta t_{\max(K_3 \neq 0)}(M_0)$  и  $t_{1\text{опт}}(K_3 \neq 0)(M_0)$  решены численно, проиллюстрируем их физический смысл, используя уравнение (59), при условии:  $3K_3^2(\Delta t_{\max})^2/4K_2^2 \ll 1$ , а также формулу Тейлора  $\sqrt{1-x} \approx 1 - x/2$  при  $|x| \ll 1$

$$t_{1\text{опт}} = -\frac{\Delta t_{\max}}{2} - \frac{K_3(\Delta t_{\max})^2}{8K_2}. \quad (61)$$

Подставив уравнение (61) в уравнение (60), с учетом того, что  $\Delta t_{\max} > 0$ , получим зависимость  $\Delta t_{\max}$  от  $M_0$  в явном виде (рис. 6а)

$$\Delta t_{\max(K_3 \neq 0)} = 2\sqrt{3M_0/K_2} + \frac{9K_3^2M_0\sqrt{3M_0/K_2}}{4K_2^3}. \quad (62)$$

Подставив уравнение (62) в (61), получим зависимость  $t_{1\text{опт}}(K_3 \neq 0)$  от  $M_0$  в явном виде

$$t_{1\text{опт}}(K_3 \neq 0) = -\sqrt{3M_0/K_2} - \frac{3K_3M_0}{2K_2^2}. \quad (63)$$

Сравнивая уравнения (55) для ( $K_3 = 0$ ) с уравнениями (62), (63) для ( $K_3 \neq 0$ ), можно сделать вывод о том, что при  $K_3 \neq 0$  максимальная продолжительность агрооперации увеличивается, по сравнению с продолжительностью операции при  $K_3 = 0$ , на величину  $\Delta(\Delta t_{\max})$  (рис. 6б)

$$\Delta(\Delta t_{\max}) = \frac{9K_3^2M_0\sqrt{12M_0/K_2}}{8K_2^3}, \quad (64)$$

за счет смещения первого дня уборки на величину  $\Delta(t_{1\text{опт}})$

$$\Delta t_{1\text{опт}} = -\frac{3K_3M_0}{2K_2^2}. \quad (65)$$

Увеличение  $\Delta t_{\max}$ , например, при  $M_0 = 0,1$  составляет 2 дня или 10 % от общей продолжительности агрооперации (рис. 6а и 6б), а это означает, что на те же 10 % можно уменьшить затраты на приобретение требуемого КМО.

В заключение статьи проиллюстрируем разработанный метод изучения зависимости фактической урожайности зерновых культур от сроков посева и уборки на конкретном примере для озимой пшеницы в среднем Китае [13] (табл. 1).

Результаты расчета, приведенные в таблице 1, позволяют сделать следующие выводы: оптимальный момент уборки озимой пшеницы в среднем Китае [13] – 4 июня. В этот день урожайность пшеницы имеет максимальное значение  $(5,937 \pm 0,043)$  т/га. В задаче 1 максимальный урожай озимой пшеницы составил  $1,14 \cdot 10^4$  т, (минимальный недобор – 4,3 %), при этом оптимальный срок уборки при  $t_{1\text{опт}} = -8,6$  дн.,  $\Delta t_0 = 15$  дн. Видно, что уборка урожая несимметрична по времени (ранний «+»). Начало уборки сдвинуто на 1,1 дн. Если бы режим уборки был симметричным, то при  $t_{1\text{опт}} = -7,5$  дн.,  $\Delta t_0 = 15$  дн. максимальный урожай был бы на 37 т меньше (сравни уравнения (41) и (48)). Во второй задаче  $\Delta t_{\max} = 12,8$  дн.,  $t_{1\text{опт}} = -7,0$  дн. При симметричном режиме эти величины равны  $\Delta t_{\max} = 12,5$  дн.,  $t_{1\text{опт}} = -6,2$  дн. Увеличение продолжительности уборки пшеницы позволяет уменьшить затраты на формирование требуемого КМО на 2,4 %. В обоих случаях необходим сдвиг первого дня начала уборки зерна на более ранний срок.

### Заключение

1. Разработана дифференциальная модель (алгебраический полином 3-й степени), позволяющая рассчитать зависимость фактической урожайности:  $U(t) = U_{\max} [1 - \mu(t)]$ ,  $\mu(t) = K_2 t^2 + K_3 t^3$ . Новизна модели заключается в использовании квадратичного и кубического членов, позволяющих учесть уровень потери урожайности в любой срок проведения агрооперации, а также асимметричность уровня потери урожайности в ранний и поздний момент времени.

2. Разработана интегральная модель  $V(t_1, \Delta t) = FU_{\max}(1 - M(t_1, \Delta t))$ ,

$M(t_1, \Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} \mu(t) dt$ , позволяющая рассчитать фактический урожай зерновых в зависимости от срока проведения агрооперации ( $t_1, \Delta t$ ). Полученная модель позволяет решить две прикладные задачи, связанные с производством зерна, цель которых – уменьшение уровня удельных затрат. Новизна разработанной модели заключается в том, что, рассчитав оптимальный  $t_{1\text{опт}}$ , можно снизить уровень удельных затрат при производстве зерна, либо за счет уменьшения недобора урожая при имеющемся КМО ( $\Delta t = \Delta t_0$ ), либо за счет увеличения продолжительности агрооперации, что равносильно уменьшению затрат на

**Таблица 1. Фактическая урожайность  $U(T)$  в зависимости от времени уборки озимой пшеницы**

Экспериментальные данные и результаты расчетов – уборка озимой пшеницы – «ранний +»					
Дата уборки	$j$	Время $T$ , дн.	$X$	Средняя урож. $\bar{U}_j$ , т/га	
27 мая	1	0	-1,000	5,14	$N = 20; n = 3; T_0 = 9,5 \text{ дн.}; \Delta T = 9,5 \text{ дн.}; F = 2000 \text{ га}; U_{\max} \approx 5,9 \text{ т/га}$ $\lambda_{20} = 0,3684; \lambda_{31} = 0,6609; \max S_j^2 = 0,0361, \sum S_j^2 = 0,2420$ $G_3 = 0,149 < G_{2; 20; 0,95} = 0,270$ ; дисперсии однородны
28 мая	2	1	-0,895	5,30	
29 мая	3	2	-0,789	5,41	
30 мая	4	3	-0,684	5,54	
31 мая	5	4	-0,579	5,68	
1 июня	6	5	-0,477	5,72	
2 июня	7	6	-0,368	5,84	$U(X) = b_0 + b_1 X + b_2 (X^2 - \lambda_{20}) + b_3 (X^3 - \lambda_{31} X)$ $b_0 = 5,418 \pm 0,029; b_1 = -0,466 \pm 0,047; b_2 = -1,40 \pm 0,09;$ $b_3 = -0,49 \pm 0,17$ ; коэффициенты значимы
3 июня	8	7	-0,263	5,90	
4 июня	9	8	-0,158	5,95	
5 июня	10	9	-0,053	5,94	$S_{\text{воспр}}^2 = 0,01210; f_{\text{воспр}} = 40; S_{\text{ад}}^2 = 0,01256; f_{\text{ад}} = 16$ $F_3 = 1,038 < F_{16,40,0,95} = 1,904$ ; уравнение адекватно
6 июня	11	10	0,053	5,92	$X_{\text{опт}} = 0,0525; T_{\text{опт}} = 9 \text{ дн.}; U_{\max} = (5,937 \pm 0,043) \text{ т/га}$
7 июня	12	11	0,158	5,84	$U(t) = U_{\max} (1 - \mu(t)) \text{ т/га}, \mu(t) = K_2 t^2 + K_3 t^3$
8 июня	13	12	0,263	5,70	$K_2 = (2,47 \pm 0,16) \cdot 10^{-3} \text{ дн.}^{-2} \quad K_3 = (9,9 \pm 3,3) \cdot 10^{-5} \text{ дн.}^{-3}$
9 июня	14	13	0,368	5,62	
10 июня	15	14	0,474	5,48	
11 июня	16	15	0,579	5,29	
12 июня	17	16	0,684	5,08	
13 июня	18	17	0,789	4,90	
14 июня	19	18	0,895	4,31	
15 июня	20	19	1,000	3,80	

формирование КМО при планируемой величине урожая  $M = M_0$ .

3. Обработка экспериментальных данных по зависимости урожайности озимой пшеницы от времени для среднего Китая показала, что уборка озимой пшеницы исследуемого сорта представляет собой агроперацию «ранний +», и поэтому первый день уборки следует сдвигать на более ранний срок.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леонов, А.Н. Моделирование и многокритериальная оптимизация процессов сельскохозяйственного производства / А.Н. Леонов, В.О. Китиков, Ли Цинчжэн // Передовые технологии и техническое обеспечение сельскохозяйственного производства: матер. Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 30–31 марта 2017 г. – Минск: БГАТУ, 2017. – С. 53–68.

2. Киртбая, Ю.К. Резервы в использовании машинно-тракторного парка / Ю.К. Киртбая. – 2-е изд. – М. : Колос, 1982. – С. 18.

3. Саклаков, В.Д. Технико-экономическое обоснование выбора средств механизации / В.Д. Саклаков, М.П. Сергеев. – М. : Колос, 1973. – С. 93.

4. Хорафас, Д.Н. Системы и моделирование / Д.Н. Хорафас. – М. : Мир, 1967. – С. 86.

5. Шило, И.Н. Ресурсосберегающие технологии сельскохозяйственного производства / И.Н. Шило, В.Н. Дацков. – Минск : БГАТУ, 2003. – С. 71.

$$N = 20; n = 3; T_0 = 9,5 \text{ дн.}; \Delta T = 9,5 \text{ дн.}; F = 2000 \text{ га}; U_{\max} \approx 5,9 \text{ т/га}$$

$$\lambda_{20} = 0,3684; \lambda_{31} = 0,6609; \max S_j^2 = 0,0361, \sum S_j^2 = 0,2420$$

$$G_3 = 0,149 < G_{2; 20; 0,95} = 0,270$$
; дисперсии однородны
$$U(X) = b_0 + b_1 X + b_2 (X^2 - \lambda_{20}) + b_3 (X^3 - \lambda_{31} X)$$

$$b_0 = 5,418 \pm 0,029; b_1 = -0,466 \pm 0,047; b_2 = -1,40 \pm 0,09;$$

$$b_3 = -0,49 \pm 0,17$$
; коэффициенты значимы
$$S_{\text{воспр}}^2 = 0,01210; f_{\text{воспр}} = 40; S_{\text{ад}}^2 = 0,01256; f_{\text{ад}} = 16$$

$$F_3 = 1,038 < F_{16,40,0,95} = 1,904$$
; уравнение адекватно
$$X_{\text{опт}} = 0,0525; T_{\text{опт}} = 9 \text{ дн.}; U_{\max} = (5,937 \pm 0,043) \text{ т/га}$$

$$U(t) = U_{\max} (1 - \mu(t)) \text{ т/га}, \mu(t) = K_2 t^2 + K_3 t^3$$

$$K_2 = (2,47 \pm 0,16) \cdot 10^{-3} \text{ дн.}^{-2} \quad K_3 = (9,9 \pm 3,3) \cdot 10^{-5} \text{ дн.}^{-3}$$

Задача 1	Задача 2
Дано: $\Delta t_0 = 15 \text{ дн.}$ $t_{1\text{опт}} = -8,6 \text{ дн.}$ $M_{\min} = 4,3 \%$ $V_{\max} = 1,14 \cdot 10^4 \text{ т}$ $\Delta V_{\max} = +37 \text{ т}$	Дано: $M_0 = 3,2 \%$ $V_{\max} = 1,15 \cdot 10^4 \text{ т}$ $t_{1\text{опт}} = -7,0 \text{ дн.}$ $\Delta t_{\max} = 12,8 \text{ дн.}$ $\Delta(\Delta t_{\max})/\Delta t_{\max} = 2,4 \%$

6. Кадыров, М.А. О земледелии, селекции и рациональном хозяйствовании / М.А. Кадыров. – Минск: Несси, 2001. – 163 с.

7. Рекомендации по подготовке и рациональному использованию техники при уборке урожая 2017 года [Электронный ресурс]. – 2018. – Режим доступа: URL: <http://belagromech.by/publications/recom2017-uborka.pdf>. – Дата доступа: 25.03.2018.

8. Уборка озимой пшеницы [Электронный ресурс]. – 2018. – Режим доступа: URL: <https://www.kazedu.kz/referat/182172/16>. – Дата доступа: 25.03.2018.

9. Сортовая агротехника озимой пшеницы в Лесостепи [Электронный ресурс]. – 2018.–Режим доступа: URL: <http://visacon.ru/sortovaya-agrotehnika/2841-sortovaya-agrotehnika-ozimoy-pschenicy-v-lesostepi.html>. – Дата доступа: 28.03.2018.

10. Леонов, А.Н. Основы научных исследований и моделирования: учеб.-методич. комплекс / А.Н. Леонов, М.М. Дечко, В.Б. Ловкис. – Минск: БГАТУ, 2010. – 276 с.

11. Сухопаров, С.Ю. Вывод рекуррентного соотношения ортогональных многочленов из процесса ортогонализации Грама-Шмидта, а также схема применения полученного рекуррентного соотношения / С.Ю. Сухопаров // arxiv:submit/1109657 [cs.NA]. – 8 Nov, 2014.

12. Сев озимой пшеницы на Украине [Электронный ресурс]. – 2018. – Режим доступа: URL: <http://visacon.ru/sortovaya-agrotehnika/2841-sortovaya->

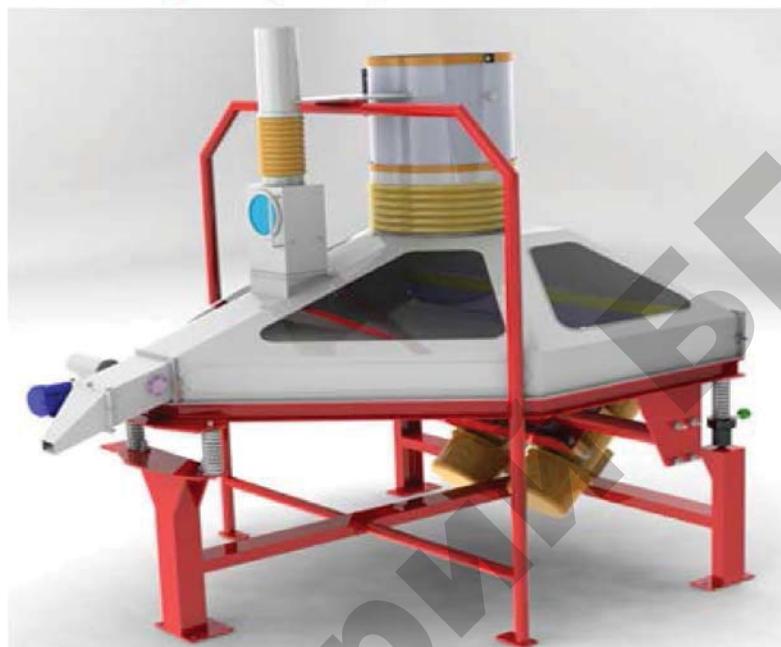
[agrotehnika-ozimoy-pshenicy-v-lesostepi.html](http://agrotehnika-ozimoy-pshenicy-v-lesostepi.html) – Дата доступа: 25.03.2018.

13. Wu, Zhong-liang. Effects of Harvesting Period on the Yield of Wheat / Zhong-liang Wu, Wei-qing Shen, Yin-lou Jiang // Journal of Anhui Agri. Sci. – 2016. – №3. – P. 46–47.

14/ Li, Yiling. Effects of Harvesting Period on the Yield of Corn / Yiling Li // Modern agricultural science and technology. – 2017. – № 6. – P. 4.

ПОСТУПИЛА В РЕДАКЦИЮ 25.05.2018

## Сепаратор вибропневматический



**Предназначен** для очистки зерновой массы от трудноотделимых примесей на зерноперерабатывающих предприятиях, элеваторах, комбикормовых заводах. Также может быть использован для подготовки семенного материала с целью предотвращения заражения спорыней зерна будущего урожая на семенных станциях и в фермерских хозяйствах.

Применение в технологических линиях очистки зерна разработанного сепаратора позволит повысить эффективность очистки зерна от трудноотделимых примесей за счет системы периодического вывода фракции примесей, а также комплекта отражающих и отбойных пластин, снижающих потери годного зерна с отходами.

### Основные технические данные

Производительность, т/ч до	6
Коэффициент очистки, % до	95
Площадь ситовой поверхности, м <sup>2</sup>	3,16
Диапазон регулировки угла наклона деки, град	2-8
Амплитуда колебаний, мм	2,5-3
Расход воздуха, м <sup>3</sup> /ч	10000
Установленная мощность привода, кВт	2×0,18
Диапазон регулировки частоты вращения электровибраторов, мин <sup>-1</sup>	800-1650
Разрежение в рабочей камере, Па	500-700
Габаритные размеры, мм (д ш в)	2240 2100 1960
Масса сепаратора, кг, не более	510