САР с П-регулятором, достаточно отсоединить сопротивление *R* от суммирующей точки усилителя (рисунок 1).

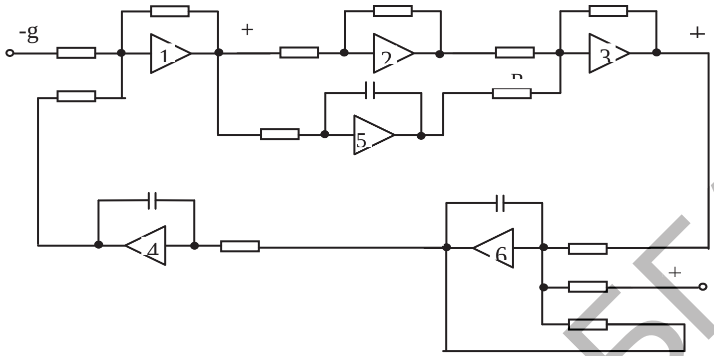

Рис. 1. Принципиальная схема САР с П-регулятором

Литература

1. Сидоренко, Ю.А. Теория автоматического управления/ Ю.А. Сидоренко. – Минск: БГАТУ, 2007.

2. Анхимюк, В.Л. Теория автоматического управления/ В.Л. Анхимюк, О.Ф. Олейко, Н.Н. Михеев. – Минск: Дизайн ПРО, 2000.

УДК 681.511

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОЛЕЙ КОРНЕВЫХ ТРАЕКТОРИЙ КРУГОВОГО ОБРАЗА ДЛЯ РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Несенчук А.А., к.т.н., доцент,
Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, г. Минск, Республика Беларусь

Рассматриваются системы автоматического управления техническими устройствами, параметры которых точно не определены. Наличие существенных неопределенностей значительно осложняет задачу проектирования, поскольку в этом случае использование традиционных методов, рассчитанных на постоянные параметры, неизбежно приводит к отклонению режимов работы устройств от установленных техническими требованиями.

В силу своей физической природы корневой подход наиболее пригоден для анализа и синтеза семейств систем, т.к. наглядно отражает изменения их динамических свойств при изменении параметров, причем характер неопределенности (интервальная, функциональная и др.) не имеет значения. Данный подход позволяет не только, исходя из определенных требований, на основе некоторых аналитических зависимостей получить желаемый результат, но также дает возможность проследить реакцию системы в ответ на параметрические вариации.

Данный подход основан на использовании математической модели системы в форме корневого портрета, который позволяет описать семейство систем семейством полей корневых траекторий определенного типа. Здесь ообый интерес представляют поля корневых траекторий кругового образа, т.к. они позволяют формировать и определенным образом ориентировать в плоскости собственных частот замкнутые многолистные области, ограничивающие некоторые динамические свойства систем.

Динамические свойства системы автоматического управления с параметрической неопределенностью описываются семейством характеристических уравнений вида

$$s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0\,, \qquad (1)$$

где $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ – коэффициенты, которые линейно зависят от некоторого неопределенного параметра k, и могут быть как действительными, так и комплексными числами.

Для выделения неопределенного параметра k преобразуем уравнение (1) и перепишем его в форме

$$\phi(s) + k\psi(s) = 0\,, \qquad (2)$$

где $\phi(s)$ и $\psi(s)$ – некоторые полиномы от комплексного переменного s; k – неопределенный параметр системы.

Используя формулу (2) получим выражение для k в виде

$$k = f(s) = -\frac{\phi(s)}{\psi(s)} = u(\sigma,\omega) + iv(\sigma,\omega) = 0\,, \qquad (3)$$

где $u(\sigma,\omega)$, $v(\sigma,\omega)$ – гармонические функции двух независимых действительных переменных σ и ω.

Полем корневых траекторий системы автоматического управления назовем поле, комплексный потенциал которого

$$\varphi(s) = u(\sigma,\omega) + i\,v(\sigma,\omega)$$

определяется во всех точках расширенной комплексной плоскости свободного параметра посредством задания существования *образа корневого годографа* во всей плоскости [1].

С целью формирования поля КГКО, которое также называется круговым полем, в плоскости свободного параметра зададим окружность-образ с центром в произвольной точке с координатами (a,b) и радиусом ρ_j, который является параметром образа.

Решив уравнение окружности относительно v и, подставив полученный результат в (3), получим уравнение корневого годографа произвольной окружности [2]. На базе этого уравнения, реализующего отображение окружностей, задаваемых в комплексной плоскости свободного параметра на плоскость s комплексного переменного, определим функцию кругового поля корневых траекторий:

$$f^* = f^*(\sigma, \omega, a, b). \qquad (4)$$

Функция (4) каждой точке комплексной плоскости *s* ставит в соответствие вполне определенный образ радиуса ρ_j на плоскости свободного параметра. Следовательно, определение этой функции равносильно заданию в плоскости комплексного переменного скалярного поля корневого годографа произвольной окружности.

Уравнение линий уровня поля выведем в отношении квадрата радиуса окружности-образа

$$f^*(\sigma, \omega, a, b) = \rho^2.$$

Поле корневых траекторий кругового образа (3) для системы порядка n=6 изображено на рис. 1 в виде 8-ми линий уровня (4), обозначенных цифрами от 1 до 8.

Рис. 1. Круговое поле корневых траекторий системы класса [6;1]

Центральная часть рисунка показана укрупнено в левом верхнем углу рисунка. Нули z_i функции (2): $z_1 = -1$, $z_2 = -2$, $z_3 = -3$, $z_4 = -5$, $z_5 = -6$, $z_6 = -7$; полюс $p = -4$; центры локализации поля – в точках c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6. Центр образа поля, вокруг которого локализуются линии уровня, расположен в плоскости k в точке с координатами (2,2). Радиус образа $\rho_i \in R$, R = (2, 10, 20, 50, 90, 150, 250, 550), i = 1,2, … При ρ_i =2 6-листная область Q_1 корней системы ограничена локальными линиями уровня 1. С увеличением ρ_i локальные линии уровня, расширяясь, переходят в глобальные, например, в линии l_2 (ограничивает 2-листную область), 3 – 4 (ограничивают 2-листные области), 5 (ограничивает однолистную область). Начиная с линии 5, наблюдается образование двух вогнутых участков по центру. Дальнейшее увеличение радиуса (линии 6 – 8) приводит к формированию вокруг полюса (особой точки) функции (2) внутри каждой глобальной линии новой замкнутой линии-границы области корней, ограниченной одной из линий 6 – 8, т.е. формированию многосвязных областей. Внутри области, ограниченной глобальной линией, фактически образуется область, не принадлежащая полю, размер которой уменьшается с увеличением ρ_i.

Корневой портрет системы характеризует графическую картину происходящих в системе движений, которая обладает большой наглядностью и значительно облегчает понимание динамики системы. Аналитические уравнения корневых траекторий, определяющие поля корневых траекторий в плоскости собственных частот семейства, позволяют с помощью комплексной функции отображать любые аналитически заданные области комплексных плоскостей переменных параметров на плоскость комплексного переменного.

ЛИТЕРАТУРА

1. Римский, Г.В. Автоматизация исследований динамических систем / Г.В. Римский, В.В. Таборовец. – Мн.: Наука и техника, 1978. – 334 с.

2. Несенчук, А.А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода / А.А. Несенчук. – Мн.: ОИПИ НАН Беларуси, 2005. – 234 с.