$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta y + x(2a_{10}x + 2a_{01}y + a_{20}x^2 + 2a_{11}xy + a_{02}y^2),$$
$$\frac{dy}{dt} = \beta x + \alpha y + y(2a_{10}x + 2a_{01}y + a_{20}x^2 + 2a_{11}xy + a_{02}y^2). \quad (4)$$

Справедлива теорема 4. Если для коэффициентов системы дифференциальных уравнений (4) выполняются условия

$$\alpha < 0, \ a_{20} > 0, \ \begin{vmatrix} a_{20} & a_{11} \\ a_{11} & a_{02} \end{vmatrix} > 0,$$

то (4) имеет единственный неустойчивый предельный цикл.

УДК 530.12,531.51 А.А.Баханьков, А.П.Рябушко

О ВЛИЯНИИ КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

Известно [1] точное решение уравнений Эйнштейна с космологической постоянной Λ, которое называют обобщенным полем Шварцшильда. Стандартный вид метрики этого поля следующий:

$$ds^2 = e^{\mu}c^2dt^2 - e^{-\mu}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2), \quad e^{\mu} = 1 - \frac{2a}{r} - \frac{\Lambda}{3}r^2 \quad (1)$$

В случае $= 0$, т.е. в поле Шварцшильда, устойчивость по Ляпунову круговых траекторий вращающихся тел изучена в [2]. Для космологии может представить интерес вопрос: как влияет космологическая постоянная Λ на существование и устойчивость круговых траекторий вращающихся тел? Ответом на этот вопрос является настоящее сообщение. Отметим, что случай круговых траекторий невращающихся тел при $\Lambda \neq 0$ рассматривался в [3].

Раскрывая уравнения движения Папапетру [4] при дополнительном условии $S^{\alpha\beta}U_{\beta} = 0$ с учетом членов не выше первого порядка по компоненте тензора углового момента тела $S = S^{31}$ $(S^{12} = S^{23} = 0)$ в поле (1) находим, что круговые траектории возможны не любого радиуса. Радиальная координата r , с помощью которой определяется физический радиус круговой орбиты, подчинена условию

$$\omega^2 = \frac{r_g - \frac{2}{3}\Lambda r^3}{r^2(2r-3r_g)} + \frac{3r_g\,\omega S}{m r(2r-3r_g)} > 0, \tag{2}$$

которое получается точно так же, как формулы (6) в [2] . В случае $\Lambda < 0$ областью существования круговых орбит является область $r \geq \frac{3}{2} r_g$; если $\Lambda > 0$, то круговые орбиты существуют только для r , подчиненных условию

$$\frac{3}{2} r_g \leq r \leq \left(\frac{3 r_g}{2\Lambda}\right)^{1/3} \equiv r_{кр} \tag{3}$$

Например, для случая изолированной галактики с массой $m = 10^{11} m_\odot$ и $\Lambda = 10^{-56}\,см^{-2}$ имеем $10^{16}\,см < r < 10^{24}\,см$ для Метагалактики с $m = 10^{20} m_\odot$ имеем $10^{25}\,см < r < 10^{27}\,см$ Пояс (сферический слой) существования круговых орбит (3) исчезает совсем, если $\frac{3}{2} r_g \geq \frac{1}{\sqrt{\Lambda}}$.

Рассуждения и вычисления (осуществляется исследование по первому приближению уравнений движения Папапетру и построение функции Ляпунова V) вполне аналогичны тем, которые проведены в [2] , приводят к следующему заключению о виде условий устойчивости и неустойчивости по Ляпунову круговых траекторий в поле (I). Если ввести обозначение

$$A \equiv r - 3r_g + 5\Lambda r^3 - \frac{8\Lambda}{3r_g} r^4 - 3r\frac{S}{m}\sqrt{\frac{r_g - \frac{2}{3}\Lambda r^3}{2r - 3r_g}}, \tag{4}$$

то при $A <$ 0 получаем область устойчивости, т.е. это условие определяет те r , для которых круговые траектории устойчивы; при $A <$ 0 имеем область неустойчивости. Уравнение границы, разделяющей области устойчивости и неустойчивости, определяется равенством $A = 0$, которое определяет S/m как функцию r при заданных r_g и Λ . Качественное поведение границы для случаев $\Lambda < 0$ и $\Lambda > 0$ различно и изображено на рис.1 и рис.2.

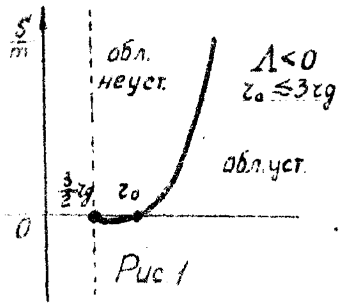

Рис.1

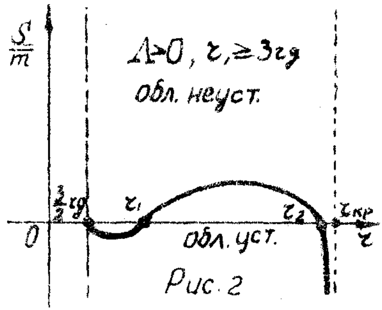

Рис.2

УДК 517.925.II

Н.Л. Василевич

ОБ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ ФУКСОВЫХ СИСТЕМ НА CP^2

Рассматривается система линейных дифференциальных уравнений

$$dY = \omega Y, \qquad (1)$$

где Y – искомая квадратная ($p\times p$) – матрица от $x \in CP^2$, $\omega = \sum_{i=1}^{q} A_i dP_i/P_i$ – дифференциальная форма, $P_i(x)$ – – однородные многочлены переменных x_0, x_1, x_2 степени n_i соответственно, $i=\overline{1,q}$, A_i – заданные постоянные ($p\times p$) матрицы, удовлетворяющие условию $\sum_{i=1}^{q} n_i A_i = 0$

Уравнение (1) вполне интегрируемо; если

$$\omega\wedge\omega = \sum_{i<j}[A_i, A_j]\,\frac{dP_i\wedge dP_j}{P_i\,P_j} \equiv 0. \qquad (2)$$

Отсюда, если дифференциалы dP_i и dP_j линейно независимы, то коммутационные соотношения для матриц имеют вид

$$[A_i\,A_j] = A_iA_j - A_jA_i = 0$$

В тех случаях, когда дифференциалы dP_i и dP_j линейно зависимые получены коммутационные соотношения для матриц Доказаны следующие утверждения.