УДК 631.3.072

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА РАБОТ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МАШИННО-ТРАКТОРНЫХ АГРЕГАТОВ

Непарко Т.А., к.т.н., доцент, Микулич А.А., студент
УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», г. Минск, Республика Беларусь

Введение

Проектирование систем, предназначенных для реализации заданных функций, является лишь одним из аспектов задач, стоящих перед инженером. Из всех возможных проектов инженер должен выбрать тот, который обеспечивает выполнение заданной функции при минимальных затратах. При формулировке задачи оптимизации инженер неизбежно сталкивается с экономикой, а при ее решении – с математическими проблемами. Исходя из этого, применение метода геометрического программирования, отличающегося простотой используемых математических приемов, для решения оптимизационных задач при эксплуатации машинно-тракторных агрегатов является актуальным. Метод геометрического программирования позволяет получить общее решение задачи в виде новой зависимости (двойственной функции) для целевой функции, в которую не входят переменные параметры модели. Основные особенности и преимущества метода геометрического программирования по сравнению с другими методами нелинейного программирования состоят в следующем.

Основная часть

В любой задаче геометрического программирования можно получить двойственную функцию для прямой целевой функции, в которую не входят двойственные переменные D_i и сначала определяют минимум целевой функции, а затем переходят к формированию двойственной задачи – нахождению максимума двойственной функции. Оптимальность проекта может определяться различными критериями. Известно, что капитальные вложения в технику носят разовый характер, а эксплуатационные расходы производятся непрерывно. Это различие в способах оплаты можно устранить, полагая, что для производства первоначальных капитальных вложений берется заем, который затем выплачивается постоянными взносами в течение срока службы технических средств. Отношение величины этого взноса к первоначальным капитальным затратам представляет собой коэффициент эффективности капитальных вложений E, определяемый как функция процентов на капитал и срока службы техники. Рассматривая общие, или приведенные, затраты в единицу времени, определенные как сумма эксплуатационных затрат и постоянного взноса за первоначальные капитальные вложения, приходящаяся на эту же единицу времени, можно считать, что оптимальным будет проект, обеспечивающий минимум общих (приведенных) затрат. Исходя из этого, определим рациональное распределение обрабатываемой площади с учетом минимальных приведенных затрат на вспашке 1200 га, если функция затрат

$$g_0 = C_1 x_1 + C_2 x_2,$$

где C_1 и C_2 – приведенные затраты, соответственно для пахотного агрегата Беларус 1523+ПГПО-5-35 и Беларус 800+ПГПО-3-35, у.е./га, C_1 = 33,72 у.е./га, C_2 = 29,6 у.е/га; x_1 и x_2 – обрабатываемые площади соответственно для Беларус 1523+ПГПО-5-35 и Беларус 800+ПГПО-3-35, га.

Исходная модель задачи — минимизировать целевую функцию

$$g_0 = 33,72 x_1 + 29,6 x_2.$$

при справедливости активных ограничений

$$x_1 + x_2 \le S, \quad (1)$$

где S – обрабатываемая площадь, га.

При методе геометрического программирования активное ограничение (1) должно лежать в положительной области, т.е. все значения x_1 и x_2 больше или равны нулю. Преобразуем обратные ограничения. Ограничение по знаку обратно тому, которое необходимо для геометрического программирования

$$\left(\sum_{i=1}^{n} U_i\right)^{-1} \le \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{a_i}{U_i}\right)^{a_i} \le \sum_{i=1}^{n}\frac{a^2{}_i}{U_i}, \quad (2)$$

где $U_1, U_2, ..., U_n$ – положительные числа; n – число членов целевой функции g_0; $a_1, a_2, ..., a_n$ – любые положительные числа, удовлетворяющие условию

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = 1. \quad (3)$$

Применительно к нашему случаю положительные весовые коэффициенты распределения объемов работ по машинно-тракторным агрегатам

$$a_1 + a_2 = 1.$$

Применив к выражению (3) левую часть геометрического неравенства (2), получим геометрически обратный позином

$$g_1 = \frac{1}{S} x_1 + \frac{1}{S} x_2 \le 1. \quad (4)$$

С учетом правой части (2) выражение (4) примет вид

$$g_2 = Sa_1^2 x_1^{-1} + Sa_2^2 x_2^{-1} \le 1. \quad (5)$$

Выражение (5) носит название гармонического обратного позинома активного ограничения.

Таким образом, записав обратное ограничение в виде геометрического или гармонического обратного позинома, получим прямую геометрическую программу. При этом выделяем коэффициенты $C_3 = S \cdot a_1^2$ и $C_4 = S \cdot a_2^2$ гармонического обратного позинома активного ограничения.

Положительные весовые коэффициенты распределения объемов работ по агрегатам первоначально примем условно равными между собой с учетом выражения (3), т.е. $a_1 = a_2 = 0.5$.

Формируем двойственную задачу – находим максимум ее функции при линейных двойственных ограничениях и двойственных переменных D_i

$$V_{\max} = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{C_i}{D_i} \right)^{D_i} \prod_{k=1}^{p} L_k^{L_k}, \quad (6)$$

где p – число ограничений; L – множитель Лагранжа (положительный множитель); ${L_k}^{L_k}$ – суммарное влияние всех ограничений.

В рассмотренной функции (6) любую задачу в паре можно принять за исходную (прямую), тогда другая задача будет двойственной по отношению к ней.При этом, если в первой или исходной задаче требуется, например, максимизировать целевую функцию при заданных ограничениях, то во второй – двойственной задаче – требуется минимизировать другую целевую функцию.

Анализируя модели двойственных задач, устанавливаем следующие связи между ними. Свободные члены ограничений прямой задачи служат коэффициентами целевой функции двойственной задачи, а коэффициенты целевой функции прямой задачи – свободными членами ограничений двойственной. Максимизация (минимизация) целевой функции прямой задачи заменяется минимизацией (максимизацией) целевой функции двойственной задачи.

Каждому ограничению–неравенству прямой задачи соответствует неотрицательная переменная двойственной, а каждому ограничению–равенству – переменная произвольного знака. Каждой неотрицательной переменной прямой задачи соответствует ограничение–неравенство двойственной, а каждой произвольной переменной – ограничение–равенство. В задаче максимизации ограничения–неравенства имеют смысл $\le$, в задаче минимизации $\ge$.

При формировании двойственной задачи необходимо выполнить условия: неотрицательности — $D_i \geq 0$; нормализации — $\sum_{i=1}^{n_0} D_i = 1$; ортогональности — $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} D_i = 0 \ (j = 1, 2, \ldots m)$, где n_0 – число переменных в целевой функции g_0; m – число двойственных переменных. В нашей задаче двойственные переменные $D_1, D_2, D_3, D_4 \ (m = 4)$.

Двойственная задача не зависит от переменных x_1 и x_2 прямой задачи, а содержит только коэффициенты C_1 и C_2 позиномов и двойственные переменные D_1, D_2, D_3, D_4, которые являются положительными величинами; сумма двойственных переменных D_1, D_2 целевой функции равна единице; для целевой g_0 и двойственной V функций справедливо соотношение

$$g_0 \geq V,$$

на основании которого можно записать неравенство

$$g_0 \geq Z \geq V.$$

Из него видно, что Z является для g_0 минимальным значением, а для V – максимальным. В оптимальной точке

$$g_{0_{\min}} = V_{\max} = Z.$$

В нашей задаче условие ортогональности имеет вид

$$\frac{1}{S} x_1 D_1 + \frac{1}{S} x_2 D_2 + S a_1^2 x_1^{-1} D_3 + S a_2^2 x_2^{-1} D_4 = 0. \tag{7}$$

Взяв частные производные в выражении (7) поочередно по x_1, x_2, x_3 получим $D_1 = D_3$ и $D_2 = D_4$, а из условия нормализации (7) $D_1 + D_2 = 1$.

Величину D_i нельзя определить из системы двойственных ограничений, потому что в задаче число переменных больше числа уравнений, т.е. степень ее сложности $d > 0$.

В двойственные ограничения

$$\sum_{i=1}^{n_0} D_i = 1 \text{ и } \sum_{i=1}^{n} a_{ij} D_i = 0 \ (j = 1, 2, \ldots m)$$

входят m двойственных переменных, т.е. m условий ортогональности и одно условие нормализации – $(m-1)$ уравнений, а число неизвестных, подлежащих определению в целевой функции g_0, равно n. Тогда число параметров d, которыми мы должны задаваться с целью разрешения условий ортогональности,

$$d=(m-1)-n.$$

В нашем случае $m=4$, $n=2$. Тогда степень сложности задачи

$$d=4-1-2=1.$$

При степени сложности задачи $d=1$ в двойственных ограничениях с учетом условия нормализации $D_1+D_2=1$ принимаем d базисных переменных r_j $(j=1,2,...,D)$. В этом случае базисная переменная равна r. Тогда

$$D_2=r;\ D_1=1-r=D_3;\ D_2=D_4=r.$$

Вводим множитель Лагранжа $L=D_3+D_4$.

Итак, максимум двойственной функции из выражения (6)

$$V_{\max}=\left(\frac{C_1}{D_1}\right)^{D_1}\left(\frac{C_2}{D_2}\right)^{D_2}\left(\frac{C_3}{D_3}\right)^{D_3}\left(\frac{C_4}{D_4}\right)^{D_4}\cdot 1^1=\left(\frac{C_1}{1-r}\right)^{1-r}\left(\frac{C_2}{r}\right)^{r}\left(\frac{C_3}{1-r}\right)^{1-r}\left(\frac{C_4}{r}\right)^{r}\cdot 1^1.$$

Заметим, что базисная переменная r имеет пределы изменения $0\le r\le 1$.

При $r=0.5$; $C_1=33,72$; $C_2=29,6$; $C_3=Sa_1^2$=300; $C_4=Sa_2^2=300$,

$$V_{\max}=\left(\frac{33,72}{0,5}\right)^{0,5}\left(\frac{29,6}{0,5}\right)^{0,5}\left(\frac{300}{0,5}\right)^{0,5}\left(\frac{300}{0,5}\right)^{0,5}1^1=37928,35 \text{ у.е.}$$

Тогда объем выполненных работ на вспашке агрегатом Беларус 1523+ПГПО-5-35 составит:

$$x_1=D_1\frac{V_{\max}}{C_1}=0,5\frac{37928,35}{33,72}=562,4 \text{ га;}$$

агрегатом Беларус 800+ПГПО-3-35 — $x_2=S-x_1=1200-562,4=637,6$ га.

Заключение

Алгоритм определения оптимального распределения объема работ при использовании машинно-тракторных агрегатов с учетом минимальных приведенных затрат реализован с помощью программных средств для ПЭВМ. Разработанные алгоритм и программа расчета на ПЭВМ положены в основу рационального использования машинно-тракторных агрегатов в природно-производственных условиях Республики Беларусь и конкретных условиях сельскохозяйственного предприятия. Разработанная методика определения оптимального распределения объема работ при использовании машинно-тракторных агрегатов с учетом минимальных приведенных затрат может быть использована при проектировании производственных процессов, планировании использования технического и трудового потенциала, организации и управлении работ в сельскохозяйственном предприятии.

Литература

1. Эксплуатация машинно-тракторного парка: Учеб. пособие/ Под общ. ред. Р.Ш. Хабатова. – М.: ИНФРА – М, 1999.
2. Гометрическое программирование и техническое проектирование: К. Зенер. – М.: Мир, 1973.
3. Элементарное введение в геометрическое программирование. Г.А. Бекишев, М.И. Кратко. – М.: Наука, 1980.

УДК 631.17:635.21

ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГОЕМКОСТИ РАСТИТЕЛЬНОЙ БИОМАССЫ КАК СЫРЬЯ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ БИОТОПЛИВА

Колос В.А., к.т.н.
Всероссийский научно-исследовательский институт механизации Россельхозакадемии,
г. Москва, Российская Федерация

Введение

Основным продуктом первой стадии является биомасса, полученная путем выращивания (или сбора) и хранения: отходы сельского хозяйства, лесозаготовки, лесопиления, деревообработки и торфодобычи; крахмалсодержащие клубне- или корнеплоды, семена масличных культур, быстрорастущих наземных и водных энергетических растений. Побочные продукты с высоким энергосодержанием, пригодные к переработке в БТ другого вида (назовем его технологическим), например, топливных гранул для энергогенерирующих установок, могут направляться на дополнительную автономную стадию [1].

В общем случае энергоемкость производства БТ определяется на основе ресурсно-энергетических моделей перехода природной и техногенной энергии ресурсов в энергию продуктов – природную, аккумулированную в процессе фотосинтеза, и техногенную, затраченную на их получение, обусловливающих соответственно, их энергосодержание и энергоемкость [2].