

УРАВНЕНИЕ РАВНОВЕСНОГО ПОТОКА ЖИДКОСТИ В СИСТЕМЕ СОСОК – ДОИЛЬНЫЙ СТАКАН

Д.А. Григорьев,

докторант каф. технологий и механизации животноводства БГАТУ, канд. техн. наук, доцент

А.М. Кравцов,

зав. каф. энергетики БГАТУ, канд. техн. наук, доцент

В статье представлен анализ современных тенденций рынка доильного оборудования. Приводится описание процесса молоковыведения под действием вакуумметрического и внутривыменного давления в системе сосок – доильный стакан. С использованием теории одномерных течений получено уравнение потока молока на выходе из соскового сфинктера, рассматриваемого как гидравлическая насадка с изменяющимся сечением.

Ключевые слова: доильное оборудование, уравнение Бернулли, поток молока, сосковый сфинктер, гидравлическая насадка, доильный стакан, вакуумметрическое давление.

The article analyses the current trends in the market of milking equipment. The description of the process of milking under the action of vacuum and udder pressure in the system teat - milking cup is given. Using the theory of one-dimensional flows, the equation of milk flow at the outlet of the teat sphincter, considered as a hydraulic nozzle with a variable cross-section, is obtained.

Key words: milking equipment, Bernoulli equation, milk flow, teat sphincter, hydraulic nozzle, teat cup, vacuum pressure.

Введение

Инновационное развитие молочного скотоводства в Республике Беларусь предполагает использование современного технического обеспечения технологии производства молока, как основного инструмента реализации стратегии, направленной на повышение конкурентоспособности отрасли. Внедрение нового автоматизированного оборудования обеспечивает существенный рост производительности труда [1].

Доение на современном молочно-товарном комплексе становится своеобразным гравитационным центром всей технологии производства молока. Поэтому доильное оборудование, производство которого возрастает во всем мире, является ключевым элементом технического обеспечения. По данным исследовательской компании Research and Markets, показатель совокупного среднегодового темпа роста CAGR (Compound Annual Growth Rate) составляет более 13 % для рынка доильных машин, который вырастет к 2025 г. с 4,22 до 6,87 млрд долл. США по сравнению с 2021 г. [2]. Ведущими производителями доильного оборудования в мире являются такие страны, как Израиль, Швеция и Новая Зеландия [3]. Торговля доильными машинами составляет 0,0032 % от общей мировой торговли. В 2020 г. доильное оборудование занимало 2597-е место в мире по объему торговли, с общим объемом 528 млн долл. США (рис. 1).

В период с 2019 по 2020 гг. экспорт доильного оборудования сократился на 11,8 % (с 599 до 528 млн долл. США). Очевидно, что страны – производители молока стремятся обеспечить фермеров отечественным оборудованием, необходимый научно-технический уровень которого должен соответствовать инновационным инженерно-технологическим разработкам, реализуемым с учетом генетического потенциала и сложившегося фенотипа животных [4]. Совершенствование технологии должно быть ориентировано на адаптивность процессов и оборудования к физиологии и этологии животных [5]. В этой связи актуализируются задачи по детальному изучению, теоретическому обоснованию и моделированию молокоотдачи [6], как наиболее сложно детерминированного результирующего процесса взаимодействия элементов системы «вымя – доильный аппарат».

Циклическую работу доильного стакана традиционно разбивают на два такта – сосания и сжатия, которые в зарубежной литературе часто обозначают как фазы всасывания и отдыха. В данной терминологии нет противоречия, поскольку в процессе сжатия соскового чупка сфинктер «отдыхает» от воздействия вакуумметрического давления. В истории конструирования доильных аппаратов [7] имеются примеры альтернативной организации процесса (отдельного такта отдыха и др.), которые не увенчались успехом. В результате подавляющее большинство производителей доильного оборудования используют обосно-

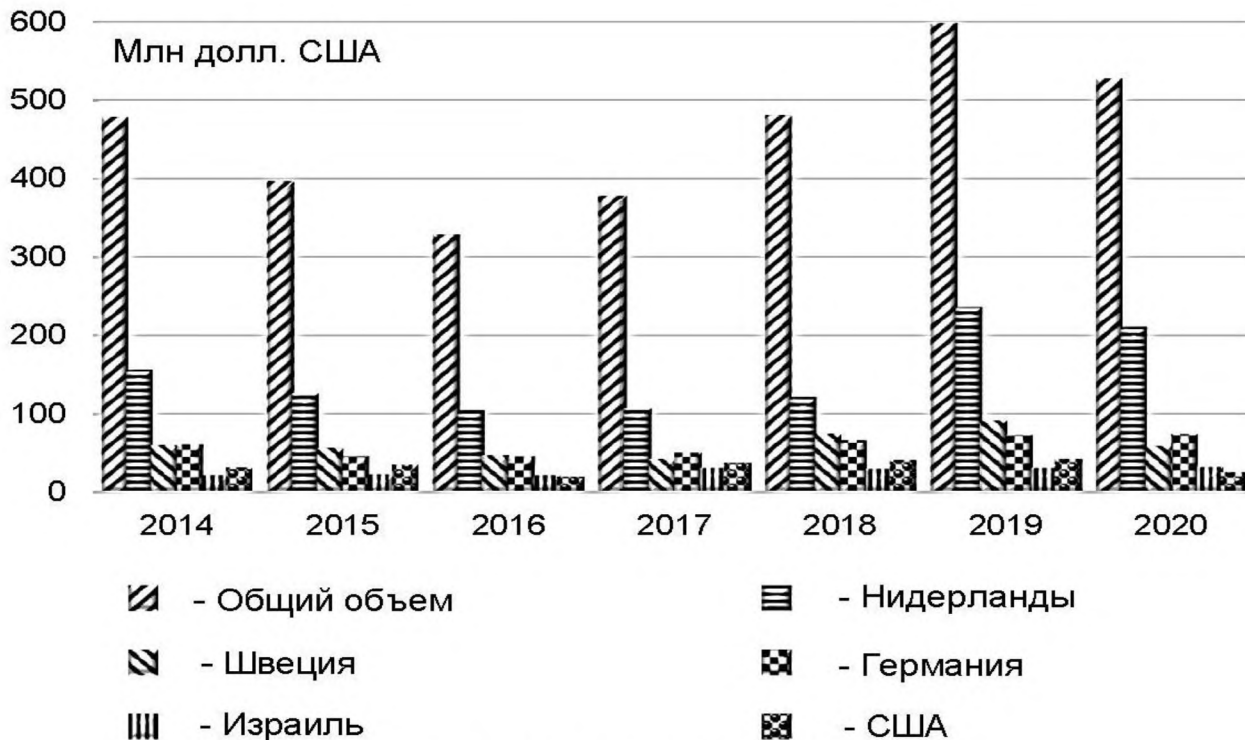


Рисунок 1. Экспорт доильного оборудования (2014-2020 гг.)

ванный еще в начале 20-го века [8] двухтактный режим работы доильного стакана.

Главным результирующим процессом взаимодействия элементов системы «вымя – доильный аппарат» является молокоотдача на выходе из сфинктера соска, изучением которой занимаются исследователи ведущих компаний – производителей доильного оборудования.

В Республике Беларусь данное научное направление разрабатывалось такими ведущими учеными в области физиологии и техники доения, как М. В. Барановский, В.И. Передня, В.О. Китиков. Наиболее детально из числа изученных источников информации процесс выделения молока был проработан учеными Висконсинского университета в Мэдисоне (США) [9].

Целью данной работы является теоретическое описание процесса выхода потока молока из сфинктера соска, обеспечивающее возможность дальнейшего развития общей теории молокоотдачи в процессе доения.

Основная часть

На рисунке 2 представлена гидравлическая схема взаимодействия соска коровы и доильного стакана.

Для вывода расчетных соотношений воспользуемся методами теории одномерных течений и запишем уравнение Бернулли для сечения $a-a$, проходящего через сжатое сечение струи на выходе из отверстия, ограниченного изменяющейся площадью венного кольца, соединяющего цистерну вымени и цистерну соска, в котором действует давление (P_a), и сечения $c-c$, представляющего сжатое сечение струи на

выходе из отверстия сфинктера, в котором действует давление (P_c) (рис. 2).

При выборе плоскостей сравнения на выходах из венного кольца и сфинктера уравнение Бернулли можно записать в следующем виде:

$$H + \frac{P_a}{\rho g} + \frac{a_a v_a^2}{2g} = \frac{P_c}{\rho g} + \frac{a_c v_c^2}{2g} + \xi_c \frac{a_c v_c^2}{2g}, \quad (1)$$

где H – высота соска, м;

P_a – давление, действующее в сечении $a-a$, Па;

a_a, a_c – коэффициент Кориолиса соответственно в сечении $a-a, c-c$;

v_a – скорость молока в сечении $a-a$, м/с;

P_c – давление, действующее в сечении $c-c$, Па;

v_c – скорость молока в сечении $c-c$, м/с;

ρ – плотность молока, кг/м³;

g – ускорение свободного падения, м/с²;

ξ_c – коэффициент местного сопротивления в сфинктере соска.

Поскольку размеры отверстия сфинктера малы, по сравнению с размерами цистерны вымени и цистерны соска, то из условия сохранения расхода жидкости следует, что скорость опускания свободной поверхности и скорость молока в сжатом сечении струи на выходе из венного кольца v_a в определенный малый момент в начале выхода молока из сфинктера мала, по сравнению со скоростью истечения струи v_c . Поэтому ее величиной можно пренебречь и решить уравнение относительно скорости в сжатом сечении. Тогда скорость струи в

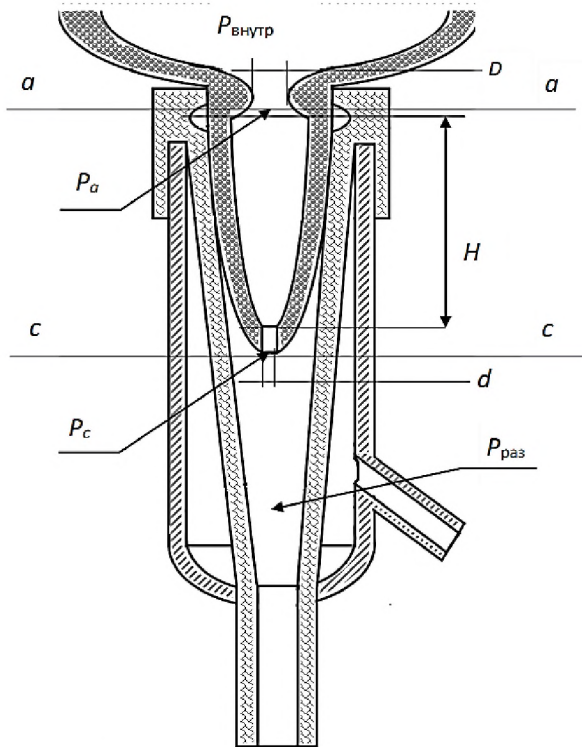


Рисунок 2. Взаимодействие доильного стакана и соска: $P_{внутр}$ – внутривыменное давление; $P_{раз}$ – давление разряжения в подсосковой камере доильного стакана (вакуумметрическое давление)

начальный момент такта сосания, когда сфинктер полностью открылся, составит

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{a_c + \xi_c}} \sqrt{2g \left(H + \frac{P_a - P_c}{\rho g} \right)}. \quad (2)$$

Учеными Висконсинского университета в Мэдисоне были получены эмпирические зависимости [9], которые могут быть представлены в виде усредненного графика (рис. 3).

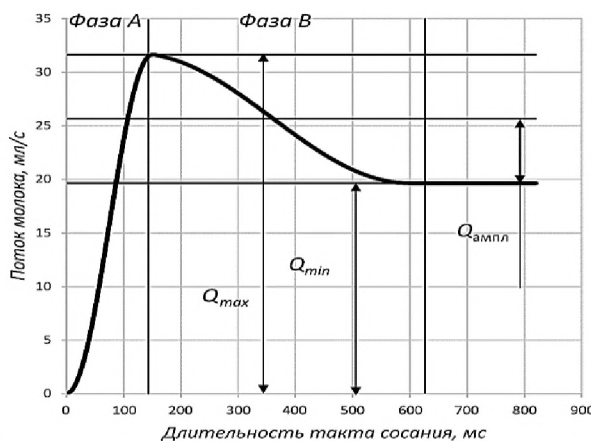


Рисунок 3. Зависимость потока молока от времени такта сосания

Длительность полного цикла пульсации составляет, как правило, 1000 ± 200 мс при соотношении тактов $60 \dots 64/36 \dots 40$ %. Каждый такт, в свою очередь, делится на основную и переходную фазу. В такте сосания эти фазы традиционно обозначаются как А и В, в такте сжатия – С и D.

На графике можно выделить три зоны изменения потока молока:

- резко возрастает и достигает максимального значения (Q_{max});
- изменяется от максимального (Q_{max}) до минимального значения (Q_{min});
- остается на определенном минимальном уровне даже при значительном увеличении длительности такта сосания.

Амплитудное значение $Q_{ампл}$ равно половине разницы: $Q_{max} - Q_{min}$.

Исследования показали, что процесс раскрытия сфинктера при переходе от такта сжатия к такту сосания происходит очень быстро, еще в переходную фазу А. В результате максимальный поток молока достигается в самом начале фазы В такта сосания (рис. 3). Далее происходит плавное снижение потока молока. Такое явление связано, по всей вероятности, с тем, что расход молока через венное кольцо с условным диаметром D становится меньше, чем расход молока через полностью раскрытый сфинктер с условным гидравлическим диаметром d (рис. 2). В результате общее поступление молока по каналам и протокам, соединяющим альвеолярный отдел молочной железы с цистерной вымени, является лимитирующим фактором в процессе молокоотдачи. Скорость выхода молока из цистерны вымени меньше максимальной скорости истечения молока через полностью открытый сфинктер. Поэтому, по мере опорожнения цистерны соска, расход снижается до минимального уровня, соответствующего некоему равновесному состоянию, когда приток и выход молока, а также давление, действующее на поверхность молока в цистерне вымени, и давление, действующее на сфинктер снаружи, уравниваются. В результате скорость выхода молока из цистерны вымени меньше максимальной скорости истечения молока через полностью открытый сфинктер. Если значение коэффициента Кориолиса (a_c) для турбулентного потока принять условно равным единице и выразить коэффициент скорости φ_c , который показывает отличие скорости истечения вязкой жидкости от аналогичной величины, в случае идеальной жидкости [10] как

$$\varphi_c = \frac{1}{\sqrt{a_c + \xi_c}}, \quad (3)$$

то получим

$$v_c = \varphi_c \sqrt{2g \left(H + \frac{P_a - P_c}{\rho g} \right)}. \quad (4)$$

Производная данной функции определяет ускорения потока молока

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{d \left(\varphi_c \sqrt{2g \left(H + \frac{P_a - P_c}{\rho g} \right)} \right)}{dt}. \quad (5)$$

Учитывая эффект инверсии и сжатия струи на выходе из сфинктера, в общем случае можем записать

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{d \left(\varepsilon_c \varphi_c \sqrt{2g \left(H + \frac{P_a - P_c}{\rho g} \right)} \right)}{dt}, \quad (6)$$

где $\varepsilon_c = \frac{S_{c-}}{S_c}$ – коэффициент сжатия струи,

показывающий уменьшение ее поперечного сечения на выходе из отверстия (S_{c-}) по отношению к площади самого отверстия (S_c).

Для более точного расчета необходимо учесть потери напора в венном кольце и сфинктере соска, тогда

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{d \left(\varepsilon_c \varphi_c \sqrt{2g \left(H + \frac{P_a - P_c}{\rho g} - \Delta h_a - \Delta h_c \right)} \right)}{dt}, \quad (7)$$

где Δh_a – потери напора в венном кольце, м;

Δh_c – потери напора в сфинктере, м.

Однако точное теоретическое и экспериментальное определение сопротивления и потерь напора в сфинктере и венном кольце не представляется возможным, как по уравнению (1), так и по уравнению (7). Поэтому предлагается использовать известные методики расчета по укрупненным коэффициентам. Очевидно, что ускорение в первой части такта увеличивается от нуля до некоторого максимального значения потока Q_{\max} (рис. 3), а после достижения максимума снижается до определенного минимального значения Q_{\min} , соответствующего моменту, при котором чулок смыкается, а система переходит из такта сосания в такт сжатия. Очевидно, что в некоторой точке, соответствующей максимальному потоку молока из сфинктера, знак производной функции изменяется, а ускорение становится равным нулю.

Строение сфинктера таково, что он раскрывается, переходя от сжатого крестообразного сечения к квадратному, а потом к круглому, за короткий период времени (рис. 4).

Для приближенных расчетов, когда потери напора при входе в сфинктер учтены в поправочных коэффициентах, можем принять условие, что сфинктер представляет собой насадки круглого, квадратного и крестообразного сечения, гидравлика которых подробно описана в нескольких научных трудах [11], в которых определены коэффициенты

расхода для различных скоростей потока. Обычно вводят коэффициент расхода $\mu = \varphi_c \varepsilon$, который учитывает потери напора в насадке и установлен экспериментально для конкретных скоростей.

Дифференциал функции (4) представляет собой мгновенное значение количества молока, выходящего из сфинктера при $\Delta t \rightarrow 0$. Тогда, с учетом уравнения (7) и коэффициента расхода $\mu = \varphi_c \varepsilon$, произведение дифференциалов

$$\begin{aligned} dQ_{c\phi} dt &= d(S_c v_c) dt = \\ &= d \left(\mu_c S_c \sqrt{2g \left(H + \frac{P_a - P_c}{\rho g} \right)} \right) dt, \quad (8) \end{aligned}$$

где $Q_{c\phi}$ – поток молока из сфинктера, мл/с.

Следовательно, максимальный объемный расход жидкости через полностью раскрытое отверстие сфинктера при максимальной для данных условий разнице значений давлений в сечениях венного кольца и сфинктера определится как

$$\begin{aligned} Q_{c\phi \max} &= S_{c \max} v_{c \max} = \mu_{c \max} \times \\ &\times S_{c \max} \sqrt{2g \left(H + \frac{P_a - P_c}{\rho g} \right)}. \quad (9) \end{aligned}$$

Уравнение (8) содержит одну независимую и несколько зависимых переменных, поэтому для его решения необходим более детальный анализ гидравлических процессов. Внутреннюю полость соска можно условно представить в виде насадки, присоединенной к отверстию венного кольца, которая представляет собой небольшой отрезок трубы, сужающейся к сфинктеру и имеющей соотношение $H \leq 10d$. При входе в него струя жидкости испытывает сжатие точно так же, как и при истечении из отверстия, но поскольку струя ограничена боковой стенкой соска, то внутри него образуется кольцевая вихревая область в сечении, следующим за сечением венного кольца. Ввиду того, что скорость в сжатом сечении больше, чем в венном кольце (это следует из условия неразрывности или постоянства расхода), давление в сжатом сечении уменьшается в соответствии с уравнением Бернулли, примененным

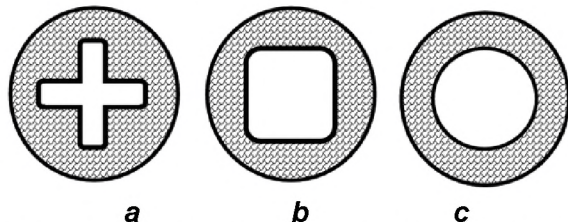


Рисунок 4. Модель отверстия сфинктера соска: а – крестообразное сечение (сфинктер начинает раскрываться); б – квадратное сечение; с – круглое сечение (сфинктер полностью раскрыт)

для этих двух сечений. Таким образом, в сжатом сечении соска возникает вакуум и, следовательно, течение жидкости на участке от условно свободной поверхности молока в цистерне вымени до сжатого сечения в соске происходит под увеличенным напором, который складывается с внутривыменным давлением, имеющим наибольшее значение в начале доения, когда концентрация окситоцина максимальная. Поэтому в совокупности скорость в сжатом сечении соска в начале такта сосания будет максимальной. Это значит, что расход через сосок будет больше. Следует отметить, что в соске появляются дополнительные потери, обусловленные расширением потока после сжатого сечения, и потери на трение о внутренние стенки. Как показывают расчетные и экспериментальные данные [10], при длине насадки, в качестве которой рассматривается сосок, то есть $H \leq 4d$, эти потери меньше, чем выигрыш в действующем напоре. Поэтому сосок теоретически увеличивает расход жидкости. Расчет по полученным уравнениям позволит построить теоретические кривые, которые могут служить инструментом оценки полученных эмпирических данных.

Заключение

1. Решение задач по развитию производства и совершенствованию доильного оборудования должно быть ориентировано на адаптивность процесса доения к условиям производства, этологии и физиологии животных.

2. Гидравлическая модель базируется на принципах физиологии процесса молокоотдачи коровы, которые сформулированы на основе практических результатов, полученных исследователями ведущих научных учреждений и производителей доильного оборудования.

3. Представленные в статье математические зависимости позволят определить параметры процесса выхода молока из сфинктера соска, с использованием фундаментальных законов и результатов исследований в области гидравлики истечения жидкостей.

4. Полученные уравнения могут быть использованы для расчета расходов молока через сфинктер, на основе скорости молокоотдачи коровы, которая является наиболее часто измеряемым параметром, используемым для оценки, как генетического потенциала, так и факторов технологии производства молока, включая физиологичность машинного доения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гусаков, В.Г. Приоритетные направления повышения эффективности, конкурентоспособности и устойчивости развития аграрной отрасли

Республики Беларусь / В.Г. Гусаков, А.П. Шпак // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Серыя аграрных навук. – 2018. – Т. 56. – № 4. – С. 401-409.

2. Global Milking Machines Market Report (2021 to 2030) [Electronic resource] / GlobeNewswire, Inc. – Mode of access: <https://www.globenewswire.com/en/news-release/2021/12/07/2347222/28124/en/Global-Milking-Machines-Market-Report-2021-to-2030-Featuring-Fullwood-BouMatic-Robotics-and-AMS-Galaxy-USA-Among-Others.html>. – Date of access: 14.12.2022.

3. Top 10 Importers Countries of Milking machines by percentage of total imports CEPII [Electronic resource] / The leading French center for research and expertise on the world economy. – Mode of access: <https://oec.world/en/profile/hs/milking-machines>. – Date of access: 11.09.2022.

4. Григорьев, Д.А. Технология машинного доения коров на основе конвергентных принципов управления автоматизированными процессами: монография / Д.А. Григорьев, К.В. Король. – Гродно: ГГАУ, 2017. – 216 с.

5. Ульянов, В.М. Совершенствование технологии машинного доения путем разработки стимулирующе-адаптированных доильных аппаратов и манипуляторов: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.20.01 / В.М. Ульянов. – Рязань, 2008. – 42 с.

6. Григорьев, Д.А. Дифференцированное динамическое доение как фактор ветеринарного благополучия и продуктивности коров / Д.А. Григорьев, К.В. Король, В.С. Журко // Эколого-биологическое благополучие растительного и животного мира: материалы Междунар. науч.-практич. конф., Благовещенск, 23 сентября 2020 г. / Дальневосточный гос. аграрный ун-т. – Благовещенск, 2020. – С. 84-85.

7. Reinemann, J. Milking machine research past present and future / Douglas J. Reinemann, Graeme A. Mein, Misty Davis-Johnson. – Fort Worth Texas, USA: WI Paper Presented at the 42nd annual meeting of the National Mastitis Council, January 26-29, 2003. – 7 p.

8. Erf, O. Milking machines / O. Erf. – Manhattan, Kan.: Kansas State Agricultural College, Agricultural Experiment Station, 1906. – 68 p.

9. Mein, Graeme A. Machine Milking / Graeme A. Mein, Douglas J. Reinemann. – CreateSpace Independent Publishing, 2015. – Vol. 1. – 174 p.

10. Качанов, И.В. Механика жидкости и газа: курс лекций в 4 ч. / И.В. Качанов, В.В. Кулебякин, В.К. Недбальский. – Минск: БНТУ, 2014. – Ч. 4. – 58 с.

11. Пильгунов, В.Н. Особенности истечения жидкости через отверстия некруглой формы / В.Н. Пильгунов, К.Д. Ефремова // Наука и образование: электр. журнал МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2015. – № 2. – С. 1-23.

ПОСТУПИЛА В РЕДАКЦИЮ 30.06.2023