УДК 631.363

Биза Ю.С.[1], к.ф.-м.н., доцент, Крук И.С.[1], к.т.н., доцент, Чигарев Ю.В.[1,2], д.ф.-м.н., профессор

[1]*Белорусский государственный агарный технический университет, г. Минск, Республика Беларусь;*

[2]*Западно-Поморский технологический университет, г. Щетин, Республика Польша*

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЕМПФИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПАРАМЕТРОВ ИХ УСТАНОВКИ НА ПРОЦЕСС ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ШТАНГИ ПОЛЕВОГО ОПРЫСКИВАТЕЛЯ

Введение

В процессе работы колеса опрыскивателя копируют неровности поверхности поля, в результате чего образуются возмущения, которые передаются распределительной штанге, вызывая ее колебания. Поэтому важным направлением усовершенствования конструкций полевых опрыскивателей является разработка и установка механизмов и систем, обеспечивающих плавность хода распределительных штанг и постоянства высоты их расположения над обрабатывающей поверхностью во время работы.

Основная часть

Система стабилизации штанги (рис. 1) относится к пассивным системам и основана на использовании упругих элементов гашения колебаний. Подвижная рамка 6 закреплена на штоке гидроцилиндра 5, нижний конец которого крепится на пластине 4, соединенной с остовом опрыскивателя при помощи двух пружин 1. При помощи роликов 9 рамка может свободно перемещаться в направляющих остова опрыскивателя 8.

Штанга 7 закреплена на подвижной рамке 6 шарнирным соединением 10, обеспечивающим ее вращательное движение. Гашение колебаний штанги в вертикальной плоскости обеспечивается пружинами 1, 3 и амортизаторами 2. При этом штанга совершает сложное движение по отношению к остову опрыскивателя: поступательное вместе с рамкой в направляющих и вращательное относительно рамки.

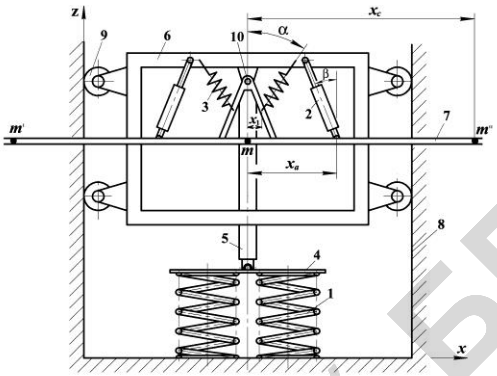

Рисунок 1 – Схема системы стабилизации в вертикальной плоскости

Колебательное движение штанги опрыскивателя может быть описано уравнениями Лагранжа второго рода [1, 2]

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E_{\text{к}}}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial E_{\text{к}}}{\partial q_1} = Q,$$

где t – время; q – обобщенная координата; $\dot{q}_1$ – обобщенная скорость; Q – обобщенная сила; $E_{\text{к}}$ – кинетическая энергия системы.

Разложим движение системы (рис. 1) на переносное поступательное вместе с центром масс штанги и относительное по отношению к системе координат, движущейся поступательно вместе с этим центром. Тогда по теореме Кенига кинетическая энергия системы в абсолютном движении складывается из кинетической энергии центра масс $E_{\text{к}}^{c}$, если в нем сосредоточить всю массу движущейся системы, и кинетической энергии штанги $E_{\text{к}}^{r}$ относительно центра масс

$$E_{\text{к}} = E_{\text{к}}^{c} + E_{\text{к}}^{r} = \frac{mv_{\text{c}}^{2}}{2} + \frac{a\dot{q}_1^{2}}{2}, \qquad (1)$$

где m – масса системы; v_c – скорость центра масс штанги; a – коэффициент инерции.

Для поступательного движения части системы в направляющих

$$v_c = v = \dot{z} = \dot{q}_2 \quad \text{и} \quad E_{\text{к}}^{(2)} = \frac{mv_c^2}{2} = \frac{m\dot{q}_2^2}{2} = \frac{m\dot{z}^2}{2}.$$

Уравнение Лагранжа для этого движения имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E_{\text{к}}^{(2)}}{\partial \dot{q}_2}\right) - \frac{\partial E_{\text{к}}^{(2)}}{\partial q_2} = Q_{\text{п}} + Q_{\text{д}},$$

где $Q_{\text{п}} = -\dfrac{\partial E_{\text{п}}}{\partial q_2}$ – обобщенная потенциальная сила двух параллельных пружин 1 (рис. 1); $Q_{\text{д}}$ – диссипативная сила сопротивления аамортизаторов 2.

Для принятых обобщенных координат $q = z$, при этом потенциальная энергия равна

$$E_{\text{п}} = \frac{2c_2 q_2^2}{2} = \frac{2c_2 z^2}{2} = c_2 z^2, \quad (c_2 = 2c_1)$$

где c_1 – жесткость пружины 1.

Откуда $Q_{\text{п}} = -2c_2 z$.

Обобщенная диссипативная сила сопротивления амортизатора

$$Q_{\text{д}} = -\mu_a \dot{q}_2 = -\mu_a \dot{z},$$

где μ_a – обобщенный коэффициент сопротивления амортизатора.

Тогда уравнение Лагранжа примет следующий вид

$$\ddot{z} + 2b\dot{z} + k^2 z = 0, \quad \left(2b = \frac{\mu}{m};\ \ k = \sqrt{\frac{2c_2}{m}}\right).$$

Решение этого уравнения в зависимости от соотношения между величинами b и k выражается одной из трех форм

$$z = e^{-bt} A\sin(k_1 t + \alpha) \qquad \text{при } b < k, \quad \left(k_1 = \sqrt{k^2 - b^2}\right);$$

$$z = e^{-bt}(C_1 e^{rt} + C_2 e^{-rt}) \quad \text{при } b > k, \quad \left(r = \sqrt{b^2 - k^2}\right); \tag{2}$$

$$z = e^{-bt}(C_1 t + C_2) \qquad \text{при } b = k,$$

где C_1, C_2 – постоянные интегрирования.

Во всех этих случаях из-за множителя e^{-bt} величина z стремится к нулю с возрастанием времени, то есть затухает. При малых значениях коэффициента затухания ($b < k$) затухающее движение имеет колебательных характер, а при больших ($b \geq k$) движение системы не является колебательным, отклонение системы экспоненциально стремиться к равновесному нулевому положению. Для описания колебательного движения штанги в уравнении Лагранжа в качестве обобщенной координаты примем угол поворота штанги φ. Тогда уравнение примет вид

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial E_k}{\partial \varphi}\right) - \frac{\partial E_\text{к}}{\partial \varphi} = -\frac{\partial E_\text{п}^{'}}{\partial \varphi} + Q_g^{'},$$

где $E_\text{п}^{'}$ – потенциальная энергия штанги; $Q_\text{д}^{'}$ – обобщенная сила сопротивления амортизаторов штанги; $E_\text{к}$ – определяется формулой (1).

Потенциальная энергия системы состоит из потенциальной энергии полей сил тяжести $E_\text{п}^\text{т}$ и сил упругости $E_\text{п}^\text{у}$. Так как $z_c = z_0 = 0$, то $E_\text{п}^\text{т} = Pz_c = 0$. Следовательно $E_\text{п}^{'} = E_\text{п}^\text{у}$.

$$E_\text{п}^{'} = -c\int_{z-\lambda_\text{ст}}^{\lambda_\text{ст}} zdz - c\int_{z+\lambda_\text{ст}}^{\lambda_\text{ст}} zdz = \frac{c}{2}\left[\lambda_\text{ст}^2 - (z-\lambda_\text{ст})^2\right] - \frac{c}{2}\left[\lambda_\text{ст}^2 - (z+\lambda_\text{ст})^2\right] = cz^2. \tag{3}$$

где $z = \varphi x_1$; x_1 – расстояние от центральной точки подвеса штанги до точки крепления пружин на штанге.

Действительно $F = c_3 \Delta S$, $\Delta S = \dfrac{F}{c_3}$, $F_z = c\Delta z$, $F_z = F\cos\alpha$,

$$\Delta z = \frac{\Delta S}{\cos\alpha}, \; c = \frac{F}{\Delta z} = \frac{F\cos\alpha}{\Delta z} = \frac{F\cos^2\alpha}{\Delta S} = c_3\cos^2\alpha,$$

где α – угол установки пружин относительно горизонтальной плоскости; c_3 – жесткость пружины 3.

С учетом (3) обобщенная сила, соответствующая потенциальной энергии $E'_{\text{п}}$, равна

$$Q'_{\text{п}} = -\frac{\partial E'_{\text{п}}}{\partial \varphi} = -2cx_1^2\varphi = -c_{\text{п}}\varphi, \qquad \left(c_{\text{п}} = 2cx_1^2\right).$$

Определим обобщенную силу $Q'_{\text{д}}$, вызванную силой сопротивления амортизаторов, пропорциональной скорости $\bar{F}_c = -k'\bar{v}_a$ (k' – коэффициент пропорциональности)

$$Q'_{\text{д}} = \frac{\sum \delta A_k}{\delta\varphi} = -\frac{k'v_a\delta z}{\delta\varphi\cos\beta} = -\frac{k'\dot{\varphi}x_a{}^2\delta\varphi}{\delta\varphi\cos\beta} = -\frac{k'\dot{\varphi}x_a{}^2}{\cos\beta},$$

где $v_a = \dot{\varphi}x_a$ и $\delta z = \delta\varphi x_a$ – соответственно скорость и перемещение точки приложения силы $\bar{F}_c$; β – угол установки амортизатора относительно вертикальной оси; x_a – расстояние от середины штанги до центра точки крепления на ней амортизатора.

$$Q'_{\text{д}} = -\frac{k'\dot{\varphi}l_a^2}{\cos\beta} = -\mu'\dot{\varphi}, \qquad \left(\mu' = \frac{k'x_a^2}{\cos\beta}\right). \tag{4}$$

Очевидно, в рассматриваемой системе реализуется случай больших сопротивлений $b > k$ и применима зависимость (2). В общем случае можно принять, что z по экспоненте стремиться к нулю с некоторым коэффициентом n, т.е. $z \sim Ce^{-nt}$. Тогда

$$v_c = \dot{z} = -Cne^{-nt} = De^{-nt}, \qquad (D = -Cn),$$

а кинетическая энергия равна

$$E_{\text{к}} = \frac{mD^2e^{-2nt}}{2} + \frac{I_{cy}\dot{\varphi}^2}{2},$$

где I_{cy} – момент инерции относительно оси y.

Тогда из уравнения Лагранжа получим дифференциальные уравнения колебаний штанги в форме

$$I_{cy}\ddot{\varphi} + \mu'\dot{\varphi} + c_{\text{п}}\varphi = Bx_c e^{-nt}, \tag{5}$$

где $Bx_c e^{-nt}$ – обобщенная сила переносной силы инерции, которую можно рассматривать как момент пары сил, образованной переносной силой инерции и силой тяжести половины штанги с плечом равным расстоянию x_c от середины штанги до центра тяжести одной из половин штанги.

Величина переносной силы инерции равна

$$F_{\text{пер}}^{\text{и}} = ma_{\text{пер}} = m\ddot{z} = mCn^2 e^{-nt} = Be^{-nt}, \quad \left(B = mCn^2\right).$$

Тогда обобщенная сила переносной силы инерции

$$Q_{\text{пер}} = \frac{\sum \delta A_k}{\delta\varphi} = \frac{Be^{-nt}\delta z}{\delta\varphi} = \frac{Be^{-nt}x_c\delta\varphi}{\delta\varphi} = Bx_c e^{-nt}.$$

Разделив все члены уравнения (5) на I_{cy}, получим уравнение

$$\ddot{\varphi} + 2b'\dot{\varphi} + (k'')^2\varphi = B_0 e^{-nt}, \left(2b' = \frac{\mu'}{I_{cy}}\right); \left(k'' = \sqrt{\frac{c_{\text{п}}}{I_{cy}}}\right); \left(B_0 = \frac{Bx_c}{I_{cy}}\right). \quad (6)$$

Решение неоднородного уравнения (6) представим в виде

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2,$$

где φ_1 – общее решение уравнения (6) без правой части; φ_2 – частные решения полного уравнения (6), которые ищем в виде $\varphi_2 = Q_0 e^{-nt}$. Подставляя это выражение в уравнение (6), получаем

$$Q_0 = \frac{B_0}{n^2 - 2b'n + (k'')^2}.$$

Общее решение дифференциального уравнения (4) без правой части

$$\varphi_1 = e^{-b't}A'\sin(\omega t + \alpha), \quad \left(\omega = \sqrt{(k'')^2 - (b')^2}\right); \quad (7)$$

где A' – амплитуда колебаний.

Таким образом

$$\varphi = e^{-b't} A' \sin(\omega t + \alpha') + \frac{B_0}{n^2 - 2b'n + (k'')^2} e^{-nt}, \tag{8}$$

где A' и α' – константы, определяемые начальными условиями.

Второй член в (8) по экспоненте стремиться к нулю. Первый член представляет собой затухающие колебания с декрементом колебаний

$$e^{-b'T_1} = e^{-\frac{\pi k' x_a}{\omega I_{cy} \cos\beta}}, \quad \left(T_1 = \frac{2\pi}{\omega}\right),$$

где $b'T_1 = \dfrac{\pi k' x_a}{\omega I_{cy} \cos\beta}$ – логарифмический декремент колебаний.

Заключение

В результате теоретических исследований получены математические зависимости для определения параметров затухающих колебаний штанги опрыскивателя в вертикальной плоскости в зависимости от характеристик и параметров установки демпфирующих элементов системы стабилизации. Полученные результаты позволяют исследовать процесс затухания колебаний штанги, что позволит на стадии проектирования разрабатывать ее несущую конструкцию и моделировать систему стабилизации.

Список использованной литературы

1. Тарг С.М. Курс теоретической механики: Учеб. для втузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 416 с.

2. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. Учебное пособие. – М.: Наука, 1980. – 272 с.