

## ОТЛИЧИТЕЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ГЛУБИННОГО РАДИАЛЬНОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОЭЛЕМЕНТАХ

В. М. Капцевич, В. К. Корнеева, И. В. Закревский

Белорусский государственный аграрный технический университет, пр. Независимости, 99, 220023, г. Минск, Беларусь,  
тел.: +375(17)267-12-54 e-mail: lerakor1974@mail.ru

Поступила 01.08.2022 г.

*Представлено воздействие различных механизмов осаждения частиц загрязнений при плоскопараллельном и радиальном фильтровании. Полученные выражения показывают, что при глубинном радиальном фильтровании действие механизмов осаждения частиц загрязнений в фильтроэлементе зависит от радиального положения очищаемой среды. Так, вероятность столкновения частиц загрязнений с волоконным коллектором при росте радиальной координаты увеличивается под действием механизмов диффузии и седиментации, уменьшается под действием механизма инерции и не зависит от прямого столкновения. Получено решение уравнения Ивасаки для случая радиального фильтрования. Показано, что различное воздействие на механизмы осаждения в цилиндрических фильтроэлементах можно целенаправленно осуществлять путем варьирования геометрическими параметрами фильтроэлемента, а также режимами фильтрования.*

**Введение.** В настоящее время в технологии порошковой металлургии для изготовления цилиндрических фильтроэлементов (ФЭ) из металлических порошков, проволоки, сеток и волокон получил метод сухого изостатического прессования [1, 2]. Изготовленные по этой технологии ФЭ, по сравнению с плоскими, обладают большей прочностью при одной и той же поверхности фильтрования, обеспечивают высокую производительность, обладают более равномерным порораспределением, характеризуются легкостью изготовления, монтажа, регенерации и др.

Однако если процессы глубинного фильтрования широко описаны для плоских ФЭ [2–5], то для цилиндрических – сведения о радиальном фильтровании в литературе отсутствуют. Так, широко применяемое уравнение Ивасаки [6] для плоских ФЭ не может быть использовано для описания процесса глубинного фильтрования в цилиндрических ФЭ. Это связано с тем, что течение загрязненных жидкостей (горючесмазочных материалов, технических жидкостей и др.) в цилиндрических ФЭ имеет некоторые особенности: скорость потока в таких ФЭ зависит от их радиуса (при фильтровании наружу скорость уменьшается, а внутрь – увеличивается).

**Цель работы.** Рассмотреть особенности процесса глубинного радиального фильтрования в цилиндрических ФЭ.

**Результаты и их обсуждение.** Уравнение Дарси для цилиндрического ФЭ в дифференциальной форме имеет вид:

$$v_r = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (1)$$

где  $v_r$  – радиальная скорость фильтрации в каждом сечении цилиндрического ФЭ, м/с;  $k$  – коэффициент проницаемости ФЭ, м<sup>2</sup>;  $p$  – давление, Па;  $r$  – текущая радиальная координата, м.

Радиальная скорость фильтрации  $v_r$  в каждом сечении цилиндрического ФЭ связана с его текущей координатой  $r$  соотношением:

$$v_r = v_0 \frac{r_0}{r}, \quad (2)$$

где  $v_0$  – скорость фильтрации на внутренней поверхности цилиндрического ФЭ радиуса  $r_0$ , м/с.

Уравнение неразрывности в случае радиального одномерного потока в цилиндрических координатах имеет вид [7]:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} = 0. \quad (3)$$

Подставляя значение  $v_r$  из (1), получаем дифференциальное уравнение, характеризующее распределение давлений в цилиндрическом ФЭ:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) можно записать и так:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 0. \quad (5)$$

Интегрирование уравнения (5) приводит к следующему результату:

$$p = c_1 \ln r + c_2, \quad (6)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  – постоянные, определяемые из граничных условий.

Если на входе в цилиндрическую перегородку  $p = p_0$ , а при выходе  $p = p_k$ , то после подстановки этих граничных условий в выражение (6) получим:

$$p_0 = c_1 \ln r_0 + c_2, \quad (7)$$

$$p_k = c_1 \ln r_k + c_2, \quad (8)$$

где  $r_0$  и  $r_k$  – соответственно внутренний и наружный радиус цилиндрического ФЭ, м.

Откуда

$$c_1 = \frac{p_0 - p_k}{\ln \frac{r_0}{r_k}}, \quad (9)$$

$$c_2 = p_k - \frac{p_0 - p_k}{\ln \frac{r_0}{r_k}} \ln r_k; \quad (10)$$

$$p = p_2 - \frac{p_1 - p_2}{\ln \frac{r_0}{r_k}} (\ln r_2 - \ln r_2). \quad (11)$$

Подставляя значение  $p$  в уравнение (1), получим:

$$v_r = -\frac{k}{\mu r} \frac{\Delta p}{\ln \frac{r_0}{r_k}}. \quad (12)$$

Скорость фильтрации на входе в цилиндрическую перегородку ( $r = r_0$ ) составит:

$$v_0 = -\frac{k}{\mu r_0} \frac{\Delta p}{\ln \frac{r_0}{r_k}}. \quad (13)$$

Рассмотрим течение жидкости в цилиндрическом ФЭ. Введем понятие удельной пропускной способности перегородки через внутреннюю поверхность  $S_0$  ( $r = r_0$ ) как отношение произво-

дительности фильтрации  $v_0 S_0$  к высоте цилиндрического ФЭ  $H$ :

$$Q = \frac{v_0 S_0}{H} = \frac{2\pi k}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln \frac{r_0}{r_k}}. \quad (14)$$

Осаждение частиц в ФЭ для случая фильтрации в радиальном направлении можно описать зависимостью Ивасаки [6] в следующем виде:

$$\frac{\partial C}{\partial r} = -\lambda C, \quad (15)$$

где  $C$  – объемная концентрация частиц, %;  $\lambda$  – коэффициент фильтрования,  $\text{м}^{-1}$ , который, очевидно, будет отличаться от коэффициента фильтрования при плоскопараллельном движении [3].

Эффективность осаждения частиц загрязнений в пористой волокнутой среде характеризуется следующими параметрами:

вероятностью столкновения  $\eta_0$ , равной отношению количества частиц  $N_c$ , столкнувшихся с единичной преградой (коллектором), к общему количеству частиц  $N$ , присутствующих в жидкости:

$$\eta_0 = \frac{N_c}{N}; \quad (16)$$

вероятностью осаждения  $\alpha$ , равной отношению количества частиц  $N_3$ , оказавшихся задержанными на коллекторе, к количеству частиц  $N_c$ , столкнувшихся с ним:

$$\alpha = \frac{N_3}{N_c}. \quad (17)$$

Эффективность осаждения определяется параметром  $\eta$ , равным произведению вероятностей столкновения  $\eta_0$  и осаждения  $\alpha$ :

$$\eta = \eta_0 \alpha = \frac{N_3}{N}. \quad (18)$$

При определении значений вероятности столкновения  $\eta_0$  учитывается роль таких механизмов, как диффузия, прямое столкновение, седиментация и инерция. При этом считается, что

$$\eta_0 = \eta_{\text{диф}} + \eta_{\text{пр.ст}} + \eta_{\text{сед}} + \eta_{\text{ин}}, \quad (19)$$

где  $\eta_{\text{диф}}$ ,  $\eta_{\text{пр.ст}}$ ,  $\eta_{\text{сед}}$ ,  $\eta_{\text{ин}}$  – соответственно, вероятности столкновения под действиями механизмов диффузии, прямого столкновения, седиментации и инерции.

По данным авторов [8–10], вероятность столкновения в результате действия этих механизмов определяется следующими зависимостями, которые в случае плоскопараллельного и радиально-

**Вероятности столкновения частиц загрязнений с единичным коллектором при плоскопараллельном и радиальном фильтровании**

Механизмы осаждения	Вероятность столкновения $\eta_{пл.}$ (плоскопараллельное фильтрование)	Вероятность столкновения $\eta_{рад.}$ (радиальное фильтрование)	Отношение вероятностей $\frac{\eta_{рад.}}{\eta_{пл.}}$
Диффузия	$\eta_{диф} = 0,9 \left( \frac{k_B T \Pi}{\mu d D v_{\phi}} \right)^{2/3}$	$\eta_{диф} = 0,9 \left( \frac{k_B T \Pi r}{\mu d D v_{\phi} r_0} \right)^{2/3}$	$\left( \frac{r}{r_0} \right)^{2/3}$
Прямое столкновение	$\eta_{пр.ст} = \frac{3}{2} \left( \frac{d}{D} \right)^2$	$\eta_{пр.ст} = \frac{3}{2} \left( \frac{d}{D} \right)^2$	1
Седиментация	$\eta_{сед} = \frac{(\rho_{т} - \rho_{ж}) d^2 \Pi g}{18 \mu v_{\phi}}$	$\eta_{сед} = \frac{(\rho_{т} - \rho_{ж}) d^2 \Pi g r}{18 \mu v_{\phi} r_0}$	$\frac{r}{r_0}$
Инерция	$\eta_{ин} = \frac{\rho_{т} d^2 v_{\phi}}{18 \mu D \Pi}$	$\eta_{ин} = \frac{\rho_{т} d^2 v_{\phi} r_0}{18 \mu D \Pi r}$	$\frac{r_0}{r}$

**Примечание.**  $k_B$  – постоянная Больцмана, равная  $1,3804 \cdot 10^{-23}$ , Дж/К;  $T$  – абсолютная температура, К;  $\mu$  – динамическая вязкость очищаемой жидкости, Па·с;  $d$  – диаметр частиц загрязнений, м;  $D$  – диаметр волокна, м;  $\rho_{т}$  и  $\rho_{ж}$  – соответственно плотность частиц загрязнений и очищаемой жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

го фильтрования с учетом изменения скорости фильтрования в радиальном направлении (2) приведены в таблице.

Пусть поток очищаемой жидкости  $Q$  со взвешенными в ней частицами загрязнений движется в пористой среде в направлении координаты  $r$  и его концентрация на радиальной поверхности  $r = r_0$  равна  $C_0$ . Частицы загрязнений, проходя через элемент объема пористой среды, толщиной  $\Delta r$ , осаждаются на единичных коллекторах, и их концентрация на радиальной поверхности  $r + \Delta r$  уменьшается и оказывается равной  $C - \Delta C$  (рис. 1).

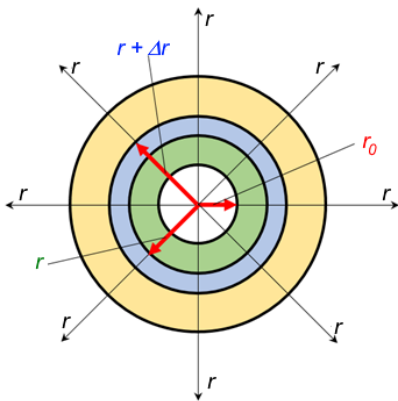


Рис. 1. Схема радиального фильтрования в однослойном ФЭ

Объем осажденных частиц  $V_B$  в единицу времени на единичном волоконном коллекторе длиной  $l$  и диаметром  $D$  равен

$$V_B = \eta_0 \alpha v_r \pi l D C. \quad (20)$$

Количество волоконных коллекторов в элементе объема  $\Delta V$  равно

$$N = \frac{(1 - \Pi) 2 \pi r \Delta r H}{\frac{\pi}{4} D^2 l}. \quad (21)$$

Тогда объем осажденных частиц в элементе объема  $\Delta V$  равен  $V_B N$  и связан с изменением концентрации загрязнений в текущей жидкости на поверхности  $r + \Delta r$  равенством

$$Q C - Q(C - \Delta C) = V_B N. \quad (22)$$

Учитывая, что  $Q = v_r 2 \pi r H$ , используя выражения (20), (21), и при этом полагая, что  $\Delta C \rightarrow 0$  и  $\Delta r \rightarrow 0$ , получим:

$$\frac{dC}{dr} = - \frac{4(1 - \Pi) \eta_0 \alpha}{D} C. \quad (23)$$

Тогда коэффициент фильтрования  $\lambda$ , входящий в уравнение (15), для волоконной пористой среды при радиальном фильтровании соответственно равен

$$\lambda = \frac{4(1 - \Pi) \eta_0 \alpha}{D}. \quad (24)$$

Представим выражение (23) в виде:

$$\frac{dC}{C} = - \frac{4(1 - \Pi) \eta_0 \alpha}{D} dr. \quad (25)$$

Перепишем выражение (25) в интегральном виде:

$$\int_{C_0}^C \frac{dC}{C} = - \frac{4(1 - \Pi) \alpha}{D} \int_{r_0}^r \eta_0 dr. \quad (26)$$

Решение уравнения (26) с учетом зависимости  $\eta_0$  от радиальной координаты  $r$  (19) и таблицы можно представить в следующем виде:

$$\ln \frac{C}{C_0} = -\frac{4(1-\Pi)\alpha}{D} \times \left[ A(r^{5/3} - r_0^{5/3}) + B(r - r_0) + F(r^2 - r_0^2) + G \ln \frac{r}{r_0} \right], \quad (27)$$

где

$$A = 0,54 \left( \frac{k_B T}{\mu d D v_0 r_0} \right)^{2/3}; \quad B = \frac{3}{2} \left( \frac{d}{D} \right)^2; \quad (28)$$

$$F = \frac{(\rho_T - \rho_{ж}) d^2 g}{36 \mu v_0 r_0}; \quad G = \frac{\rho_T d^2 v_0 r_0}{18 \mu D}.$$

Таким образом, можно решение уравнения Ивасаки для радиального фильтрования представить в виде

$$C = C_0 \exp \left[ -\frac{4(1-\Pi)\alpha}{D} \left( A(r^{5/3} - r_0^{5/3}) + B(r - r_0) + F(r^2 - r_0^2) + G \ln \frac{r}{r_0} \right) \right]. \quad (29)$$

Рассмотрим процесс осаждения частиц загрязнений с размерами  $d$ , равными  $5 \cdot 10^{-6}$  м ( $\rho_T = 2000$  кг/м<sup>3</sup>), на цилиндрическом ФЭ пористостью  $\Pi = 0,2$  из волокон диаметром  $D$ , равными  $10^{-4}$  м на примере процесса фильтрования моторного масла М-10Г<sub>2</sub> (ГОСТ 8581-78) ( $\rho_{ж} = 863,0$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu = 0,02157$  Па·с при температуре

$T = 353$  К). Размеры фильтроэлементов  $r_0$  принимали, равными  $5 \cdot 10^{-3}$ ,  $10 \cdot 10^{-3}$  и  $15 \cdot 10^{-3}$  м, а скорости фильтрования на входе в фильтроэлемент  $v_0 = 10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  и  $10^{-5}$  м/с.

Результаты расчетов представлены на рис. 2 и 3.

Анализ полученных графических зависимостей показал, что различное воздействие на механизмы осаждения в цилиндрических ФЭ можно целенаправленно осуществлять путем варьирования геометрическими параметрами ФЭ (рис. 2), а также режимами фильтрования (рис. 3).

**Вывод.** Показано воздействие различных механизмов осаждения частиц загрязнений при плоскопараллельном и радиальном фильтровании. Полученные выражения показывают, что при глубинном радиальном фильтровании действие механизмов осаждения частиц загрязнений в ФЭ зависит от радиального положения очищаемой среды. Так, вероятность столкновения частиц загрязнений с волоковым коллектором при росте радиальной координаты увеличивается под действием механизмов диффузии и седиментации, уменьшается под действием механизма инерции и не зависит от прямого столкновения.

Получено решение уравнения Ивасаки для случая радиального фильтрования. Показано, что различное воздействие на механизмы осаждения в цилиндрических фильтроэлементах можно целенаправленно осуществлять путем варьирования геометрическими параметрами фильтроэлемента, а также режимами фильтрования.

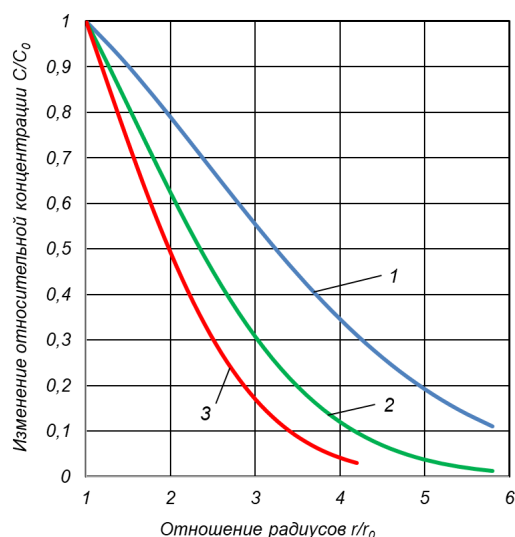


Рис. 2. Зависимость изменения относительной концентрации  $C/C_0$  от отношения радиусов  $r/r_0$  при размерах ФЭ  $r_0$ : 1 –  $5 \cdot 10^{-3}$  м; 2 –  $10 \cdot 10^{-3}$  м; 3 –  $15 \cdot 10^{-3}$  м

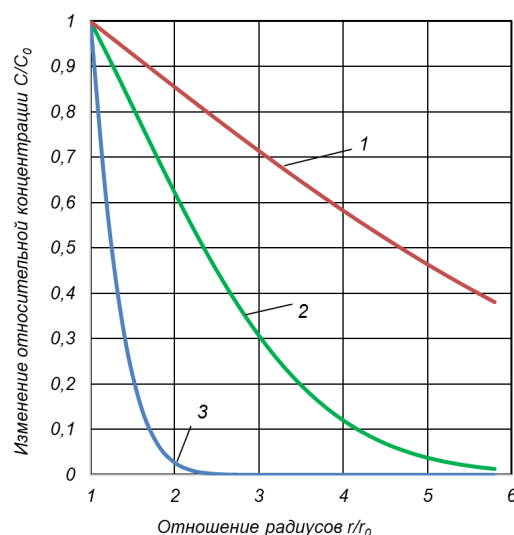


Рис. 3. Зависимость изменения относительной концентрации  $C/C_0$  от отношения радиусов  $r/r_0$  при скоростях фильтрования  $v_0$ : 1 –  $10^{-3}$ , 2 –  $10^{-4}$ , 3 –  $10^{-5}$  м/с

### Литература

1. **Реут, О. П.** Сухое изостатическое прессование уплотняемых материалов / О. П. Реут, Л. М. Богинский, Е. Е. Петюшик. – Минск : Дзбор, 1998. – 258 с.
2. **Проницаемые материалы из металлических волокон: свойства, технологии изготовления, перспективы применения** / В. М. Капцевич [и др.]. – Минск : БГАТУ, 2013. – 380 с.
3. **Herzig, J. P.** Flow of Suspension through Porous Media – Application to Deep Bed Filtration / J. P. Herzig, D. M. Leclerc, P. LeGoff // Ind. Eng. Chem. – 1970. – № 62 (5). – P. 8–35.
4. **Ison, C. R.** Removal mechanisms in bed filtration / C. R. Ison, K. J. Ives // Chem. Eng. Sci. – 1969. – Vol. 24. – P. 717–724.
5. **Леонов, А. Н.** Комбинированные фильтрующие системы на основе фильтров с поверхностным и объемным механизмами фильтрования / А. Н. Леонов, В. М. Капцевич, В. К. Корнеева. – Минск : БГАТУ, 2017. – 124 с.
6. **Iwasaki, T.** Some notes on sand filtration / T. Iwasaki // Jour. AWWA. – 1937. – № 29. – P. 1591–1602.
7. **Шлихтинг, Г.** Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М. : Наука, 1969. – 742 с.
8. **Water and Waste Water Filtration: Concepts and Application** / K. Yao [et al.] // Environmental Science and Technology. – 1971. – Vol. 5. – № 12. – P. 1105–1112.
9. **Левич, В. Г.** Физико-химическая гидродинамика / В. Г. Левич. – М. : Гос. из-во физ.-хим. лит., 1959. – 700 с.
10. **Bliss, T.** Suspended Solids Washing Overview / T. Bliss, M. Ostojca-Starzewski // IPST Technical Paper Series № 679. – 1997. – 13 p.

#### DISTINCTIVE FEATURES OF RADIAL DEEP FILTRATION IN CYLINDRICAL FILTER ELEMENTS

**V. M. Kaptsevich, V. K. Korneeva, I. V. Zakrevsky**

*Belarusian State Agrarian Technical University, Minsk, Belarus,  
tel.: +375(17)272-12-54, e-mail: lerakor1974@mail.ru*

*The influence of various mechanisms of sedimentation of particles of pollution during plane-parallel and radial filtration is shown. The obtained expressions show that during deep radial filtration, the action of the mechanisms of sedimentation of particles of contaminants in the filter element depends on the radial position of the medium being cleaned. Thus, the probability of collision of pollutant particles with a fiber collector with an increase in the radial coordinate increases under the action of diffusion and sedimentation mechanisms, decreases under the action of the inertia mechanism, and does not depend on direct collision. A solution of the Iwasaki equation for the case of radial filtering is obtained. It is shown that various effects on the mechanisms of deposition in cylindrical filter elements can be purposefully carried out by varying the geometric parameters of the filter element, as well as filtration modes.*