

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ В ЛОПАСТНОМ СМЕСИТЕЛЕ

Научно-практический центр НАН Беларуси по механизации сельского хозяйства, Минск

Исследование процесса перемешивания в лопастных смесителях имеет большое практическое значение в связи с их широким использованием в сельскохозяйственном производстве. Основными показателями эффективности функционирования данных устройств являются качество выполнения и энергоёмкость технологического процесса. Определяя зависимости этих показателей от параметров конструкции и режимов работы смесителя, следует учесть специфику процесса смешивания компонентов комбикорма при внесении в него жидких добавок. До последнего времени расчет лопастного смесителя (мешалки), от которого зависят качество перемешивания, производительность и энергоёмкость, производится весьма приближенными методами, так как процесс перемешивания изучался преимущественно применительно к сухим или жидким кормовым смесям.

В данной работе освещаются результаты теоретической разработки по определению мощности, потребляемой лопастным смесителем при перемешивании кормовых сухих смесей с вводом жидких компонентов.

Материалы и методы исследования. Для приготовления сыпучих кормовых смесей широко используются лопастные смесители, состоящие из корытообразного корпуса, в котором помещается вращающийся вал с лопастями, расположенными под острым углом к плоскости вращения (рис. 1). Вследствие наклонной установки лопастей перемешиваемый материал сдвигается в сторону, скользя как по днищу корпуса смесителя, так и по поверхности лопастей.

Исследования процесса смешивания проводились на разработанной экспериментальной установке – горизонтальном лопастном смесителе (рис. 2). В состав смеси включали зерновые компоненты: ячмень, пшеницу, дерть ячменную, отруби пшеничные. Объемная масса зерновой смеси составила около 700 кг/м^3 , модуль помола продукта – 1,2 мм, влажность материала – 13,8%.

Частоту вращения лопастного вала изменяли от 30 до 50 мин^{-1} (угловая скорость $\omega = 3,142 - 5,236 \text{ рад/с}$). Число лопастей на валу составляло 4 шт.; радиус лопасти (см. рис. 1) $r = 0,37 \text{ м}$; длина стойки $a = 0,23 \text{ м}$; ширина лопасти $B = 0,33 \text{ м}$, ее высота $L = 0,17 \text{ м}$. Коэффициент заполнения камеры смесителя k_ψ контролировали по углу ψ ее заполнения, который изменяли от $2\pi/3$ до $4\pi/3$ через каждые $\pi/6$. Угол установки лопасти α относительно плоскости, перпендикулярной оси вращения, и угол наклона лопасти α' относительно радиуса в плоскости, проходящей через стойку лопасти перпендикулярно ее образующей (кромке), изменяли от 10° до 50° через каждые 10° .

При исследованиях измеряли величины крутящего момента лопастного смесителя и потребляемой мощности при разных режимах работы смесителя, установки лопастей и различных коэффициентах заполнения смесительной камеры.

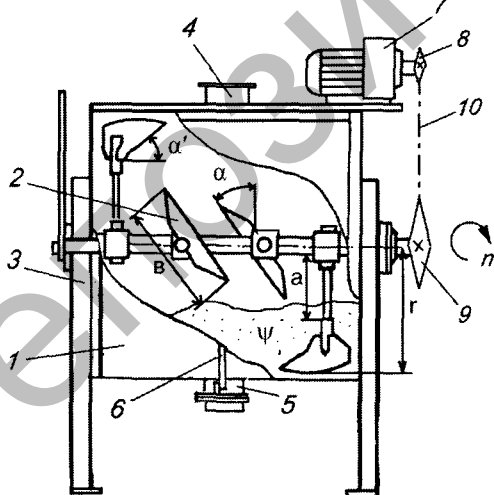


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – корпуса смесителя, 2 – лопастная мешалка, 3 – рама, 4 – загрузочный патрубок, 5 – выгрузная горловина, 6 – задвижка, 7 – электроприводы, 8, 9 – сменные звездочки, 10 – цепь

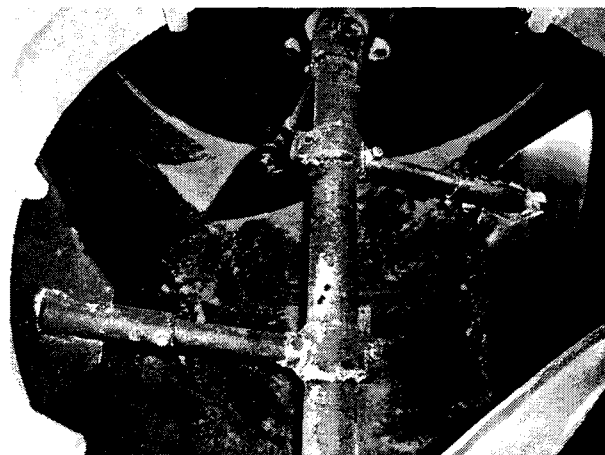


Рис. 2. Рабочий орган экспериментального смесителя

Зависимость коэффициента k_ψ заполнения смесительной камеры корытообразной формы от угла ψ выражается формулой

$$k_\psi = \begin{cases} \frac{\psi - \sin \psi}{\pi + 4}, & 0 \leq \psi \leq \pi; \\ \frac{\pi - 4 \cos \frac{\psi}{2}}{\pi + 4}, & \pi \leq \psi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Значения коэффициента k_ψ , соответствующие тем изменениям угла ψ , которые фиксировались во время опытов, приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. Коэффициент k_ψ в зависимости от угла ψ

ψ , рад	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π	$7\pi/6$	$4\pi/3$
k_ψ	0,172	0,297	0,440	0,585	0,720

В зависимости от расположения лопастей смешиваемые материалы движутся в корыте или навстречу друг другу (смесители порционного действия), или в одном направлении (смесители непрерывного действия). Многократное перемешивание материала в корыте лопастями в разных направлениях, трение его при этом о днище корыта и поверхность лопастей обеспечивают интенсивное перемешивание.

При воздействии лопастей смесителя на массу материала в условиях установившегося движения возникают следующие сопротивления движению: трение о днище корыта, о рабочие и боковые поверхности лопасти, сопротивление деформированию при смещении материала лопастью относительно соседних масс, сопротивление от сил инерции при вхождении лопасти в массу в начале ее рабочего движения. Основным из всех этих сопротивлений является трение о днище и рабочую поверхность лопасти. Величина трения о боковые поверхности лопасти и сопротивления смещаемого материала сдвигу относительно соседних масс будет незначительна. Сопротивление от сил инерции зависит от окружной скорости лопастей и числа оборотов. Очевидно, их значение может быть учтено только опытным путем.

Лопасть смесителя перемешивает комбикорм и выносит из общей массы смеси определенную ее часть, которая затем сыпается с лопасти.

Для упрощения расчетов примем $\alpha = 0$. Тогда, согласно расчетной схеме (см. рис. 3), уравнения движения материальной точки M в неинерциальной системе координат Oxy , совершающей вместе с лопастью переносное движение по отношению к инерциальной системе $O_1\xi\eta$, можно описать формулой

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= N + P_k - G \cos \varepsilon(t) - P_y \cos \delta(y) = 0 \\ m\ddot{y} &= -fN + G \sin \varepsilon(t) - P_y \sin \delta(y) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где m и $G = mg$ – соответственно масса и вес частицы; g – ускорение свободного падения; $\ddot{x} = 0$ и \ddot{y} – проекции относительного ускорения точки M на оси Oxy ; N – реакция связи; кориолисова сила инерции

$$P_k = 2m\omega\dot{y};$$

центробежная сила инерции

$$P_{ц} = m\rho(y)\omega^2;$$

где f – коэффициент внешнего трения скольжения комбикорма о сталь;

$$\varepsilon(t) = \frac{\pi}{2} - [\gamma - (\varphi_0 + \omega t)]; \quad \gamma = \frac{\pi}{2} - (\alpha' - \theta); \quad \theta = \arcsin \frac{L \sin \alpha'}{r};$$

$$\delta(y) = \gamma - \beta(y); \quad \beta(y) = \arctg \frac{y \cos \gamma}{r - y \sin \gamma}; \quad \rho(y) = \frac{r \cos \gamma}{\cos \delta(y)}$$

(φ_0 – начальный угол поворота радиуса r).

В общем случае система уравнений (1) является нелинейной, поскольку сила трения

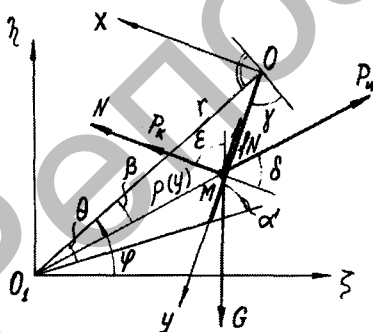


Рис. 3. Схема сил, действующих на частицу при ее движении по лопасти смесителя

$$F = -fN \operatorname{sign} v_{\text{отн}}, \text{ если } K = \frac{g \cos(\gamma - \varphi_0) - r\omega^2 \sin \gamma}{g \sin(\gamma - \varphi_0) + r\omega^2 \cos \gamma} > f_n,$$

где $v_{\text{отн}} = \dot{y}$ – скорость относительного движения частицы по лопасти; f_n – статический коэффициент внешнего трения комбикорма о лопасть.

Если же $K \leq f_n$, то движущие силы не могут преодолеть силу трения. В табл. 2 приведены коэффициенты K , соответствующие разным углам установки лопасти и частоте вращения лопастного вала при радиусе $r = 0,37$ м. В последних столбцах приведены интервалы углов наклона лопасти, при которых по ней начинается скольжение частиц комбикорма, соответствующие интервалу статических коэффициентов трения зерна по стали $f_n = 0,36 - 0,58$ [2, с. 61].

Т а б л и ц а 2. Коэффициенты K , при которых начинается относительное движение частиц комбикорма по лопасти смесителя

α°	10°	20°	30°	40°	$\varphi_{0\text{кр}}^\circ$
$\omega = 30 \text{ мин}^{-1}$					
50	0,325	0,522	0,775	1,144	12,0–22,6
40	0,202	0,383	0,606	0,909	18,8–29,0
30	0,093	0,266	0,469	0,731	24,9–34,7
20	-0,008	0,160	0,351	0,587	30,4–39,8
10	-0,105	0,063	0,246	0,464	35,5–44,5
$\omega = 40 \text{ мин}^{-1}$					
50	0,341	0,531	0,798	1,262	31,2–42,2
40	0,217	0,392	0,626	1,001	38,4–48,3
30	0,108	0,274	0,486	0,808	44,5–53,5
20	0,007	0,168	0,367	0,654	49,7–57,9
10	-0,090	0,070	0,261	0,524	54,3–61,7

Так, при $r = 0,37$ м, $L_n = 0,17$ м, $\omega = 40 \text{ об/мин} = 4,189 \text{ рад/с}$, $\varphi_0 = 40^\circ$ и начальных условиях:

$$t = 0 \mid y = y_0 = 0; \dot{y} = \dot{y}_0 = 0, \quad (2)$$

если $\alpha' = 40^\circ$, то $K = 0,392 > f_n = 0,33$ (см. табл. 3). При тех же параметрах и начальных условиях, если $\alpha' = 30^\circ$, то $K = 0,274 < f_n$, т. е. относительного движения частицы по лопасти не происходит.

После исключения из уравнений (1) реакции связи N , подстановки в них значений P_k , G , $P_{\text{ц}}$ и последующих преобразований имеем:

$$\ddot{y} - 2f\omega\dot{y} - \omega^2 y = M_1 \cos \omega t + N_1 \sin \omega t - b, \quad (3)$$

где $M_1 = -g[f \sin(\gamma - \varphi_0) - \cos(\gamma - \varphi_0)]$; $N_1 = g[f \cos(\gamma - \varphi_0) + \sin(\gamma - \varphi_0)]$; $b = \omega^2 r (f \cos \gamma + \sin \gamma)$.

Общее решение уравнения (3), которое является обыкновенным неоднородным дифференциальным уравнением, линейным относительно неизвестной функции $y(t)$ и ее производных, – это сумма общего решения z однородного уравнения

$$\ddot{y} - 2f\omega\dot{y} - \omega^2 y = 0 \quad (4)$$

и какого-нибудь частного решения y^* неоднородного уравнения (2), т. е.

$$y = z + y^*.$$

Общее решение однородного уравнения (4) имеет вид

$$z = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t},$$

где $\lambda_{1,2} = \omega(f \pm \sqrt{f^2 + 1})$ – корни характеристического уравнения

$$\lambda^2 - 2f\omega - \omega^2 = 0.$$

Частное решение неоднородного уравнения (3), правая часть которого является суммой двух функций:

$$f_1(t) = M_1 \cos \omega t + N_1 \sin \omega t \text{ и } f_2(t) = -b,$$

является суммой.

$$y^* = y_1^* + y_2^*,$$

где y_1^* и y_2^* – частные решения соответствующих неоднородных уравнений.

Для неоднородного уравнения

$$\ddot{y} - 2f\omega \dot{y} - \omega^2 y = M_1 \cos \omega t + N_1 \sin \omega t$$

частное решение

$$y_1^* = A \cos \omega t + B \sin \omega t.$$

Здесь A и B – коэффициенты, определяемые методом вариации произвольных постоянных [3, с. 88, 94]:

$$A = \frac{g \left[2f \sin(\gamma - \varphi_0) - (1 - f^2) \cos(\gamma - \varphi_0) \right]}{2\omega^2(1 + f^2)},$$

$$B = \frac{-g \left[2f \cos(\gamma - \varphi_0) + (1 - f^2) \sin(\gamma - \varphi_0) \right]}{2\omega^2(1 + f^2)}.$$

Для неоднородного уравнения

$$\ddot{y} - 2f\omega \dot{y} - \omega^2 y = -b$$

частное решение ищем в виде [3, с. 96]

$$y_2^* = -r(f \cos \gamma + \sin \gamma).$$

Таким образом, общее решение уравнения (3) имеет вид

$$y = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + A \cos \omega t + B \sin \omega t - r(f \cos \gamma + \sin \gamma) \quad (5)$$

и

$$\dot{y} = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 C_2 e^{\lambda_2 t} - \omega(A \sin \omega t - B \cos \omega t). \quad (6)$$

При начальных условиях (2) имеем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} C_1 + C_2 + A - r(f \cos \gamma + \sin \gamma) &= 0 \\ \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + \omega B &= 0 \end{aligned} \right\},$$

откуда произвольные постоянные

$$C_1 = \frac{\omega B - \lambda_2 [A - r(f \cos \gamma + \sin \gamma)]}{\lambda_2 - \lambda_1} \text{ и } C_2 = \frac{-\omega B + \lambda_1 [A - r(f \cos \gamma + \sin \gamma)]}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Т а б л и ц а 3. Расчетные значения общего решения y уравнения (3) по формуле (5) и производной \dot{y} по формуле (6)

$t_i, \text{ с}$	0	0,0164	0,0328	0,0492	0,0656	0,0820
$y, \text{ м}$	0	0,0013	0,0055	0,0127	0,0232	0,0372
$\dot{y}, \text{ м/с}$	0	0,165	0,344	0,536	0,743	0,966
$t_i, \text{ с}$	0,0984	0,1148	0,1312	0,1476	0,1640	
$y, \text{ м}$	0,0549	0,0767	0,1029	0,1337	0,1694	
$\dot{y}, \text{ м/с}$	1,204	1,459	1,733	2,024	2,336	

Если $r = 0,37\text{ м}$; $L_n = 0,17\text{ м}$; $\omega = 30\text{ мин}^{-1}$; $f = 0,33$; $\varphi_0 = 30^\circ = 0,524\text{ рад}$; $\alpha' = 40^\circ = 0,698\text{ рад}$, то $\lambda_1 = 4,345\text{ рад/с}$; $\lambda_2 = -2,272\text{ рад/с}$; $A = -0,139\text{ м}$; $B = -0,477\text{ м}$; $C_1 = 0,408\text{ м}$ и $C_2 = 0,120\text{ м}$.

Вычислим по формулам (5) и (6) $x(t_i)$ и $v_{отн} = \dot{y}(t_i)$, например при дискретных значениях аргумента $t_i = 0,0164i$, $i = 0-10$ (см. табл. 3).

Частица комбикорма (материальная точка M), перемещаясь по лопасти, достигает ее верхней кромки и начинает свободное движение (см. рис. 4). Его начальные условия задаются начальной абсолютной скоростью

$$v_0 = \sqrt{\dot{y}(L)^2 + v_n^2 - 2\dot{y}(L) \cdot v_n \cos(\gamma - \theta)}$$

и углом наклона вектора \vec{v}_0 к горизонту

$$\alpha_0 = -\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_0 + \omega t_k - \gamma - \Psi\right),$$

где $\dot{y}(L)$ – относительная скорость частицы, когда она достигает кромки лопасти; $v_n = \rho(L) \cdot \omega$ – скорость переносного вращения; t_k – время относительного движения частицы от нижней до верхней кромки лопасти;

$$\Psi = \arcsin \frac{v_n \cdot \sin(\gamma - \theta)}{v_0}$$

Если в общем решении (5) уравнения (3) $y = L$, то

$$C_1 e^{\lambda_1 t_k} + C_2 y^{\lambda_2 t_k} + A \cos \omega t_k + B \sin \omega t_k - r(f \cos \gamma + \sin \gamma) - L = 0.$$

Далее численным методом определяем время t_k , используя в пакете прикладных математических программ MathCAD специальную встроенную функцию `root` [4, с. 224–228]. Результаты вычисления t_k , v_0 и α_0 приведены в табл. 4. Интервалы значений параметров в них соответствуют интервалам изменения статического коэффициента трения зерна о сталь $f_n = 0,36-0,58$ и динамического коэффициента $f = 0,33-0,48$ [2, с. 61].

Силу, действующую на частицу почвы (материальную точку), которая находится в турбулентном воздушном потоке, определяют по формуле

$$P = k \rho_v S_M (v_B - v_{\text{ч}})^2,$$

где $k = \frac{mg}{v_{\text{кр}}^2 \rho_v S_M}$ – коэффициент сопротивления воздуха; $v_{\text{кр}}$ – критическая скорость вертикального воздушного потока (скорость витания частицы), при которой скорость частицы $v_{\text{ч}} = 0$; ρ_v – плотность воздуха; S_M – площадь миделева сечения частицы (проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению воздушного потока); v_B – скорость воздушного потока.

Скорости витания зерен находятся в пределах 8,1–11,5 м/с [2, с. 159].

С учетом значения коэффициента k , имеем

$$P = \frac{mg}{v_{\text{кр}}^2} (v_B - v_{\text{ч}})^2.$$

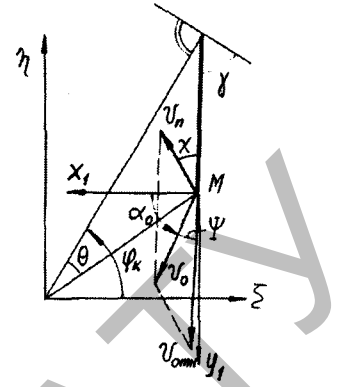


Рис. 4. Схема к определению начальных условий свободного движения частицы комбикорма после схода ее с лопасти смесителя

Т а б л и ц а 4. Результаты расчёта начальных условий свободного движения частиц комбикорма, которые ссыпаются с лопасти смесителя

α' , град	10	20	30	40	50
$\omega = 30$ рад/с					
φ_0 , град	35,5–44,5	30,4–39,8	24,9–34,7	18,8–29,0	12,0–22,6
$v_{0н}$, м/с	0,633	0,646	0,669	0,701	0,745
$\alpha_{0н}$, град	24,6–34,6	24,6–35,3	24,9–35,8	25,0–36,7	25,3–37,5
$t_{дв}$, с	0,177–0,168	0,176–0,167	0,176–0,165	0,176–0,165	0,176–0,164
φ_k , град	67,4–74,7	62,1–69,9	56,6–66,4	50,5–58,7	43,7–52,1
$v_{0к}$, м/с	2,212–2,355	2,111–2,276	2,008–2,156	1,882–2,055	1,731–1,907
$\alpha_{0к}$, град	–56,4 ... –64,8	–56,3 ... –65,3	–56,5 ... –65,5	–56,7 ... –66,4	–57,0 ... –67,0
$\omega = 40$ рад/с					
φ_0 , град	54,3–61,7	49,7–57,9	44,5–53,5	38,4–48,3	31,2–42,2
$v_{0н}$, м/с	0,844	0,861	0,892	0,935	0,993
$\alpha_{0н}$, град	42,0–50,5	42,5–52,0	42,9–53,3	43,0–54,4	42,7–55,6
$t_{дв}$, с	0,140–0,134	0,139–0,133	0,139–0,132	0,139–0,131	0,139–0,131
φ_k , град	87,9–93,9	83,1–89,8	77,9–85,2	71,8–79,7	64,6–73,6
$v_{0к}$, м/с	2,729–2,899	2,591–2,789	2,454–2,653	2,286–2,485	2,082–2,412
$\alpha_{0к}$, град	–75,6 ... –82,6	–75,8 ... –83,9	–76,2 ... –85,0	–76,3 ... –85,8	–76,1 ... –87,0

Тогда дифференциальные уравнения движения материальной точки

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= -k_n mgv^2 \cos \alpha \\ m\ddot{y} &= -mg - k_n mgv^2 \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

при начальных условиях

$$t = 0 \left\{ \begin{aligned} x &= x_0 = 0; y = y_0 = 0; \\ \dot{x} &= \dot{x}_0 = v_0 \cos \alpha_0; \dot{y} = \dot{y}_0 = v_0 \sin \alpha_0. \end{aligned} \right.$$

Результаты и их обсуждение. Систему дифференциальных уравнений (7) решаем численным методом. Результаты позволяют оценить параметры потока компонентов комбикорма и скорректировать установку сопел, которые распыливают жидкую добавку.

Наибольший объем выноса комбикорма лопастью происходит в том случае, когда последняя в момент выхода из массы, находящейся в смесителе, занимает горизонтальное положение. Тогда

$$V_n = \frac{L^2}{12} (3B - L) \operatorname{tg} \psi_{об},$$

где $\psi_{об}$ – угол естественного откоса при обрушении сыпучего материала (для зерна $\psi_{об} = 30\text{--}38^\circ$) [2, с. 64].

При этом угол ψ заполнения смесительной камеры

$$\psi = \pi - 2(\alpha' - \theta).$$

В горизонтальных лопастных смесителях периодического действия требуемое качество смеси (коэффициент вариации контрольного компонента $v \leq 1,5\%$) достигается при продолжительности процесса смешивания $T \approx 2$ мин. За время T из общей массы комбикорма z лопастей выносятся объем:

$$V_z = V_n n z T$$

(n – частота вращения лопастного вала, об/мин).

Объем комбикорма в экспериментальном смесителе (см. рис. 1)

$$V_{см} = k_{\psi} \frac{r^2 (\pi + 4)}{2} L_k.$$

Таким образом, за цикл смешивания вся масса комбикорма опрыскивается в потоке жидкой жировой добавкой $k = V_z / V_{см}$ раз. Например при параметрах, которые имеет экспериментальный стенд и $n = 30 \text{ мин}^{-1}$, $L_k = 0,8$ м, $T = 2$ мин, коэффициент $k = 1,93$. Интенсивность обработки комбикорма жидкой добавкой можно увеличить, смонтировав на каждой ступице не одну, а две лопасти.

Выводы

1. Для организации взаимодействия факела жидкой жировой добавки с потоком сухих компонентов комбикорма угол заполнения смесительной камеры должен быть $\psi \leq \pi$ ($k_{\psi} \leq 0,44$).
2. Частота вращения лопастного вала не должна превышать 40 мин^{-1} , поскольку иначе центробежная сила инерции препятствует скольжению комбикорма по лопасти.
3. Угол наклона лопасти по отношению к стойке следует принять $\alpha' = 30^\circ - 40^\circ$.

Литература

1. Спротивление на приводе лопастного смесителя (однофакторные уравнения регрессии) / И. С. Нагорский [и др.] // Механизация и электрификация сельского хозяйства: межвед. темат. сб. – Минск, 2004. – С. 244–248.
2. К о в а л е в, Н. Г. Сельскохозяйственные материалы (виды, состав, свойства) / Н. Г. Ковалев, Г. А. Хайлис, М. М. Ковалев // Аграрная наука. – 1998. – 208 с.
3. П и с к у н о в, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления / Н. С. Пискунов. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
4. Г у р с к и й, Д. А. Вычисления в MathCAD / Д. А. Гурский. – Минск: Новое знание, 2003. – 814 с.

A. I. PUNKO, L. F. MINKO

THEORETICAL PRECONDITIONS AND FINDINGS OF HASHING PROCESS IN A PADDLE-TYPE MIXER

Summary

In connection with their wide use in an agricultural production the blade-mixers research of process of hashing, definition of efficiency of their functioning has the big practical value. Calculation blade-mixers, definition of quality of mixing, productivity and power consumption is made studied mainly with reference to dry or liquid fodder mixes.

In given article results of theoretical development by definition of the capacity consumed blade-mixers at hashing of fodder dry mixes with input of liquid additives are resulted, and also were considered working on the blade of the mixers of resistance, at movement in weight of a material in conditions of the established movement.