$$-u_{00}\left[\mu\frac{r}{h_0}+\frac{\rho r^2(1-\mu^2)}{E}\omega_{10}\right]+\frac{r^3(1-\mu^2)}{E h_0^2}q_r,$$

$$r^4 W_{00}^{IV}+2r^3 W_{00}'''-r^2 W_{00}''+r W_{00}'-12\frac{\rho(1-\mu^2)}{E}\frac{r^4}{h_0^2}\omega_{00}W_{00}=0,$$

$$r^4 W_{10}^{IV}+2r^3 W_{10}'''-r^2 W_{10}''+r W_{10}'-12\frac{\rho(1-\mu^2)}{E}\frac{r^4}{h_0^2}\omega_{00}W_{10}=-6\frac{r^4}{h_0}W_{00}'''-3\frac{(2+\mu)r^3}{h_0}W_{00}''+3\frac{r^2}{h_0}W_{00}'+12\frac{\rho(1-\mu^2)r^4}{E h_0^2}\omega_{10}W_{00}.$$

Эти уравнения являются уравнениями типа Бесселя. Полученные решения выражаются через функции Бесселя I и 2 рода и функции Ломмеля. Кроме того, они содержат неизвестные константы, которые определяются из граничных условий.

УДК 539.374

Ю.В.Чигарев

К УСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СЛУЧАЙНО НЕОДНОРОДНЫХ СЛОЖНЫХ СРЕД

В квазистатической постановке исследуется устойчивость прямоугольной пластинки из случайно армированного упруго-вязко-пластического материала при сжатии в одном направлении детерминированными усилиями P. Параметры среды через статистически однородную изотропную функцию $\psi(x_i)$ случайным образом зависят от двух координат, следовательно, полевые величины напряжений, деформаций, перемещений так же являются случайными функциями координат.

Будем предполагать, что масштаб неоднородности мал по сравнению с характерным размером пластины. Такое предположение позволяет выразить связь между компонентами флуктуаций перемещений и напряжений с помощью тензора Грина и получить среднее состояние стохастически неоднородной упруго-вязко-пластической среды. При исследовании устойчивости используем теорию малых деформаций и углов поворота.

Уравнения равновесия для компонентов возмущения, обозначаемого штрихом, имеют вид

$$A_1 \nabla^2 u_1' + A_2 \frac{\partial^2 u_2'}{\partial x_1 \partial x_2} - A_3 \frac{\partial^2 u_1'}{\partial x_1^2} - A_4 \frac{\partial^2 u_1'}{\partial x_2^2} = 0$$

$$A_1 \nabla^2 u_2' + A_2 \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2'}{\partial x_2}\right) - A_3 \frac{\partial^2 u_2'}{\partial x_1^2} - \quad (1)$$

$$- A_4 \frac{\partial^2 u_1'}{\partial x_2^2} - P \frac{\partial^2 u_2'}{\partial x_1} = 0$$

где u_i - перемещения, соответствующие направлениям осей координат x_i (i = I,2); A_i - коэффициенты, зависящие от средних значений параметров среды, напряжений, деформаций, перемещений; ∇^2 - оператор Лапласа.

Соотношения (I) можно привести к системе уравнений в амплитудных величинах перемещений, решение которой дает точное значение точки бифуркации

$$L_{ij}\, u_j' = 0 \qquad (2)$$

L_{ij} - дифференциальные детерминированные операторы. В случае одностороннего выпучивания решение (2) четное по x_2, для u_2, удобно искать в форме

$$F_i = \sum_{i=1}^{2} \left(C_i \, ch \frac{\Pi h}{2} \gamma_i x_2\right) \sin \frac{\Pi}{\ell} x_1 \qquad (3)$$

C_i - произвольные постоянные; h - толщина; ℓ - длина пластинки; γ_i - зависят от коэффициентов A_i, безразмерной дисперсии $\langle \psi^2 \rangle$ и давления P.

Значение критической нагрузки определяется из алгебраического уравнения третьего порядка относительно $\frac{P}{A_1}$, решение которого запишим для двухкомпозитного материала, где концентрации δ_1, δ_2, связаны с характеристическими функциями и между собой соотношениями

$$\delta_1 + \delta_2 = 1, \; \delta_1 \psi_1 + \delta_2 \psi_2 = 1 \qquad (4)$$

Связь между критической нагрузкой и параметрами среды выражается в безразмерных величинах следующим образом

$$P_0 = \frac{\psi^2}{9B_1} B_2 \left[1 - \frac{2\psi^2}{15B_1 B_3}\left(B_2 - B_4\right)\right] \qquad (5)$$

Коэффициенты B_i зависят от средних параметров среды и $\langle \psi^2 \rangle$. Из (5) следует, что для композиционных материалов за пределом упругости привлечение прикладных теорий, построенных с привлечением гипотез Кирхгофа-Лява не всегда приводит к точному результату. В данном случае критическое значение P_0 , полученное с привлечением гипотезы Кирхгофа-Лява, определяется первым сомножителем уравнения (5) , т.е. совпадает с первым членом разложения критической силы, вычисленной по точной теории.

Сравнительный анализ показывает, что критические напряжения при сжатии однородного материала выше, чем для неоднородного, когда имеем зависимость от безразмерной дисперсии. С уменьшением дисперсии растет критическая сила. Наблюдается так-же влияние на величину критической силы принятого значения коэффициента пластичности - чем меньше коэффициент пластичности, тем ниже значение критической силы для неоднородного материала. Для однородного тела, так же, чем больше предел пластичности, тем выше критическая сила.

Следует отметить, что разница между критическими значениями для однородного и неоднородного материала зависит и от выбранных геометрических размеров пластинки.

УДК 517.925.31 Л.И.Бурганская

О НАЛИЧИИ НЕОГРАНИЧЕННЫХ ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + f_2(x_2) \\ \dot{x}_i = b_{i-1} f_{i-1}(x_{i-1}) + c_i f_i(x_i) + f_{i+1}(x_{i+1}), \; i = \overline{2, n-1} \\ \dot{x}_n = b_{n-1} f_{n-1}(x_{n-1}) + c_n f_n(x_n) \end{cases} \qquad (I)$$

$$(-1)^{i-1} c_i b_1 b_2 \dots b_{i-1} \geq 0, \; c_i, b_{i-1} = \mathrm{const}, \; i = \overline{2, n}, \; b_0 = 1 \qquad (2)$$

Предположим, что для системы (I) выполнены условия теоремы существования и единственности решения.

Теорема I. Если I) $(-1)^{i-1} b_0 b_1 \dots b_{i-1} x_i f_i(x_i)$ 0 при $x_i \neq 0, \; i = \overline{1, n}$ (3)