

## ОБОСНОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОЧВ РАЗЛИЧНЫХ АГРОФОНОВ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ КОЛЕС

**И.Н. Шило,**

*ректор БГАТУ, докт. техн. наук, профессор*

**Н.Н. Романюк,**

*первый проректор БГАТУ, канд. техн. наук, доцент*

**А.Н. Орда,**

*зав. каф. теоретической механики и теории механизмов и машин БГАТУ, докт. техн. наук, профессор*

**В.А. Шкляревич,**

*ст. преподаватель каф. теоретической механики и теории механизмов и машин БГАТУ*

**А.С. Воробей,**

*ст. науч. сотр. РУП «НПЦ НАН Беларуси по механизации сельского хозяйства», канд. техн. наук*

*В статье обоснованы зависимости между сопротивлением и осадкой почвы под воздействием колес. Рассмотрены варианты стерни и почвы, подготовленной под посев.*

*Ключевые слова: почва, колесо, напряжение, осадка, глубина следа, деформация почвы.*

*The relationships between the resistance and soil draft under the influence of the wheel have been substantiated in the article. Stubble and soil variants prepared for sowing have been considered.*

*Keywords: soil, wheel, tension, draft, trace depth, deformation of the soil.*

### Введение

В процессе эксплуатации почвообрабатывающих машинно-тракторных агрегатов происходит чрезмерное уплотнение почвы их ходовыми системами, в особенности колесными, приводящее к снижению урожайности сельскохозяйственных культур [1, 2]. Имеющиеся к настоящему времени результаты экспериментальных и теоретических исследований не отражают особенностей деформирования почв различных агрофонов при воздействии ходовых систем машинно-тракторных агрегатов [3, 4]. Поэтому требуется уточнение аналитических зависимостей, описывающих процесс вдавливания деформатора в почву.

Цель работы – установление зависимости между сопротивлением и осадкой почвы, отражающей особенности почвенного агрофона.

В земледельческой механике наибольшее распространение находит предложенная В. В. Кацыгиным зависимость между напряжением сжатия  $\sigma$  и осадкой штампа  $h$ , подчиняющаяся функции гиперболического тангенса [5].

$$\sigma = p_0 th \left( \frac{k}{p_0} h \right), \quad (1)$$

где  $p_0$  – предел несущей способности почвы, Па;  
 $k$  – коэффициент объемного смятия почвы, Н/м<sup>3</sup>.

### Основная часть

Проанализируем, учитывает ли зависимость (1) особенности почвенных агрофонов, имеющих место при эксплуатации тракторов и сельскохозяйственных машин. Перед тем как изучать сжатие почвы в массиве, рассмотрим деформацию изолированных образцов почвы [4].

При сжатии почвы в жесткой обойме (компрессионном сжатии) зависимость между напряжением и осадкой штампа имеет вогнутый характер (рис. 1а). При неограниченном увеличении напряжения деформация почвы имеет определенный предел.

Зависимость между напряжением и деформацией при сжатии образца с возможностью бокового выпирания описывается выпуклой кривой (рис. 1б). Выпуклый характер кривой деформации почвы подтвержден экспериментально.

При вдавливании штампа в массив почвы одновременно происходят процессы сжатия почвы и сдвига ее в стороны от вертикальной оси. Поэтому кривая вдавливания имеет сложный вогнуто-выпуклый характер (рис. 1в).

Проанализируем возможность применения закономерностей деформирования почвы штампом к процессу передвижения колес (рис. 2).

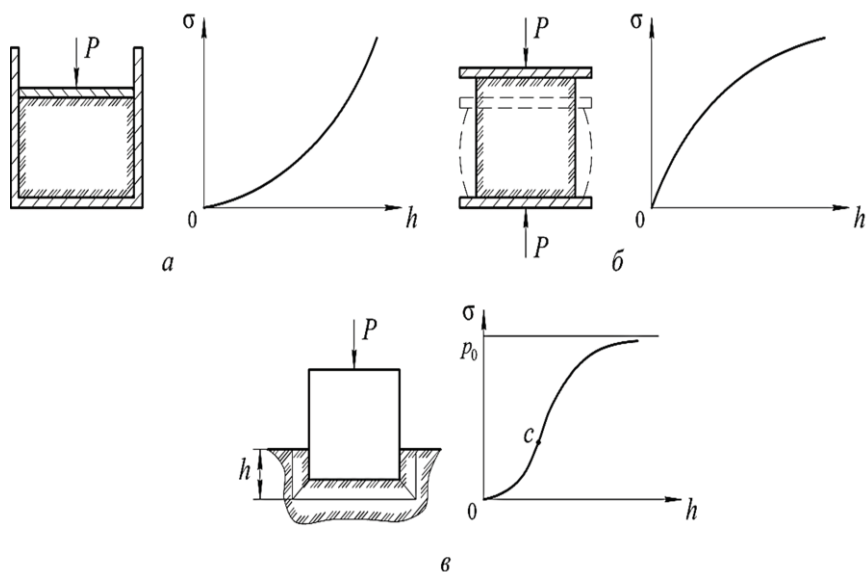


Рис. 1. Сопротивление почвы при деформации:  
а – компрессионное сжатие; б – сжатие с возможностью бокового расширения; в – вдавливание штампа в массив почвы

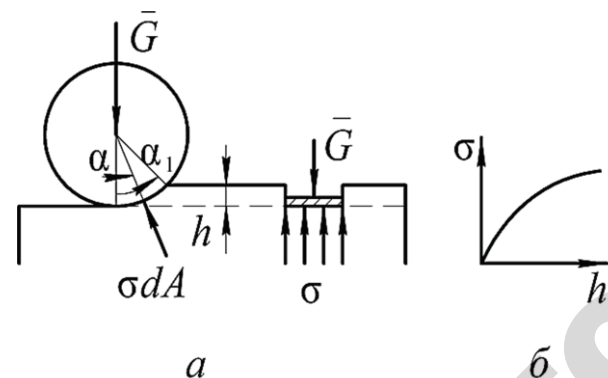


Рис. 2. Деформация почвы:  
а – схема деформирования почвы колесом и штампом; б – зависимость между напряжением  $\sigma$  и деформацией почвы  $h$  [6]

Для того чтобы можно было применить закономерности деформирования почвы штампом применительно к качению колеса, применяются следующие допущения [6]:

1. Сила реакции почвы на элементе поверхности колеса проходит через его ось и равна напряжению  $\sigma$ , умноженному на площадь элемента  $dA$ .

2. Напряжение  $\sigma$  под колесом равно напряжению под штампом, вдавленным в почву на глубину, на которой находится рассматриваемый элемент поверхности колеса.

При выполнении данных допущений можно применять зависимость между напряжением  $\sigma$  и осадкой штампа  $h$  для определения напряже-

ний в размеченных точках контакта колеса с почвой.

Составим дифференциальное уравнение деформирования почвы, учитывающее процессы сжатия и сдвига почвы.

Для слоя почвы ограниченной высоты приращение деформации  $dh$ , происходящее от возрастания сжимающего напряжения на величину  $d\sigma$ , обратно пропорционально величине напряжения  $\sigma$ :

$$dh = \frac{d\sigma}{a\sigma}, \quad (2)$$

где  $a$  – коэффициент пропорциональности.

Из рис. 3а видно, что для бесконечного полупространства почвы приращение осадки зависит также от высоты деформируемого слоя  $h_0$  и возрастает с увеличением его, т. е.

$$dh = \frac{d\sigma}{a\sigma} c_0 h_0, \quad (3)$$

где  $c_0$  – коэффициент пропорциональности.

Поскольку высота деформируемого слоя  $h_0$  возрастает с увеличением осадки, то уравнение (3) примет вид:

$$dh = b_1 \frac{d\sigma}{\sigma} h, \quad (4)$$

где  $b_1$  – коэффициент пропорциональности.

Дифференциальное уравнение (4) описывает процесс осадки почвы за счет ее уплотнения. Процесс осадки почвы за счет сдвига ее частиц в стороны от линии движения деформатора описывается таким уравнением [7]:

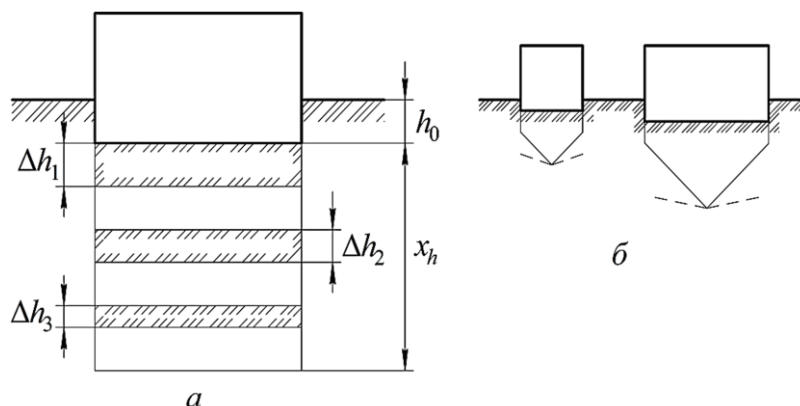


Рис. 3. Воздействие деформатора на почву:  
а – формирование глубины следа; б – влияние размеров штампа на высоту уплотняемого слоя

$$dh = h \frac{d\sigma}{b_2(p_0 - \sigma)}, \quad (5)$$

где  $b_2$  – коэффициент пропорциональности.

Дифференциальное уравнение осадки почвы с учетом происходящих процессов сжатия и сдвига имеет следующий вид:

$$bdh = h \frac{d\sigma}{\sigma(p_0 - \sigma)}, \quad (6)$$

где  $b$  – коэффициент пропорциональности;

Решив уравнение (6) относительно  $\sigma$ , получаем зависимость между сопротивлением и осадкой при внедрении штампа в почвенный массив (рис. 4а):

$$\sigma = \frac{p_0}{1 + 1/(ch^b)}, \quad (7)$$

где  $c$  – опытный коэффициент.

Чтобы определить характер зависимости (16), найдем производную  $\sigma$  по  $h$

$$\sigma' = \frac{1}{h^{b+1}} \frac{p_0 cb}{\left(1 + \frac{1}{ch^b}\right)^2}. \quad (8)$$

Анализ показал, что зависимость (8) асимметрична относительно вертикали (рис. 4б). Следовательно, зависимость между сопротивлением и осадкой почвы (7) является асимметричной относительно точки перегиба. Однако параметры  $c$  и  $b$  определяют общий характер процесса и не в достаточной степени учитывают специфику начальной стадии деформирования.

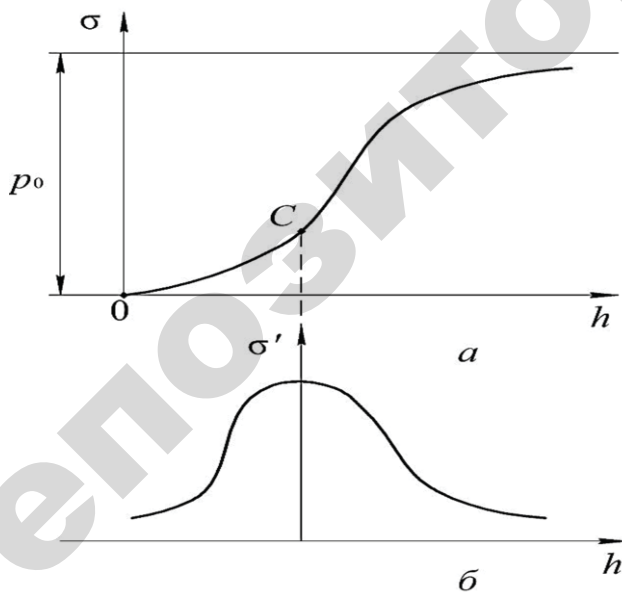


Рис. 4. Закономерности вдавливания штампа в почву:  
а) зависимость между сопротивлением и осадкой;  
б) зависимость между производной сопротивления и осадкой

Из рис. 3 б видно, что для деформаторов с большой опорной поверхностью в процесс деформирования вовлекаются более глубокие слои почвы. Поэтому для пневматических колес больших размеров важно учесть характер деформации почвы в начальной стадии деформирования. Процесс осадки будем характеризовать аналитическим описанием кривой вдавливания, состоящей из вогнутого и выпуклого участков (рис. 5).

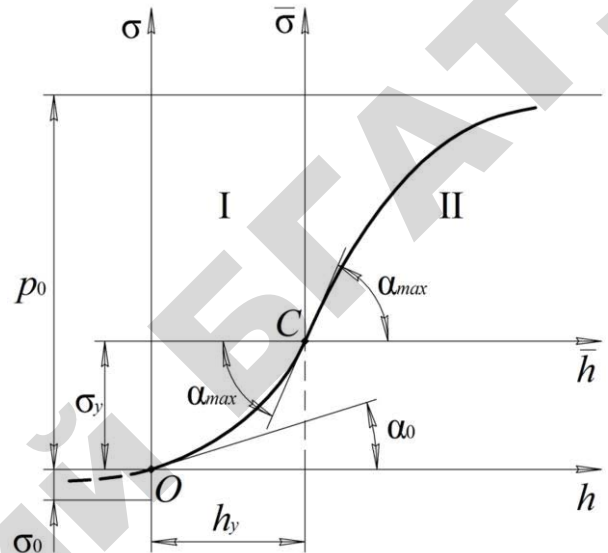


Рис. 5. Зависимость между сопротивлением и осадкой штампа

Для нахождения уравнения кривой вдавливания введем вспомогательную систему координат  $\bar{\sigma}\bar{C}\bar{h}$ . Начало данной системы координат поместим в точку перегиба  $C$ . Для описания выпуклого участка кривой вдавливания в системе координат  $\bar{\sigma}\bar{C}\bar{h}$  воспользуемся уравнением (1)

$$\bar{\sigma} = p_0 th \frac{k_m \bar{h}}{p_0}, \quad (9)$$

где  $p_0$  – предел несущей способности в данной системе координат, равный  $(p_0 - \sigma_y)$ , Па;

$\sigma_y$  – сопротивление вдавлыванию в точке перегиба кривой, Па;

$k_m$  – коэффициент объемного смятия почвы в точке перегиба  $C$ , Н/м<sup>3</sup>.

Выражение, описывающее вогнутый участок, составим исходя из того, что производные уравнения первого и второго участков кривой вдавливания в точке  $C$  равны между собой [8]. Из этого следует, что в системе координат  $\bar{\sigma}\bar{C}\bar{h}$  коэффициенты объемного смятия в точке перегиба  $C$  для вогнутого и выпуклого участков равны друг другу  $k_1 = k_2 = k_m$ . Предел несущей способности для вогнутого участка  $p_o = -(\sigma_y + \sigma_o)$ .

После соответствующих преобразований получим выражение вогнутого участка кривой деформирования в системе координат  $\sigma Oh$ :

$$\sigma_y - \sigma_1 = (\sigma_0 + \sigma_y) th \frac{k_m}{\sigma_0 + \sigma_y} (h_y - h), \quad (10)$$

где  $\sigma_1$  – сопротивление вдавлению деформатора в первой стадии, характеризуемой вогнутым участком кривой, Па;

$\sigma_0$  – напряжение, обусловленное сцеплением почвы, Па;

$k_m$  – коэффициент объемного смятия почвы в точку  $C$  перегиба, Па/м (равен тангенсу угла  $\alpha_{max}$ );

$h_y$  – деформация почвы в точке перегиба  $C$ , м.

Зависимость между сопротивлением и осадкой для вогнутого участка примет такой вид:

$$\sigma_1 = \sigma_y - (\sigma_0 + \sigma_y) th \frac{k_m}{\sigma_0 + \sigma_y} (h_y - h). \quad (11)$$

Выразим напряжение  $\sigma_0$ , обусловленное сцеплением почвы, через коэффициент  $k_0$  объемного смятия в начале процесса вдавливания ( $k_0 = \text{tg}\alpha_0$ ). Возьмем производную напряжения  $\sigma_1$  по осадке  $h$  из уравнения (11), одновременно воспользовавшись тем, что при  $h = 0$ ,  $\sigma_1 = 0$ , а  $k_0 = d\sigma_1 / dh$  [9].

Тогда

$$\frac{d\sigma_1}{dh} = k_0 = \frac{k_m}{ch^2 \frac{k_m h_y}{\sigma_0 + \sigma_y}}. \quad (12)$$

Из выражения (12) найдем:

$$\sigma_0 + \sigma_y = \frac{k_m}{\text{Arch} \sqrt{\frac{k_m}{k_0}}}.$$

Зависимость сопротивления почвы от глубины деформации на вогнутом участке кривой вдавливания будет иметь вид:

$$\sigma_1 = \sigma_y - \frac{k_m h_y}{\text{Arch} \sqrt{\frac{k_m}{k_0}}} th \left( \frac{h_y - h}{h_y} \text{Arch} \sqrt{\frac{k_m}{k_0}} \right). \quad (13)$$

Для выпуклого участка зависимость между сопротивлением и осадкой запишем следующим образом:

$$\sigma_2 = \sigma_y + (p_0 - \sigma_y) th \frac{k_m}{p_0 - \sigma_y} (h - h_y), \quad (14)$$

где  $\sigma_2$  – сопротивление вдавлению деформатора во второй стадии, характеризуемой выпуклым участком кривой, Па.

В земледельческой практике обычно верхний рыхлый слой почвы подстиляется более плотным ос-

нованием. В данном случае при осадке штампа происходит упрочнение структуры почвы. Как видно из рис. 4а, в начальной стадии кривая деформирования почвы имеет вогнутый характер. Этот участок кривой отражает процесс сближения (уплотнения) почвенных частиц. Для рыхлых почв, подстилаемых плотным основанием (почвы, подготовленные под посев), процесс деформирования описывается только вогнутым участком кривой (рис. 6).

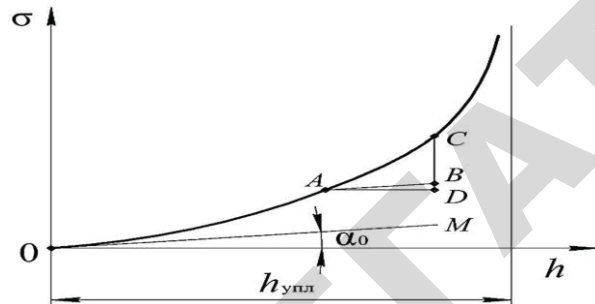


Рис. 6. Зависимость между сопротивлением и осадкой при наличии плотного подстилающего основания

Найдем зависимость между напряжением сжатия и осадкой почвы, подготовленной под посев. Из рис. 6 видно, что при увеличении осадки на величину  $AD$  сопротивление почвы возрастает на величину  $CD$ . Из геометрических построений, при которых прямая  $AB$  параллельна прямой  $OM$ , находим:

$$BD = c_1 \cdot AD = CD - c_2 \cdot AD, \quad (15)$$

где  $c_1$  – тангенс угла  $BAD$ ;

$c_2$  – коэффициент, характеризующий изменение сопротивления почвы в результате упрочнения.

Зависимость (15) можно представить следующим образом:

$$d\sigma = (c_1 + c_2) dh \quad (16)$$

Коэффициент  $c_2$  является функцией сопротивления почвы  $\sigma$  [5]:

$$\frac{dc_2}{d\sigma} = c_3 \sigma, \quad (17)$$

где  $c_3$  – коэффициент пропорциональности.

После разделения переменных получим

$$dc_2 = c_3 \cdot \sigma \cdot d\sigma. \quad (18)$$

После интегрирования уравнения (18) получим

$$c_2 = \frac{1}{2} c_3 \cdot \sigma^2 + c_4, \quad (19)$$

где  $c_4$  – постоянная интегрирования.

Подставив значение  $c_2$  в уравнение (16), получим

$$d\sigma = \left( c_1 + \frac{1}{2} c_3 \cdot \sigma^2 + c_4 \right) dh. \quad (20)$$

Введем обозначения  $c_1 + c_4 = \alpha^2$ ,  $\frac{1}{2} c_3 = \beta^2$ .

Тогда уравнение (20) примет вид:

$$\frac{d\sigma}{dh} = \alpha^2 + \beta^2 \sigma^2. \quad (21)$$

Находим общее решение дифференциального уравнения (21):

$$\sigma = \frac{a}{b} \operatorname{tg} [ab(h+d)], \quad (22)$$

где  $d$  – постоянная интегрирования.

Постоянную интегрирования  $d$  находим из условия, что  $\sigma = 0$  при  $h = 0$ . После подстановки нулевых значений  $\sigma$  и  $h$  в уравнение (22) и анализа его, получено, что  $d = 0$ . Тогда

$$\sigma = \frac{a}{b} \operatorname{tg} (abh). \quad (23)$$

Для определения  $a$  найдем производную  $\sigma$  по  $h$ :

$$\sigma' = a^2 \frac{1}{\cos^2 (abh)}.$$

Далее находим, что  $\sigma' = a^2$  при  $h = 0$ .

В то же время известно, что значение производной  $\sigma$  при  $h = 0$  равно коэффициенту объемного смятия  $k$ . Тогда  $a = \sqrt{k}$ .

Для случая, когда деформацией подстилаемого основания можно пренебречь, получено следующее значение коэффициента  $b$ :

$$b = \frac{\pi}{2 h_{\text{упл}}} \sqrt{k},$$

$$h_{\text{упл}} = H \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_{\min}}{(1 + \varepsilon_0)[1 - 2\nu(1 + \varepsilon_{\min})]},$$

где  $H$  – высота пахотного слоя, м;

$h_{\text{упл}}$  – предельная величина деформации, м;

$\varepsilon_0$  – коэффициент величести почвы до нагружения;

$\varepsilon_{\min}$  – минимально возможный коэффициент пористости почвы;

$\nu$  – коэффициент бокового расширения почвы для случая деформирования с ограниченной возможностью бокового расширения.

Из кривой вдавливания штампа в общем случае (рис. 4а) видно, что во второй стадии зависимость «напряжение – осадка» имеет выпуклый участок. Это объясняется тем, что после определенного сжатия частиц почвы начинается ее разрушение, сопровождающееся сдвигом почвы в стороны от линии движения штампа.

### Заключение

1. Зависимость (1) не отражает многообразия почвенных условий и описывает выпуклый участок кривой вдавливания. В общем случае деформирования, когда плотность почвы в различных горизонтах

мало различима, зависимость между напряжениями сжатия и осадкой штампа имеет S-образный характер. График этой зависимости, имеющий вогнутый и выпуклый участки, является ассиметричным относительно точки перегиба.

2. Для описания процесса деформации рыхлого слоя почвы, подстилаемого плотным основанием (почва, подготовленная под посев), обоснована зависимость (23), имеющая вогнутый характер по отношению к оси напряжений. Для стерни, имеющей одинаковые по глубине физические свойства, зависимость «напряжение сжатия – осадка» описывается уравнениями (11) и (14).

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шило, И.Н. Закономерности уплотнения почвы под воздействием колес сельскохозяйственных машин / И. Н. Шило, Н. Н. Романюк, А. Н. Орда, В. А. Шкляревич, А. С. Воробей // *Агропанорама*. – 2016. – № 2. – С. 2-8.
2. Романюк, Н. Н. Снижение уплотняющего воздействия на почву вертикальными вибродинамическими нагрузками пневмоколесных движителей: дис. ... канд. техн. наук: 05.20.03; 05.20.01 / Н. Н. Романюк; Белор. гос. аграр. техн. ун-т. – Минск, 2008. – 206 с.
3. Орда, А. Н. Свойства почвы и их изменение под воздействием ходовых систем почвообрабатывающих машинно-тракторных агрегатов / А. Н. Орда, А.С. Воробей, В. А. Шкляревич // *Инженерный вестник*. – 2008. – №1 (25). – С. 68-73.
4. Орда, А. Н. Эколого-энергетические основы формирования машинно-тракторных агрегатов: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.20.03 / А. Н. Орда; Белорус. гос. аграр. техн. ун-т. – Минск, 1997. – 36 с.
5. Кацыгин, В. В. Основы теории выбора оптимальных параметров мобильных сельскохозяйственных машин и орудий / В. В. Кацыгин // *Вопросы сельскохозяйственной механики*. – Минск: Сельхозгиз БССР. – 1964. – Т. 13. – С. 5-147.
6. Кулен, А. Современная земледельческая механика / А. Кулен, Х. Купперс. – Москва: Агропромиздат, 1986. – 350 с.
7. Кацыгин, В. В. Сопротивление почв при воздействии ходовых систем / В. В. Кацыгин, А. Н. Орда // *Взаимодействие ходовых систем с почвогрунтами: тезисы докладов научн.-практич. конф.* – Минск. – 1980. – С. 3-5.
8. Кацыгин, В.В. Почвощадящие ходовые системы / В. В. Кацыгин, А. Н. Орда // *Тягово-энергетические мобильные средства для сельскохозяйственного производства*. – Минск, 1985. – С. 16-27.
9. Орда, А.Н. Закономерности деформирования почв под воздействием колес сельскохозяйственных машин / А. Н. Орда, В. А. Шкляревич, А. С. Воробей // *Весці НАН Беларусі (серыя аграрных навук)*. – 2015. – № 1. – С. 98-104.

ПОСТУПИЛА В РЕДАКЦИЮ 20.03.2018